



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Tarea 6

22 de noviembre de 2023

2º semestre 2023 - Profesores G. Diéguez - S. Buggedo - N. Alvarado - B. Barías

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega:** Hasta las 23:59:59 del 29 de noviembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
 - Esta tarea debe ser hecha completamente en \LaTeX . Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
 - Debe usar el template \LaTeX publicado en la página del curso.
 - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
 - Los archivos que debe entregar son el archivo PDF correspondiente a su solución con nombre `numalumno.pdf`, junto con un `zip` con nombre `numalumno.zip`, conteniendo el archivo `numalumno.tex` que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas.
- Si tiene alguna duda, el foro de Canvas es el lugar oficial para realizarla.

Problemas

Problema 1

a) Sea $G = (V, E)$ un grafo tal que $|V| = |E|$. Demuestre que si ningún vértice de G tiene grado 0 o 1, entonces todos los vértices de G tienen grado 2.

b) Sea $n \geq 1$. Un n -cubo es un grafo $G_n = (V_n, E_n)$ donde:

- $V_n = \{0, 1\}^n$; vale decir, cada vértice es una n -tupla de 0s y 1s.

Note que cada n -tupla posible es un vértice de G_n .

- Dos vértices son adyacentes si difieren en exactamente una coordenada.

Demuestre que G_n es Euleriano si y solo si n es par.

Problema 2

Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ y $m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

a) Sea $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ y $d = MCD(k, m)$. Demuestre que si $ka \equiv kb \pmod{m}$, entonces

$$a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$$

b) Sea $d = MCD(a, m)$. Demuestre que la congruencia lineal

$$ax \equiv b \pmod{m}$$

tiene solución si y solo si $d \mid b$.