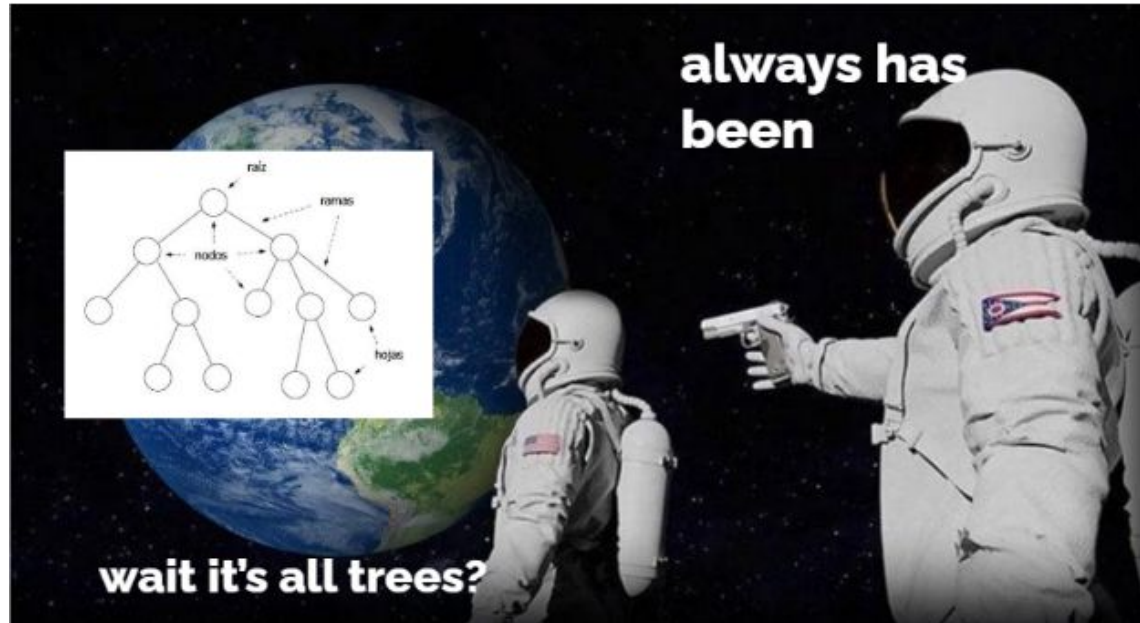


# Ayudantia ABB y AVL

## 08-09-2023

---

Menti: 31730287 (K200)  
38641524 (K204)



# Qué es un árbol

- EDD con nodos
- Un nodo contiene un **par de llave-valor**
- Cada nodo tiene asociados sus hijos **mediante punteros**, que pueden ser **cero o más**
- Cada nodo tiene **a lo más 1 padre**, en caso de no tener es la **raíz**
- **No hay ciclos**
- Se arman con **normas pre-establecidas** (siguen ciertas reglas que afectan las operaciones)



# Árbol binario de búsqueda (ABB)

- En inglés **BST**
- Cada nodo tiene asociados **dos ABB** , **mediante punteros**
- Sea x el nodo, entonces:
  - $x.key = llave$
  - $x.value = valor$
  - $x.p$  es el padre del nodo, como máximo puede tener 1. En caso de no tener padre es la raíz
  - **tiene a lo más dos hijos**
  - $x.left$  es el nodo izquierdo el cual cumple que  **$x.left < x$**
  - $x.rigth$  es el nodo derecho el cual cumple que  **$x.rigth > x$**
  - en caso de  **$x.rigth == null$  y  $x.left == null$** , entonces x es hoja

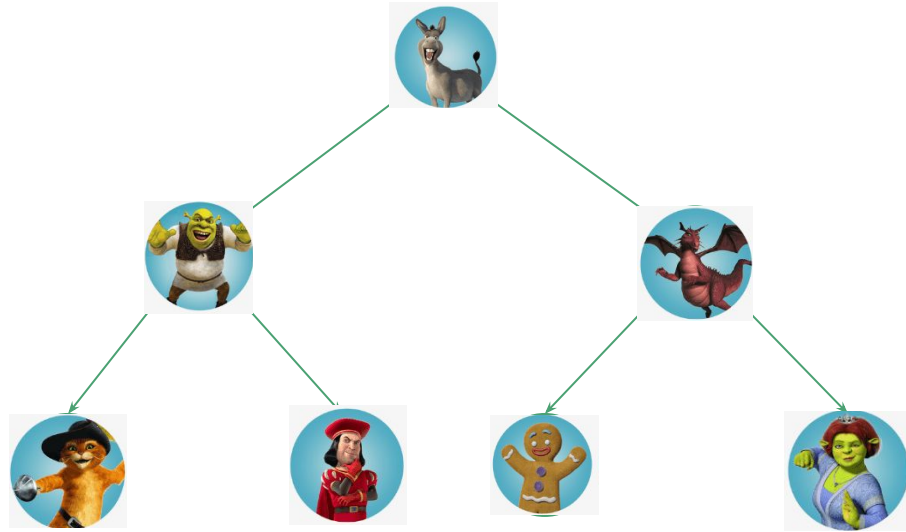
# ¿Como se ve un nodo en C?

```
struct node {  
    int key;  
    struct node *left, *right;  
};
```



# Árbol binario de búsqueda (ABB)

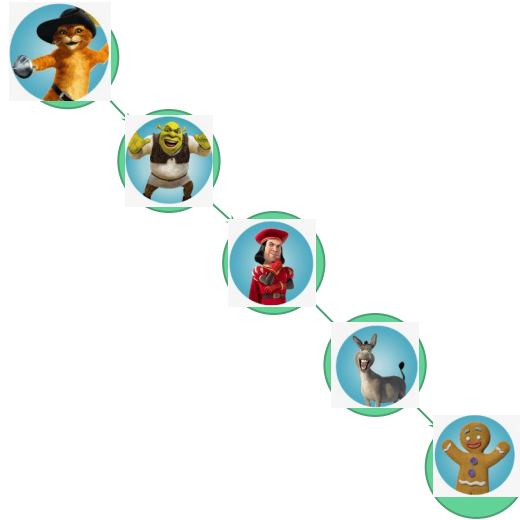
- Altura mínima de la rama más larga es  $O(\log(n))$  -> MEJOR CASO



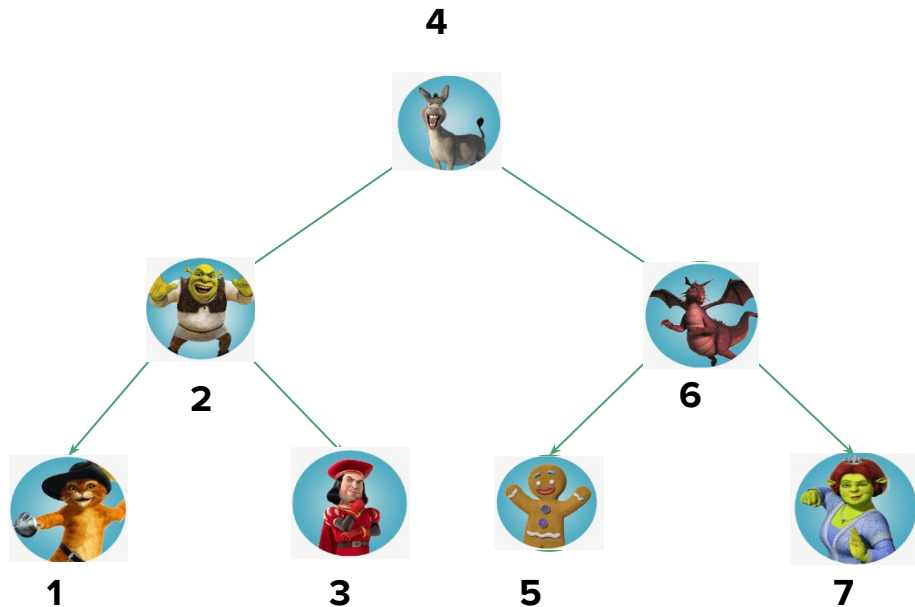
- Cuando está perfectamente balanceado.
- Dado que la diferencia de altura entre el subárbol izquierdo y el subárbol derecho de cada nodo es como máximo 1. con  $n$  el número de nodos.

