



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Tarea 2 - Sección 3

27 de agosto de 2025

2º semestre 2025 - Profesores M. Arenas - A. Kozachinskiy - M. Romero

Requisitos

- La tarea es **individual**. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- Cada pregunta tiene una nota de 1 a 7 (hay 1 punto base). La nota final es el promedio de ambas preguntas.
- **Entrega:** Hasta las 23:59 del viernes 05 de septiembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
 - Esta tarea debe ser hecha completamente en \LaTeX . Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
 - Debe usar el template \LaTeX publicado en la página del curso.
 - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. **Hint:** Utilice `\newpage`
 - Los archivos que debe entregar son el archivo PDF correspondiente a su solución y un zip conteniendo el archivo `.tex` que compila su tarea. Si su `.tex` hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas (salvo que utilice algún cupón `#problemaexcepcional`).
- Si tiene alguna duda, el foro de Github (issues) es el lugar oficial para realizarla.

Pregunta 1

Considere el vocabulario $\mathcal{L} = \{Capital, MismoPais, Vuelo\}$, donde $Capital$ tiene aridad 1, $MismoPais$ tiene aridad 2, y $Vuelo$ tiene aridad 2. Considere la siguiente interpretación \mathcal{I} :

$\mathcal{I}(dom) =$ conjunto de todas las ciudades del mundo.

$\mathcal{I}(Capital(x)) = x$ es capital.

$\mathcal{I}(MismoPais(x, y)) = x$ e y están en el mismo país.

$\mathcal{I}(Vuelo(x, y)) =$ hay un vuelo directo desde x a y .

Escriba fórmulas $\alpha(x)$ y $\beta(x)$ en la lógica de predicados sobre \mathcal{L} tal que:

- (a) (3.0 pts) $\llbracket \alpha \rrbracket_{\mathcal{I}} =$ hay un vuelo directo desde x hacia una ciudad fuera del país.
- (b) (3.0 pts) $\llbracket \beta \rrbracket_{\mathcal{I}} =$ se puede llegar desde x a la capital del mismo país en a lo más 2 escalas.

(**Observación:** Si x es la capital de su país, el predicado anterior se considera verdadero.)

Pregunta 2

Considere las siguientes dos fórmulas de la lógica de predicados, sobre el vocabulario $\mathcal{L} = \{P, A\}$, donde P tiene aridad 1 y A tiene aridad 2.

$$\phi = \forall x \exists y (P(y) \wedge A(x, y)),$$

$$\psi = \exists x \forall y \forall z \left((P(y) \wedge P(z) \wedge A(x, y) \wedge A(x, z)) \rightarrow (A(y, z) \vee A(z, y) \vee y = z) \right),$$

y la interpretación \mathcal{I} :

$$\mathcal{I}(\text{dom}) = \mathbb{N}.$$

$$\mathcal{I}(P(x)) = x \text{ es primo.}$$

$$\mathcal{I}(A(x, y)) = x + 10^9 \leq y.$$

(a) (3.0 pts) Calcule el valor de verdad de $\llbracket \phi \rrbracket_{\mathcal{I}}$. Argumente su respuesta.

(b) (3.0 pts) Calcule el valor de verdad de $\llbracket \psi \rrbracket_{\mathcal{I}}$. Argumente su respuesta.

(**Hint:** investigue sobre la *twin prime conjecture* https://en.wikipedia.org/wiki/Twin_prime)