

IIC1253 Matemáticas Discretas

Sasha Kozachinskiy

DCC UC

03.11.2025

Hoy...

Enumerabilidad: cardinalidad de \mathbb{R} .

Repaso

Definición

Un conjunto A es **enumerable** si $\mathbb{N} \approx A$

Repaso

Definición

Un conjunto A es **enumerable** si $\mathbb{N} \approx A$

Teorema (Cantor)

$A \prec \mathcal{P}(A)$ para todo conjunto A .

Repaso

Definición

Un conjunto A es **enumerable** si $\mathbb{N} \approx A$

Teorema (Cantor)

$A \prec \mathcal{P}(A)$ para todo conjunto A .

Corolario

$\mathcal{P}(\mathbb{N})$ no es enumerable.

El conjunto de funciones

Definición

Sean A, B dos conjuntos. El conjunto B^A es el conjunto de todas las funciones $f: A \rightarrow B$.

El conjunto de funciones

Definición

Sean A, B dos conjuntos. El conjunto B^A es el conjunto de todas las funciones $f: A \rightarrow B$.

Elementos de $X^{\mathbb{N}}$ son secuencias infinitas de elementos de X :

$$f: \mathbb{N} \rightarrow X \qquad f(0), f(1), f(2), \dots \in X$$

El conjunto de funciones

Definición

Sean A, B dos conjuntos. El conjunto B^A es el conjunto de todas las funciones $f: A \rightarrow B$.

Elementos de $X^{\mathbb{N}}$ son secuencias infinitas de elementos de X :

$$f: \mathbb{N} \rightarrow X \qquad f(0), f(1), f(2), \dots \in X$$

Lemma

Si $A_1 \approx A_2, B_1 \approx B_2$, entonces $B_1^{A_1} \approx B_2^{A_2}$.

Secuencias y subconjuntos

Proposición

$$\mathcal{P}(\mathbb{N}) \approx \{0, 1\}^{\mathbb{N}}.$$

Teorema

$$\mathbb{R} \approx \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$$

Demostración.

Parte 1: $\mathbb{R} \preceq \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$



Teorema

$$\mathbb{R} \approx \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$$

Demostración.

Parte 2: $\{0, 1\}^{\mathbb{N}} \preceq \mathbb{R}$



Teorema

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \approx \mathbb{R}.$$

Corolario

Demuestre que $A \approx \mathbb{R}$, donde

- ▶ *A es el conjunto de los círculos en el plano*
- ▶ *A es el conjunto de los hexágonos en el plano.*

¡Gracias!