



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Ayudantía Repaso Examen

6 de julio de 2024

Martín Atria, Paula Grune, Caetano Borges

1 Cardinalidad

Determine si el subconjunto de los números reales que tienen un número infinito de 1s en su representación decimal es numerable o no. Demuestre su respuesta.

2 Algoritmos

1. Demuestre que $n! \in \mathcal{O}(n^n)$ pero que $n^n \notin \mathcal{O}(n!)$
2. Analice las complejidades de tiempo en el peor y mejor caso para el siguiente algoritmo:

Algorithm 1 Insertion Sort

```
for  $i = 1$  to  $n$  do
  for  $j = i$  to 1 do
    if  $L[j] < L[j - 1]$  then
       $L[j - 1], L[j] \leftarrow L[j], L[j - 1]$ 
    else
      break
    end if
  end for
end for
return L
```

3 Grafos

1. Demuestre que al menos uno de G y \bar{G} es conexo.
2. Sea $G = (V, E)$ un grafo tal que para toda terna $a, b, c \in V$ se tiene que

$$\delta(a) + \delta(b) + \delta(c) \geq |V| - 2$$

Demuestre que G tiene a lo más 2 componentes conexas.

4 Teoría de Números

1. Suponga que $a, b, m \in \mathbb{Z}$ con $m > 0$ son tales que $\gcd(a, m) = \gcd(b, m) = 1$. Sean $x, y \in \mathbb{Z}$ tal que $a^x \equiv b^x \pmod{m}$ y $a^y \equiv b^y \pmod{m}$. Si $d = \gcd(x, y)$ demuestre que

$$a^d \equiv b^d \pmod{m}$$

2. Sean p, q dos números primos distintos. Demuestre que, si

$$a^q \equiv a \pmod{p}$$

$$a^p \equiv a \pmod{q}$$

entonces $a^{pq} \equiv a \pmod{pq}$.