



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN  
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

# Tarea 2 - Sección 1

27 de agosto de 2025

2º semestre 2025 - Profesores M. Arenas - A. Kozachinskiy - M. Romero

---

## Requisitos

- La tarea es **individual**. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- Cada pregunta tiene una nota de 1 a 7 (hay 1 punto base). La nota final es el promedio de ambas preguntas.
- **Entrega:** Hasta las 23:59 del viernes 05 de septiembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en  $\text{\LaTeX}$ . Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Debe usar el template  $\text{\LaTeX}$  publicado en la página del curso.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. **Hint:** Utilice `\newpage`
  - Los archivos que debe entregar son el archivo PDF correspondiente a su solución y un zip conteniendo el archivo `.tex` que compila su tarea. Si su `.tex` hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas (salvo que utilice algún cupón `#problemaexcepcional`).
- Si tiene alguna duda, el foro de Github (issues) es el lugar oficial para realizarla.

## Pregunta 1

Considere el vocabulario  $\mathcal{L} = \{Capital, MismoPais, Vuelo\}$ , donde  $Capital$  tiene aridad 1,  $MismoPais$  tiene aridad 2, y  $Vuelo$  tiene aridad 2. Considere la siguiente interpretación  $\mathcal{I} = \langle A, Capital^{\mathcal{I}}, MismoPais^{\mathcal{I}}, Vuelo^{\mathcal{I}} \rangle$ , donde:

$A$  = conjunto de todas las ciudades del mundo.

$Capital^{\mathcal{I}} = \{c \mid c \text{ es capital}\}.$

$MismoPais^{\mathcal{I}} = \{(c, d) \mid c \text{ y } d \text{ están en el mismo país}\}.$

$Vuelo^{\mathcal{I}} = \{(c, d) \mid \text{hay un vuelo directo desde } c \text{ a } d\}.$

Escriba fórmulas  $\alpha(x)$  y  $\beta(x)$  en la lógica de predicados sobre  $\mathcal{L}$  tal que:

- (a) (3.0 pts)  $\llbracket \alpha \rrbracket_{\mathcal{I}} = \{c \mid \text{hay un vuelo directo desde } c \text{ hacia una ciudad fuera del país}\}.$
- (b) (3.0 pts)  $\llbracket \beta \rrbracket_{\mathcal{I}} = \{c \mid \text{se puede llegar desde } c \text{ a la capital del mismo país en a lo más 2 escalas}\}.$

(**Observación:** Si  $c$  es la capital de su país, entonces  $c \in \llbracket \beta \rrbracket_{\mathcal{I}}.$ )

## Pregunta 2

Considere las siguientes dos fórmulas de la lógica de predicados, sobre el vocabulario  $\mathcal{L} = \{P, A\}$ , donde  $P$  tiene aridad 1 y  $A$  tiene aridad 2.

$$\phi = \forall x \exists y (P(y) \wedge A(x, y)),$$

$$\psi = \exists x \forall y \forall z \left( (P(y) \wedge P(z) \wedge A(x, y) \wedge A(x, z)) \rightarrow (A(y, z) \vee A(z, y) \vee y = z) \right),$$

y la interpretación  $\mathcal{I} = \langle \mathbb{N}, P^{\mathcal{I}}, A^{\mathcal{I}} \rangle$  tal que:

$$P^{\mathcal{I}} = \{n \mid n \text{ es primo}\}.$$

$$A^{\mathcal{I}} = \{(n, m) \mid n + 10^9 \leq m\}.$$

(a) (3.0 pts) Calcule el valor de verdad de  $\llbracket \phi \rrbracket_{\mathcal{I}}$ . Argumente su respuesta.

(b) (3.0 pts) Calcule el valor de verdad de  $\llbracket \psi \rrbracket_{\mathcal{I}}$ . Argumente su respuesta.

(**Hint:** investigue sobre la *twin prime conjecture* [https://en.wikipedia.org/wiki/Twin\\_prime](https://en.wikipedia.org/wiki/Twin_prime))