

Aula 3: Classificação de Gramáticas

Prof. Lucio A. Rocha

Engenharia de Computação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR
Campus Apucarana, Brasil

2º semestre / 2023

Sumário

1 Classificação de Gramáticas

2 Expressões Regulares

3 Aplicações de Linguagens

Seção 1

Classificação de Gramáticas

Classificação de Gramáticas

- Gramáticas podem ter produções com diferentes graus de complexidade em seu formato:
 - Quantos símbolos no lado esquerdo?
 - Como os símbolos que aparecem no lado esquerdo podem aparecer no lado direito (recursividade)?
- Quanto menor for a restrição no formato das produções, maior o poder de expressão da gramática
 - Podem representar gramáticas mais complexas
 - Mais complexo o método de reconhecimento de sentenças

Classificação de Gramáticas

- Classificação de Gramáticas / Reconhecimento de sentenças:

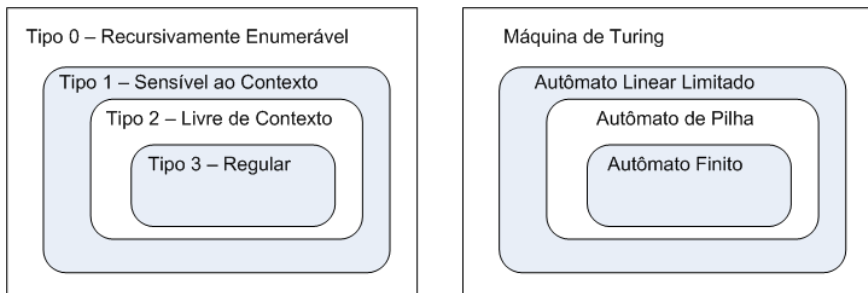


Figura: Classificação de Gramáticas / Reconhecimento de Sentenças.

Classificação de Gramáticas

Tipo	Gramática	Regras de Produção
Tipo 0	Recursivamente enumerável	$\alpha \rightarrow \beta$
Tipo 1	Sensível ao Contexto	$\alpha \rightarrow \beta, \alpha \leq \beta $
Tipo 2	Livre de Contexto	$\alpha \rightarrow \beta, \alpha = 1$
Tipo 3	Regular	$A \rightarrow A\beta$ ou $A \rightarrow \beta A$

Classificação de Gramáticas

- Tipo 0: Gramática Recursivamente Enumerável

- Inclui todas as formas de gramáticas.
- Sentenças reconhecidas por Máquina de Turing.
- Muito genéricas para descrever linguagens de programação.
- Pelo menos uma das gramáticas pode ter a forma:

$$\alpha \rightarrow \beta, |\alpha| \geq |\beta|$$

- Uma derivação pode reduzir a quantidade de símbolos na forma sentencial.
- α contém símbolos não-terminais e β contém símbolos não-terminais e terminais.

Classificação de Gramáticas

- Tipo 0: Gramática Recursivamente Enumerável

- Ex.:
- $AB \rightarrow Ab$
- $AB \rightarrow CB$
- $CB \rightarrow A$ (reduz a quantidade de símbolos da produção anterior)
- $S \rightarrow b$
- $a \rightarrow AB$ (Não)
- $a \rightarrow aB$ (Não)

Classificação de Gramáticas

- Tipo 1: Gramática Sensível ao Contexto
 - As produções $\alpha \rightarrow \beta$ devem obedecer à restrição:
$$|\alpha| \leq |\beta|$$
 - Nenhuma derivação pode reduzir a quantidade de símbolos da forma sentencial. (Exceto para gerar a palavra vazia $S \rightarrow \varepsilon$)
 - Sentenças reconhecidas por Autômato Linear Limitado.

Classificação de Gramáticas

- Tipo 1: Gramática Sensível ao Contexto
 - Ex.: $\alpha \rightarrow \beta$
 - $Aa \rightarrow aA$
 - $X \rightarrow XaA$
 - $aAb \rightarrow bb$ (Não, pois $|\alpha| \leq |\beta|$)

Classificação de Gramáticas

- Tipo 2: Gramática Livre de Contexto

- As produções $\alpha \rightarrow \beta$ devem obedecer à restrição:

$$|\alpha| = 1$$

- O lado esquerdo da produção tem um único símbolo não-terminal.
- Poder de expressão suficiente para tratar os principais comandos de linguagens de programação.
- Pode ter auto-incorporação de símbolos não-terminais.
- Reconhecidas por um Autômato de Pilha Não-Determinístico.

