MEDIDAS DE POSIÇÃO E DISPERSÃO

thiagoramires@utfpr.edu.br

(43) 99183 - 0309

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MEDIDAS DE POSIÇÃO

MEDIDAS DE POSIÇÃO SÃO MEDIDAS QUE TEM COMO OBJETIVO REPRESENTAR, POR MEIO DE UM SÓ NÚMERO, AS CARACTERÍSTICAS DOS DADOS.

MÉDIA

MEDIANA

MODA

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Média

Representa o ponto de equilíbrio

n=amostra

N=população

X: Variável aleatória (V.A)

x: valor da variável

MEDIDAS DE POSIÇÃO

n=amostra
N=população

Média

Representa o ponto de equilíbrio

X: Variável aleatória (V.A)

x: valor da variável

Populacional

$$\mu = \frac{1}{N}\sum x$$

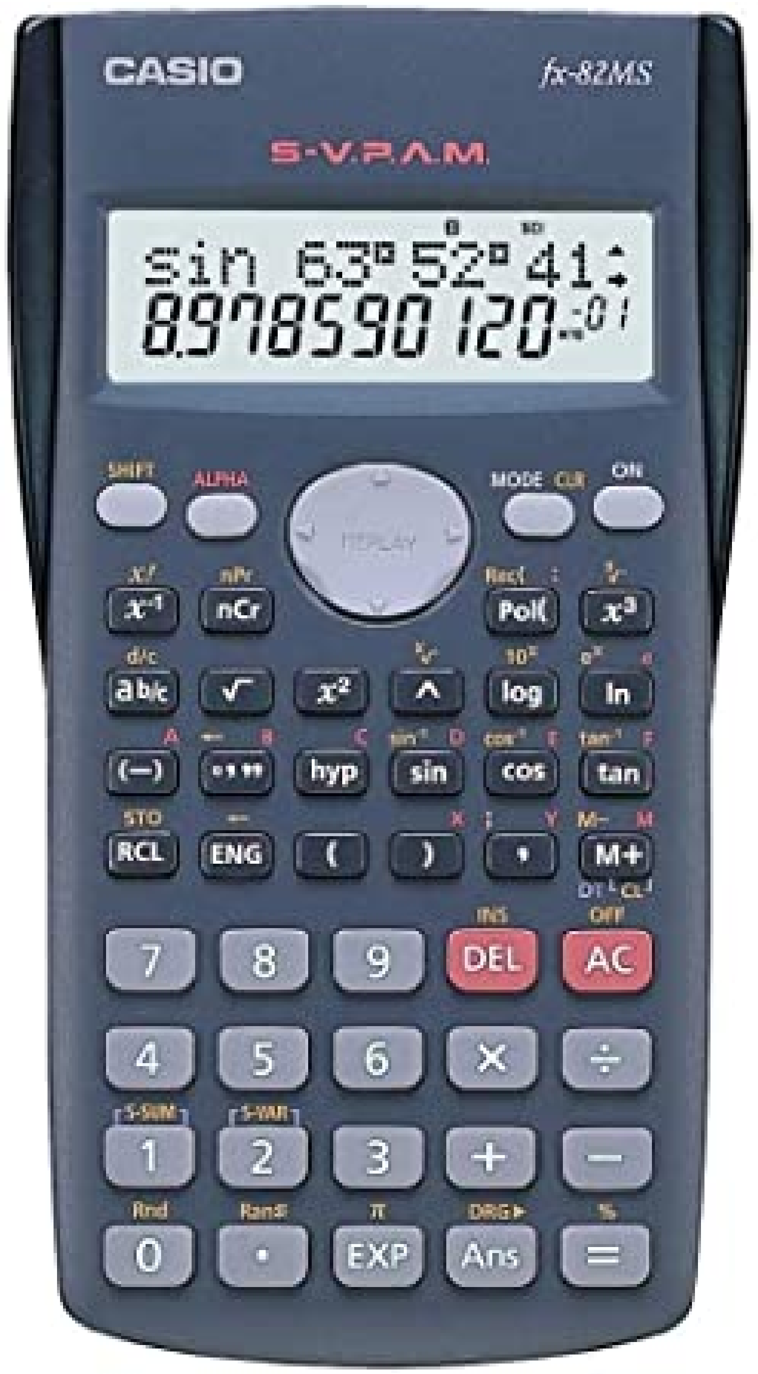
Amostral

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$$

Exercício

População

1 - 5 - 8 - 9 - 3 - 4



Exercício

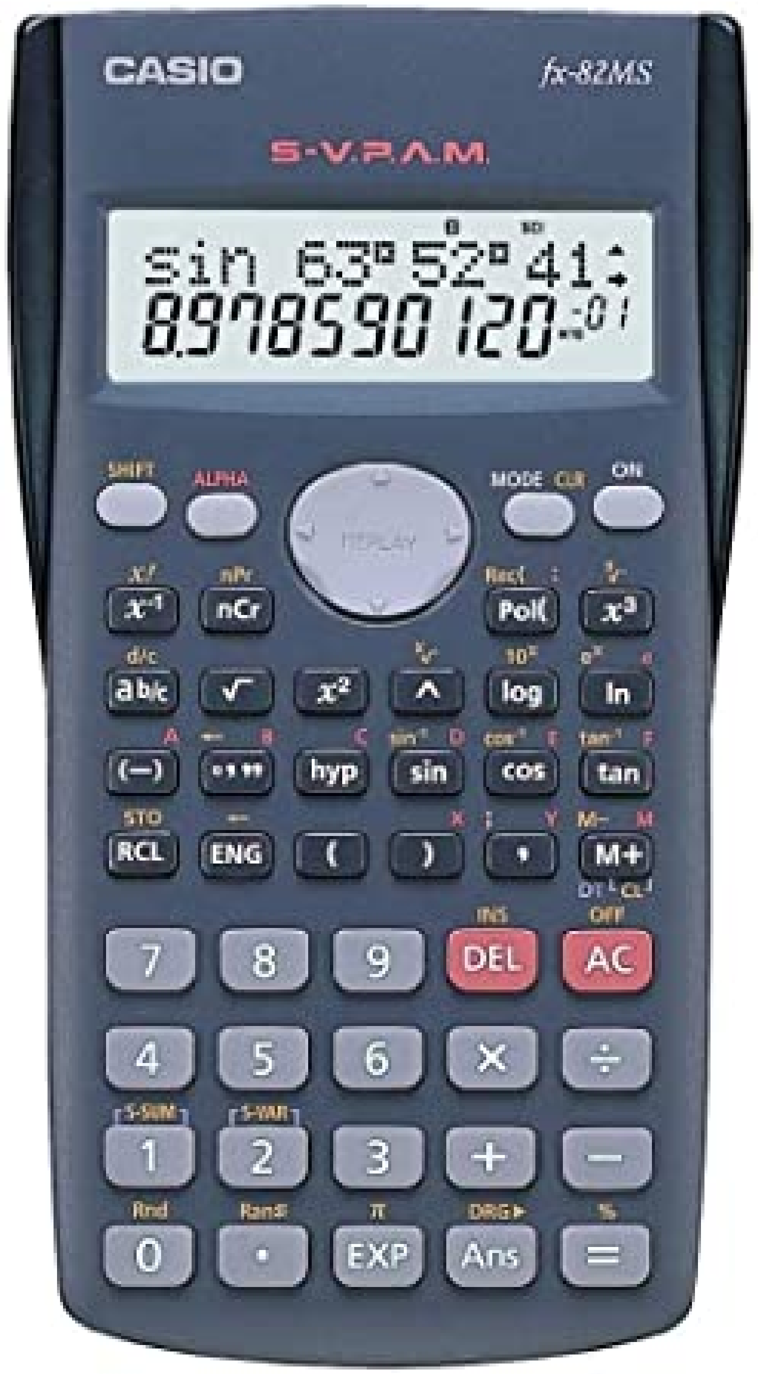
População

1 - 5 - 8 - 9 - 3 - 4

$$\mu = \frac{1}{N}\sum x \quad =30/6=5$$

Amostra

2 - 4 - 1 - 7 - 0 - (-1)