# Árbol binario de búsqueda (ABB)

- Altura máxima de  $O(n)$ , cuando no está balanceado



# ¿Cómo recorrer árboles?



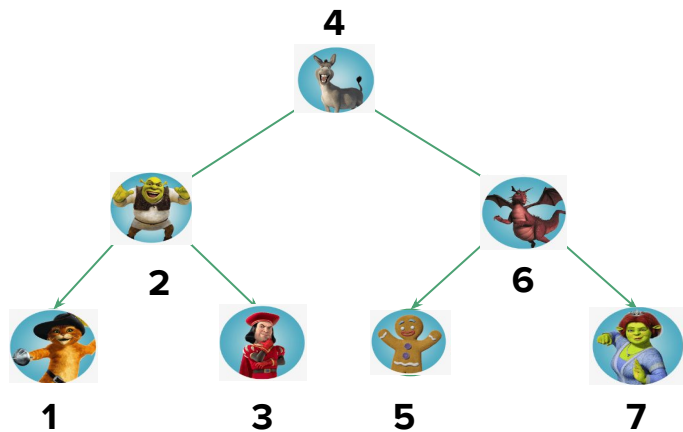
```
void printfuntion (Node* node)
{
    if (node == NULL)
        return;
    printfuntion(node->left);
    printf('%d', node->value);
    printfuntion(node->right);
}
```

```
void printfuntion (Node* node)
{
    if (node == NULL)
        return;
    printf('%d', node->value);
    printfuntion(node->left);
    printfuntion(node->right);
}
```

```
void printfuntion (Node* node)
{
    if (node == NULL)
        return;
    printfuntion(node->left);
    printfuntion(node->right);
    printf('%d', node->value);
}
```



# Cómo recorrer árboles?



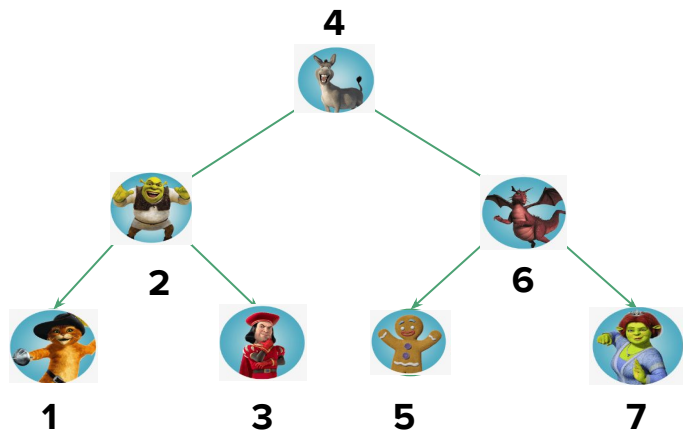
## InOrder

```
void printfuncton (Node* node)
{
    if (node == NULL)
        return;
    printfuncton(node->left);
    printf('%d', node->value);
    printfuncton(node->right);
}
```

1234567

# Cómo recorrer árboles?

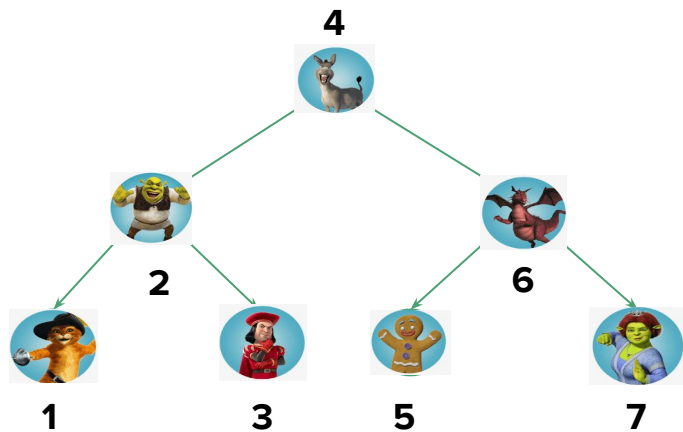
## PreOrder



```
void printfunction (Node* node)
{
    if (node == NULL)
        return;
    printf('%d', node->value);
    printfunction(node->left);
    printfunction(node->right);
}
```

4213657

# Cómo recorrer árboles?



## PostOrder

```
void printfuncton (Node* node)
{
    if (node == NULL)
        return;
    printfuncton(node->left);
    printfuncton(node->right);
    printf('%d', node->value);
}
```

1325764

# Qué es balance

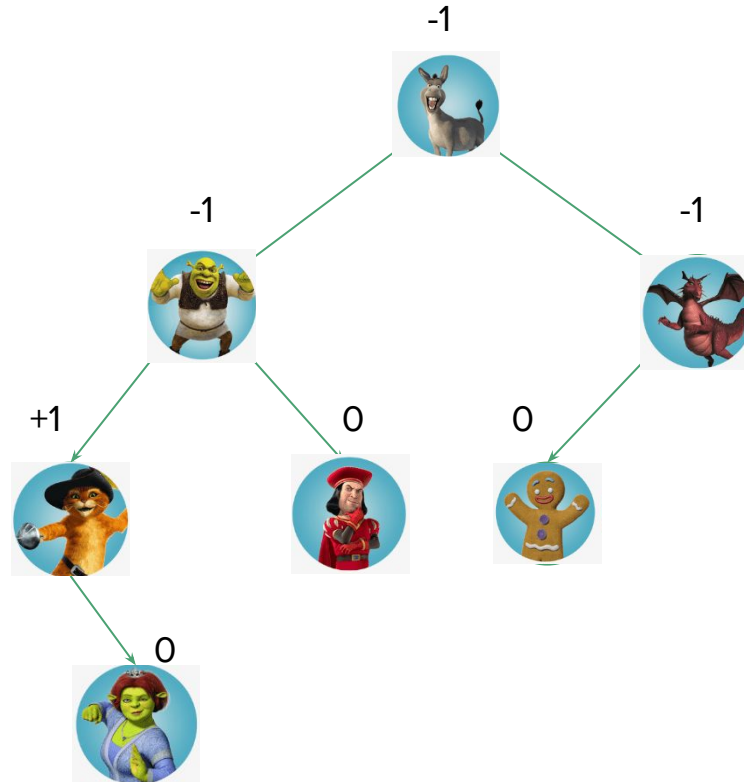
- Sean  $n$  nodos, que la altura sea  $O(\log(n))$
- Sea fácil de mantener
- La definición debe ser de carácter recursivo
- y para que sea fácil de mantener se realizan luego de cada operaciones, para que el proceso de balanceo sea  $<O(\log(n))$



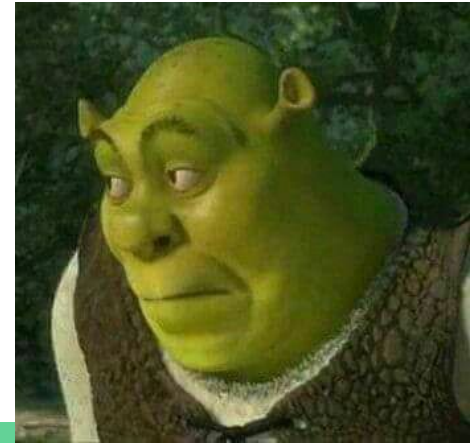
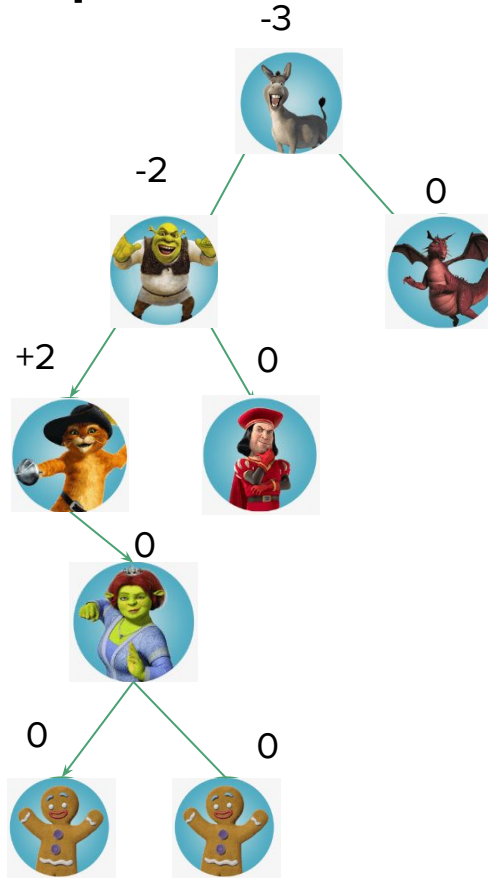
# AVL

