



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2018

## TAREA 5

Publicación: Viernes 11 de Mayo.

Entrega: **Viernes 18 de Mayo hasta las 10:15 horas.**

### Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en  $\text{\LaTeX}$ . No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre en cada hoja de respuesta.
- Si usa más de una hoja para una misma pregunta corchetelas.
- Debe entregar una copia escrita durante la ayudantía asignada y una copia digital por el buzón del curso, ambas antes de la fecha/hora de entrega.
- Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.
- La tarea es individual.

### Pregunta 1

1. Demuestre que si  $A$  es numerable y  $B$  es numerable, entonces  $A \cup B$  es numerable.
2. Demuestre que si  $A$  y  $B$  son conjuntos numerables, entonces  $A \times B$  es un conjunto numerable.
3. Demuestre que todo subconjunto infinito de un conjunto numerable es numerable.

### Pregunta 2

Sea  $\mathbb{Z}^\omega$  el conjunto de todas las secuencias infinitas de números en  $\mathbb{Z}$  de la forma  $a_0 a_1 a_2 \dots$

1. Considere el siguiente conjunto:

$$S_1 = \{ a_0 a_1 a_2 \dots \in \mathbb{Z}^\omega \mid \exists c \in \mathbb{Z}. \forall i \geq 0. a_{i+1} - a_i = c \}$$

Por ejemplo, la secuencia  $7, 10, 13, 16, 19, \dots \in S_1$  ya que  $(a_{i+1} - a_i) = 3$ .

¿Es  $S_1$  un conjunto numerable? Demuestre su afirmación.

2. Considere el siguiente conjunto:

$$S_2 = \{ a_0 a_1 a_2 \dots \in \mathbb{Z}^\omega \mid \exists c \in \mathbb{Z}. \forall i \geq 0. |a_{i+1} - a_i| = c \}$$

Por ejemplo, la secuencia  $7, 10, 7, 4, 1, -2, 1, \dots \in S_2$  ya que  $|a_{i+1} - a_i| = 3$ .

¿Es  $S_2$  un conjunto numerable? Demuestre su afirmación.

## Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **ítem** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.