Parte 1

Importante: Los ejercicios de esta primera parte tienen como objetivo codificar las diferentes funciones básicas necesarias para la implementar un árbol AVL.

A partir de estructuras definidas como :

```
class AVLTree:
      root = None

class AVLNode:
        parent = None
        leftnode = None
        rightnode = None
        key = None
        value = None
         bf = None
```

Copiar y adaptar todas las operaciones del **binarytree.py** (i.e insert(), delete(), search(),etc) al nuevo módulo **avltree.py.** Notar que estos luego deberán ser implementados para cumplir que la propiedad de un árbol AVL

Ejercicio 1

Crear un modulo de nombre **avltree.py** Implementar las siguientes funciones:

rotateLeft(Tree,avlnode)
Descripción: Implementa la operación rotación a la izquierda
Entrada: Un Tree junto a un AVLnode sobre el cual se va a operar la rotación a la izquierda
Salida: retorna la nueva raíz

rotateRight(Tree,avlnode)
Descripción: Implementa la operación rotación a la derecha
Entrada: Un Tree junto a un AVLnode sobre el cual se va a operar la rotación a la derecha
Salida: retorna la nueva raíz

Ejercicio 2

Implementar una función recursiva que calcule el elemento `balanceFactor` de cada subárbol siguiendo la siguiente especificación:

calculateBalance(AVLTree)
Descripción: Calcula el factor de balanceo de un árbol binario de búsqueda.
Entrada: El árbol AVL sobre el cual se quiere operar.

Salida: El árbol AVL con el valor de balanceFactor para cada subarbol

Ejercicio 3

Implementar una funcion en el modulo avltree.py de acuerdo a las siguientes especifcaciones:

reBalance(AVLTree)

Descripción: balancea un árbol binario de búsqueda. Para esto se deberá primero calcular el **balanceFactor** del árbol y luego en función de esto aplicar la estrategia de rotación que corresponda.
Entrada: El árbol binario de tipo AVL sobre el cual se quiere operar.
Salida: Un árbol binario de búsqueda balanceado. Es decir luego de esta operación se cumple que la altura (h) de su subárbol derecho e izquierdo difieren a lo sumo en una unidad.

Ejercicio 4:

Implementar la operación **insert()** en el módulo **avltree.py** garantizando que el árbol binario resultante sea un árbol AVL.

Ejercicio 5:

Implementar la operación **delete()** en el módulo **avltree.py** garantizando que el árbol binario resultante sea un árbol AVL.

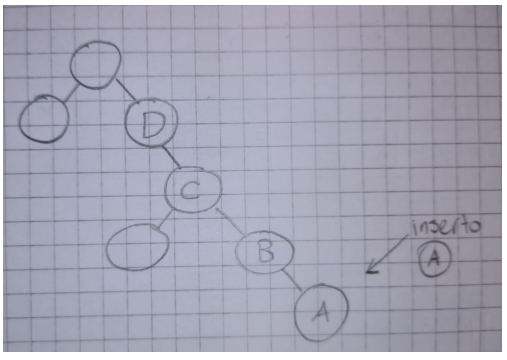
https://replit.com/@Giraudo/TP-ARBOLES-BALANCEADOS-AVL

Parte 2
Ejercicio 6:

1. Responder V o F y justificar su respuesta:
   a. V En un AVL el penúltimo nivel tiene que estar completo
   Es verdadero, ya que de no estar completo su penúltimo nivel NO SERÍA UN AVL dado el hecho de que no estaría balanceado siendo el bf de el antepenúltimo nodo (el cual tiene un solo hijo) mayor que 1 o menor que -1

   b. V Un AVL donde todos los nodos tengan factor de balance 0 es completo
   Suponiendo que existe un AVL incompleto con todos sus nodos bf=0, sabemos que en este árbol existe un nodo X el cual tiene un solo hijo. Eso significa que su bf es distinto de 0.

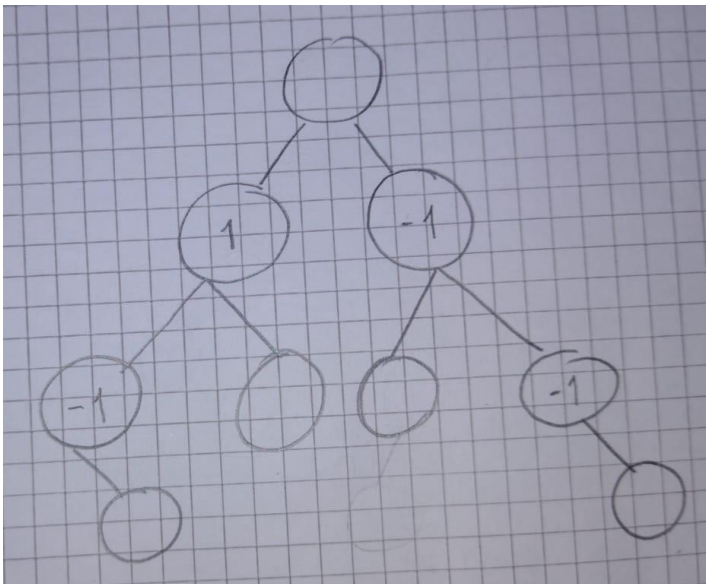
   c. F En la inserción en un AVL, si al actualizar el factor de balance al padre del nodo insertado éste no se desbalanceó, entonces no hay que seguir verificando hacia arriba porque no hay cambios en los factores de balance.