- Es un tipo de ABB
- Se encuentra balanceado, entonces altura  $O(\log(n))$
- La diferencia máxima de sus hijos es de 1
- Cada hijo es AVL (definición recursiva)

# ¿Que significa que difiera a lo más de 1?

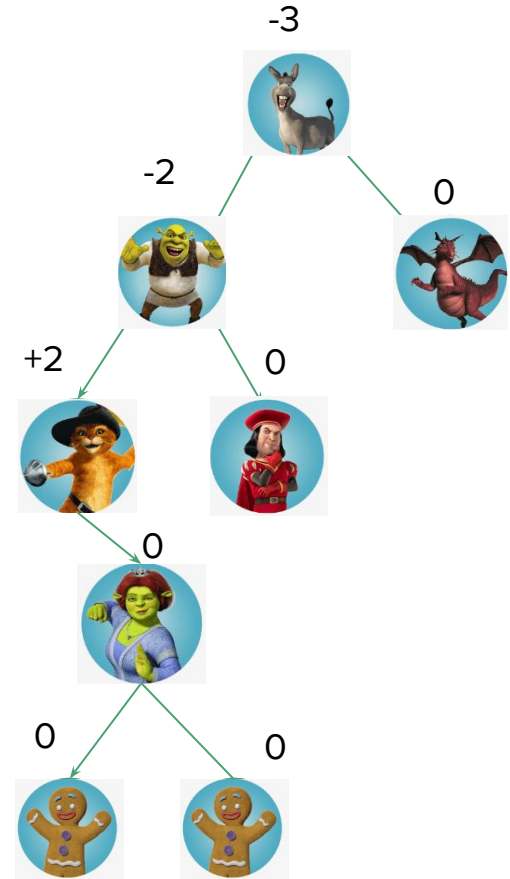


# ¿Que significa que difiera a lo más de 1?



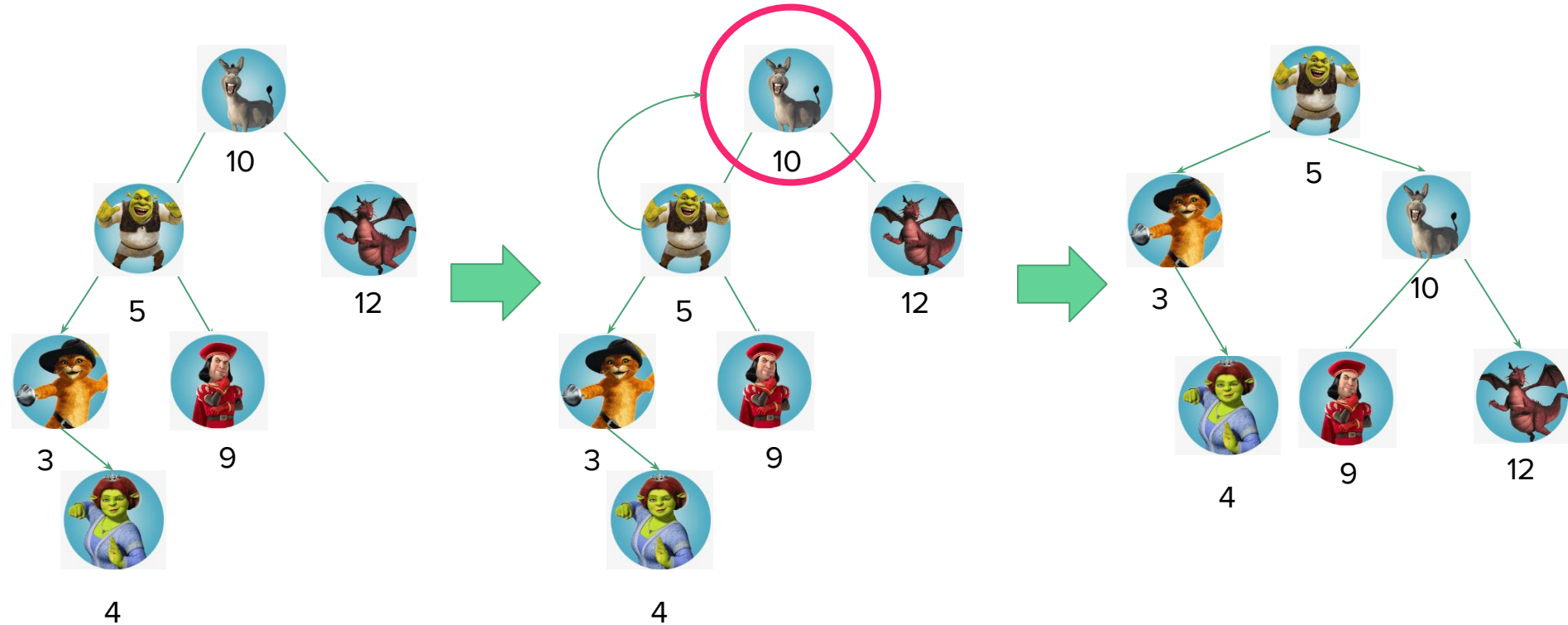
# ¿Cómo lo arreglamos?

1. Identificar primer nodo desbalanceado de forma ascendente
2. Identificar rotación
3. Rotar
4. Evaluar balance

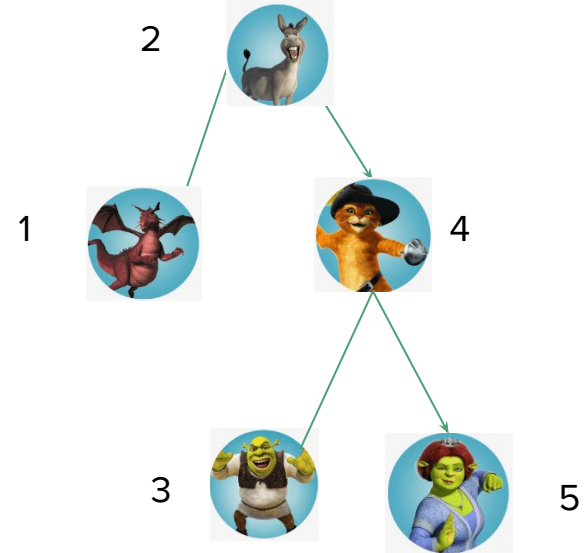
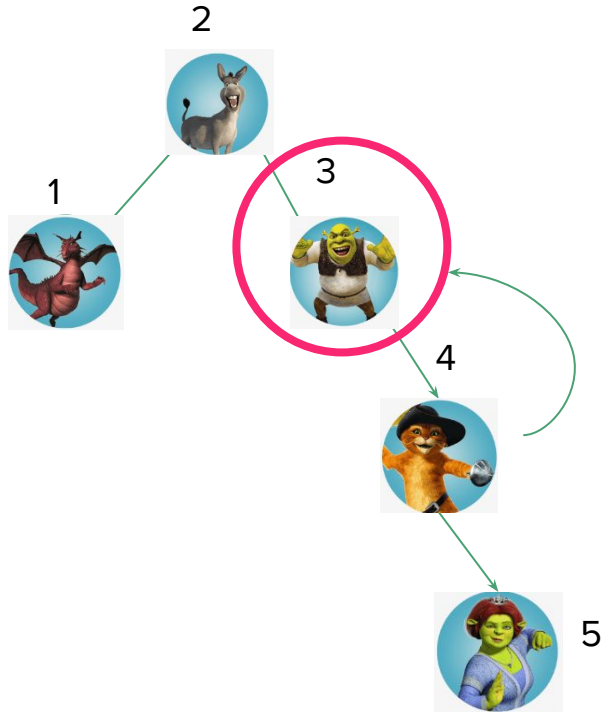




