

# Tarea 4

11 de octubre de 2023

 $2^{\circ}$  semestre 2023 - Profesores G. Diéguez - S. Bugedo - N. Alvarado - B. Barías

## Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- Entrega: Hasta las 21:59:59 del 18 de octubre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Debe usar el template LATEX publicado en la página del curso.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. *Hint:* Utilice \newpage
  - Los archivos que debe entregar son el archivo PDF correspondiente a su solución con nombre numalumno.pdf, junto con un zip con nombre numalumno.zip, conteniendo el archivo numalumno.tex que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas.
- Si tiene alguna duda, el foro de Canvas es el lugar oficial para realizarla.

### **Problemas**

#### Problema 1

Sea A un conjunto cualquiera, y sean  $R_1$  y  $R_2$  relaciones de equivalencia sobre A.

Demuestre que  $R_1 \cup R_2$  es una relación de equivalencia si y solo si  $R_1 \cup R_2 = R_1 \circ R_2$ .

#### Problema 2

- 1. Sean A, B y C subconjuntos de  $\mathbb{N}$ . Diremos que una función  $f: A \to B$  es creciente si dados  $x, y \in A$  tales que x < y, se tiene que f(x) < f(y).
  - a) (1.5 ptos.) Demuestre que si f es creciente, entonces es inyectiva.
  - b) (1.5 ptos.) ¿Es cierto que si  $f: A \to B$  y  $g: B \to C$  son crecientes, entonces  $g \circ f$  es inyectiva? Demuestre o dé un contraejemplo.
- 2. (3 ptos.) Dados conjuntos A y B cualesquiera, denotamos como  $A^B$  al conjunto de todas las funciones de B en A:

$$A^B = \{ f \mid f \colon B \to A \}$$

Sean A, B y C conjuntos cualesquiera tales que  $B \cap C = \emptyset$ . Demuestre que

$$A^{B \cup C} \approx A^B \times A^C$$

Debe usar la definición de equinumerosidad vista en clases; vale decir, debe encontrar una función biyectiva entre ambos conjuntos (y demostrar que lo es).