

PROBABILIDADE: MODELOS DISCRETOS



thiagoramires@utfpr.edu.br

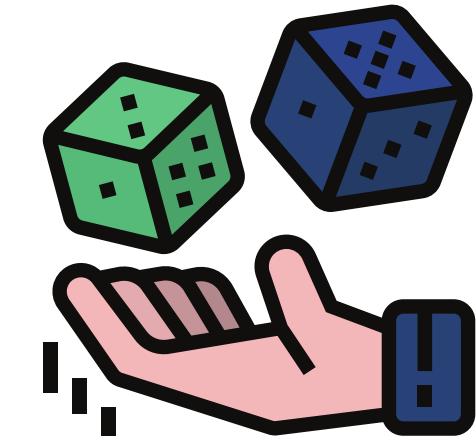
(43) 99183-0309

MODELOS DE PROBABILIDADE SÃO FUNÇÕES QUE CALCULAM PROBABILIDADES

Passos

- 1- Definir a variável do estudo X
- 2- Identificar o modelo

f_x



Modelos Discretos

Propriedades

- Esperança $E(X)$ = Média

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i)$$

Modelos Discretos

Propriedades

- Esperança $E(X) = \text{Média}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i)$$

- Esperança $E(X^2) = \text{Média}^2$

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(x_i)$$

Modelos Discretos

Propriedades

- Esperança $E(X)$ = Média

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i)$$

- Esperança $E(X^2)$ = Média 2

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(x_i)$$

- Variância $Var(X)$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Modelos Discretos

Propriedades

- Esperança $E(X) = \text{Média}$
- Esperança $E(X^2) = \text{Média}^2$
- Variância $\text{Var}(X)$
- Função distribuição acumulada $F(X)=P(X<x)$

**Modelos
Discretos**

**Modelo
Bernoulli**

O modelo de Bernoulli é caracterizado por
uma única tentativa

$X=0$ fracasso

$X=1$ sucesso

p = probabilidade de sucesso

$1-p$ =probabilidade de fracasso

Modelos Discretos

Modelo Bernoulli

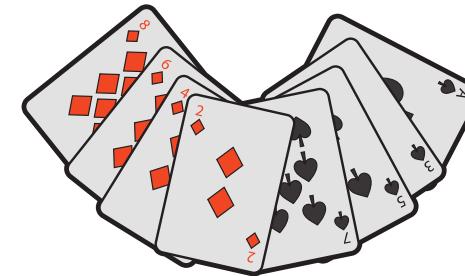
O modelo de Bernoulli é caracterizado por
uma única tentativa

$X=0$ sucesso

$X=1$ fracasso

p = probabilidade de sucesso

$1-p$ =probabilidade de fracasso



Em um baralho com 52 cartas,
qual a probabilidade de retirar um A de copas?



Modelos Discretos

Modelo Bernoulli

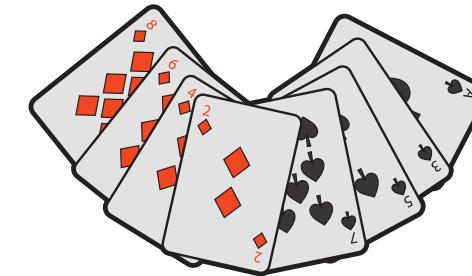
O modelo de Bernoulli é caracterizado por uma única tentativa

X=0 sucesso

X=1 fracasso

p= probabilidade de sucesso

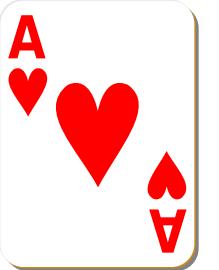
1-p =probabilidade de fracasso



Em um baralho com 52 cartas,
qual a probabilidade de retirar um A de copas?

$$f(X=1)=1/52$$

qual a probabilidade de NÃO retirar um A de copas?



