



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN  
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

# Ayudantía 6

27 de septiembre de 2024

Martín Atria, José Thomas Caraball, Caetano Borges

---

## Resumen

Conceptos importantes:

- Conjunto: es una colección bien definida de objetos, estos objetos se llaman elementos del conjunto y diremos que pertenecen a él.
- Subconjunto: Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Diremos que  $A$  es subconjunto de  $B$  ( $A \subseteq B$ ) si

$$\forall x(x \in A \rightarrow x \in B) \text{ (esto es si cada elemento de } A \text{ está en } B)$$

- Diremos que dos conjuntos  $A$  y  $B$  son iguales si y solo si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ .
- Conjunto potencia: Dado un conjunto  $A$ , el conjunto de todos los subconjuntos de  $A$  corresponde a su conjunto potencia,  $\mathcal{P}(A) := \{X | X \subseteq A\}$
- Complemento: Dado un conjunto  $A \subseteq \mathcal{U}$ , el complemento de  $A$  (relativo a  $\mathcal{U}$ ) es

$$A^c = \mathcal{U} \setminus A = \{x | x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A\}$$

Axioma de extensión:  $\forall A \forall B, A = B \iff \forall x(x \in A \iff x \in B)$ . Observación:  $\{x, x\} = \{x\}$

Axioma del conjunto vacío:  $\exists X$  tal que  $\forall x, x \notin X$ .  $X = \emptyset$ .

Teoremas importantes:

- Para todo conjunto  $A$  se tiene que  $\emptyset \subseteq A$ .
- Existe un único conjunto vacío.

Operaciones:

- Unión: dados dos conjuntos  $A$  y  $B$ , el conjunto de los elementos que están en  $A$  o en  $B$  corresponde a la unión de  $A$  y  $B$  ( $A \cup B$ ),

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

Dado un conjunto de conjuntos  $S$  se define la **unión generalizada** como

$$\bigcup S = \{x | \exists A \in S \text{ tal que } x \in A\}$$

- Intersección: dados dos conjuntos  $A$  y  $B$ , el conjunto de los elementos que están en  $A$  y en  $B$  corresponde a la intersección de  $A$  y  $B$  ( $A \cap B$ ),

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

Dado un conjunto de conjuntos  $S$  se define la **intersección generalizada** como

$$\bigcap S = \{x | \forall A \in S \text{ se cumple que } x \in A\}$$

- Diferencia: dados dos conjuntos  $A$  y  $B$ , el conjunto de los elementos que están en  $A$  pero no en  $B$  corresponde a la diferencia de  $A$  y  $B$  ( $A \setminus B$ ),

$$A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$$

## Leyes

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1. Absorción:<br>$A \cup (A \cap B) = A$<br>$A \cap (A \cup B) = A$   | 4. Asociatividad:<br>$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$<br>$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ | 7. Leyes de De Morgan:<br>$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$<br>$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ |
| 2. Elemento neutro:<br>$A \cup \emptyset = A$<br>$A \cap \mathcal{U} = A$   | 5. Conmutatividad:<br>$A \cup B = B \cup A$<br>$A \cap B = B \cap A$                                    | 8. Elemento inverso:<br>$A \cup A^c = \mathcal{U}$<br>$A \cap A^c = \emptyset$           |
| 3. Distributividad:<br>$A \cup (B \cap C) =$<br>$(A \cup B) \cap (A \cup C)$<br>$A \cap (B \cup C) =$<br>$(A \cap B) \cup (A \cap C)$ | 6. Idempotencia:<br>$A \cup A = A$<br>$A \cap A = A$  | 9. Dominación:<br>$A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$<br>$A \cap \emptyset = \emptyset$   |

## 1. Meme del día



## 2. Conjuntos y Producto Cartesiano

1. Sean  $A, B$  y  $C$  conjuntos no vacíos.  
¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Demuestre o dé un contraejemplo.

- a)  $A \times B = B \times A$  si y sólo si  $A = B$   
b)  $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$

2. Definimos la *diferencia simétrica* entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  como:

$$A \Delta B = A \setminus B \cup B \setminus A$$

Demuestre que si  $A, B$  y  $C$  son no vacíos, se cumple que.

$$\text{Si } A \Delta C = B \Delta C \text{ entonces } A = B$$

### 3. Teoría de Conjuntos

Dado un conjunto  $A$ , definimos

$$\mathcal{T}(A) = \{X \in \mathcal{P}(A) \mid X = \emptyset \vee A \setminus X \text{ es finito}\}$$

Recuerde que  $\mathcal{P}(A)$  es el conjunto potencia de  $A$ .

Demuestre que:

1.  $\emptyset \in \mathcal{T}(A)$
2.  $A \in \mathcal{T}(A)$
3.  $\bigcup \mathcal{T}(A) \in \mathcal{T}(A)$
4. Si  $\mathcal{X}$  es un subconjunto finito de  $\mathcal{T}(A)$ , entonces  $\bigcap \mathcal{X} \in \mathcal{T}(A)$ .