PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1'2018

INTERROGACION 1

Preguntas en blanco: Preguntas entregadas en blanco se evaluarán con un 1.5.

Pregunta 1

Sea Σ un conjunto de fórmulas proposicionales y α una fórmula proposicional. Demuestre que $\Sigma \models \alpha$ si, y solo si, $\Sigma \cup \{\neg\alpha\}$ es inconsistente (no-satisfacible).

Pregunta 2

Para los siguientes pares de fórmulas de lógica de predicado diga si son lógicamente equivalentes o no. Si son lógicamente equivalentes demuéstrelo y, si no, dé una interpretación que satisface una y no la otra.

1. $\alpha_1 = \forall x.\big(S(x) \to \exists y.R(x,y)\big)$ y $\alpha_2 = \forall x.\forall y.\big(S(x) \to R(x,y)\big)$.
2. $\beta_1 = \forall x.((\exists y.R(x,y)) \to S(x))$ y $\beta_2 = \forall x.\forall y.\big(R(x,y) \to S(x)\big)$.

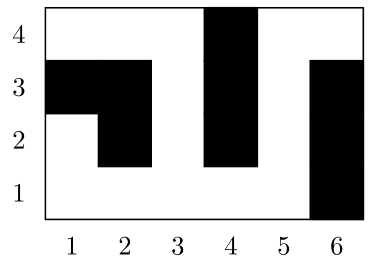
Pregunta 3

Sea V un conjunto de variables $p_1, \ldots, p_n$. Una cadena de consecuencias lógicas de largo k es una secuencia de formulas proposicionales α_1, α_2, $\ldots$, α_k sobre el mismo conjunto de variables V tal que $\alpha_i \models \alpha_{i+1}$ para todo $i < k$.

1. Demuestre que existe una cadena de consecuencias lógicas $\alpha_1, \ldots, \alpha_{2^n}$ de largo 2^n tal que para todo par α_i y α_j con $i \neq j$ se tiene que $\alpha_i \not\equiv \alpha_j$.
2. Demuestre que para toda cadena de consecuencias lógicas $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ de largo $k > 2^n$ se tiene que hay dos fórmulas α_i y α_j con $i \neq j$ tal que $\alpha_i \equiv \alpha_j$.

Pregunta 4

Considere un laberinto de tamaño $n \times m$ como una grilla de tamaño n por m donde las posiciones vienen dados por pares (i, j) con $1 \leq i \leq n$ y $1 \leq j \leq m$. Las murallas en este laberinto vienen dadas por una lista L de pares (i, j) tal que (i, j) esta en la lista L si, y solo si, hay una muralla en la posición (i, j). Como ejemplo, considere el siguiente laberinto de tamaño 6×4:



donde los cuadrados negros representan murallas y los cuadrados blancos espacios libres. En este caso, el laberinto viene representado por las lista de pares:

$$L = \{(1, 3), (2, 2), (2, 3), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3)\}$$

Dado un laberinto L de tamaño $n \times m$, construya una fórmula proposicional α_L tal que α_L es satisfacible si, y solo si, hay un camino contiguo desde la posición $(1, 1)$ hasta la posición (n, m) sin atravesar por una muralla. Los pasos en el camino solo pueden ser vertical o horizontalmente siguiendo la grilla. Explique detalladamente la definición de su fórmula α_L.