Modelos Discretos

Modelo Bernoulli

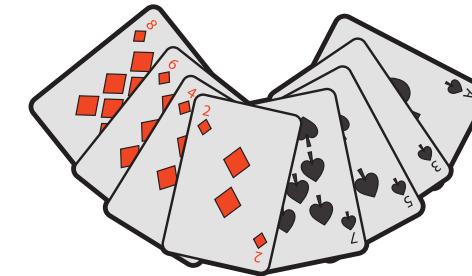
O modelo de Bernoulli é caracterizado por uma única tentativa

X=0 sucesso

X=1 fracasso

p= probabilidade de sucesso

1-p =probabilidade de fracasso

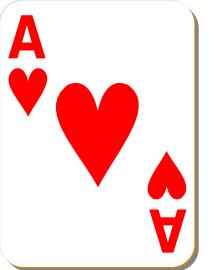


Em um baralho com 52 cartas,
qual a probabilidade de retirar um A de copas?

$$f(X=1)=1/52$$

qual a probabilidade de NÃO retirar um A de copas?

$$f(X=0)=51/52$$



Modelos Discretos

Modelo Bernoulli

O modelo de Bernoulli é caracterizado por uma única tentativa

X=0 sucesso

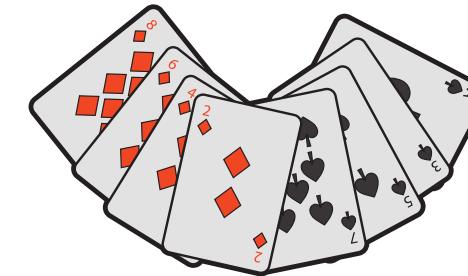
X=1 fracasso

p= probabilidade de sucesso

1-p =probabilidade de fracasso

função de probabilidade

$$f(x) = p^x (1-p)^{1-x}$$



Em um baralho com 52 cartas,
qual a probabilidade de retirar um A de copas?

$$f(X=1) = 1/52$$

qual a probabilidade de NÃO retirar um A de copas?

$$f(X=0) = 51/52$$



Modelos Discretos

Modelo Bernoulli

O modelo de Bernoulli é caracterizado por uma única tentativa

X=0 sucesso

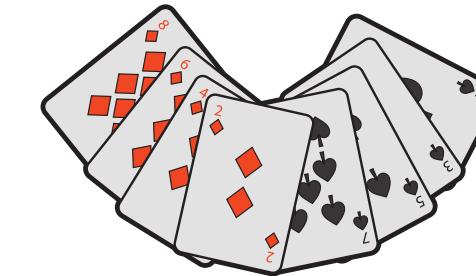
X=1 fracasso

p= probabilidade de sucesso

1-p =probabilidade de fracasso

função de probabilidade

$$f(x) = p^x (1-p)^{1-x}$$



Em um baralho com 52 cartas,
qual a probabilidade de retirar um A de copas?

$$f(X=1) = 1/52$$

qual a probabilidade de NÃO retirar um A de copas?

$$f(X=0) = 51/52$$

- Esperança $E(X)$ = Média

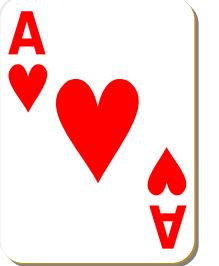
$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i)$$

- Esperança $E(X^2)$ = Média 2

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(x_i)$$

- Variância $Var(X)$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$



Modelos Discretos

Modelo Bernoulli

O modelo de Bernoulli é caracterizado por uma única tentativa

X=0 sucesso

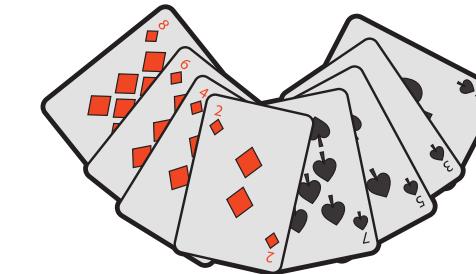
X=1 fracasso

p= probabilidade de sucesso

1-p =probabilidade de fracasso

função de probabilidade

$$f(x) = p^x (1-p)^{1-x}$$



Em um baralho com 52 cartas,
qual a probabilidade de retirar um A de copas?



$$f(X=1) = 1/52$$

qual a probabilidade de NÃO retirar um A de copas?

