Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Examen recuperativo

6 de enero de 2020
Profesores: Gabriel Diéguez - Fernando Suárez

Instrucciones

- Use lápiz pasta. Por el uso de lápiz mina usted pierde el derecho a recorreción.
- Rellene sus datos en cada hoja de respuesta que utilice.
- Cada pregunta vale 1 punto.
- Para aprobar el curso, debe obtener 4 puntos.

Pregunta 1 [Inducción]

Demuestre que el Principio de Buen Orden implica al Principio de Inducción Simple.

Pregunta 2 [Lógica proposicional]

Sean P un conjunto de variables proposicionales, $L(P)$ el conjunto de todas las fórmulas en lógica proposicional usando las variables en P, $\varphi \in L(P)$ y $\Sigma \subseteq L(P)$.
Demuestre que $\Sigma \models \varphi$ si y sólo si $\Sigma \cup \{\neg\varphi\}$ es inconsistente.

Pregunta 3 [Conjuntos]

a) Demuestre que para todo conjunto A se tiene que $\varnothing \subseteq A$.

b) Demuestre que existe un único conjunto vacío.

Pregunta 4 [Relaciones]

Sea $\sim$ una relación de equivalencia sobre un conjunto A. Demuestre que:

a) $\forall x \in A,\ x \in [x]$.

b) $x \sim y$ si y sólo si $[x] = [y]$.

c) Si $[x] \neq [y]$ entonces $[x] \cap [y] = \varnothing$.

Pregunta 5 [Cardinalidad]

Demuestre que el intervalo real $(0,1) \subseteq \mathbb{R}$ es infinito pero no enumerable.

Pregunta 6 [Análisis de algoritmos]

Sean f, g funciones de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{R}^+$. Demuestre que si f, g son asintóticamente no decrecientes, g es b-armónica y $f \in O(g \mid POTENCIA_b)$, entonces $f \in O(g)$.

Pregunta 7 [Grafos]

Demuestre que un grafo simple y conexo G es bipartito si y sólo si no contiene ningún ciclo de largo impar.

Pregunta 8 [Teoría de números]

Sean $a, n \in \mathbb{Z}$. Demuestre que a tiene inverso en módulo n si y sólo si $MCD(a,n) = 1$.