Al insertar el nodo A, los nodos B y C no se desbalancean, pero el nodo D si, por lo cual el enunciado es falso.

   d. ___ En todo *AVL* existe al menos un nodo con factor de balance 0.

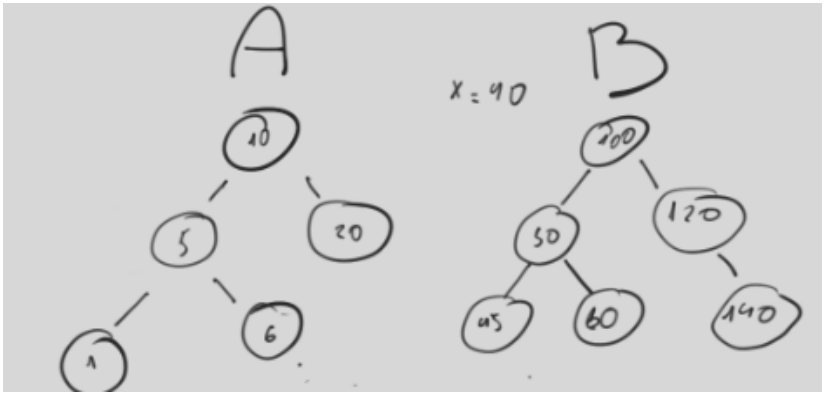
Sin tener en cuenta las hojas y/o la raíz, este enunciado es FALSO, ya que existen diversos árboles AVL que no poseen ninguna rama con bf=0, por ejemplo:



En caso de tener en cuenta hojas y raíz si, todo árbol AVL tiene al menos 1 nodo con bf=0.

Ejercicio 7:

Sean *A* y *B* dos *AVL* de *m* y *n* nodos respectivamente y sea *x* un key cualquiera de forma tal que para todo key $a \in A$ y para todo key $b \in B$ se cumple que $a < x < b$. Plantear un algoritmo $O(\log n + \log m)$ que devuelva un *AVL* que contenga los key de *A*, el key *x* y los key de *B*.



1. Calcula altura del árbol de menor tamaño (Log m)
2. Calcula altura del árbol de mayor tamaño (Log n)
3. Inserto el nodo X en el árbol de mayor altura, a la altura del árbol con menor altura, desde las hojas hacia arriba.
4. Desvinculo el subárbol de su raíz, la cual pasaría a ser padre del nodo X. Ese subárbol tendría como padre a X.
5. Balanceamos el árbol desde X hacia la raíz.

Ejercicio 8:

Considere una rama truncada en un AVL como un camino simple desde la raíz hacia un nodo que tenga una referencia None (que le falte algún hijo). Demuestre que la mínima longitud (cantidad de aristas) que puede tener una rama truncada en un AVL de altura h es h/2 (tomando la parte entera por abajo).

Cualquier camino desde la raíz hasta un nodo que no esté completo puede ser una rama truncada según la definición del ejercicio. Dicho nodo puede no ser necesariamente un nodo hoja.

Parte 3

Ejercicios Opcionales

1. Si n es la cantidad de nodos en un árbol AVL, implemente la operación **`height()`** en el módulo **`avltree.py`** que determine su altura en O(log n). Justifique el por qué de dicho orden.
2. Considere una modificación en el módulo **`avltree.py`** donde a cada nodo se le ha agregado el campo **`count`** que almacena el número de nodos que hay en el subárbol en el que él es raíz. Programe un algoritmo $O(\log n)$ que determine la cantidad de nodos en el árbol cuyo valor del key se encuentra en un intervalo $[a, b]$ dado como parámetro. Explique brevemente por qué el algoritmo programado por usted tiene dicho orden.

A tener en cuenta:

1. **Usen lápiz y papel primero**
2. ~~**No se puede utilizar otra Biblioteca mas alla de algo1.py y las bibliotecas desarrolladas durante Algoritmos y Estructuras de Datos I.**~~

Bibliografia:

[1] Guido Tagliavini Ponce, Balanceo de arboles y arboles AVL (Universidad de Buenos Aires)
[2] Brad Miller and David Ranum, Luther College, Problem Solving with Algorithms and Data Structures using Python.