$$f(X=0) = 51/52$$

- Esperança $E(X)$ = Média

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i)$$

$$E(X) = p$$

- Esperança $E(X^2)$ = Média ²

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(x_i)$$

$$E(X^2) = p$$

- Variância $Var(X)$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$Var(X) = p(1-p)$$

**Modelos
Discretos**

**Modelo
Binomial**

O modelo de Binomial é caracterizado por n
tentativas de Bernoulli

X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

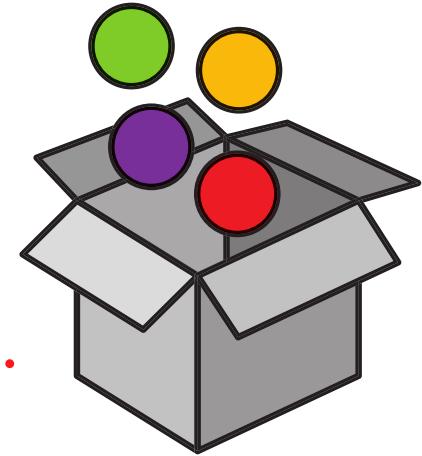
X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, **com reposição**.



Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

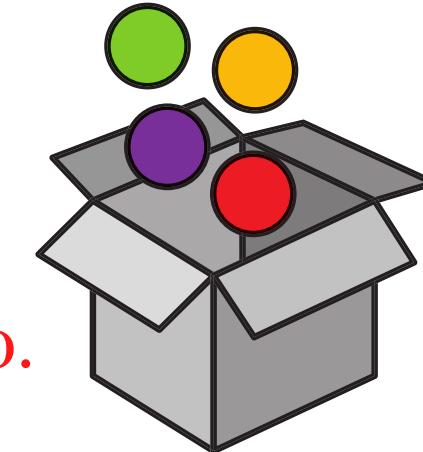
X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, **com reposição**.



Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

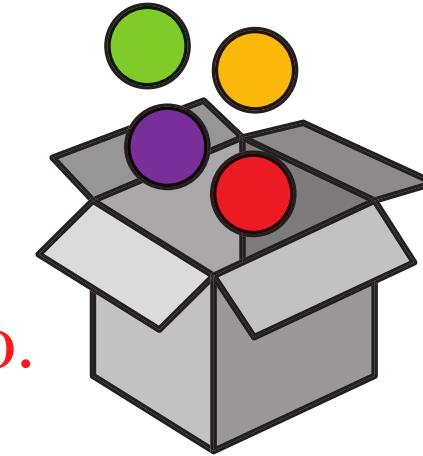
X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, **com reposição**.



Considere sucesso a bola **verde**. Determine:

- a) valores possíveis de X
- b) $P(X=0)$
- c) $P(X=1)$
- d) $P(X=2)$

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

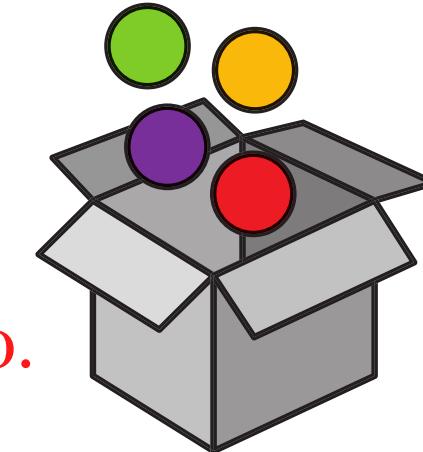
X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, **com reposição**.



Considere sucesso a bola **verde**. Determine:

- a) valores possíveis de X
- b) $P(X=0)$ **NN**
- c) $P(X=1)$ **NV + VN**
- d) $P(X=2)$ **VV**

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

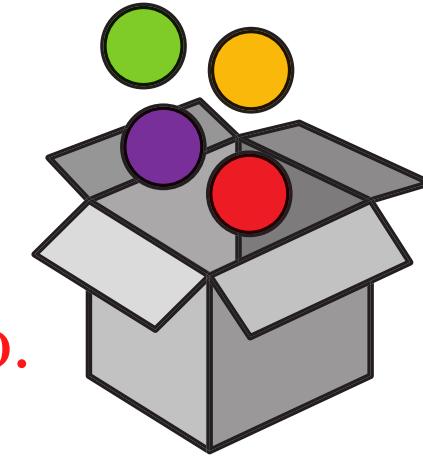
X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, com reposição.



