Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas

INTERROGACION 2

Preguntas en blanco: Preguntas entregadas en blanco se evaluarán con un 1.5.

Pregunta 1

Demuestre que el principio del buen orden implica el principio de inducción simple.

Pregunta 2

Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de todas las funciones inyectivas de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$. ¿es el conjunto $\mathcal{F}$ infinito numerable o no? Demuestre su afirmación.

Pregunta 3

Un grafo dirigido G sobre $\mathbb{N}$ es un par $G = (V, E)$ tal que $V \subseteq \mathbb{N}$ es un conjunto finito y no vació, y $E \subseteq V \times V$ es una relación binaria. Un camino infinito en G es una secuencia infinita $v_0, v_1, \ldots$ tal que $(v_i, v_{i+1}) \in E$ para todo $i \geq 0$. Definimos el conjunto C_G^ω como el conjunto de todos los caminos infinitos en G.

1. Dé un ejemplo de un grafo dirigido G_1 sobre $\mathbb{N}$ tal que $C_{G_1}^\omega$ es un *conjunto finito no vacío*. Demuestre su afirmación.
2. Dé un ejemplo de un grafo dirigido G_2 sobre $\mathbb{N}$ tal que $C_{G_2}^\omega$ es un *conjunto infinito no-numerable*. Demuestre su afirmación.
3. Dé un ejemplo de un grafo dirigido G_3 sobre $\mathbb{N}$ tal que $C_{G_3}^\omega$ es un *conjunto infinito numerable*. Demuestre su afirmación.

Pregunta 4

Para un $n \geq 1$, sea $\{0,1\}^n$ el conjunto de todas las palabras de largo exactamente n. Dos palabras $u = a_1 a_2 \ldots a_n$ y $v = b_1 b_2 \ldots b_n$ en $\{0,1\}^*$ se dicen consecutivas si existe un $i \leq n$ tal que $a_i \neq b_i$ y $a_j = b_j$ para todo $j \neq i$. Es decir, u y v son consecutivas si difieren exactamente en un sólo símbolo. Por ejemplo, para $n = 5$ las palabras 01011 y 01111 son consecutivas porque solo difieren en el tercer dígito.

Demuestre que para todo $n \geq 1$, uno puede hacer una secuencia de las palabras en $\{0,1\}^n$ de la forma:

$$u_0, u_1, \ldots, u_{2^n}$$

tal que todas las palabras en $\{0,1\}^n$ aparecen en la secuencia, $u_0 = u_{2^n}$, y para todo $i < 2^n$ se cumple que u_i y u_{i+1} son palabras consecutivas.