



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Tarea 3

13 de septiembre de 2023

2º semestre 2023 - Profesores G. Diéguez - S. Buggedo - N. Alvarado - B. Barías

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega:** Hasta las 19:59:59 del 27 de septiembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
 - Esta tarea debe ser hecha completamente en \LaTeX . Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
 - Debe usar el template \LaTeX publicado en la página del curso.
 - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
 - Los archivos que debe entregar son el archivo PDF correspondiente a su solución con nombre `numalumno.pdf`, junto con un zip con nombre `numalumno.zip`, conteniendo el archivo `numalumno.tex` que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas.
- Si tiene alguna duda, el foro de Canvas es el lugar oficial para realizarla.

Problemas

Problema 1

1. Sea $<$ un símbolo de predicado binario y $=$ un símbolo de predicado binario que siempre se interpreta como igualdad. Considere las siguientes oraciones:

$$\alpha_1 = \forall x(\neg(x < x))$$

$$\alpha_2 = \forall x\forall y\forall z((x < y \wedge y < z) \rightarrow x < z)$$

$$\alpha_3 = \forall x\forall y(x < y \vee y < x \vee x = y)$$

$$\alpha_4 = \forall x\exists y(x < y)$$

$$\alpha_5 = \forall x\exists y(y < x)$$

$$\alpha_6 = \forall x\forall y(x < y \rightarrow \exists z(x < z \wedge z < y))$$

Para cada uno de los siguientes conjuntos, decida justificadamente si es o no satisfacible. En caso que proporcione una interpretación, argumente por qué su interpretación satisface el conjunto correspondiente.

a) **(1.5 pts.)** $\Sigma_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$

b) **(1.5 pts.)** $\Sigma_2 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\}$

2. Considere los siguientes predicados:

$P(x)$: x es una guagua

$Q(x)$: x es una persona lógica

$R(x)$: x es capaz de mantener controlado a un león

$S(x)$: x es una persona despistada

Expresé las siguientes afirmaciones como fórmulas en lógica de predicados:

a) **(0.5 pts.)** Las guaguas son ilógicas.

b) **(0.5 pts.)** Nadie quien pueda mantener controlado un león es despistado.

c) **(0.5 pts.)** Las personas ilógicas son despistadas.

d) **(0.5 pts.)** Las guaguas no pueden mantener controlado a los leones.

(1 pts.) ¿La última afirmación se puede seguir de las tres primeras? Demuestre.

Problema 2

Dado un conjunto A , definimos

$$\mathcal{T}(A) = \{X \in \mathcal{P}(A) \mid X = \emptyset \vee A \setminus X \text{ es finito}\}$$

Recuerde que $\mathcal{P}(A)$ es el conjunto potencia de A .

Demuestre que:

- a) **(0.5 pts.)** $\emptyset \in \mathcal{T}(A)$
- b) **(0.5 pts.)** $A \in \mathcal{T}(A)$
- c) **(2.5 pts.)** $\bigcup \mathcal{T}(A) \in \mathcal{T}(A)$
- d) **(2.5 pts.)** Si \mathcal{X} es un subconjunto finito de $\mathcal{T}(A)$, entonces $\bigcap \mathcal{X} \in \mathcal{T}(A)$.