Considere sucesso a bola verde. Determine:

a) valores possíveis de X

b) $P(X=0)$ NN

$$(3/4)^2$$

c) $P(X=1)$ NV +VN

d) $P(X=2)$ VV

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

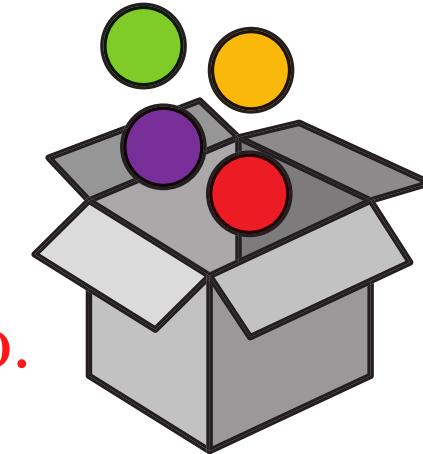
X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, com reposição.



Considere sucesso a bola verde. Determine:

a) valores possíveis de X

b) $P(X=0)$ NN $(3/4)^2$

c) $P(X=1)$ NV + VN $2(1/4)(3/4)$

d) $P(X=2)$ VV

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

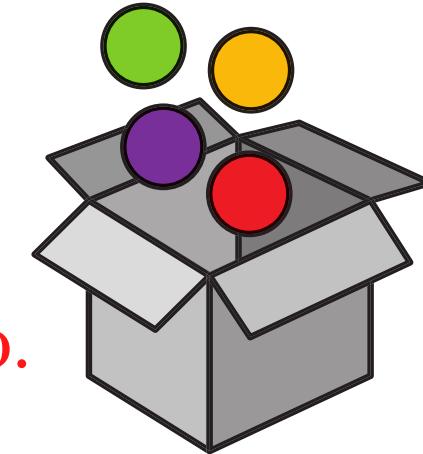
X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, com reposição.



Considere sucesso a bola verde. Determine:

a) valores possíveis de X

b) $P(X=0)$ NN $(3/4)^2$

c) $P(X=1)$ NV +VN $2(1/4)(3/4)$

d) $P(X=2)$ VV $(1/4)^2$

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

função de probabilidade

$$f(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, com reposição.



Considere sucesso a bola verde. Determine:

a) valores possíveis de X

b) $P(X=0)$ NN $(3/4)^2$

c) $P(X=1)$ NV + VN $2(1/4)(3/4)$

d) $P(X=2)$ VV $(1/4)^2$

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

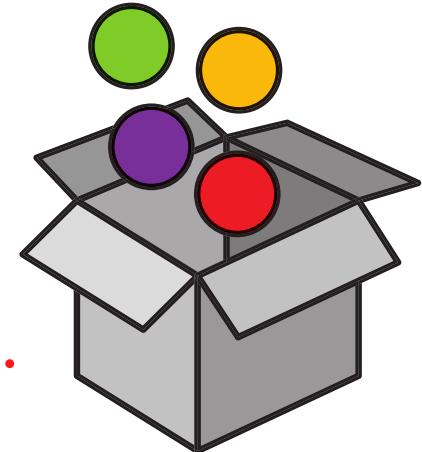
1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

função de probabilidade

$$f(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Considere a seguinte caixa
Retirasse 2 bolas, com reposição.



