# Consecuencia lógica

# La noción de consecuencia lógica

Una valuación $\sigma$ satisface un conjunto de fórmulas $\Sigma$ si para cada $\varphi \in \Sigma$, se tiene que $\sigma(\varphi) = 1$.

- Usamos la notación $\sigma(\Sigma) = 1$

# La noción de consecuencia lógica

Una valuación $\sigma$ satisface un conjunto de fórmulas $\Sigma$ si para cada $\varphi \in \Sigma$, se tiene que $\sigma(\varphi) = 1$.

- Usamos la notación $\sigma(\Sigma) = 1$

¿Cuándo decimos que una fórmula $\psi$ se deduce desde $\Sigma$?

# La noción de consecuencia lógica

Una valuación $\sigma$ satisface un conjunto de fórmulas $\Sigma$ si para cada $\varphi \in \Sigma$, se tiene que $\sigma(\varphi) = 1$.

- Usamos la notación $\sigma(\Sigma) = 1$

¿Cuándo decimos que una fórmula $\psi$ se deduce desde $\Sigma$?

**Definición**

*$\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$ si para cada valuación $\sigma$ tal que $\sigma(\Sigma) = 1$, se tiene que $\sigma(\psi) = 1$.*

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$\{p\} \quad \models \quad p \vee q$$

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$\begin{aligned} \{p\} &\models p \vee q \\ \{p,\ q\} &\models p \wedge q \end{aligned}$$

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$\begin{aligned} \{p\} &\models p \vee q \\ \{p,\ q\} &\models p \wedge q \\ \{p\} &\models p \wedge q \end{aligned}$$

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$
\begin{aligned}
\{p\} &\models p \vee q \\
\{p,\ q\} &\models p \wedge q \\
\{p\} &\models p \wedge q \\
\{p \wedge q\} &\models p \vee q
\end{aligned}
$$

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$\begin{aligned}
\{p\} &\models p \vee q \\
\{p,\ q\} &\models p \wedge q \\
\{p\} &\models p \wedge q \\
\{p \wedge q\} &\models p \vee q \\
\{p \vee q\} &\models p \wedge q
\end{aligned}$$

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$
\begin{aligned}
\{p\} &\models p \vee q \\
\{p,\ q\} &\models p \wedge q \\
\{p\} &\models p \wedge q \\
\{p \wedge q\} &\models p \vee q \\
\{p \vee q\} &\models p \wedge q \\
\{p,\ p \to q\} &\models q
\end{aligned}
$$

# La noción de consecuencia lógica

Usamos la notación $\Sigma \models \psi$ para indicar que $\psi$ es consecuencia lógica de $\Sigma$.

**Ejemplo**

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$\begin{array}{rcl} \{p\} & \models & p \vee q \\ \{p,\ q\} & \models & p \wedge q \\ \{p\} & \models & p \wedge q \\ \{p \wedge q\} & \models & p \vee q \\ \{p \vee q\} & \models & p \wedge q \\ \{p,\ p \rightarrow q\} & \models & q \\ \{p \vee q \vee r,\ p \rightarrow s,\ q \rightarrow s,\ r \rightarrow s\} & \models & s \end{array}$$

# Ejercicios

Un conjunto de fórmulas $\Sigma$ es satisfacible si existe una valuación $\sigma$ tal que $\sigma(\Sigma) = 1$. En caso contrario, $\Sigma$ es inconsistente (o contradictorio).

# Ejercicios

Un conjunto de fórmulas $\Sigma$ es satisfacible si existe una valuación $\sigma$ tal que $\sigma(\Sigma) = 1$. En caso contrario, $\Sigma$ es inconsistente (o contradictorio).

1. Demuestre que para cada conjunto de fórmulas $\Sigma$,:

$$\Sigma \models \varphi \text{ si y sólo si } \Sigma \cup \{\neg\varphi\} \text{ es inconsistente.}$$

# Ejercicios

Un conjunto de fórmulas $\Sigma$ es satisfacible si existe una valuación $\sigma$ tal que $\sigma(\Sigma) = 1$. En caso contrario, $\Sigma$ es inconsistente (o contradictorio).

1. Demuestre que para cada conjunto de fórmulas $\Sigma$,:

$$\Sigma \models \varphi \text{ si y sólo si } \Sigma \cup \{\neg\varphi\} \text{ es inconsistente.}$$

2. Demuestre que para cada conjunto de fórmulas $\Sigma$:

$$\Sigma \text{ es satisfacible si y sólo si } \Sigma \not\models (p \wedge \neg p).$$

# Ejercicios

Un conjunto de fórmulas $\Sigma$ es satisfacible si existe una valuación $\sigma$ tal que $\sigma(\Sigma) = 1$. En caso contrario, $\Sigma$ es inconsistente (o contradictorio).

1. Demuestre que para cada conjunto de fórmulas $\Sigma$,:

$$\Sigma \models \varphi \text{ si y sólo si } \Sigma \cup \{\neg\varphi\} \text{ es inconsistente.}$$

2. Demuestre que para cada conjunto de fórmulas $\Sigma$:

$$\Sigma \text{ es satisfacible si y sólo si } \Sigma \not\models (p \wedge \neg p).$$

3. Demuestre que si $\Sigma = \{\varphi_1, \ldots, \varphi_k\}$:

$$\Sigma \models \varphi \text{ si y sólo si } (\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_k) \rightarrow \varphi \text{ es una tautología.}$$

# Ejercicios

Un conjunto de fórmulas $\Sigma$ es satisfacible si existe una valuación $\sigma$ tal que $\sigma(\Sigma) = 1$. En caso contrario, $\Sigma$ es inconsistente (o contradictorio).

1. Demuestre que para cada conjunto de fórmulas $\Sigma$,:

$$\Sigma \models \varphi \text{ si y sólo si } \Sigma \cup \{\neg\varphi\} \text{ es inconsistente.}$$

2. Demuestre que para cada conjunto de fórmulas $\Sigma$:

$$\Sigma \text{ es satisfacible si y sólo si } \Sigma \not\models (p \wedge \neg p).$$

3. Demuestre que si $\Sigma = \{\varphi_1, \ldots, \varphi_k\}$:

$$\Sigma \models \varphi \text{ si y sólo si } (\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_k) \to \varphi \text{ es una tautología.}$$

4. Demuestre que $\varphi$ es una tautología si y sólo si $\emptyset \models \varphi$.