



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Ayudantía 4 - Lógica Proposicional y de Predicados

6 de septiembre de 2024

Martín Atria, José Thomas Caraball, Caetano Borges

1. Meme del día

Me: When all unicorns
learn to fly, I'll kill a man

Regular people:



Logicians:



Este meme tiene dos instrucciones:

1. Explicar el meme.
2. Explicar por qué no es válido en lógica de predicados.

2. Satisfacibilidad y consecuencia lógica

Un conjunto de fórmulas proposicionales Σ es *redundante* si existe una fórmula $\alpha \in \Sigma$ tal que $\Sigma \setminus \{\alpha\} \models \alpha$, es decir, si existe α tal que al extraerla del conjunto Σ , es consecuencia lógica del conjunto resultante.

1. Demuestre que si existen $\alpha, \beta \in \Sigma$ con $\alpha \neq \beta$ y $\alpha \equiv \beta$, entonces Σ es redundante.

Decimos que Σ es *redundante de a pares* si existen $\alpha, \beta \in \Sigma$ con $\alpha \neq \beta$ tales que $\{\alpha\} \models \beta$. Demuestre o entregue un contraejemplo para las siguientes afirmaciones:

2. Si Σ es redundante de a pares, entonces es redundante
3. Si Σ es redundante, entonces es redundante de a pares

3. Resolución

1. Sea el conjunto de fórmulas $\Sigma = \{p \vee q \vee s, p \vee \neg q, \neg(p \vee q) \vee s\}$. Aplique resolución para demostrar que $\Sigma \models (r \rightarrow s)$.
2. Demuestre por resolución que $(p \vee (p \rightarrow q)) \wedge \neg(r \wedge \neg p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (r \rightarrow q) \equiv p \wedge q$.

4. Lógica de predicados

Considere el símbolo de predicado binario $=$ que en toda interpretación se interpreta como igualdad de elementos. Además, considere el símbolo de predicado ternario S . Determine si las siguientes fórmulas son satisfacibles y demuestre su respuesta.

1. $\varphi_1 := \forall x \forall y \neg(x = y)$
2. $\varphi_2 := \forall x \exists y \exists z [\neg(x = y) \wedge (x = z \vee y = z)]$
3. $\varphi_3(x) := \forall y (S(x, y, y) \wedge S(x, x, y))$