Considere sucesso a bola verde. Determine:

a) valores possíveis de X

b) $P(X=0)$ NN $(3/4)^2$

c) $P(X=1)$ NV + VN $2(1/4)(3/4)$

d) $P(X=2)$ VV $(1/4)^2$

Propriedades

$$E(X)=np$$

$$\text{Var}(X)=np(1-p)$$

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

função de probabilidade

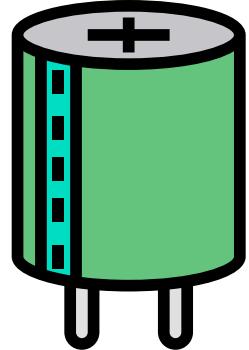
$$f(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad E(X)=np$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$\text{Var}(X)=np(1-p)$$



Exercício 1



Determinado capacitor tem a probabilidade de queimar de 0,1. Em um equipamento contendo 10 capacitores, qual a probabilidade de:

- Nenhum queimar?
- Dois queimarem?
- Ao menos um queimar?
- 9 ou menos queimarem?
- A média de capacitores queimados por equipamento?
- Variância e desvio padrão?

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

função de probabilidade

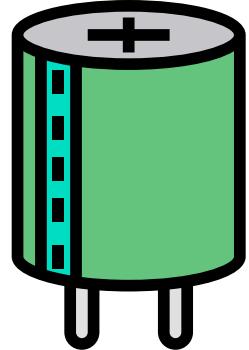
$$f(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad E(X)=np$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$\text{Var}(X)=p(1-p)$$



Exercício 1



Determinado capacitor tem a probabilidade de queimar de 0,1. Em um equipamento contendo 10 capacitores, qual a probabilidade de:

- Nenhum queimar? 0.0009
- Dois queimarem? 0.04
- Ao menos um queimar? 1-0.0009
- 9 ou menos queimarem? 0,999
- A média de capacitores queimados por equipamento?
- Variância e desvio padrão?

Modelos Discretos

Modelo Binomial

O modelo de Binomial é caracterizado por n tentativas de Bernoulli

X= quantidade de sucessos

n= número de tentativas

p= probabilidade de sucesso de cada tentativa

1-p =probabilidade de fracasso de cada tentativa

função de probabilidade

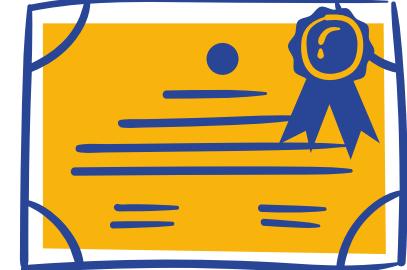
$$f(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad E(X)=np$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$\text{Var}(X)=p(1-p)$$



Exercício 2



Três em cada quatro alunos de uma universidade fizeram cursinho antes de prestar vestibular. Se 16 alunos são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que:

- Pelo menos 12 tenham feito cursinho?
- No máximo 13 tenham feito cursinho?
- Exatamente 12 tenham feito cursinho?
- Em um grupo de 80 alunos selecionados ao acaso, qual é o número esperado de alunos que fizeram cursinho? E a variância?

Modelos Discretos

Modelo Poisson

O modelo de Poisson é semelhante ao modelo Binomial, porém com o número de tentativas "n" tendendo ao infinito.

X= quantidade de sucessos

λ = média

Modelos Discretos

Modelo Poisson

O modelo de Poisson é semelhante ao modelo Binomial, porém com o número de tentativas "n" tendendo ao infinito.

X= quantidade de sucessos

λ = média

função de probabilidade

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad E(X) = \lambda \\ \text{Var}(X) = \lambda$$

Modelos Discretos

Modelo Poisson

O modelo de Poisson é semelhante ao modelo Binomial, porém com o número de tentativas "n" tendendo ao infinito.

X= quantidade de sucessos

λ = média

função de probabilidade

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$\text{Var}(X) = \lambda$$



Exercício



Um departamento que funciona 24h por dia, recebe em média 5 ligações por hora. Determine as probabilidades

- Receber 2 ligações em uma hora? 0.08
- Receber menos de 3 ligações em uma hora? 0.124
- Receber mais de 5 ligações em uma hora? 0.384
- Receber 260 ligações em 2 dias? Lambda=240. 0.01



Modelo

Bernoulli

Binomial

Poisson

Descrição

Um único sucesso ou fracasso $n=1$

n sucesso em n tentativas

número indeterminado de sucessos



CHEGA
DE UNAO
AGUENTAR MAIS