Elementos mínimos y minimales

Definición

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

Elementos mínimos y minimales

Definición

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

- *Un elemento $a \in A$ es un elemento mínimo de R si para todo $b \in A$ se tiene que aRb*

Elementos mínimos y minimales

Definición

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

- *Un elemento $a \in A$ es un elemento mínimo de R si para todo $b \in A$ se tiene que aRb*
- *Un elemento $a \in A$ es un elemento minimal de R si no existe un elemento $b \in A$ tal que $b \neq a$ y bRa*

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$.

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$?

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$

   ¿Tiene este orden elementos mínimos?

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$

   ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:

   $$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$

   ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ definido como antes pero sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$.

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:

   $$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$

   ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ definido como antes pero sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$. ¿Tiene este orden elementos mínimos?

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:
$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$
¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ definido como antes pero sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$. ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:

$$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$

   ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ definido como antes pero sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$. ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

4. Demuestre que $=$ es un orden parcial sobre $\mathbb{N}$.

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:

   $$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$

   ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ definido como antes pero sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0,0)\}$. ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

4. Demuestre que $=$ es un orden parcial sobre $\mathbb{N}$. ¿Tiene este orden elementos mínimos?

Ejercicios

1. Considere el orden usual $\leq$ sobre $\mathbb{N}$. ¿Es 0 un elemento mínimo de $\leq$? ¿Es 0 un elemento minimal de $\leq$?

2. Recuerde que el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define como:

   $$(a, b) \leq_{\text{coord}} (c, d) \text{ si y sólo si } a \leq c \text{ y } b \leq d.$$

   ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

3. Considere el orden parcial $\leq_{\text{coord}}$ definido como antes pero sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus \{(0, 0)\}$. ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

4. Demuestre que $=$ es un orden parcial sobre $\mathbb{N}$. ¿Tiene este orden elementos mínimos? ¿Tiene elementos minimales?

Algunas propiedades fundamentales

Teorema

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

Algunas propiedades fundamentales

Teorema

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

1. *Si a y b son elementos mínimos de R, entonces $a = b$.*

Algunas propiedades fundamentales

Teorema

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

1. *Si a y b son elementos mínimos de R, entonces $a = b$.*
2. *Si a es un elemento mínimo de R, entonces a es un elemento minimal de R.*

Algunas propiedades fundamentales

Teorema

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

1. *Si a y b son elementos mínimos de R, entonces $a = b$.*
2. *Si a es un elemento mínimo de R, entonces a es un elemento minimal de R.*
3. *Si a y b son elementos minimales de R, entonces no se tiene que aRb ni se tiene que bRa.*

Algunas propiedades fundamentales

Teorema

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

1. *Si a y b son elementos mínimos de R, entonces $a = b$.*
2. *Si a es un elemento mínimo de R, entonces a es un elemento minimal de R.*
3. *Si a y b son elementos minimales de R, entonces no se tiene que aRb ni se tiene que bRa.*
4. *Si R es un orden total y a es un elemento minimal de R, entonces a es un elemento mínimo de R.*

Algunas propiedades fundamentales

Teorema

Sea R un orden parcial sobre un conjunto A.

1. *Si a y b son elementos mínimos de R, entonces $a = b$.*
2. *Si a es un elemento mínimo de R, entonces a es un elemento minimal de R.*
3. *Si a y b son elementos minimales de R, entonces no se tiene que aRb ni se tiene que bRa.*
4. *Si R es un orden total y a es un elemento minimal de R, entonces a es un elemento mínimo de R.*

Ejercicio

Demuestre el teorema.