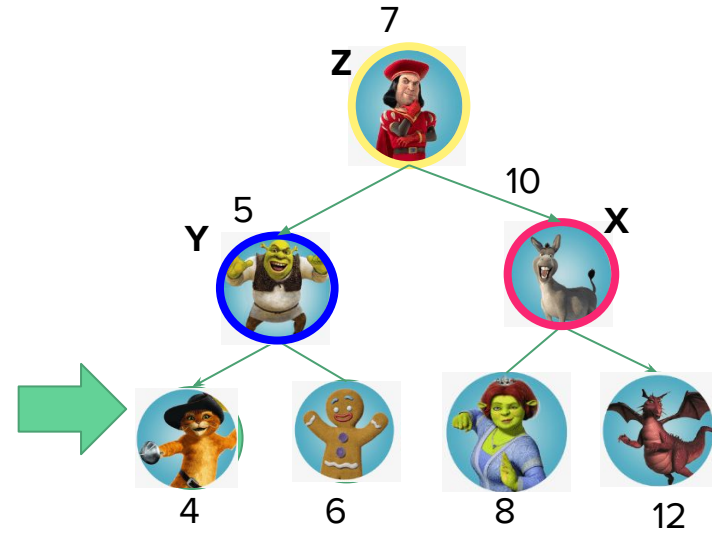
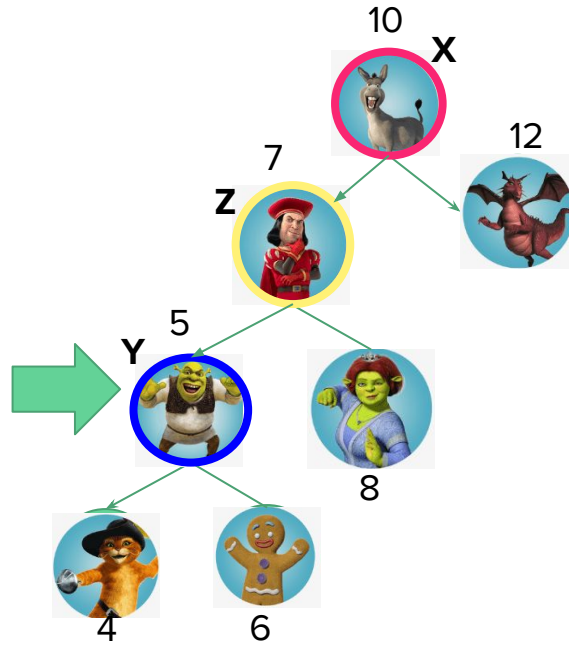
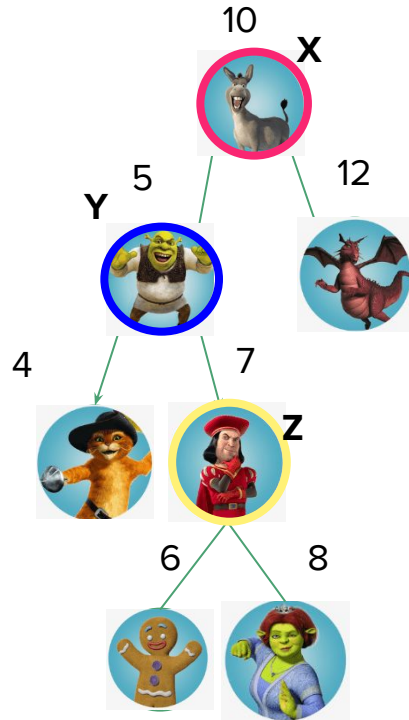
# Rotación Simple



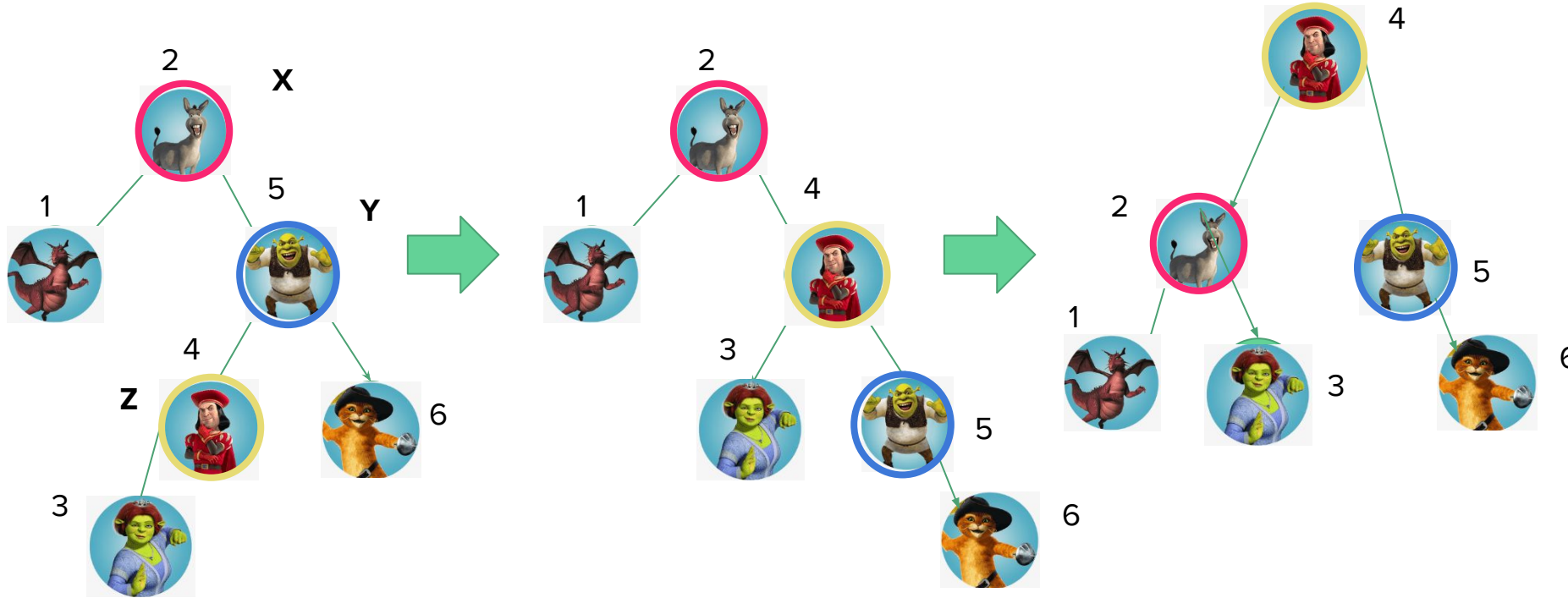
# Rotación Simple



# Rotación: Doble



# Rotación Doble



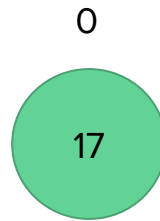
# Ejercicio rotación AVL

Considera que tienes un AVL vacío y una lista desordenada:

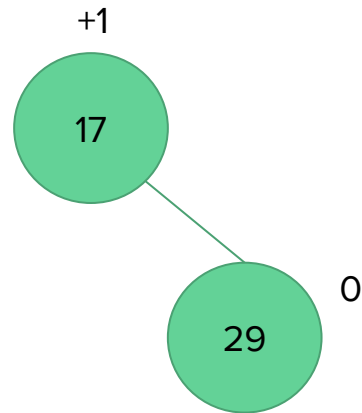
17, 29, 53, 61, 73, 37

Inserta los nodos realizando las rotaciones diferentes

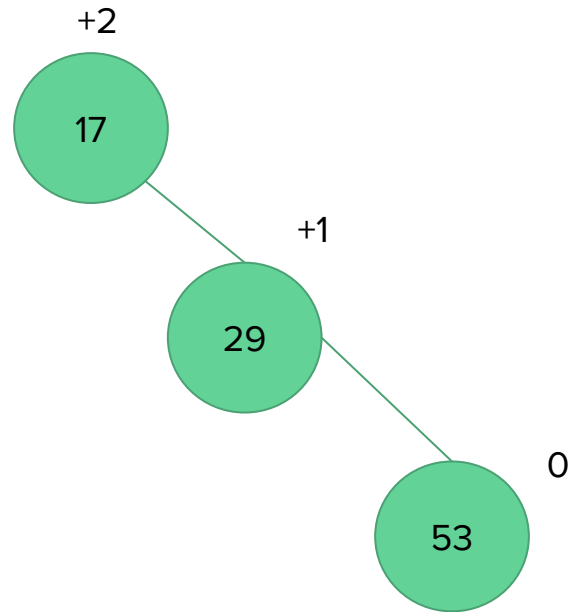
# Insertar 17



# Insertar 29

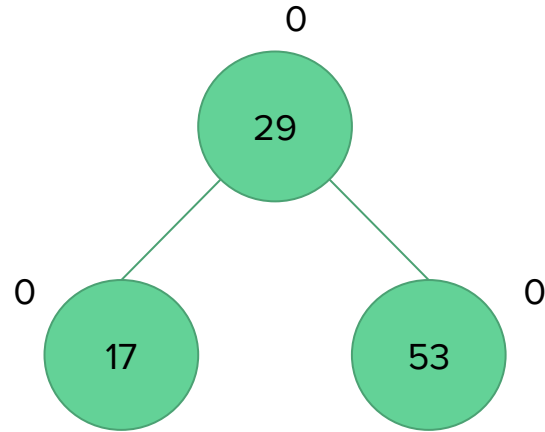


# Insertar 53

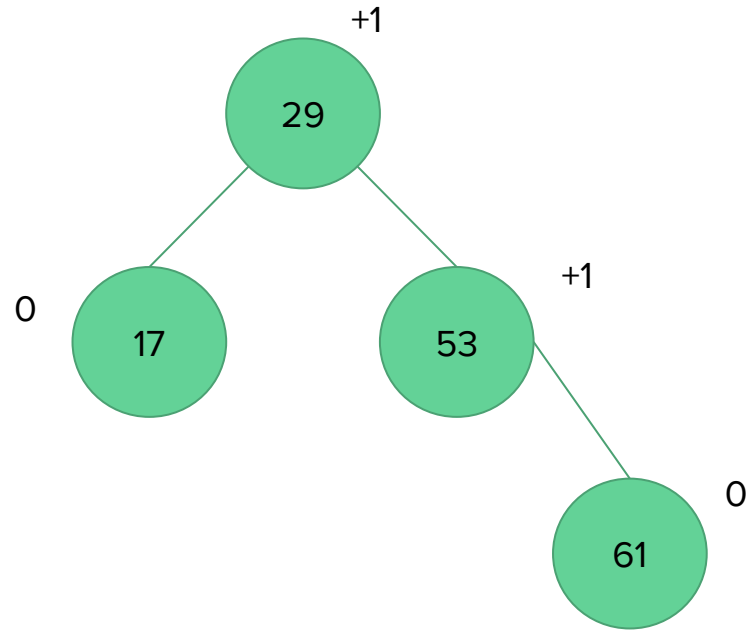




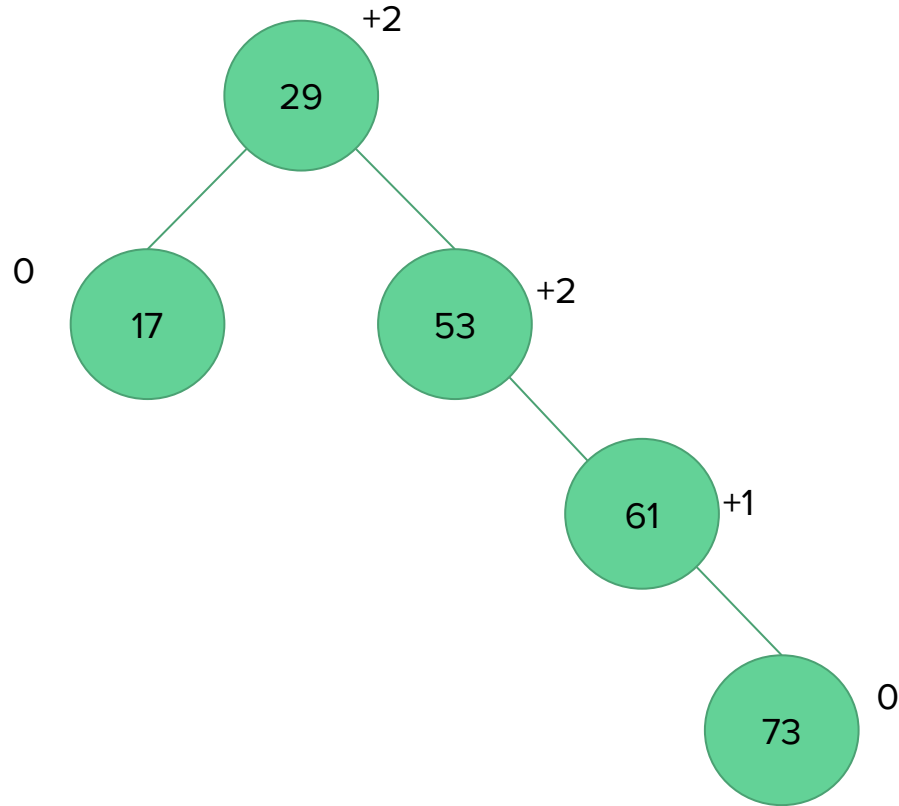
