

Emanuel Rollin - 20106951

<https://github.com/IFT3275-Securite-Informatique/devoir-1-cryptographie-sus>

QUESTION 1

Idee Attaque 1 : Si N est petit, On peut factoriser N pour retrouver :

- p et q
- et $\phi = (p-1)(q-1)$
- et $d = \text{inverse}(e, \phi)$
- et $m = \text{pow}(c, d, n)$

On utiliserait la même méthode que dans le tuto <https://www.youtube.com/watch?v=WvqoKLI4I&list=PLX3dA7a5RDPYzS7WUiuLktRJPgaFHk58&index=3>

```
def attaque1( n, e, c ) :  
    dictionary = factorint( n ) #sort of bruteforce  
    attaque2( dictionary[ 0 ], dictionary[ 1 ], n, e, c )
```

ici N est grand, alors probablement impossible a factoriser dans le temps alloué pour la remise de ce tp

Idée Attaque 2 : Est-ce que la paire p, q existe dans les databases publiques tel que <https://factordb.com/> ou <https://www.alpertron.com.ar/ECM.HTM> ?

On utilise la même méthode que l'attaque 1, mais on utilise une database qui contient déjà les facteurs pour le N spécifié. On trouve un résultat sur alpertron, les valeurs de p et q étaient dans la database, voir code plus bas.

```
def attaque2( p, q, n, e, c ) :  
    phi = ( p - 1 ) * ( q - 1 )  
    d = modinv( e, phi )  
    m = modular_pow( c, d, n )  
    print M( m )
```

```

def printM(m):
    binary = bin(m)[2:]
    padded_binary = binary.zfill((len(binary) + 7) // 8 * 8)
    #le padding est essentiel à la lecture du message
    bytes = [padded_binary[i:i+8] for i in range(0,
len(padded_binary), 8)]
    message=""
    for byte in bytes:
        value = int(str(byte), 2)
        letter = chr(value)
        message+=letter
    print(message)

```

Clé publique Question 1.1

N =
143516336909281815529104150147210248002789712761086900059705342103220782674046289232082435789563283739805
745579873432846680889870107881916428241419520831648173912486431640350000860973935300056089286158737579357
805977019329557985454934146282550582942463631245697702998511180787007029139561933433550242693047924440388
550983498690080764882934101834908025314861468726253425554334760146923530403924523372477686668752567287060
201407464630943218236132423772636675182977585707596016011556917504759131444160240252733282969534092869685
338931241204785750519748505439039801119762049796085719106591562217115679236583

e = 3

Cryptogramme 1.1

C = 1101510739796100601351050380607502904616643795400781908795311659278941419415375

Via la DB alpertron on trouve

p=
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936122493198378815695858127594672917553146825187
1452856923140435984577574698574803934567774824230985421074605062371141877954182153046474983581941267398767559165543946077062
914571196477686542167660429831652624386837205668073457

q=
1339385758982834151185531311325002263201756014631917009304687985462938813906170153116497973519619822659493341146941433531483
9316071153925544980721968373218504918209718530288731776343256327963927347442727691308093729477426584248459448956929932596328
643213995597108177709575537289565780483547741631653719

Tel que `attaque2(p, q, N, e, C)` retourne "Umber to Eco"

Clé publique Question 1.2

N =
1722196042911381786349249801766522976033476553133042800716464105238649392088555470784989229474759404877668946958481194160170

```
6784412945829971388970342499797780869498371796842000103316872236006730714339048509522936717242319546958254592097553906069953
0956357494837243598213416944408434967474317474605697904676813343577310719430442085422937057220239881971046349315235043163226
3553025677260742697204080514618051138194565131964921927274982707025942178005029047612357118092031238425066219734884946706634
83187137290546241477681096402483981619592515049062514180404818608764516997842633077157249806627735448350463
```

$e = 173$

Cryptogramme 1.2

```
C =
2578224837766991964852241706873499930162984363777335246122468641501061735512538799473299274541662165153134047654687051035516
5303752005023118034265203513423674356501046415839977013701924329378846764632894673783199644549307465659236628983151796254371
0468145482241596043027374705784954407694082539541866055674928642920715459264871991146125865104339434200518649241776732433816
8120626537233374935408953539487071473020449916257782552632994489645445032225656348512308111667924671595962156960372537974687
0623049834475932535184196208270713675357873579469122917915887954980541308199688932248258654715380981800909
```