Exercício

População

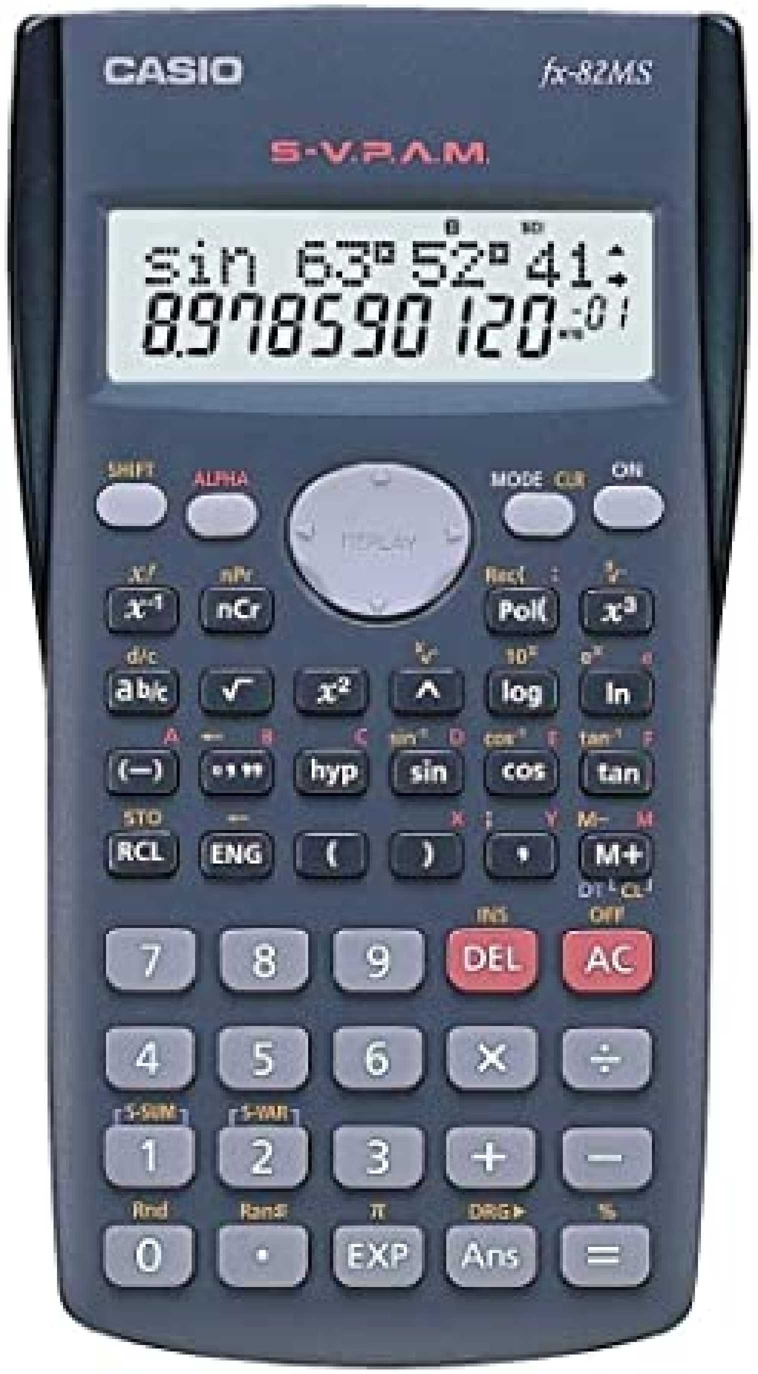
1 - 5 - 8 - 9 - 3 - 4

$$\mu = \frac{1}{N}\sum x \quad =30/6=5$$

Amostra

2 - 4 - 1 - 7 - 0 - (-1)

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x \quad =13/6=2,16$$



MEDIDAS DE POSIÇÃO

Média

Propriedades

n=amostra
N=população

- Considere $d_i = x_i - \bar{x}$ os desvios da observação i em relação a média. Então $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Média

Propriedades

n=amostra
N=população

- Considere $d_i = x_i - \bar{x}$ os desvios da observação i em relação a média. Então $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$
- Somando ou subtraindo uma constante a todos os valores de uma variável, a nova média é dada por

$$y_i = x_i \pm c \Rightarrow \quad \bar{Y} = \bar{X} \pm c$$

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Média

n=amostra

N=população

Propriedades

- Considere $d_i = x_i - \bar{x}$ os desvios da observação i em relação a média. Então $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$

- Somando ou subtraindo uma constante a todos os valores de uma variável, a nova média é dada por

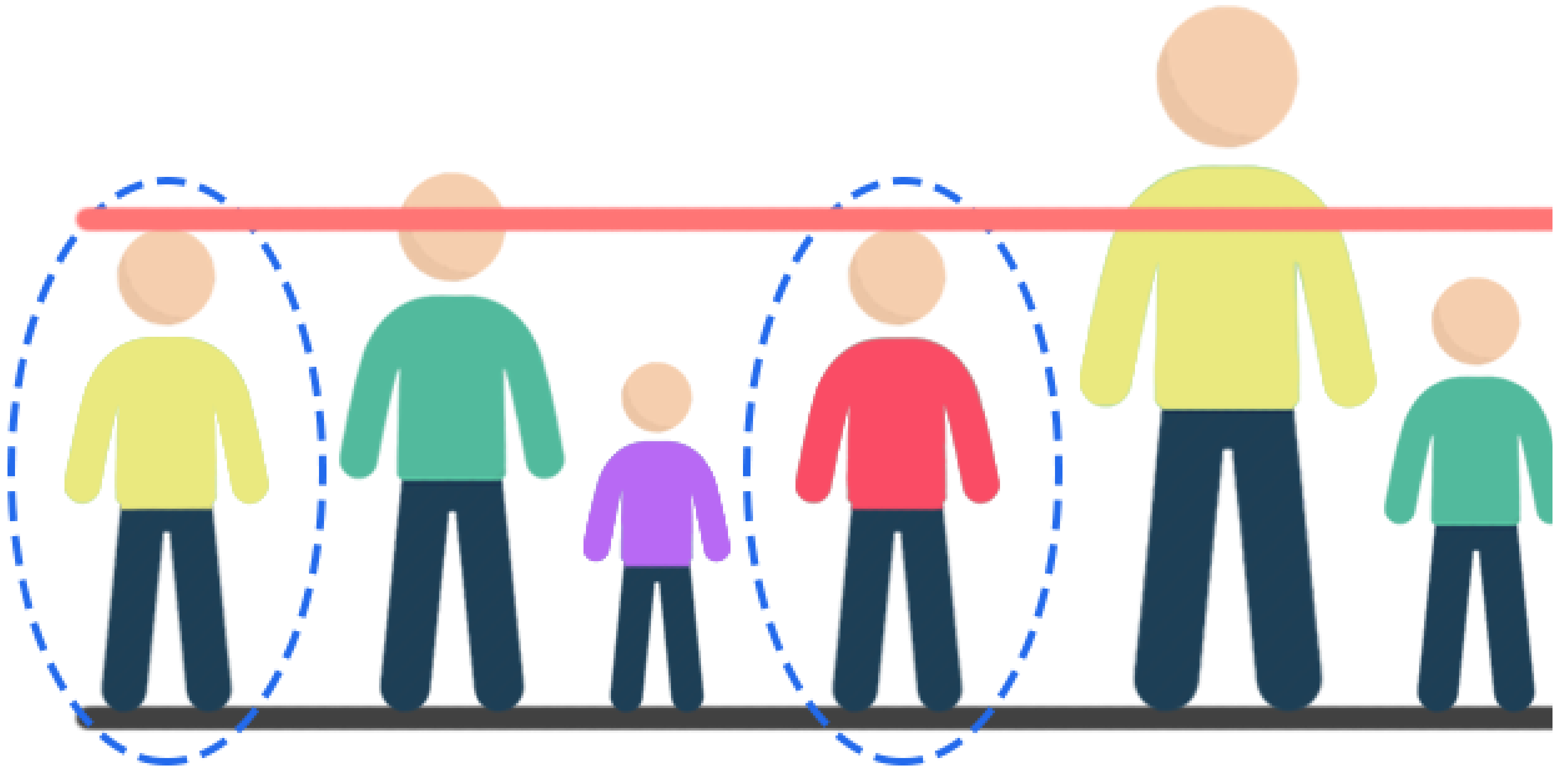
$$y_i = x_i \pm c => \quad \bar{Y} = \bar{X} \pm c$$

