

Aula 10: Formas Normais de Gramáticas Livres de Contexto

Prof. Lucio A. Rocha

Engenharia de Computação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR
Câmpus Apucarana, Brasil

1º semestre / 2023

Sumário

1 Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

Seção 1

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Em linguagens Livres de Contexto (LLC ou Tipo 2), a Forma Normal estabelece restrições rígidas no formato das produções.

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Forma Normal de Chomsky: as produções seguem a restrição:

$$A \rightarrow BC \text{ ou } A \rightarrow a$$

- A transformação de uma GLC na Forma Normal de Chomsky passa por 3 (três) etapas:

① Simplificação da gramática:

- Excluir símbolos inúteis.
- Excluir produções vazias.
- Substituir produções $A \rightarrow B$ (B se tornará símbolo terminal)

② Transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois:

- Lado direito das produções apenas com variáveis.
- Trocar produção que leva a símbolo terminal. Exemplo:

$$E \rightarrow E + E \text{ trocar por:}$$

$$E \rightarrow EC_+ E$$

$$C_+ \rightarrow +$$

- ③ Transformar o lado direito das produções de comprimento maior ou igual a três em produções com apenas duas variáveis do lado direito.

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Exemplo: Seja a GLC: $G = (\{+, *, [,], x\}, \{E\}, \mathbb{P}, E)$, tal que $\mathbb{P} = \{E \rightarrow E + E \mid E * E \mid [E] \mid x\}$

① Etapa 1: a gramática já está simplificada.

② Etapa 2:

$$E \rightarrow EC_+E \mid EC_*E \mid C_+[E] \mid x$$

$$C_+ \rightarrow +$$

$$C_* \rightarrow *$$

$$C_[] \rightarrow [$$

$$C_[] \rightarrow]$$

③ Etapa 3:

$$E \rightarrow EC_+E \Rightarrow E \rightarrow ED_1, D_1 \rightarrow C_+E$$

$$E \rightarrow EC_*E \Rightarrow E \rightarrow ED_2, D_2 \rightarrow C_*E$$

$$E \rightarrow C_+[E] \Rightarrow E \rightarrow C_[]D_3, D_3 \rightarrow EC_[]$$

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- A gramática resultante na Forma Normal de Chomsky:

$G = (\{+, *, [,], x\}, \{E\}, \mathbb{P}, E)$, tal que

$\mathbb{P} = \{$

$E \rightarrow ED_1, D_1 \rightarrow C_+E,$

$E \rightarrow ED_2, D_2 \rightarrow C_*E,$

$E \rightarrow C_[]D_3, D_3 \rightarrow EC_],$

$C_+ \rightarrow +,$

$C_* \rightarrow *,$

$C_[] \rightarrow [,$

$C_[] \rightarrow],$

$E \rightarrow x$

$\}$

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Forma Normal de Greibach (FNG): todas as produções são da forma:

$$A \rightarrow a\alpha$$

- A : é variável do conjunto de símbolos não-terminais V_N .
 - a : é símbolo terminal
 - α : é uma palavra $w \in V_N^*$
- Como $A \rightarrow a\alpha$, a palavra vazia não pertence a essa Forma Normal.

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Transformação de uma GLC em uma FNG:

- 1 Etapa 1: Simplificação de gramática.

- 2 Etapa 2: Renomeação das variáveis em ordem crescente. Ex.:

$$A_1, A_2, \dots, A_N$$

- 3 Etapa 3: Transformação das produções para a forma

$$A_R \rightarrow A_S \alpha \mid R \leq S \text{ ou}$$

$$A_S \rightarrow \beta_1 \alpha \mid \dots \mid \beta_m \alpha \mid R > S$$

(ou seja, trocar A_S por uma derivação dele com índice menor)

- 4 Etapa 4: exclusão de produção com recursão à esquerda:

$$\text{Trocar } A_R \rightarrow A_R \alpha \text{ por}$$

$$B_R \rightarrow \alpha B_R$$

- 5 Etapa 5: um terminal no início do lado direito das produções:

$$A_R \rightarrow A_S \alpha \mid R < S$$

(Ou seja, ao derivar A_S , em algum momento haverá $A_R \rightarrow a\alpha$)

- 6 Etapa 6: produções na forma:

$$A \rightarrow a\alpha$$

em que α é composto por variáveis.

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

Exemplo: Seja a GLC: $G = (\{a, b\}, \{S, A\}, \mathbb{P}, S)$ tal que
 $\mathbb{P} = \{S \rightarrow AA \mid a, A \rightarrow SS \mid b\}$

- Etapa 1: a gramática já está simplificada.

- Etapa 2:

$$A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a$$

$$A_2 \rightarrow A_1 A_1 \mid b$$

- Etapa 3:

$$A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a \text{ (manteve)}$$

$$A_2 \rightarrow A_1 A_1 \Rightarrow A_2 \rightarrow A_2 A_2 A_1 \mid a A_1 \mid b \text{ (mudou)}$$

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Etapa 4: excluir produções com recursão à esquerda:

$A_1 \rightarrow A_2A_2 \mid a$ (manteve)

$A_2 \rightarrow A_2A_2A_1 \mid aA_1 \mid b \Rightarrow$

$A_2 \rightarrow aA_1 \mid aA_1B \mid b \mid bB$ (sem recursão | com recursão,...)

$B \rightarrow A_2A_1 \mid A_2A_1B$ (sem recursão | com recursão)

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Etapa 5: um terminal no início do lado direito de cada produção.
 - Substitui A_2 para ter um terminal no início do lado direito da produção:
 $A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a \Rightarrow$
 $A_1 \rightarrow a A_1 A_2 \mid a A_1 B A_2 \mid b A_2 \mid b B A_2 \mid a$
 $A_2 \rightarrow a A_1 \mid a A_1 B \mid b \mid b B$ (mantém)
 - Substitui B para ter um terminal no início do lado direito da produção:
 $B \rightarrow A_2 A_1 \mid A_2 A_1 B \Rightarrow$
 $B \rightarrow a A_1 A_1 \mid a A_1 B A_1 \mid b A_1 \mid b B A_1 \mid$
 $a A_1 A_1 B \mid a A_1 B A_1 B \mid b A_1 B \mid b B A_1 B$

Formas Normais de Gramática Livre de Contexto

- Etapa 6: produções na forma $A \rightarrow a\alpha \mid \alpha$ é composto por variáveis.
- Gramática resultante na FNG: $G_{FNG} = (\{a, b\}, \{A_1, A_2, B\}, \mathbb{P}, A_1)$, tal que

$$\mathbb{P} = \{$$

$$A_1 \rightarrow aA_1A_2 \mid aA_1BA_2 \mid bA_2 \mid bBA_2 \mid a,$$

$$A_2 \rightarrow aA_1 \mid aA_1B \mid b \mid bB,$$

$$B \rightarrow aA_1A_1 \mid aA_1BA_1 \mid bA_1 \mid bBA_1 \mid$$

$$aA_1A_1B \mid aA_1BA_1B \mid bA_1B \mid bBA_1B \}$$