Avec facteurs issus de la db alpertron :

```
p=
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936122493198378815695858127594672917553146825187
1452856923140435984577574698574803934567774824230985421074605062371141877954182153046474983581941267398767559165543946077062
914571196477686542167660429831652624386837205668069673
```

```
q=
1607262910779400981422637573590002715842107217558300411165625582555526576687404183739797568223543787191392009376329720237780
7179285384710653976866362047862205901851662236346478131611907593556712816931273229569712475372911901098151338748315919115594
371856794716529813251490644747478936580257043048672231
```

Tel que `attaque2(p, q, N, e, C)` retourne "Marcel Proust"

Pour rester de bonne foi et ne pas être pénalisé pour avoir trivialisé le problème, je vais implémenter une 3e attaque pour la Q1:

Attaque 3: small exponent attack (Source : <https://www.youtube.com/watch?v=2QGdSdFjWc&list=PLX3dA7a5RDPYzS7WUiuLktRjXPqaFhk58&index=6>)

Si normalement, $C = M^e \% N$ mais que $C = M^e < N$, tq $C = M^e$, alors on peut simplement extraire le message en effectuant le nth root, qui fonctionne bien sur la Q1, car C est petit comparativement à N .

```
def attaque3(N, e, C): #small msg attack
    msg, reste = gmpy2.iroot(C, e) #deconstruction
    print M(msg)
```

Attaque 4: factorisation Fermat. Fonctionne en quelques itérations si p et q sont similaires et très proches de la racine de N. Ici notre script python teste 200 itérations avant d'abandonner. Fonctionne pour les valeurs de N qui sont peu sécuritaires, ne semble pas s'appliquer à Q1.1 ou Q.1.2

```
def fermat_factorization(N):
    if N % 2 == 0:
        return [N // 2, 2] # Fermat's factorization works
    for odd numbers only
        #
        a = math.isqrt(N) + 1 # Start with the smallest
        integer > sqrt(N)
        b2 = a * a - N        # Calculate b^2 = a^2 - N
        #
        it=0
        while not math.isqrt(b2) ** 2 == b2: # Check if b2 is a
        perfect square
            a += 1
            b2 = a * a - N
            it+=1
            if it>200:
                print("unlikely to factor")
                break
        #
        b = math.isqrt(b2) # Now b is the integer square root
    of b2
        return [a - b, a + b] # Return factors (a - b) and (a +
    b)

def attaque4(N, e, C):
    if (N%2==0):
        print("on ne peut pas utiliser cette attaque")
    tableau = fermat_factorization(N)
    p=tableau[0]
    q=tableau[1]
```

QUESTION 2

J'ignore s'il est nécessaire de discuter de la question 2 dans le rapport, mais ma stratégie est simple (et peu efficace, avec un score de 50%). On prend un grand volume de littérature française et on fait une analyse de fréquence des paires. On les trie en ordre descendant de fréquence et on les mappe directement avec la fréquence des entiers allant de 1 à 256 du ciphertext. On crée un pseudo plaintext qui a 50% de correspondance avec le vrai plaintext.

Je me suis interrogé sur la possibilité d'ajouter un 2e passage sur le pseudo ciphertext, pour analyser la présence de mots ou substituer une paire par une autre, mais le temps me manque et mon intuition ne suffit pas à trouver une solution de haute efficacité. Je n'ai pas vraiment de référence pour cette section, je me suis simplement inspiré du principe global d'analyse par fréquence, je peux joindre quelques githubs qui s'y sont attardé avec des analyses par cribs, notamment celui-ci :

<https://github.com/orgtre/frenchngrams/tree/master>

Bibliographie:

-Attaque par factorisation : https://www.youtube.com/watch?v=WvqoKl_LI4I&list=PLX3dA7a5RDPYzS7WUiuLktRJPqaFHk58&index=3

-Attaque par factorisation de fermat : <https://www.youtube.com/watch?v=-ShwJqAalOk>

-Databases de primes <https://factordb.com/> et <https://www.alpertron.com.ar/ECM.HTM>

-Analyse de fréquence en français
<https://github.com/orgtre/frenchngrams/tree/master>