- Multiplicando ou dividindo todos os valores de uma variável por uma constante, a nova média fica multiplicada ou dividia por essa constante

$$y_i = x_i * c \rightarrow \bar{Y} = \bar{X} * c$$

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Moda É o valor que ocorre com maior frequência, podendo ser:



Amodal
Modal
Bimodal
Multimodal

Determine a MODA

MODA	Amostra
Amodal	7, 9, 7, 2
Modal	7, 8, 6, 6, 8
Bimodal	6, 7, 4, 5
Multimodal	1, 3, 1, 5, 3, 5

Determine a MODA

MODA	Amostra
Amodal	7, 9, 7, 2
Modal	7, 8, 6, 6, 8
Bimodal	6, 7, 4, 5
Multimodal	1, 3, 1, 5, 3, 5

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

⚠ DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

1 7 4

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

1 7 4

1 4 7

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

1 7 4

1 4 7

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

1 7 4

1 4 7

1 4 7 9

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

⚠ **DADOS DEVEM SER ORDENADOS!**

1 7 4

1 4 7

1 4 7 9

$(4+7)/2=5,5$

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

Impar

1 4 7

$M_D = X_P$ em que $p = \frac{n+1}{2}$

Par

1 4 7 9

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

Impar

1 4 7

$$M_D = X_P \text{ em que } p = \frac{n+1}{2}$$

p=(3+1)/2=2 ⟶ Md=X2=4

Par

1 4 7 9

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

⚠ DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

Impar

1 4 7

$$M_D = X_P \text{ em que } p = \frac{n+1}{2}$$

p=(3+1)/2=2 ⟶ Md=X2=4

Par

1 4 7 9

$$M_D = \frac{X_p + X_{p+1}}{2} \text{ em que } p = \frac{n}{2}$$

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

É a medida que ocupa a posição central do conjunto de dados

50% abaixo MEDIANA 50% acima

DADOS DEVEM SER ORDENADOS!

