

# Elementos mínimos y minimales

## Definición

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

# Elementos mínimos y minimales

## Definición

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

- ▶ *Un elemento  $a \in A$  es un elemento **mínimo** de  $R$  si para todo  $b \in A$  se tiene que  $aRb$*

# Elementos mínimos y minimales

## Definición

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

- ▶ *Un elemento  $a \in A$  es un elemento **mínimo** de  $R$  si para todo  $b \in A$  se tiene que  $aRb$*
- ▶ *Un elemento  $a \in A$  es un elemento **minimal** de  $R$  si no existe un elemento  $b \in A$  tal que  $b \neq a$  y  $bRa$*

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ .

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos?

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?



# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  definido como antes pero sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$ .

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  definido como antes pero sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$ . ¿Tiene este orden elementos mínimos?

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  definido como antes pero sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$ . ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  definido como antes pero sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$ . ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

4. Demuestre que  $=$  es un orden parcial sobre  $\mathbb{N}$ .

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  definido como antes pero sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$ . ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

4. Demuestre que  $=$  es un orden parcial sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Tiene este orden elementos mínimos?

# Ejercicios

1. Considere el orden usual  $\leq$  sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Es 0 un elemento mínimo de  $\leq$ ?  
¿Es 0 un elemento minimal de  $\leq$ ?

2. Recuerde que el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq b \text{ y } c \leq d.$$

¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial  $\leq_{\text{coord}}$  definido como antes pero sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$ . ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

4. Demuestre que  $=$  es un orden parcial sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

# Algunas propiedades fundamentales

## Teorema

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

# Algunas propiedades fundamentales

## Teorema

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

1. *Si  $a$  y  $b$  son elementos mínimos de  $R$ , entonces  $a = b$ .*



# Algunas propiedades fundamentales

## Teorema

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

- 1. Si  $a$  y  $b$  son elementos mínimos de  $R$ , entonces  $a = b$ .*
- 2. Si  $a$  es un elemento mínimo de  $R$ , entonces  $a$  es un elemento minimal de  $R$ .*

# Algunas propiedades fundamentales

## Teorema

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

- 1. Si  $a$  y  $b$  son elementos mínimos de  $R$ , entonces  $a = b$ .*
- 2. Si  $a$  es un elemento mínimo de  $R$ , entonces  $a$  es un elemento minimal de  $R$ .*
- 3. Si  $a$  y  $b$  son elementos minimales de  $R$ , entonces no se tiene que  $aRb$  ni se tiene que  $bRa$ .*

# Algunas propiedades fundamentales

## Teorema

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

- 1. Si  $a$  y  $b$  son elementos mínimos de  $R$ , entonces  $a = b$ .*
- 2. Si  $a$  es un elemento mínimo de  $R$ , entonces  $a$  es un elemento minimal de  $R$ .*
- 3. Si  $a$  y  $b$  son elementos minimales de  $R$ , entonces no se tiene que  $aRb$  ni se tiene que  $bRa$ .*
- 4. Si  $R$  es un orden total y  $a$  es un elemento minimal de  $R$ , entonces  $a$  es un elemento mínimo de  $R$ .*

# Algunas propiedades fundamentales

## Teorema

*Sea  $R$  un orden parcial sobre un conjunto  $A$ .*

- 1. Si  $a$  y  $b$  son elementos mínimos de  $R$ , entonces  $a = b$ .*
- 2. Si  $a$  es un elemento mínimo de  $R$ , entonces  $a$  es un elemento minimal de  $R$ .*
- 3. Si  $a$  y  $b$  son elementos minimales de  $R$ , entonces no se tiene que  $aRb$  ni se tiene que  $bRa$ .*
- 4. Si  $R$  es un orden total y  $a$  es un elemento minimal de  $R$ , entonces  $a$  es un elemento mínimo de  $R$ .*

## Ejercicio

Demuestre el teorema.