



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

## TAREA 2

Publicación: Viernes 27 de marzo.  
Entrega: **Jueves 2 de abril hasta las 23:59 horas.**

### Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en  $\text{\LaTeX}$ . No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre, sección y número de lista en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

### Pregunta 1

Para esta pregunta sólo considere los símbolos de predicados  $F(x)$ ,  $P(x)$ ,  $A(x)$ ,  $N(x)$ ,  $E(x, y)$  y  $H(x, y, z)$ . Además, considere la siguiente interpretación:

$\mathcal{I}(\text{dom}) =$  Los Pokemon.

$\mathcal{I}(F(x)) = x$  es de naturaleza fuego.

$\mathcal{I}(A(x)) = x$  es de naturaleza agua.

$\mathcal{I}(P(x)) = x$  es de naturaleza planta.

$\mathcal{I}(N(x)) = x$  es de naturaleza normal.

$\mathcal{I}(E(x, y)) =$  los ataques de  $x$  son efectivos contra  $y$ .

$\mathcal{I}(H(x, y, z)) = z$  fue procreado entre  $x$  e  $y$ .

En otras palabras, para algún Pokemon  $p$  del dominio se tiene que  $A(p) = 1$  si, y sólo si,  $p$  es un pokemon de naturaleza agua. Análogamente para las otras 3 naturalezas. Por otro lado, el predicado  $E(x, y)$  nos ayudará a modelar la interacción entre los ataques de los pokemon. En otras palabras, para dos pokemon  $p$  y  $c$ , se tiene que  $E(p, c) = 1$  si, y sólo si, los ataques de  $p$  son efectivos contra  $c$ . Finalmente, el predicado  $H(x, y, z)$  indica parentesco entre pokemon. De esta manera, si dos pokemon  $p$  y  $c$  son padres de un pokemon  $s$ , entonces  $H(p, c, s) = 1$ . De la misma manera  $H(c, p, s) = 1$  ya que el orden de los padres no es relevante para el predicado.

Usando lógica de predicados uno puede definir afirmaciones sobre los Pokemon. Por ejemplo, la afirmación "todos los pokemon fueron procreados por dos pokemon" se puede definir con la fórmula  $\forall x \exists y \exists z H(z, y, x)$ . Para esta pregunta defina las siguientes afirmaciones en lógica de predicados explicando brevemente su correctitud.

1. *Todos los Pokemon son de alguna naturaleza.*
2. *Algunos Pokemon poseen 2 naturalezas.*
3. *Los ataques de naturaleza agua son efectivos contra pokemon de naturaleza fuego, los de naturaleza fuego son efectivos contra pokemon de naturaleza planta y los ataques de naturaleza planta son efectivos contra pokemon de naturaleza agua.*
4. *Si dos Pokemon son de la misma naturaleza, entonces sus hijos son de aquella naturaleza.*
5. *Los Pokemon que son hermanos comparten las mismas naturalezas.*

## Pregunta 2

Sea  $<$  y  $=$  símbolos de predicado binario. Para cada una de las siguientes oraciones  $\varphi$  en lógica de predicados, demuestre que  $\varphi$  es satisfacible por una interpretación con dominio finito no vacío y que interpreta  $=$  como la igualdad de elementos, esto es, existe una interpretación  $\mathcal{I}$  tal que  $\mathcal{I}(\text{dom})$  es finito no vacío,  $\mathcal{I}(=)$  es la igualdad y  $\mathcal{I} \models \varphi$ .

1.  $\varphi_1 := (\forall x. \neg(x < x)) \wedge (\forall x. \exists y. x < y)$
2.  $\varphi_2 := (\forall x. \neg(x < x)) \wedge (\forall x. \exists y. x < y) \wedge (\forall x. \forall y. (x < y \rightarrow \neg(y < x)))$
3.  $\varphi_3 := (\forall x. \neg(x < x)) \wedge (\forall x. \exists y. x < y) \wedge (\forall x. \forall y. (x < y \rightarrow \neg(y < x))) \wedge (\exists x. \forall y. ((\neg(x = y)) \rightarrow x < y))$

No es necesario demostrar formalmente que  $\mathcal{I} \models \varphi$  pero si explicar en palabras por qué  $\mathcal{I}$  satisface  $\varphi$ .

## Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **ítem** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.