# Rotación Simple



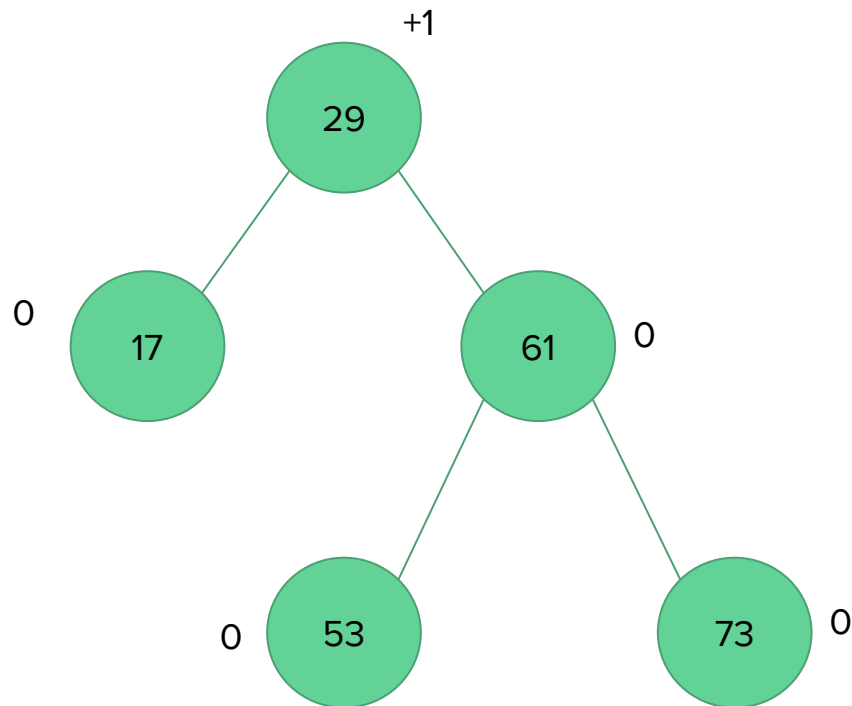
# Insertar 61



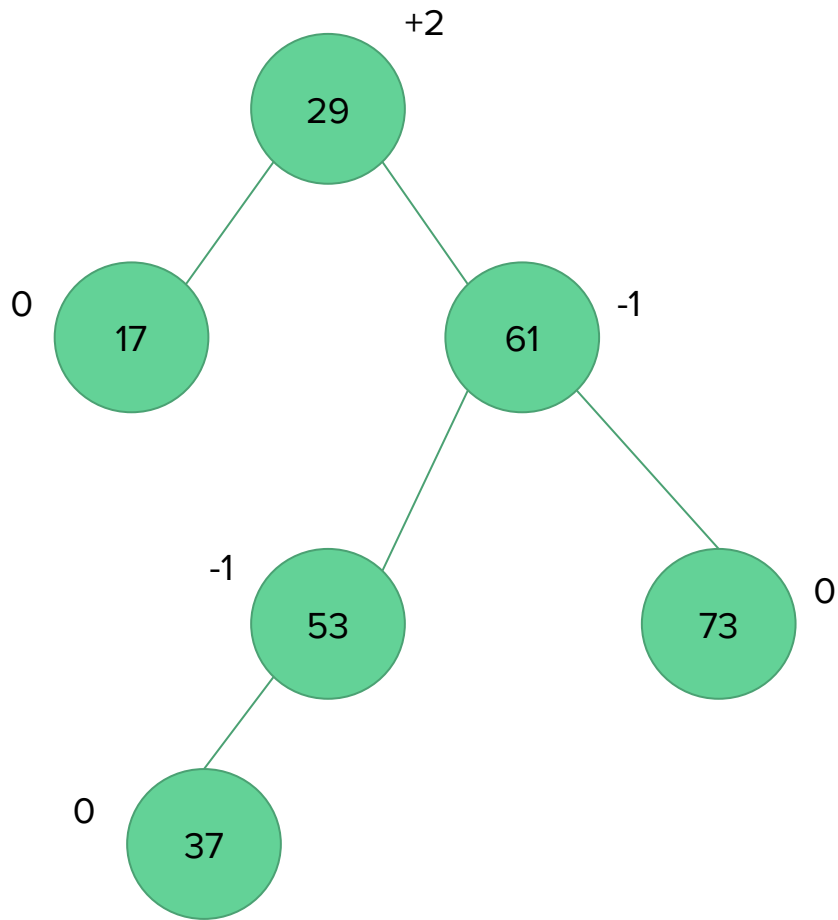
# Insertar 73



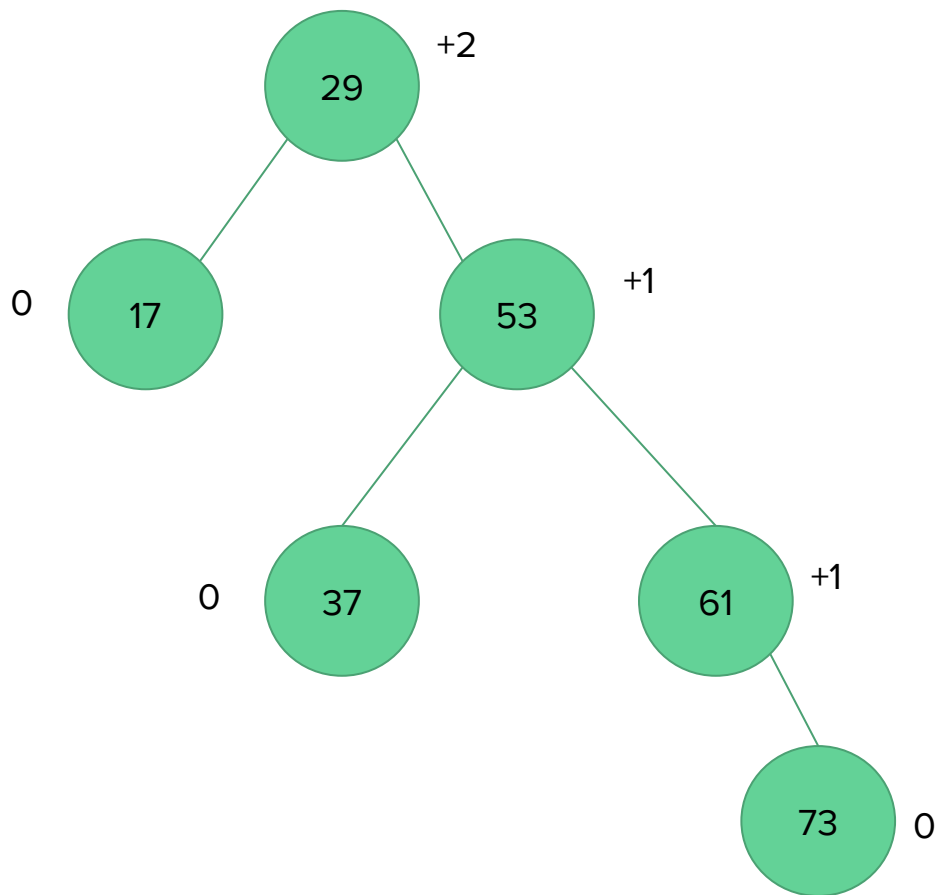
# Rotación Simple



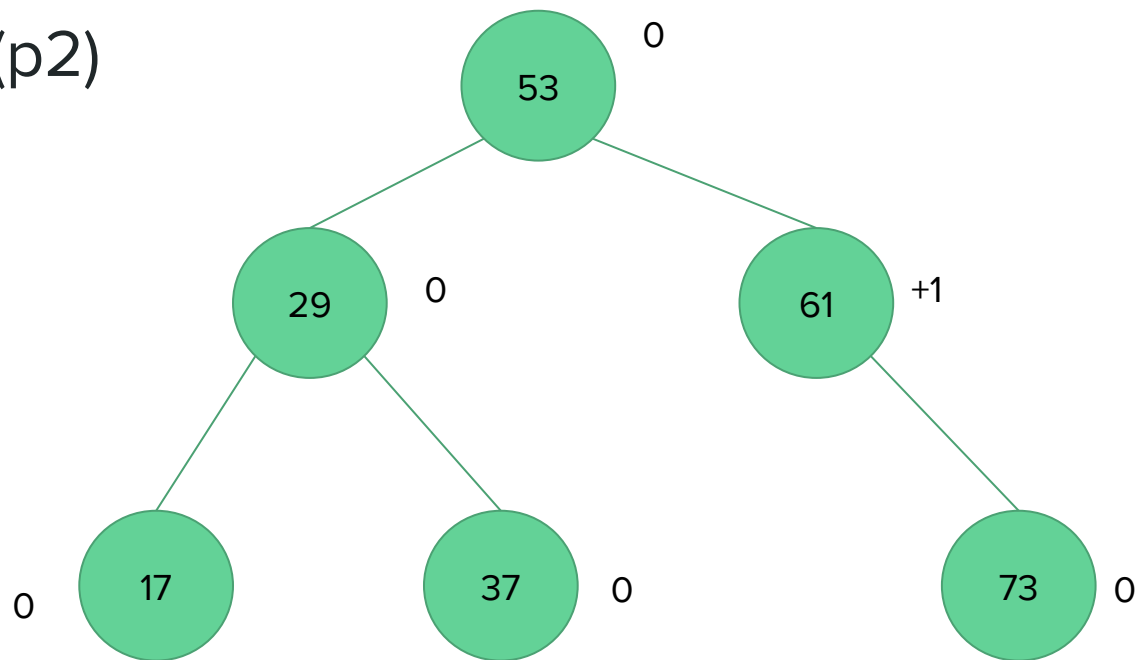
Insertar 37



## Rotación doble (p1)



## Rotación doble (p2)

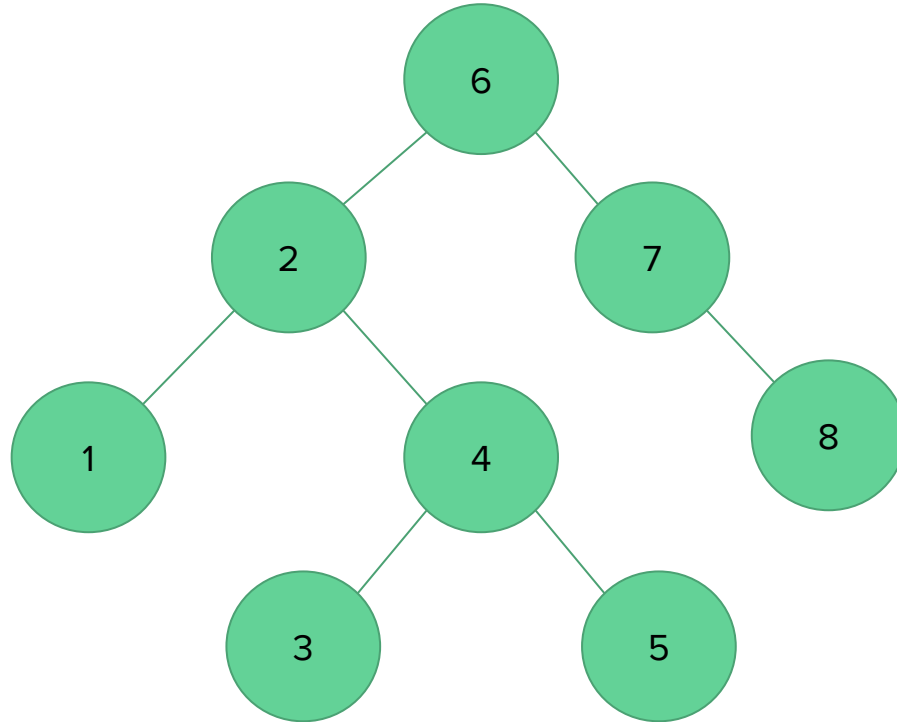


