

1 Verdadero o Falso

Para cada uno de los siguientes enunciados, indique si el enunciado es verdadero (V) o falso (F). Justifique su respuesta.

1. Si A es un conjunto enumerable, entonces $A \times A$ es un conjunto no enumerable.
2. Si (V, E) es un grafo no dirigido, entonces E es una relación asimétrica.
3. Si $G = (V, E)$ es un grafo no dirigido, entonces $E = E^{-1}$.
4. Si (V, E) es un grafo simple, entonces E es una relación irrefleja sobre V .
5. Sea P un conjunto de proposiciones y sean φ y ψ fórmulas en $\mathcal{L}(P)$. Si ψ es una tautología, entonces $\varphi \rightarrow \psi$ es una tautología.
6. Si $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ son grafos isomorfos, entonces $V_1 \approx V_2$ y $E_1 \approx E_2$.
7. Para todo conjunto A , existe una única relación que es a la vez una relación de orden parcial y una relación de equivalencia.
8. Si $C = (V, E)$ es un ciclo y $e \in E$ es una arista de C , entonces $P = (V, E \setminus \{e\})$ es un árbol.
9. Si un grafo $G = (V, E)$ es un árbol, y $G' = (V', E')$ es un subgrafo de G , entonces G' es un árbol.
10. Sean P y Q dos conjuntos de primos. Entonces,

$$\text{MCD} \left(\prod_{p \in P} p, \prod_{q \in Q} q \right) = \prod_{r \in P \cap Q} r$$

11. Si p es primo, entonces la relación \sim , definida sobre \mathbb{N} por $a \sim b$ si y sólo si $a^p \equiv_p b$, es de equivalencia.
12. Recuerde el algoritmo de Euclides para calcular el MCD:

```
1 function MCD(a, b)
2   if b = 0 then
3     return a
4   return MCD(b, a mod b)
```

El algoritmo de Euclides hace a lo más $\mathcal{O}(\log_2(b))$ llamadas recursivas.

13. Si R es una relación y $R \circ R = R$ entonces R es transitiva.
14. Toda cláusula es también una fórmula en CNF.
15. La relación \rightsquigarrow sobre $\mathcal{L}(P)$, definida por $\varphi \rightsquigarrow \psi$ si y sólo si $\varphi \rightarrow \psi$ es una tautología, es una relación de orden parcial sobre $\mathcal{L}(P)$.

16. La relación $!$ sobre $\mathcal{L}(P)$, definida por $\varphi! \psi$ si y sólo si $\varphi \rightarrow \neg \psi$ es una tautología, es irrefleja.
17. Si $G = (V, E)$ es un clique, entonces $E = V \times V$.
18. Una recta es una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = mx + n$, donde diremos que m es la pendiente y n es la ordenada. Decimos que dos rectas f y g son paralelas, lo que denotamos por $f \parallel g$, si tienen la misma pendiente. La relación \parallel define una relación de equivalencia sobre rectas.
19. Sea \prec la relación entre funciones definida por $f \prec g$ si y sólo si $f \in \mathcal{O}(g)$. Entonces, \prec es una relación de orden parcial sobre funciones.
20. $A \times \emptyset = \emptyset$
21. Dado un grafo $G = (V, E)$, la suma de los grados de sus vértices, $\sum_{v \in V} \deg(v)$ es par.
22. Todo entero tiene al menos un divisor primo.
23. Dado un conjunto P de n variables proposicionales, el conjunto cociente $\mathcal{L}(P)/\equiv$ tiene exactamente 2^{2^n} elementos.
24. Si un grafo $G = (V, E)$ es conexo, entonces la relación E es conexa.