Impar

1 4 7

$$M_D = X_P \text{ em que } p = \frac{n+1}{2}$$

p=(3+1)/2=2 ⟶ Md=X2=4

Par

1 4 7 9

$$M_D = \frac{X_p + X_{p+1}}{2} \text{ em que } p = \frac{n}{2}$$

p=4/2=2 ⟶ Md=(X2+x3)/2=(4+7)/2=5,5

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

Exercício

Determine a Mediana

20 -15 10 55 30

4 7 9 3 2 -1

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

Exercício

Determine a Mediana

20 -15 10 55 30

-15 10 20 30 55

Md=20

4 7 9 3 2 -1

MEDIDAS DE POSIÇÃO

Mediana

Exercício

Determine a Mediana

20   -15   10   55   30

-15   10   20   30   55

Md=20

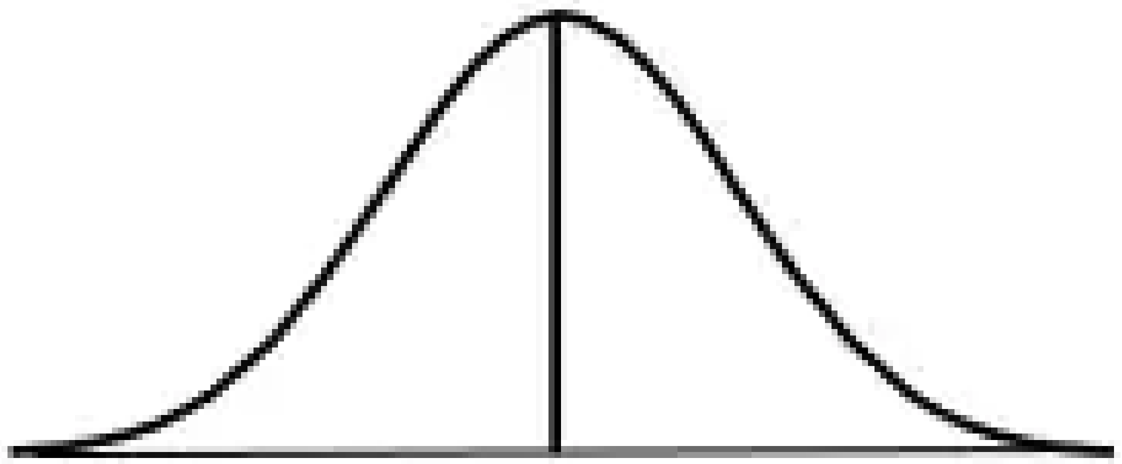
4   7   9   3   2   -1

-1   2   3   4   7   9

Md=3,5

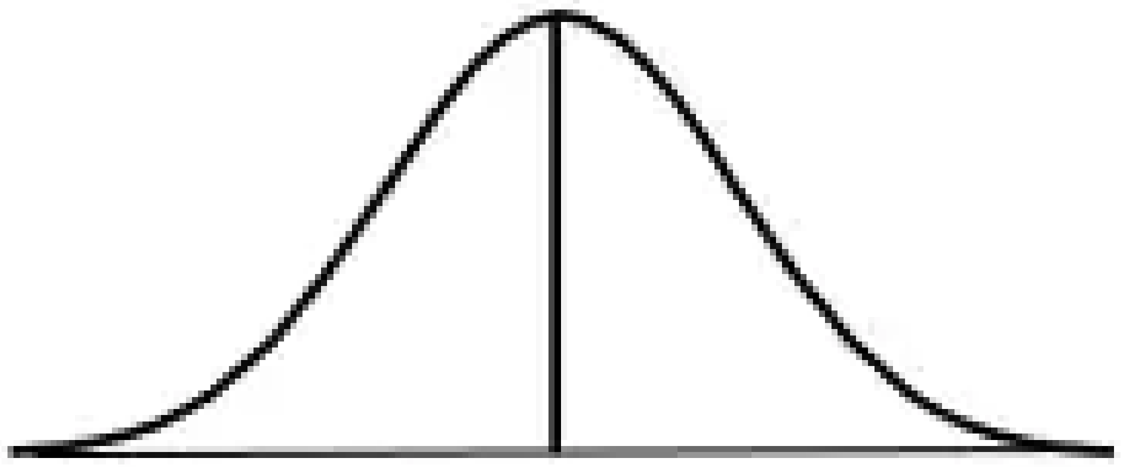
Distribuição Simétrica

Média = Mediana = Moda

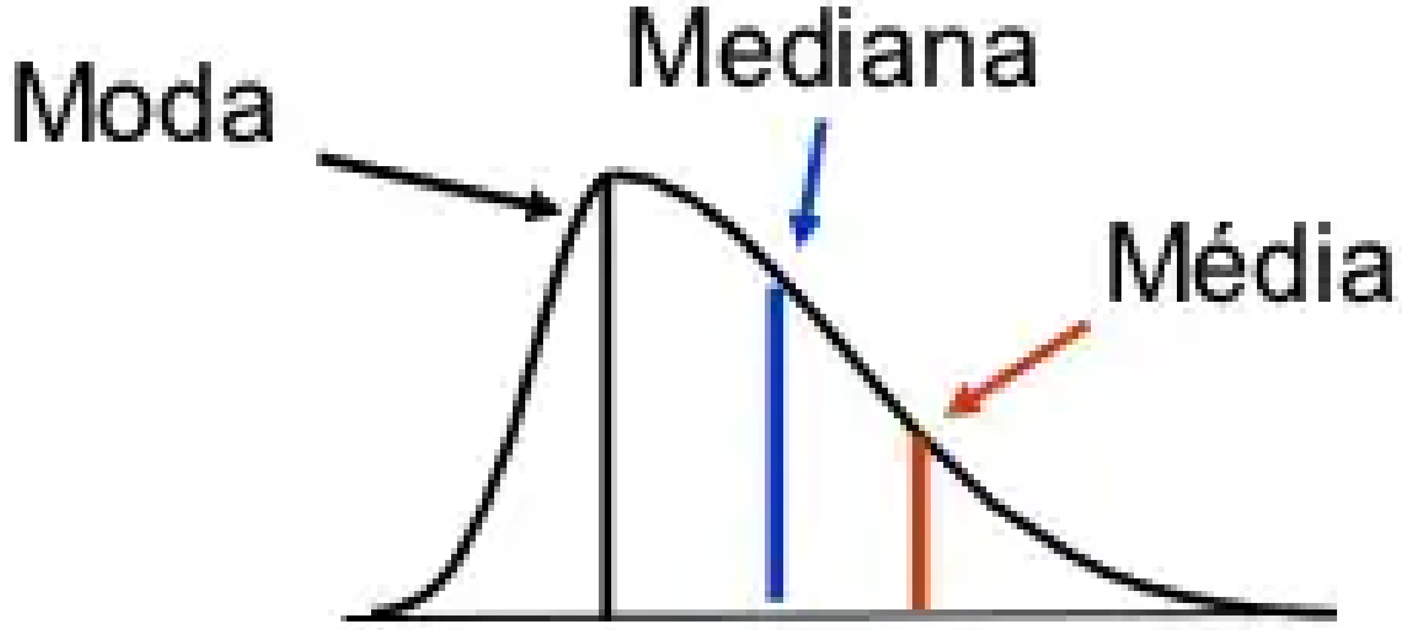


Distribuição Simétrica

Média = Mediana = Moda

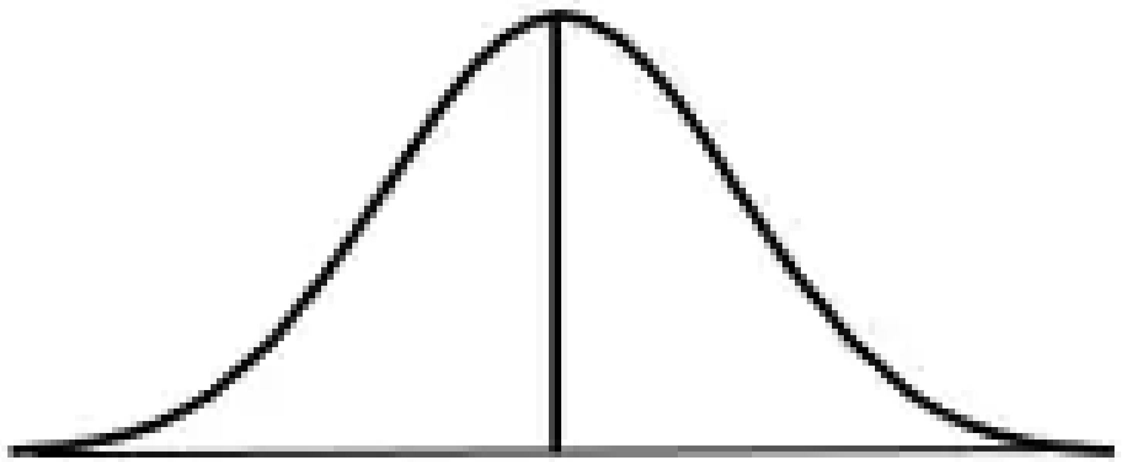


Assimetria à direita ou positiva

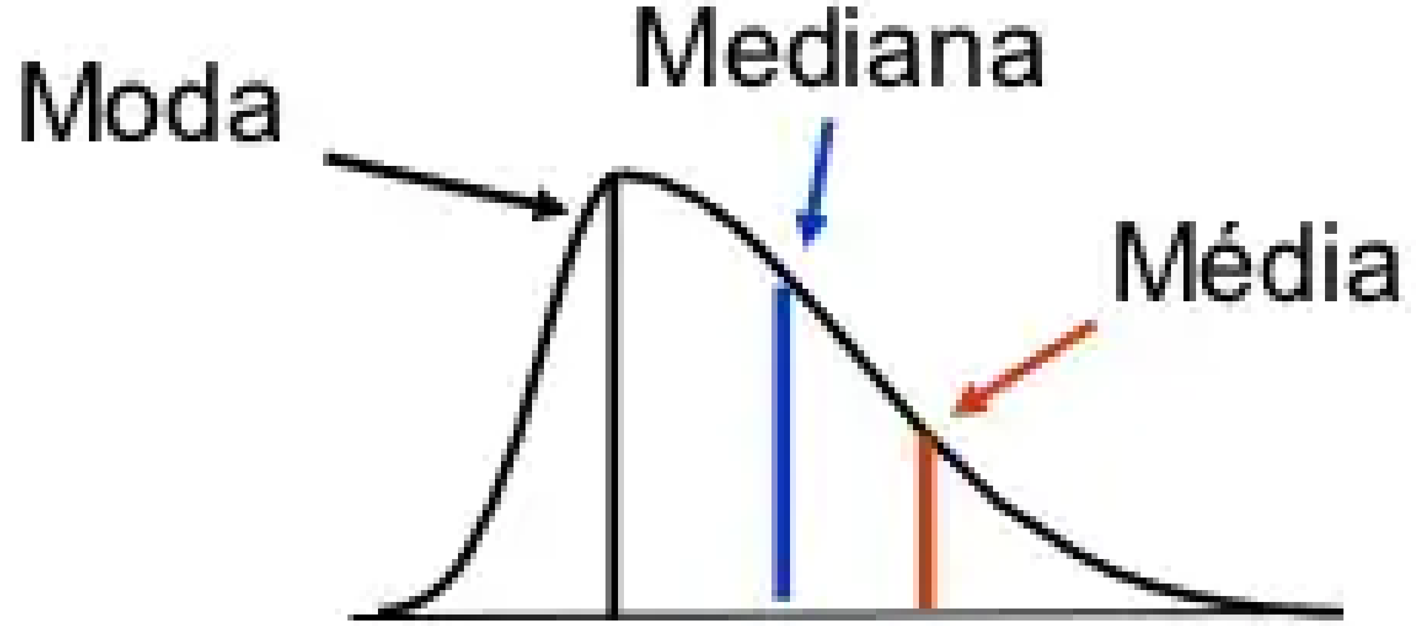


Distribuição Simétrica

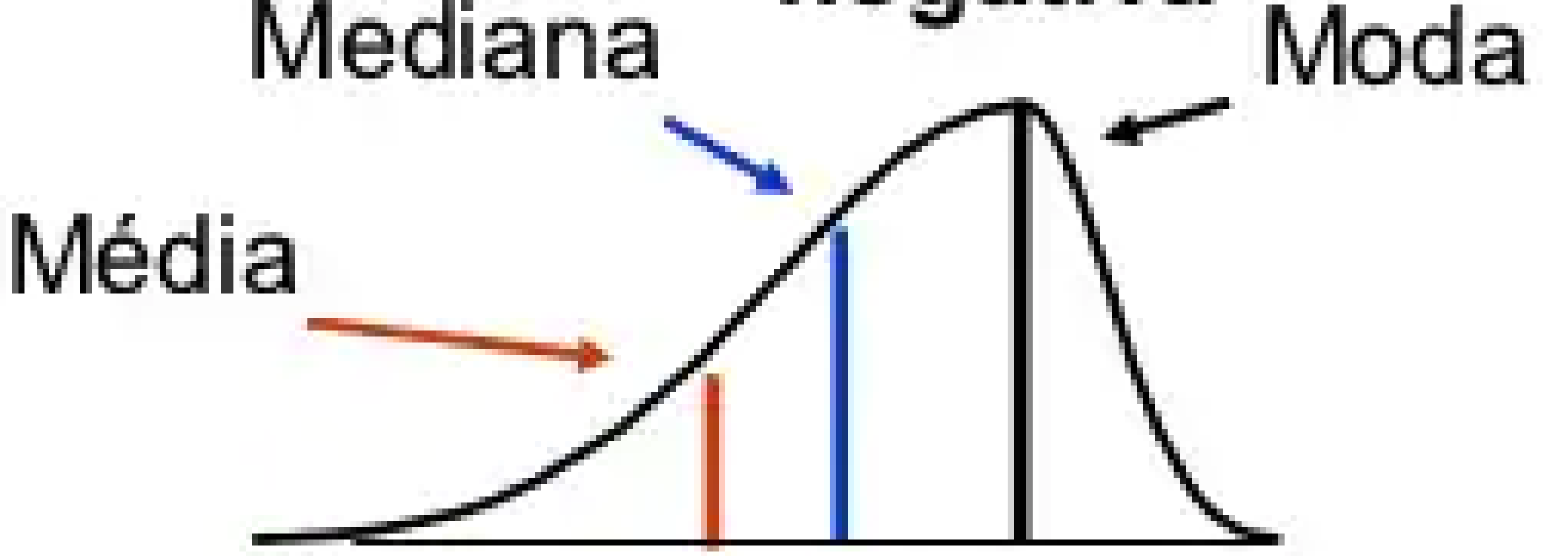
Média = Mediana = Moda



Assimetria à direita ou positiva



Assimetria à esquerda ou negativa



MEDIDAS DE DISPERSÃO

O quanto as informações estão dispersas da média?

$$x = \{1, \quad 3, \quad 5\}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