# Ejercicio eliminación AVL

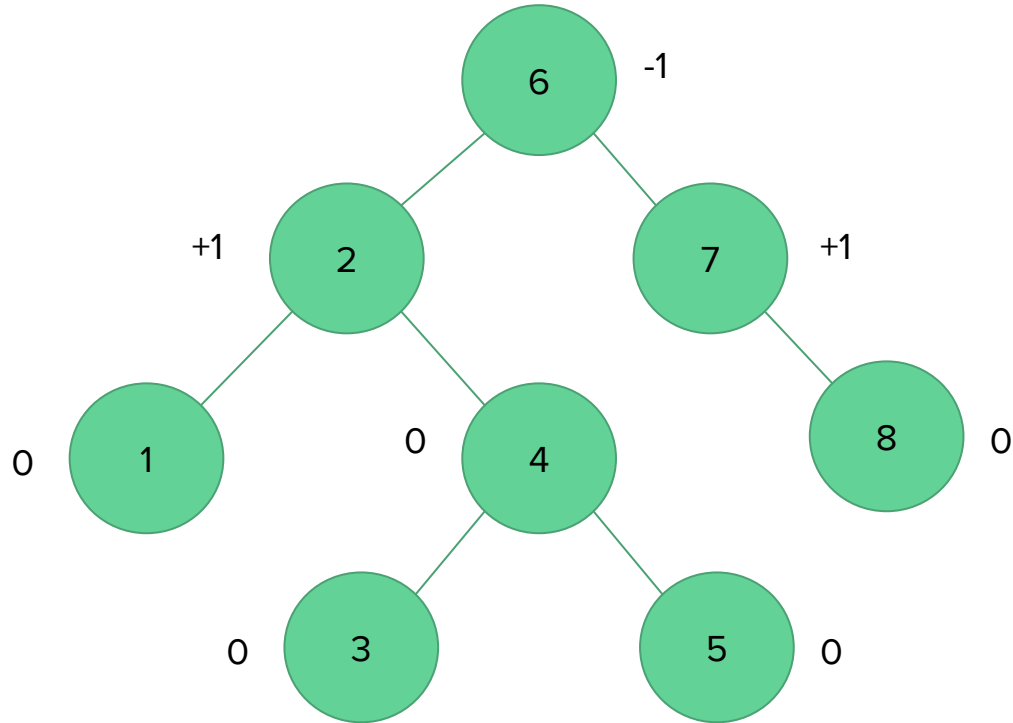




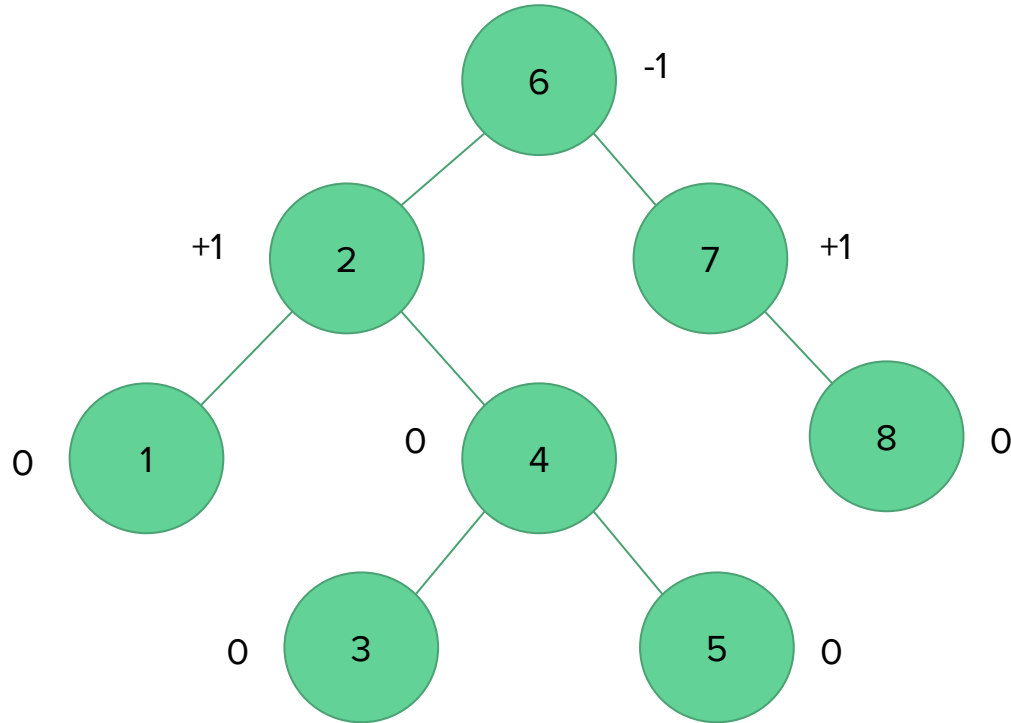
Considera que tienes el siguiente árbol AVL:



Considera que tienes el siguiente árbol AVL:

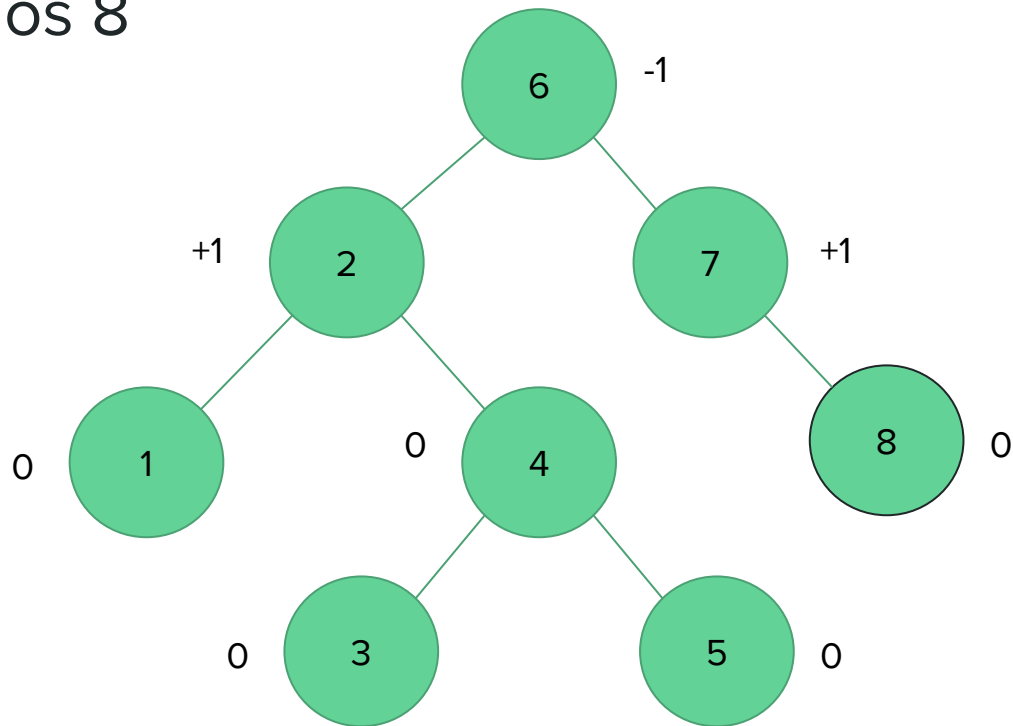


Considera que tienes el siguiente árbol AVL:

