



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
CURSO: MATEMÁTICAS DISCRETAS
AYUDANTES: FRANCISCA CAPRILE, CATALINA ORTEGA, MATÍAS FERNÁNDEZ E
IGNACIO VERGARA

Ayudantía 12

17 de noviembre de 2023

2º semestre 2023 - Profesores G. Diéguez - S. Buggedo - N. Alvarado- B. Barías

Ejercicio 1 | Relaciones

Dados dos números $q_1, q_2 \in \mathbb{Q}$, se define la relación Q como:

$$q_1 Q q_2 \text{ si y solo si } q_1 - q_2 \in \mathbb{Z}.$$

Demuestre que es una relación de equivalencia.

Ejercicio 2 | Funciones y cardinalidad

Sea el conjunto

$$\mathcal{I} := \{A \subseteq \mathbb{N} \mid A \text{ es infinito y } \mathbb{N} \setminus A \text{ es infinito}\}$$

Demuestre que \mathcal{I} es equinumeroso con $\mathcal{P}(\mathbb{N})$

Ejercicio 3 | Funciones y cardinalidad (I2 2021-2)

Sean A, B, C y D conjuntos infinitos tales que $A \approx C$ y $B \approx D$. Considere los siguientes conjuntos:

$$\mathcal{F} = \{f \mid f : A \rightarrow B \text{ es una función}\}$$

$$\mathcal{G} = \{g \mid g : C \rightarrow D \text{ es una función}\}$$

Demuestre que $F \approx G$.

Ejercicio 4 | Algoritmos y complejidad

1. Considere el siguiente algoritmo:

Algorithm 1: theavengersaredead(n)

Data: n

Result: i

```
1  $k \leftarrow 1$ ;  
2 for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do  
3    $k \leftarrow k \times n$ ;  
4  $i \leftarrow 1$ ;  
5 while  $i \leq k$  do  
6    $i \leftarrow i \times 2$ ;  
7 return  $i$ ;
```

Encuentre una función f y demuestre (usando la definición formal de la notación Θ) que el tiempo de theavengersaredead en términos de n es $\Theta(f(n))$.

2. Demuestre que si $f_1 \in \mathcal{O}(g_1)$ y $f_2 \in \mathcal{O}(g_2)$, entonces $f_1 + f_2 \in \mathcal{O}(\max\{g_1, g_2\})$