

# IIC1253 Matemáticas Discretas

Sasha Kozachinskiy

DCC UC

03.11.2025

Hoy...

Enumerabilidad: cardinalidad de  $\mathbb{R}$ .

# Repaso

## Definición

Un conjunto  $A$  es **enumerable** si  $\mathbb{N} \approx A$

# Repaso

## Definición

Un conjunto  $A$  es **enumerable** si  $\mathbb{N} \approx A$

## Teorema (Cantor)

$A \prec \mathcal{P}(A)$  para todo conjunto  $A$ .

# Repaso

## Definición

Un conjunto  $A$  es **enumerable** si  $\mathbb{N} \approx A$

## Teorema (Cantor)

$A \prec \mathcal{P}(A)$  para todo conjunto  $A$ .

## Corolario

$\mathcal{P}(\mathbb{N})$  no es enumerable.

# El conjunto de funciones

## Definición

*Sean  $A, B$  dos conjuntos. El conjunto  $B^A$  es el conjunto de todas las funciones  $f: A \rightarrow B$ .*

# El conjunto de funciones

## Definición

*Sean  $A, B$  dos conjuntos. El conjunto  $B^A$  es el conjunto de todas las funciones  $f: A \rightarrow B$ .*

Elementos de  $X^{\mathbb{N}}$  son secuencias infinitas de elementos de  $X$ :

$$f: \mathbb{N} \rightarrow X \qquad f(0), f(1), f(2), \dots \in X$$

# El conjunto de funciones

## Definición

Sean  $A, B$  dos conjuntos. El conjunto  $B^A$  es el conjunto de todas las funciones  $f: A \rightarrow B$ .

Elementos de  $X^{\mathbb{N}}$  son secuencias infinitas de elementos de  $X$ :

$$f: \mathbb{N} \rightarrow X \qquad f(0), f(1), f(2), \dots \in X$$

## Lemma

Si  $A_1 \approx A_2, B_1 \approx B_2$ , entonces  $B_1^{A_1} \approx B_2^{A_2}$ .







# Secuencias y subconjuntos

## Proposición

$$\mathcal{P}(\mathbb{N}) \approx \{0, 1\}^{\mathbb{N}}.$$

## Teorema

$$\mathbb{R} \approx \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$$

## Demostración.

*Parte 1:*  $\mathbb{R} \preceq \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$



## Teorema

$$\mathbb{R} \approx \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$$

## Demostración.

*Parte 2:*  $\{0, 1\}^{\mathbb{N}} \preceq \mathbb{R}$



## Teorema

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \approx \mathbb{R}.$$



## Corolario

*Demuestre que  $A \approx \mathbb{R}$ , donde*

- ▶ *A es el conjunto de los círculos en el plano*
- ▶ *A es el conjunto de los hexágonos en el plano.*





¡Gracias!