O quanto as informações estão dispersas da média?

média das distâncias?

$$x=\{1, \quad 3, \quad 5\}$$

distância até a média
(x-média)

$$d=\{-2, \quad 0, \quad 2\}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

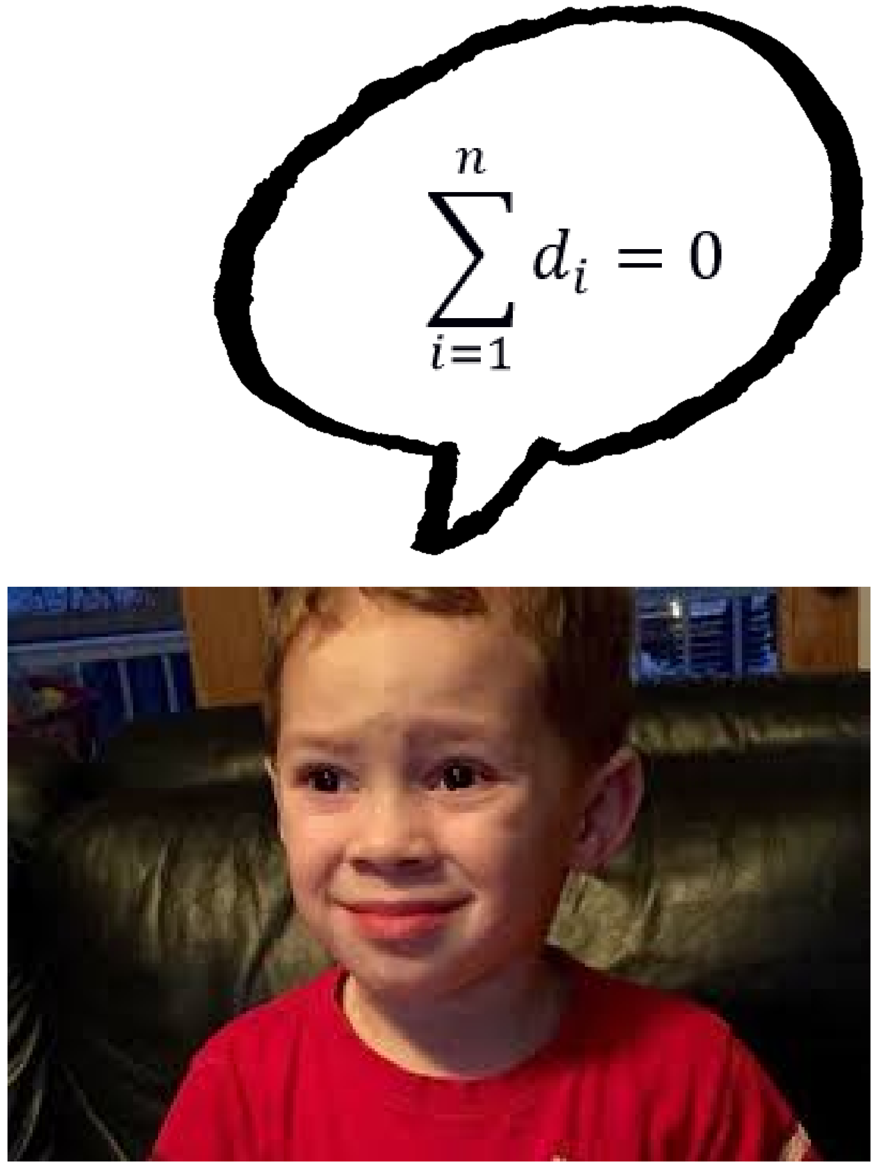
O quanto as informações estão dispersas da média?

média das distâncias?

$$x=\{1,\ \ 3,\ \ 5\}$$

distância até a média
(x-média)

$$d=\{-2,\ \ 0,\ \ 2\}$$



MEDIDAS DE DISPERSÃO

O quanto as informações estão dispersas da média?

média das distâncias quadratícas

$$x=\{1, \quad 3, \quad 5\}$$

distância até a média

$(x\text{-média})^2$

$$d^2=\{4, \quad 0, \quad 4\}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

O quanto as informações estão dispersas da média?

média das distâncias quadratícas

$$x=\{1,\quad 3,\quad 5\}$$

distância até a média

(x-média)²

$$d^2=\{4,\quad 0,\quad 4\}$$

média=8/3=2,66

MEDIDAS DE DISPERSÃO

O quanto as informações estão dispersas da média?

média das distâncias quadratícas

$$x=\{1, \quad 3, \quad 5\}$$

distância até a média

(x-média)²

$$d^2=\{4, \quad 0, \quad 4\}$$

média=8/3=2,66

Variância

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância

É a média dos desvios quadráticos

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância É a média dos desvios quadráticos