Classificação de Gramáticas

- Tipo 2: Gramática Livre de Contexto

- Ex.: $\alpha \rightarrow \beta$, $|\alpha| = 1$

- $A \rightarrow BCD$

- $B \rightarrow aBC$ (auto-incorporação)

- $a \rightarrow AbC$ (Não)

Classificação de Gramáticas

- Tipo 3: Gramática Regular

- Apenas um símbolo no lado esquerdo da produção.
- Se a produção é recursiva, não contém auto-incorporação (i.e., a recursão aparece no início ou no fim da produção).
- As produção recursivas devem ser:

$$A \rightarrow A\beta \text{ ou } A \rightarrow \beta A$$

Classificação de Gramáticas

- ...Tipo 3: Gramática Regular

- Reconhecidas por um Autômato Finito.
- Utilizadas para definir padrões de busca em linguagens de programação.
- Pode ser classificada em:
 - Linear à Direita: repetição de símbolos não-terminais do lado direito da produção:

$$S \rightarrow aS|a$$

- Linear à Esquerda: repetição de símbolos não-terminais do lado esquerdo da produção:

$$S \rightarrow Sa|a$$

Classificação de Gramáticas

- ...Tipo 3: Gramática Regular

- Exemplo:

- $S \rightarrow aS \mid a$
 - $S \rightarrow Sa \mid b$
 - $S \rightarrow A$
 - $A \rightarrow ba$
 - $A \rightarrow bAa$ (Não)

Classificação de Gramáticas

- ...Tipo 3: Gramática Regular

- Exemplo:

- $N \rightarrow aR$

- $R \rightarrow aR$

- $R \rightarrow bR$

- $R \rightarrow \varepsilon$

Seção 2

Expressões Regulares

Expressões Regulares

- Formalismo Denotacional.
- Uma Expressão Regular (ER) é definida pelas seguintes regras:
 - A string vazia ε é uma ER.
 - Dado um alfabeto A , então um elemento de A é uma ER em A .
 - Se P é uma ER em A , então a repetição de 0 ou mais símbolos de A , denotado P^* , também é uma ER em A .
 - Se P e Q são ER em A , então a sequência de P e Q , denotada PQ , também é uma ER em A .
 - Se P e Q são ER em A , então a alternativa entre P e Q , denotada $P|Q$, também é uma ER em A .

Expressões Regulares

- Exemplos:
 - Para o alfabeto $A = \{a, b\}$, são ER:

ER	Palavras
aa^*	a, aa, aaaaaaa
$(aa)^*$	ε , aa, aaaa, aaaaaa
$a(a b)^*b$	ab,aab,abb,aabb,abab
$(ba) (a^*b)$	ba, b, aaaab

Expressões Regulares

- Relação entre ER e Gramáticas Regulares:
 - *Concatenação*: mesma representação, ou seja, um símbolo após o outro.
 - *Alternativa*: na gramática indica produções alternativas para um mesmo símbolo não-terminal.
 - *Repetição*: na gramática indica uma produção recursiva. Se a expressão tem zero ocorrências do padrão, então a regra que leva ao fim da recursão leva à string vazia.

Expressões Regulares

- Exemplos:

- aa^* equivale a uma gramática com produções \mathbb{P} :

- $S \rightarrow aA$

- $A \rightarrow aA$

- $A \rightarrow \varepsilon$

- Outro conjunto de produções \mathbb{P} possível:

- $S \rightarrow aS$

- $S \rightarrow a$

- $a(a|b)^*b$ equivale a uma gramática com produções \mathbb{P} :

- $S \rightarrow aAb$

- $A \rightarrow aA$

- $A \rightarrow Ab$

- $A \rightarrow \varepsilon$

Seção 3

Aplicações de Linguagens

Aplicações de Linguagens

- Tipo 0 (Recursivamente enumerável): linguagem que possui a gramática mais genérica, sem restrições quanto ao tipo de produções.
- Tipo 1 (Sensível ao Contexto): Linguagens reconhecidas por Máquina de Turing não-determinística linearmente limitada (ou autômato linearmente limitado). Toda linguagem formal que pode ser decidida por esta máquina é sensível ao contexto.
- Tipo 2 (Livre de Contexto): Análise Sintática. Reconhecimento de palavras com autômato de pilha.
- Tipo 3 (Regular): Análise Léxica. Reconhecimento de palavras com autômato finito.