Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2019

PAUTA TAREA 2

Pregunta 1

Pregunta 1.1

Como Σ es satisfacible sabemos que existe una valuación σ tal que $\sigma(\Sigma)$ es verdadero. Luego podemos ver solo dos casos para una formula cualquiera φ y una valuación σ que satisface a Σ:

1. $\sigma(\varphi) = 1$ por lo cual $\{\Sigma, \varphi\}$ es satisfacible, y finalmente $\Sigma \not\models \neg\varphi$
2. $\sigma(\neg\varphi) = 1$ por lo cual $\{\Sigma, \neg\varphi\}$ es satisfacible, y finalmente $\Sigma \not\models \varphi$

Por lo tanto queda demostrado que, para una formula cualquiera φ se cumple que:

$$\Sigma \not\models \varphi \vee \Sigma \not\models \neg\varphi$$

Dado lo anterior, el puntaje asignado es el siguiente:

- **(4 puntos)** Demostración correcta y clara.
- **(3 puntos)** Demostración con pequeños errores u omisiones.
- **(0 puntos)** Otros casos.

Pregunta 1.2

Dado la definición de Σ se debía **argumentar** que, dada una valuación σ:

$$\sigma(\Sigma) = 1 \iff \sigma = \{1, 1, .., 1\}$$

Luego, como σ es única se cumple una de las siguientes opciones:

- $\sigma(\varphi) = 1 \wedge \sigma(\neg\varphi) = 0$ y por lo tanto $\Sigma \models \varphi$
- $\sigma(\varphi) = 0 \wedge \sigma(\neg\varphi) = 1$ y por lo tanto $\Sigma \models \neg\varphi$

Dado lo anterior, el puntaje asignado es el siguiente:

- **(4 puntos)** Demostración correcta y clara.
- **(3 puntos)** Demostración con pequeños errores u omisiones.
- **(0 puntos)** Otros casos.

Pregunta 2

Una posible solución es:

1. $\forall x.\exists y.\exists z.\ C(x,y,z) \vee C(y,x,z)$
2. $\exists x.\exists y.\exists z.\ (C(x,y,z) \vee C(y,x,z)) \wedge \neg E(x,z)$
3. $\exists x.\forall z.\ C(x,x,z)$
4. $\exists x.\forall y.\forall z.\ \neg C(x,y,z) \wedge \neg C(y,x,z)$
5. $\forall x.\ \neg C(x,x,x)$
6. $\forall z.\exists x.\exists y.\ C(x,y,z) \wedge (\forall u.\forall v.\ C(u,v,z) \rightarrow (E(u,x) \wedge E(v,y)))$
7. $\forall x.\forall y_1.\forall y_2.\forall z_1.\forall z_2.\ ((C(x,y_1,z_1) \vee C(y_1,x,z_1)) \wedge (C(x,y_2,z_2) \vee C(y_2,x,z_2)) \rightarrow E(y_1,y_2)$
8. $\forall x.\forall y.\forall z.\forall w.\ (C(x,y,z) \vee C(y,x,z)) \rightarrow (\neg C(z,w,x) \wedge \neg C(w,z,x))$
9. $\exists x.\exists y_1.\exists z_1.\exists y_2.\exists z_2.\ ((C(x,y_1,z_1) \vee C(y_1,x,z_1)) \wedge (C(x,y_2,z_2) \vee C(y_2,x,z_2)) \wedge \neg E(z_1,z_2)$
   $\wedge (\forall y_3.\forall z_3.\ ((C(x,y_3,z_3) \vee C(y_3,x,z_3)) \rightarrow (E(z_3,z_1) \vee E(z_2,z_1))))$

Tomando en cuenta que se debe incluir una pequeña explicación de la correctitud de cada fórmula, el puntaje asignado es el siguiente:

- **(4 puntos)** Si todas las fórmulas son correctas (i.e. son lógicamente equivalentes a las recién descritas y poseen una breve explicación).
- **(3 puntos)** Si existen errores pero hay al menos 6 fórmulas correctas.
- **(0 puntos)** Otros casos (e.g. no incluir explicaciones para cada fórmula).