



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Interrogación 1

29 de Septiembre de 2025

Duración: 2:30 hrs.

Pregunta 1

Sean Σ y Σ' dos conjuntos de fórmulas proposicionales. Sea φ una fórmula proposicional. ¿Son las siguientes afirmaciones verdaderas o falsas? Demuestre o de un contraejemplo.

- (a) Si $\Sigma \models \varphi$ o $\Sigma' \models \varphi$, entonces $\Sigma \cup \Sigma' \models \varphi$.
- (b) Si $\Sigma \cup \Sigma' \models \varphi$, entonces $\Sigma \models \varphi$ o $\Sigma' \models \varphi$.

Pregunta 2

Considere las siguientes interpretaciones sobre el predicado binario $<$.

- \mathcal{I}_1 tiene como dominio a \mathbb{N} e interpreta a $<$ como el orden usual en los números naturales.
- \mathcal{I}_2 tiene como dominio a \mathbb{Z} e interpreta a $<$ como el orden usual en los números enteros.
- \mathcal{I}_3 tiene como dominio a \mathbb{Q} e interpreta a $<$ como el orden usual en los números racionales.

Responda las siguientes preguntas sobre estas interpretaciones.

- (a) Construya una oración φ_1 tal que φ_1 es cierta en \mathcal{I}_1 y falsa en \mathcal{I}_2 e \mathcal{I}_3 .
- (b) Construya una oración φ_2 tal que φ_2 es cierta en \mathcal{I}_2 y falsa en \mathcal{I}_1 e \mathcal{I}_3 .
- (c) Construya una oración φ_3 tal que φ_3 es cierta en \mathcal{I}_3 y falsa en \mathcal{I}_1 e \mathcal{I}_2 .

En cada caso, comente brevemente qué está expresando su oración.

Pregunta 3

- (a) Demuestre que $(A \setminus B) \setminus C \subseteq A \setminus (B \setminus C)$, para todos los conjuntos A , B y C .
- (b) Demuestre que $\mathcal{P}(A \setminus B) \neq \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$ para todos los conjuntos A y B .

Pregunta 4

Recuerde que el *sucesor* B de un conjunto A se define como $B = A \cup \{A\}$. Demuestre que no existe un conjunto A tal que el sucesor de A es igual a \mathbb{N} , donde \mathbb{N} es el conjunto de los números naturales.

(*Hint:* Recuerde la siguiente propiedad vista en ayudantía: No existe un conjunto A tal que $A \in A$.)