



Guía 1 – Lógica proposicional

Problema 1 Define si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas (o que no se puede definir): :

- a) $(18.09.25 \text{ lloverá}) \rightarrow ((19.09.25 \text{ nevará}) \rightarrow (18.09.25 \text{ lloverá}))$
- b) $\bigwedge_{i=1}^{990} \bigvee_{j=i}^{i+9} (j \text{ es primo})$.
- c) $((\text{Hipótesis de Riemann}) \rightarrow (P = NP)) \wedge ((P=NP) \rightarrow (\text{Hipótesis de Riemann}))$
- d) $((\text{Hipótesis de Riemann}) \rightarrow (P = NP)) \vee ((P=NP) \rightarrow (\text{Hipótesis de Riemann}))$

Problema 2 ¿Son las siguientes fórmulas equivalentes?

- a) $\phi = (A \wedge B) \vee C, \quad \psi = A \wedge (B \vee C)$
- b) $\phi = (A \rightarrow B) \rightarrow C, \quad \psi = A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- c) $\phi = A \rightarrow (B \rightarrow C), \quad \psi = B \rightarrow (A \rightarrow C)$
- d) $\phi = A \rightarrow B, \quad \psi = (\neg A) \rightarrow (\neg B)$
- e) $\phi = (x \vee a) \wedge (x \vee \neg a) \wedge (\neg x \vee y), \quad \psi = x \wedge y$.

Problema 3 ¿Verdadero o falso? La siguiente DNF siempre toma valor 1, independiente del valor de verdad de sus variables:

- a) $(x \wedge a) \vee (x \wedge \neg a) \vee (\neg x \wedge \neg y)$
- b) $(x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z) \vee (z \wedge x) \vee (\neg z \wedge \neg x)$

Problema 4 Define la función booleana de 3 variables

$$f(x, y, z) = \begin{cases} 1 & x + y + z \text{ es impar,} \\ 0 & x + y + z \text{ es par.} \end{cases}$$

- a) Construye una DNF para f .
- b) Demuestre que no existe una DNF para f con menor que 4 cláusulas.

Problema 5 Muestre que no existe una fórmula proposicional que usa solo \wedge, \vee y es equivalente a $A \rightarrow B$.

Problema 6 Construye la tabla de verdad y una CNF para la función:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} 1 & x_1 \geq x_2 \geq x_3, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Problema 7 Demuestre que cualquier función Booleana de n variables tiene una DNF con no más que 2^{n-1} cláusulas o una CNF con no más que 2^{n-1} cláusulas.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE COMPUTACIÓN
MATEMÁTICAS DISCRETAS- IIC1253

Problema 8 Demuestre que:

- a) $\{1, \oplus, \wedge\}$, $\{\neg(x \vee y)\}$, $\{\oplus, \rightarrow\}$ son funcionalmente completos;
- b) $\{\wedge, \wedge, \oplus\}$, $\{\neg(x \rightarrow y)\}$ no son funcionalmente completos.

Problema 9 ¿Para que n la CNF

$$\left(\bigwedge_{i=1}^{n-1} (x_i \vee x_{i+1}) \wedge (\neg x_i \vee \neg x_{i+1}) \right) \wedge (x_n \vee x_1) \wedge (\neg x_n \vee \neg x_1)$$

es satisfacible?