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

nunca é negativa

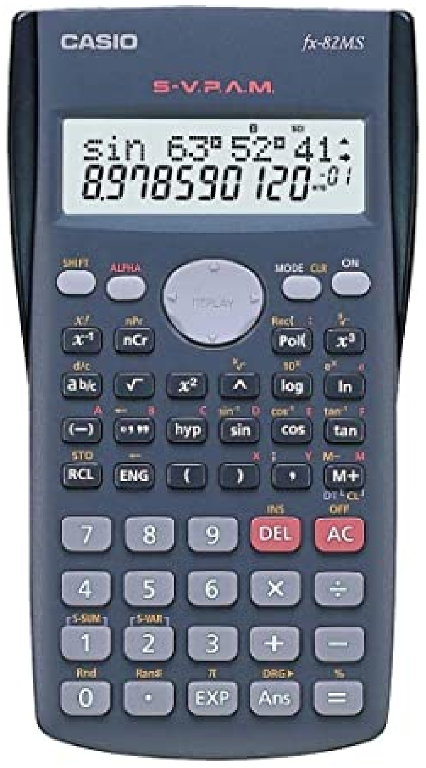
Quanto menor é a variância, mais próximos os valores estão da média;
Quanto maior, mais os valores estão distantes da média

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância

É a média dos desvios ao quadrado

Exercício



$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

Determine a variância

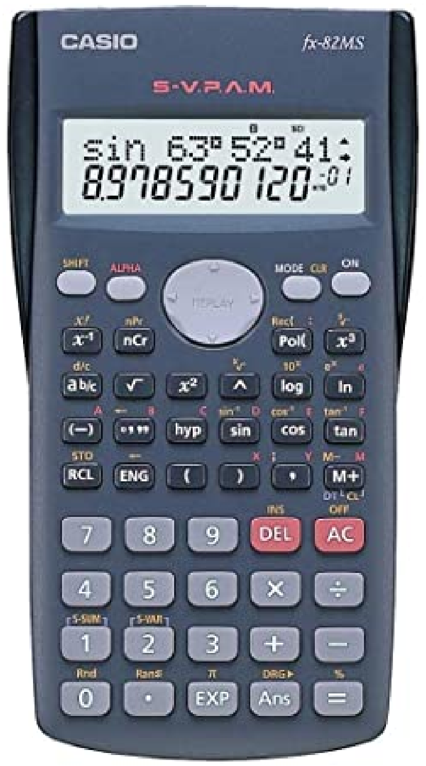
X={5, 7, 8, 9, 2, 10}

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício

Variância

É a média dos desvios ao quadrado



Determine a variância

$X=\{5, \quad 7, \quad 8, \quad 9, \quad 2, \quad 10\}$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{n} = 7{,}13$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância

Qual foi a solução para que a soma dos desvios não fosse 0?

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância

Qual foi a solução para que a soma dos desvios não fosse 0?

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

Logo a unidade de medida da variância é Unidade²

Kg², M², cm², Hora², ...

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância

Qual foi a solução para que a soma dos desvios não fosse 0?

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

Logo a unidade de medida da variância é Unidade²

Kg², M², cm², Hora², ...

Como retornar á unidade original?

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância

Qual foi a solução para que a soma dos desvios não fosse 0?

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

Logo a unidade de medida da variância é Unidade^2

Kg^2, M^2, cm^2, Hora^2, ...

Como retornar á unidade original?

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Desvio padrão

O desvio padrão sempre será a raiz da variância

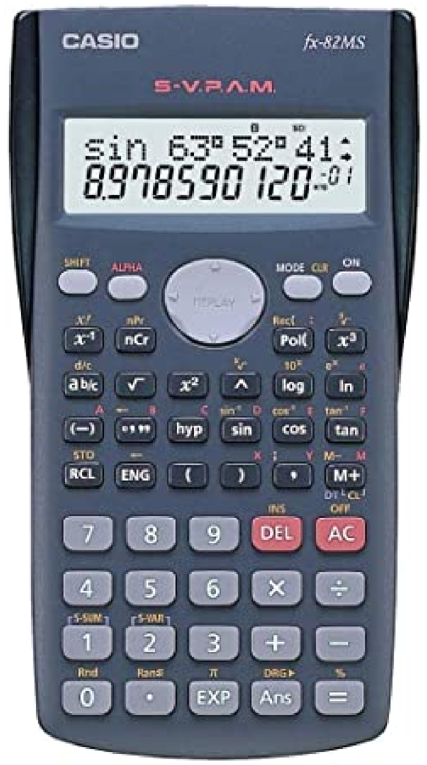
$$\sigma \quad = \sqrt{variância}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Desvio padrão

O desvio padrão sempre será a raiz da variância

$$\sigma = \sqrt{variância}$$



Determine o desvio padrão

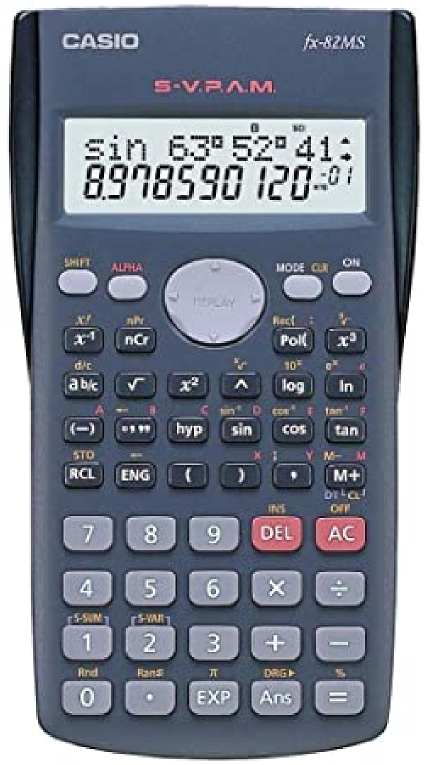
X={5, 7, 8, 9, 2, 10}

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Desvio padrão

O desvio padrão sempre será a raiz da variância

$$\sigma = \sqrt{variância}$$



Determine o desvio padrão

X={5, 7, 8, 9, 2, 10}

$$\sigma = 2{,}67$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância populacional

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

Variância amostral

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância populacional

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

Variância amostral

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Desvio padrão populacional

$$\sigma = \sqrt{variância}$$

Desvio padrão amostral

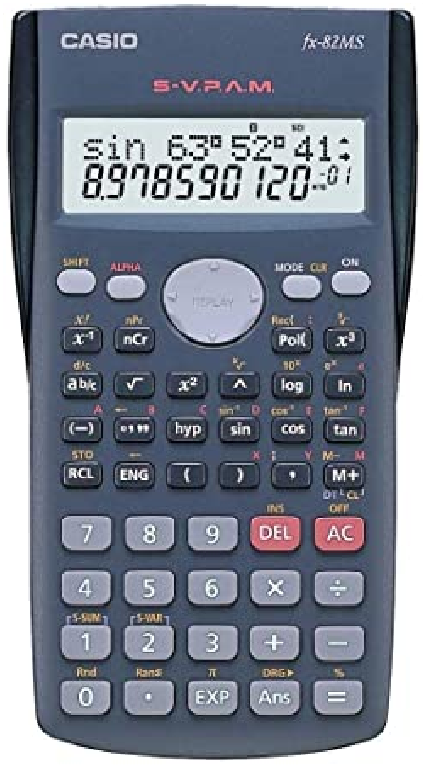
$$S = \sqrt{variância}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício

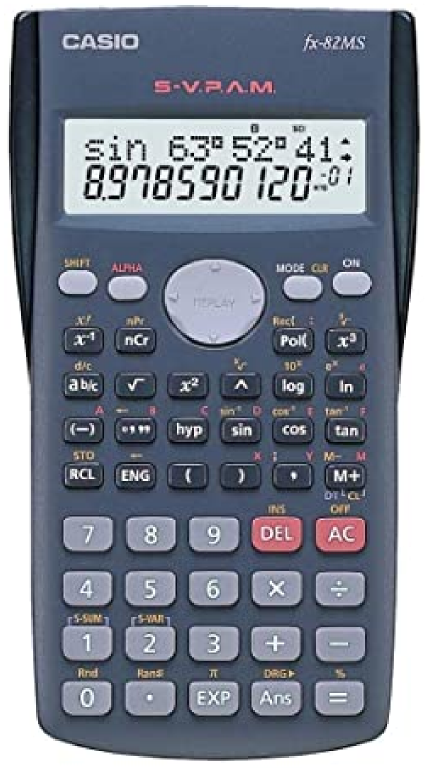
Determine a variância da amostra

$$X=\{5,\quad 7,\quad 8,\quad 9,\quad 2,\quad 10\}$$



MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício



Determine a variância da amostra

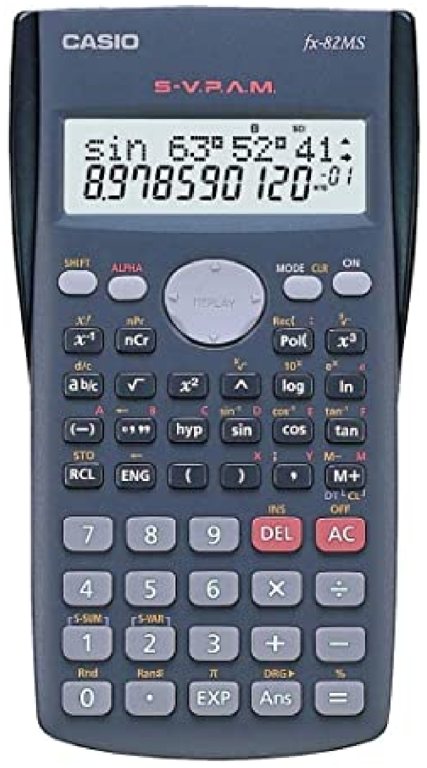
$$X=\{5,\ \ 7,\ \ 8,\ \ 9,\ \ 2,\ \ 10\}$$

$$s^2 = 2{,}92^2 = 8{,}56$$

Determine o desvio padrão da amostra

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício



Determine a variância da amostra

$X=\{5, \ 7, \ 8, \ 9, \ 2, \ 10\}$

$s^2 = 2{,}92^2 = 8{,}56$

Determine o desvio padrão da amostra

$S = 2{,}92$

RESUMO

	Populacional	Amostral
Tamanho	N	n
Média	$\mu = \frac{1}{N}\sum x$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$
Variância	$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$	$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{X})^2}{n-1}$
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{variância}$	S= $\sqrt{variância}$

Como comparar a variabilidade dos dados?

RESUMO X: peso Kg Y: Tempo min

	Populacional	Amostral
Tamanho	N	n
Média	$\mu = \frac{1}{N}\sum x$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$
Variância	$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{n}$	$s^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\bar{X})^2}{n-1}$
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{variância}$	S= $\sqrt{variância}$

RESUMO X: peso Kg Y: Tempo min

	Populacional	Amostral	
Tamanho	N	n	
Média	$\mu = \frac{1}{N}\sum x$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$	Kg min
Variância	$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$	$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{X})^2}{n-1}$	
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{variância}$	S= $\sqrt{variância}$	

RESUMO X: peso Kg Y: Tempo min

	Populacional	Amostral	
Tamanho	N	n	
Média	$\mu = \frac{1}{N}\sum x$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$	Kg min
Variância	$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{n}$	$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\bar{X})^2}{n-1}$	Kg^2 min^2
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{variância}$	S= $\sqrt{variância}$	

RESUMO

X: peso Kg   Y: Tempo min

	Populacional	Amostral		
Tamanho	N	n		
Média	$\mu = \frac{1}{N}\sum x$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$	Kg	min
Variância	$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{n}$	$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\bar{X})^2}{n-1}$	Kg^2	min^2
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{variância}$	S= $\sqrt{variância}$	Kg	min

RESUMO X: peso Kg Y: Tempo min

	Populacional	Amostral		
Tamanho	N	n		
Média	$\mu = \frac{1}{N}\sum x$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$	Kg	min
Variância	$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{n}$	$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\bar{X})^2}{n-1}$	Kg^2	min^2
Desvio padrão	$\sigma = \sqrt{variância}$	$S = \sqrt{variância}$	Kg	min

Taxa de variação em relação à média

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Coeficiente de variação

Mede a variação ou dispersão dos dados em termos relativos

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \; ou \; \frac{s}{\bar{x}}$$

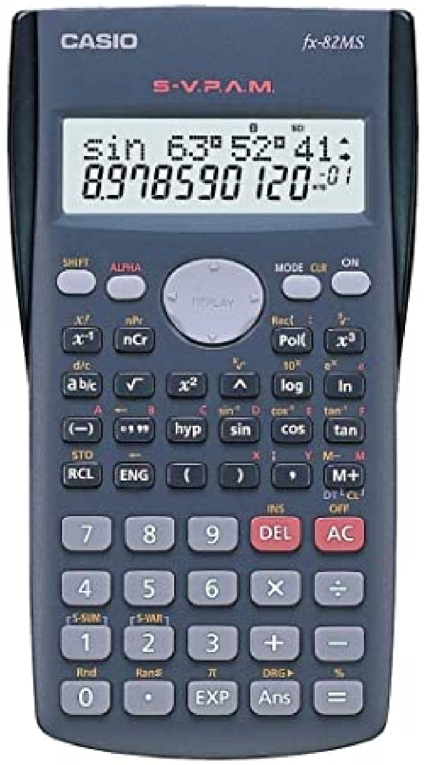
For menor ou igual a 15% → baixa dispersão: dados homogêneos
For entre 15 e 30% → média dispersão
For maior que 30% → alta dispersão: dados heterogêneos

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício

Determine o CV da amostra

$$X=\{5, \quad 7, \quad 8, \quad 9, \quad 2, \quad 10\}$$

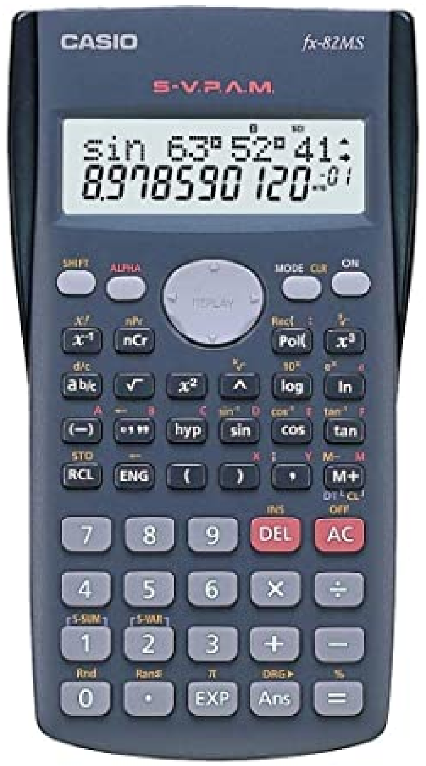


MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício

Determine o CV da amostra

$$X=\{5, \ 7, \ 8, \ 9, \ 2, \ 10\}$$



$S=2{,}92$ $\qquad \bar{X} = 6{,}83$

CV=0,42 = 42%

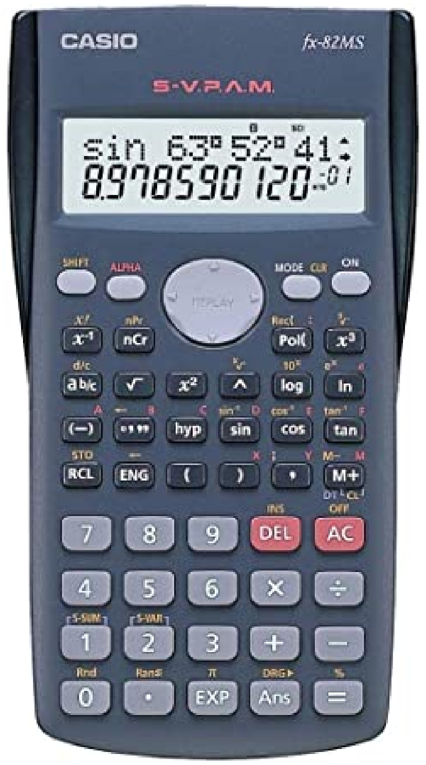
MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício

