Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Tarea 3

16 de abril de 2025

1º semestre 2025 - Profesores P. Bahamondes - D. Bustamante - P. Barceló

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega**: Hasta las 23:59 del 25 de abril a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en LaTeX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Debe usar el template LaTeX publicado en la página del curso.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
  - Los archivos que debe entregar son el archivo `PDF` correspondiente a su solución, junto con un `zip`, conteniendo el archivo `tex` que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas (salvo que utilice su cupón `#problemaexcepcional`).
- Si tiene alguna duda, el foro de Github (issues) es el lugar oficial para realizarla.

Pregunta 1

En teoría de conjuntos definimos inductivamente sobre $\mathbb{N}$ las operaciones *sum* y *mult* tal que (i) $sum(m,n)$ si y sólo si $m+n$ y (ii) $mult(m,n)$ si y sólo si $m \cdot n$.

1. $sum(m,0) = m$
2. $sum(m,\delta(n)) = \delta(sum(m,n))$

1. $mult(m,0) = 0$
2. $mult(m,\delta(n)) = sum(m, mult(m,n))$

De la misma forma defina el operador *pot* tal que $pot(m,n)$ si y sólo si m^n. Además, utilizando las definiciones demuestre detalladamente por inducción (sobre a y b) que $m^a \cdot m^b = m^{a+b}$, es decir, que $mult(pot(m,a), pot(m,b)) = pot(m, sum(a,b))$. Puede asumir que la suma y multiplicación son conmutativas y asociativas.

Pregunta 2

1. Sea P un conjunto de variables proposicionales. Considere la relación $\preceq$ definida por:

$$\varphi \preceq \psi \Leftrightarrow \forall \sigma : P \to \{0,1\} \, (\sigma(\varphi) \leq \sigma(\psi))$$

   Determine (y demuestre) si la relación $\preceq$ es:

   - Refleja
   - Antisimétrica
   - Transitiva
   - Conexa

2. Se define la relación binaria $\pitchfork$ como la siguiente relación binaria sobre $\mathcal{L}(P)$: $\varphi \pitchfork \psi \Leftrightarrow$ no existe $\alpha \in \mathcal{L}(P)$ tal que $\{\alpha, \varphi\} \models \psi$. Demuestre que la relación $\pitchfork$ es irrefleja.