



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2018

TAREA 2

Publicación: Viernes 23 de Marzo.
Entrega: **Versión digital – Viernes 30 de Marzo hasta las 10:15 horas.**
Versión escrita – Lunes 2 de Abril hasta las 18:00 horas.

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en \LaTeX . No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre en cada hoja de respuesta.
- Si usa más de una hoja para una misma pregunta corchetelas.
- **Debe entregar una copia escrita en la secretaría del DCC y una copia digital por el buzón del curso, ambas antes de la fecha/hora de entrega.**
- Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.
- La tarea es individual.

Pregunta 1

Suponga \mathcal{S} un dominio de *seres* donde se cuenta con los siguientes predicados sobre \mathcal{S} :

$$\begin{aligned}D(x) &:= x \text{ es un dios} \\H(x) &:= x \text{ es un humano} \\A(x, y) &:= x \text{ adora a } y\end{aligned}$$

Cada predicado es definido sobre el conjunto de seres \mathcal{S} que tiene uno o más seres (posiblemente infinito). También se cuenta con un predicado $E(x, y)$ sobre \mathcal{S} tal que $E(a, b) = 1$ si, y solo si, a es exactamente el mismo ser que b , para todo ser a y b en \mathcal{S} . Exceptuando del predicado E , todos los predicados D , H y A se definen según “la religión” que desean modelar. Por ejemplo, \mathcal{S} pueden ser los griegos y se tiene que $D(\text{Zeus}) = 1$, $H(\text{Socrates}) = 1$, $D(\text{Socrates}) = 0$, $A(\text{Socrates}, \text{Zeus}) = 1$, $A(\text{Zeus}, \text{Socrates}) = 0$, etc.

Usando lógica de predicados, uno puede definir afirmaciones sobre esta *religión* de seres \mathcal{S} . Por ejemplo, la afirmación “todo ser es humano o es dios” se puede definir con la siguiente fórmula en lógica proposicional:

$$\forall x. D(x) \vee H(x)$$

Defina las siguientes afirmaciones en lógica de predicados y explique brevemente su correctitud.

1. “Todo ser es humano o es dios, pero no ambos simultáneamente”
2. “Todos dios es adorado por al menos un humano”
3. “Para todo ser, si existe un hombre que adora ese ser, entonces ese ser es un dios”
4. “Existe un único dios que todos los hombres adoran”
5. “Existe una persona que adora al menos dos dioses distintos”
6. “Existen exactamente dos hombres ateos (que no adoran a ningún dios)”

Pregunta 2

Suponga que tiene un grupo de n niñas m_1, \dots, m_n y n niños h_1, \dots, h_n , y una *relación de gusto* que viene dado por una lista L de pares (m_i, h_j) lo cual significa que “a la niña m_i le gusta el niño h_j ”. Un *emparejamiento* E entre el grupo de niñas y niños es un listado de pares (m_i, h_j) tal que cada niña es emparejada con exactamente un niño y no pueden haber niñas que estén emparejadas con el mismo niño y viceversa. Decimos que un emparejamiento E es *perfecto* dada la relación de gusto L si cada vez que m_i esta emparejado con h_j en E se tiene que a m_i le gusta el niño h_j en L . En otras palabras, el emparejamiento es perfecto si las niñas son emparejadas con los niños siguiendo el gusto de las niñas. Dado un listado de relación de gusto L , el problema consiste en determinar si existe un emparejamiento perfecto para L .

Para cualquier grupo de n niñas y n niños, y cualquier relación de gusto L , construya un conjunto de fórmulas proposicionales $\Sigma_{n,L}$ tal que existe un emparejamiento perfecto para L si, y solo si, $\Sigma_{n,L}$ es satisfacible.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **ítem** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.