



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Tarea 5

26 de octubre de 2023

2º semestre 2023 - Profesores G. Diéguez - S. Buggedo - N. Alvarado - B. Barías

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega:** Hasta las 19:59:59 del 3 de noviembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
 - Esta tarea debe ser hecha completamente en \LaTeX . Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
 - Debe usar el template \LaTeX publicado en la página del curso.
 - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
 - Los archivos que debe entregar son el archivo PDF correspondiente a su solución con nombre `numalumno.pdf`, junto con un zip con nombre `numalumno.zip`, conteniendo el archivo `numalumno.tex` que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas.
- Si tiene alguna duda, el foro de Canvas es el lugar oficial para realizarla.

Problemas

Problema 1

Una sucesión de números naturales es una secuencia (s_0, s_1, s_2, \dots) , posiblemente infinita, tal que $s_i \in \mathbb{N}$ para todo $i \in \mathbb{N}$.

Decimos además que una sucesión es *monótona* si $s_i \leq s_{i+1} \forall i \in \mathbb{N}$.

1. **(2 ptos.)** Demuestre que el conjunto de todas las sucesiones monótonas finitas de números naturales es numerable.
2. **(4 ptos.)** Demuestre que el conjunto de todas las sucesiones monótonas infinitas de números naturales no es numerable.

Problema 2

Dada una función $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$, definimos la notación asintótica *o-chica* como

$$o(f) = \{g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+ \mid (\forall c \in \mathbb{R}^+)(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n \geq n_0)(g(n) \leq c \cdot f(n))\}$$

1. **(0,5 ptos.)** ¿Qué representa la notación asintótica *o-chica*? ¿Qué relación establece entre las funciones involucradas? Contrástela con las notaciones asintóticas vistas en clase.
2. **(1 pto.)** Encuentre funciones $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ tales que $g \in o(f)$. Debe demostrar que cumplen con esta propiedad.
3. Dadas funciones $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ tales que $g \in o(f)$, demuestre que:
 - a) **(1 pto.)** $g \in O(f)$
 - b) **(3,5 ptos.)** $f \notin O(g)$