Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1'2019

INTERROGACION 2

Preguntas en blanco: Preguntas entregadas en blanco se evaluarán con un 1.5.

Pregunta 1

Sea A un conjunto no vacío y $R \subseteq A \times A$.

1. Demuestre que si R es antisimétrica, entonces $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$.
2. Demuestre que si $R \circ R \subseteq R$, entonces R es transitiva.

Pregunta 2

Sea A un conjunto no vacío y $\preceq \subseteq A \times A$ un orden parcial. En esta pregunta refiérase siempre a este orden parcial y responda verdadero o falso según corresponda. En caso de ser verdadero, demuestrelo, y en caso de ser falso, de un contra ejemplo y explíquelo.

1. Si S tiene un mínimo para todo $S \subseteq A$ con $S \neq \emptyset$, entonces $\preceq$ es un orden total.
2. Si $\preceq$ es un orden total, entonces S tiene un mínimo para todo $S \subseteq A$ con $S \neq \emptyset$.
3. Para todo $S \subseteq A$, si existe x que es minimal y maximal de S, entonces $|S| = 1$.

Pregunta 3

Para un conjunto A no vacío, sea $R \subseteq A \times A$ y $T \subseteq A \times A$ dos relaciones de equivalencia.

1. Demuestre que $(R \cup T)^t$ es una relación de equivalencia, donde $(\cdot)^t$ es la clausura transitiva $R \cup T$.
2. Demuestre que $(R \cup T)^t$ es la menor relación de equivalencia que contiene a R y T, esto es, para toda relación de equivalencia S tal que $R \subseteq S$ y $T \subseteq S$ se tiene que $(R \cup T)^t \subseteq S$.

Pregunta 4

Sean $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ y $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ dos funciones definidas sobre los números naturales.

1. Para $c \in \mathbb{N}$ se define la función constante h_c tal que $h_c(n) = c$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Decimos que f es *ortogonal* a g si $f \circ g = h_0$. Demuestre que f es una función sobreyectiva si, y sólo si, f es ortogonal solo a la función h_0.
2. Suponga que para todo $a, b \in \mathbb{N}$, se cumple que $f(a + b) = f(a) + f(b)$. Demuestre f es una función inyectiva si, y sólo si, $f(1) \neq 0$.