Determine o CV da <u>amostra</u>

$$X=\{5,\ 7,\ 8,\ 9,\ 2,\ 10\}$$

Dados heterogêneos



$S=2{,}92$ $\qquad \bar{X} = 6{,}83$

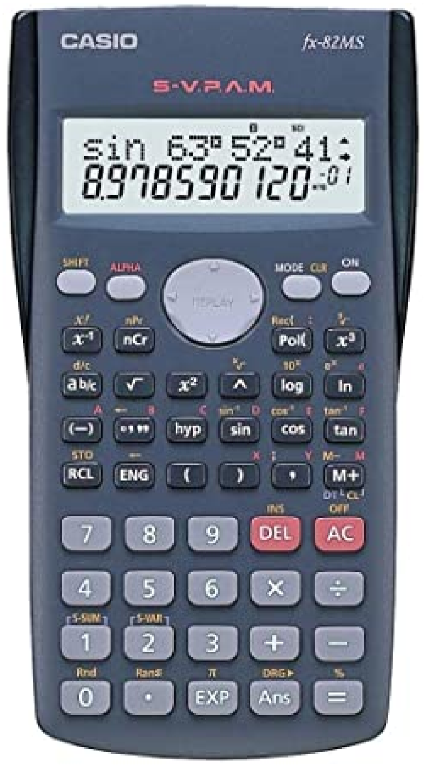
Variando 42% em relação à média

CV=0,42 = 42%

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício

Qual variável possui maior variabilidade? (amostra)



X={5, 7, 8, 9, 2, 10}

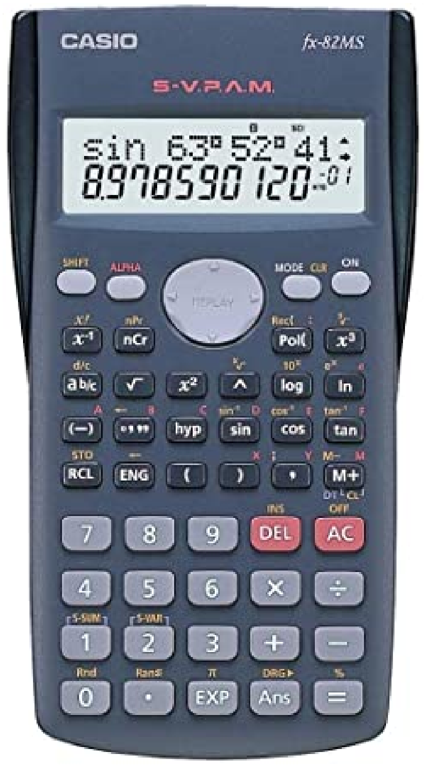
Y={9, 7, 8, 9, 6, 10}

S=2,92

$\bar{X} = 6,83$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Exercício



Qual variável possui maior variabilidade? (amostra)

X={5, 7, 8, 9, 2, 10}

S=2,92 $\bar{X} = 6,83$

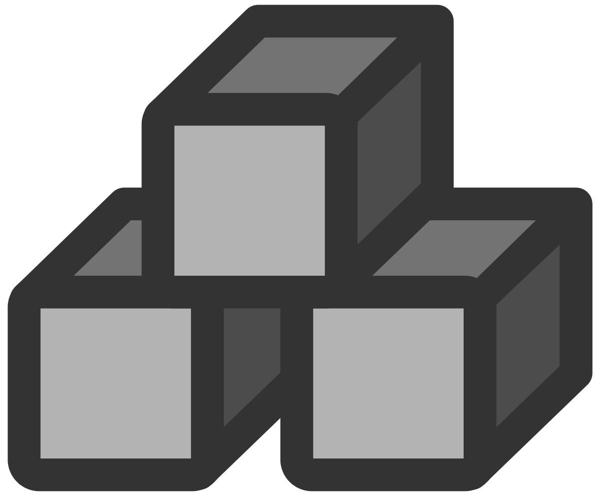
CV=0,42 = 42%

Y={9, 7, 8, 9, 6, 10}

S=1,47 $\bar{Y}$=8,16

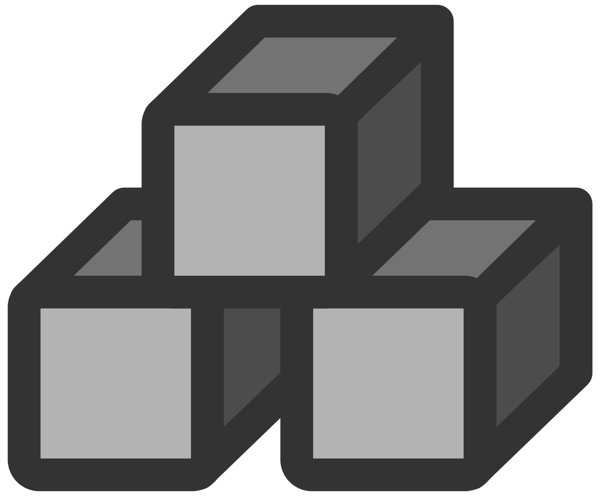
CV=0,18 = 18%

Exercício 1



Sabe-se que o peso médio de 20 blocos de concreto é de 5kg. Determine o peso da carga total.

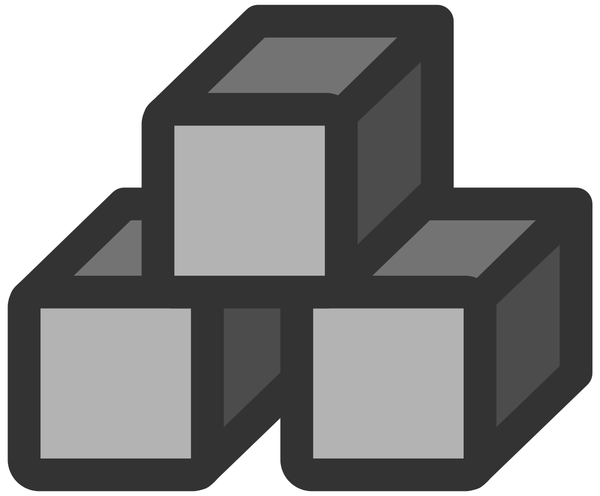
Exercício 1



Sabe-se que o peso médio de 20 blocos de concreto é de 5kg. Determine o peso da carga total.

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum x$$

Exercício 1



Sabe-se que o peso médio de 20 blocos de concreto é de 5kg. Determine o peso da carga total.

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x$$

$$5=(1/20)*\sum x$$

$$\sum x = 100$$

THANK YOU!