Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2017

ASIGNACIÓN DE PUNTAJE - EXAMEN

Pregunta 1

El puntaje asignado es el siguiente:

- **(1 punto)** Por plantear bien la inducción y el problema a demostrar.
- **(1 puntos)** Por caso base.
- **(1 punto)** Por plantear la HI y sacar una arista del grafo con n aristas (Comienzo TI).
- **(1 punto)** Por usar la HI en este grafo de n-1 aristas.
- **(1 puntos)** Por ver la cantidad de componentes conexas al añadirle la arista sacada anteriormente.
- **(1 puntos)** Por terminar la demostracion correctamente.

Pregunta 2

Pregunta 2.1

- **(1 punto)** Por usar la identidad de bezout para expresar $gcd(a, b)$ como $r \times a + s \times b = 1$ y por usar $a|bc$ para escribir $a \times k = b \times c$.
- **(2 puntos)** Por, usando lo anterior, llegar a que $a \times (rc + sk) = c$ y por lo tanto $a|c$.

Pregunta 2.2

- **(0.5 puntos)** Enunciar correctamente la inducción fuerte y probar los casos base.
- **(1 punto)** Utilizar la división por resto para descomponer $n = q \times 3 + r$ con $q < n$ y $0 \leq r < 3$.
- **(1 punto)** Mostrar cómo se forma n con los distintos casos de r.
- **(0.5 puntos)** Mostrar cómo se generaliza en el 'peor caso' cuando es necesario escribir $(e_k + 1) \times 3^{k+1}$ con $e_k = 1$

Pregunta 3

Pregunta 3.1

La solución consistía en notar la cantidad total de valuaciones posibles y que solo 1 hacía negativa la fórmula.

- **(1 punto)** Por notar la cantidad de valuaciones totales.
- **(2 puntos)** Por notar que solo 1 hace negativa la fórmula, la forma de esta, y por que es única.

Pregunta 3.2

- **(1 punto)** Por ocupar lo demostrado en 3.1.
- **(1 punto)** Usar conceptos de equivalencia y consecuencia lógica.
- **(1 punto)** Por concluir lo pedido.

Pregunta 4

Pregunta 4.1

- **(1 punto)** Por demostrar $R \cap R^{-1}$ es refleja.
- **(1 punto)** Por demostrar $R \cap R^{-1}$ es simétrica.
- **(1 punto)** Por demostrar $R \cap R^{-1}$ es transitiva.

Pregunta 4.2

- **(1 punto)** Por demostrar S es refleja.
- **(1 punto)** Por demostrar S es antisimétrica.
- **(1 punto)** Por demostrar S es transitiva.

Pregunta 5

Pregunta 5.1

- **(1 punto)** Dirección de izquierda a derecha. Encontrar c (0.5 ptos.) y n_0 (0.5 ptos.) tal que $f \in O(1)$.
- **(2 puntos)** Dirección derecha a izquierda. Definir c (1 pto.) y mostrar que acota a f para todo n (1 pto.).

Pregunta 5.2

- **(2 puntos)** Definir la manera de listar los elementos de S (análogo a la demostración de que $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ es numerable).
- **(1 punto)** Probar que ese listado cumple con las 3 propiedades para conlcuir que S es numerable.