Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1'2020

CONTROL 2

Indicaciones

- La duración del control es 1 hora y 30 minutos.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre, sección y número de lista en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital de cada pregunta por el buzón del curso, antes de las 23:59 horas del día del control.
- Debe preocuparse que la copia digital y su calidad sea legible. En caso de hacerla con papel y lápiz, se recomienda usar hojas blancas y un lápiz oscuro que sea visible en la versión digital. En caso de no ser legible, no podrá ser evaluada su solución.
- En caso de hacer el control fuera del horario, se recomienda tomar el tiempo (1 hora y 30 minutos) y entregarlo justo después de concluido el tiempo.
- Durante la evaluación puede hacer uso de sus apuntes o slides del curso.
- Esta es una evaluación estrictamente individual y, por lo tanto, no puede compartir información con sus compañeros o usar material fuera de sus apuntes o slides del curso. En caso de hacerlo, el control no reflejará su progreso en el curso, viéndose perjudicada su formación personal y profesional.
- **Al comienzo de cada pregunta debe escribir la siguiente oración y firmarla:**

  "*Doy mi palabra que la siguiente solución de la pregunta X fue desarrollada y escrita individualmente por mi persona según el código de honor de la Universidad.*"

  En caso de no escribir la oración o no firmarla, su solución no será evaluada.

Pregunta 1

Dado un conjunto A y una relación binaria $R \subseteq A \times A$, se definen las siguientes propiedades:

- R es una relación *atransitiva* si para todo $a, b, c \in A$, si $(a, b) \notin R$ y $(b, c) \notin R$ entonces $(a, c) \notin R$.
- R es una relación *anti-asimétrica* si para todo $a, b \in A$, si $(a, b) \notin R$ y $(b, a) \notin R$ entonces $a = b$.

Demuestre que si R es atransitiva, anti-asimétrica e irrefleja entonces $((A \times A) \setminus R)^{-1}$ es un orden parcial.

Pregunta 2

Sea A un conjunto finito no vacío con $|A| = n$. Para una relación $R \subseteq A \times A$ y para $i \geq 1$ se define R^i recursivamente como $R^1 = R$ y $R^i = (R^{i-1}) \circ R$ para $i > 1$. Para una relación R se define el *período* de R, como el menor número p tal que existe un $k \geq 1$ tal que para todo $i \geq k$ se tiene que $R^{p+i} = R^i$.

1. Demuestre que si R es refleja y transitiva, entonces R tiene período 1.
2. Demuestre que para todo $p \leq n$ existe una relación $R \subseteq A \times A$ tal que su período es igual a p.
3. Demuestre que si R es refleja, entonces R tiene período 1.