Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Tarea 4

14 de octubre de 2024

2º semestre 2024 - Profesores P. Bahamondes - D. Bustamante - M. Romero

---

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega**: Hasta las 23:59 del 21 de octubre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en LaTeX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Debe usar el template LaTeX publicado en la página del curso.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
  - Los archivos que debe entregar son el archivo `PDF` correspondiente a su solución con nombre `numalumno.pdf`, junto con un `zip` con nombre `numalumno.zip`, conteniendo el archivo `numalumno.tex` que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas (salvo que utilice su cupón `#problemaexcepcional`).
- Si tiene alguna duda, el foro de Github (issues) es el lugar oficial para realizarla.

Pregunta 1

(a) (1.5 pts) Recuerde que la diferencia entre dos conjuntos A y B se define como

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}.$$

Sean A, B y C conjuntos. ¿Es cierto que $(A \setminus B) \setminus C \subseteq A \setminus (B \setminus C)$? ¿Es cierto que $A \setminus (B \setminus C) \subseteq (A \setminus B) \setminus C$? En cada caso, demuestre o dé un contraejemplo de la propiedad.

(b) Decimos que una relación R sobre un conjunto A es un *preorden* si es refleja y transitiva. Sea R un preorden sobre A:

(1) (1.5 pts) Demuestre que $R \cap R^{-1}$ es una relación de equivalencia en A.

(2) (3.0 pts) Definimos una relación S sobre el conjunto cuociente de A con respecto a $R \cap R^{-1}$ como sigue:

$$(C, D) \in S \iff \text{existe } c \in C \text{ y existe } d \in D \text{ tal que } (c, d) \in R.$$

Demuestre que S es un orden parcial.

Pregunta 2

(a) (2.0 pts) Sea $(A, \preceq)$ un orden total. Demuestre que para todo subconjunto no vacío $S \subseteq A$ y todo elemento $x \in A$, se cumple que x es un elemento minimal de S si y sólo si x es un mínimo de S.

(b) Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de todas las funciones $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Definimos la relación $\preceq$ sobre $\mathcal{F}$ como sigue:

$$f \preceq g \iff f(n) \leq g(n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

(1) (2.0 pts) Demuestre que $\preceq$ es un orden parcial sobre $\mathcal{F}$.

(2) (1.0 pts) ¿Es $\preceq$ un orden total? Argumente su respuesta.

(3) (1.0 pts) ¿Tiene $\mathcal{F}$ un mínimo? Argumente su respuesta.