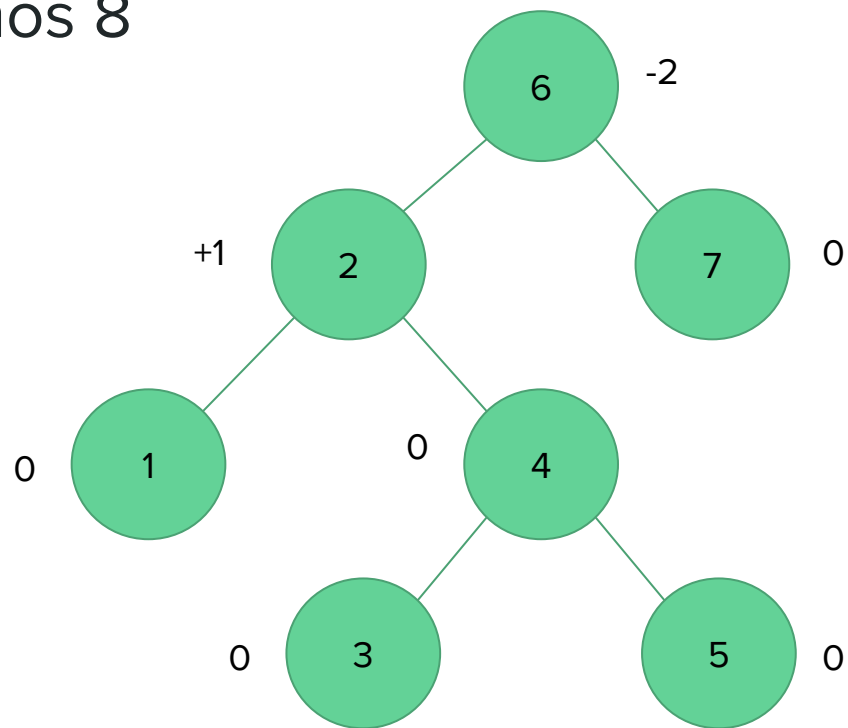


Ejercicio: eliminar el nodo 8

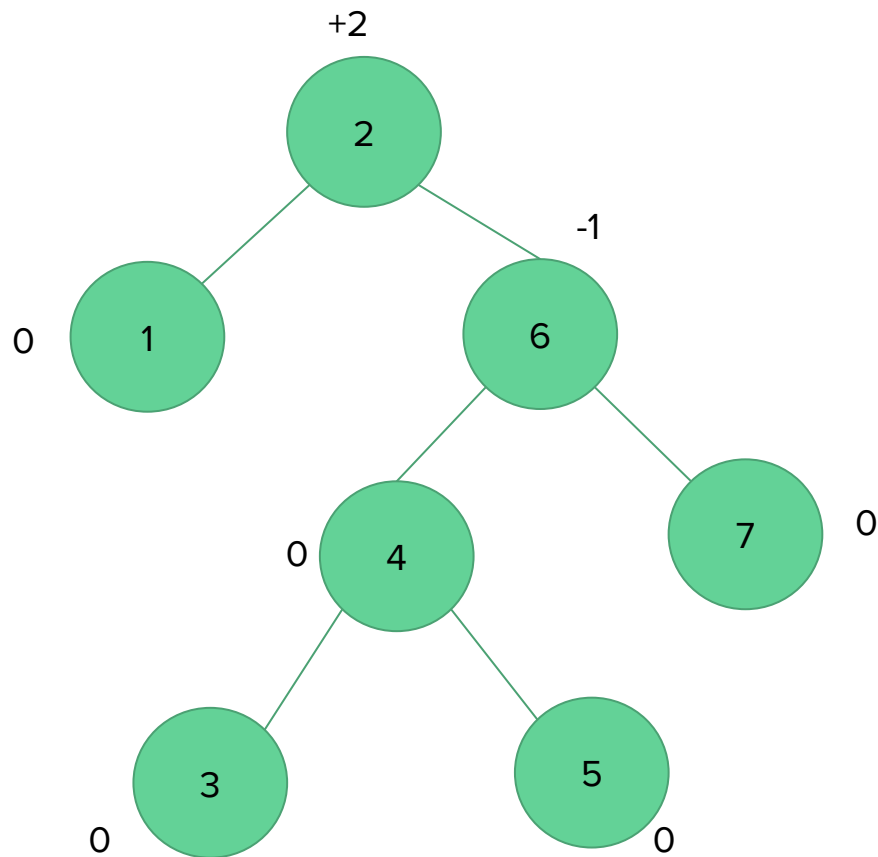
# Eliminamos 8



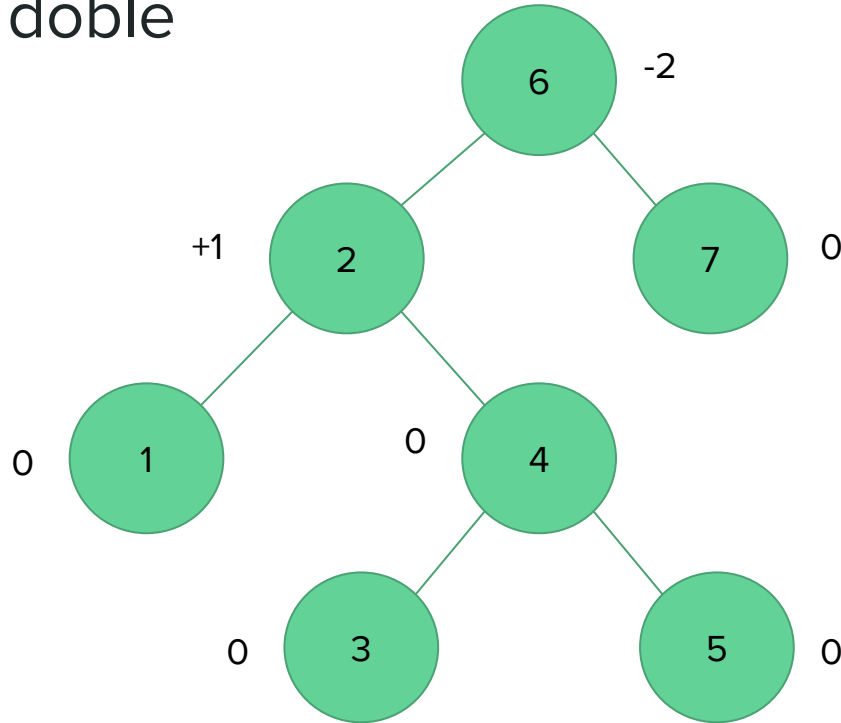
# Eliminamos 8



¿Podemos usar  
rotación simple?



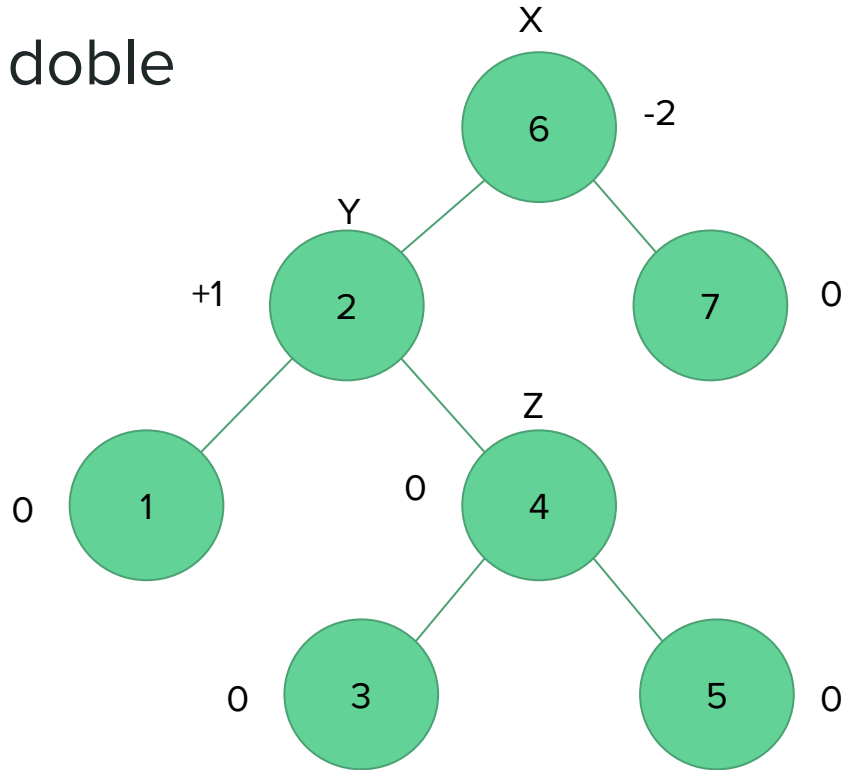
# Rotación doble



Recordar:

- **X** es el primer nodo desbalanceado al subir
- **Y** es el hijo de X en el camino de desbalance
- **Z** es el hijo de Y en el camino de desbalance

# Rotación doble

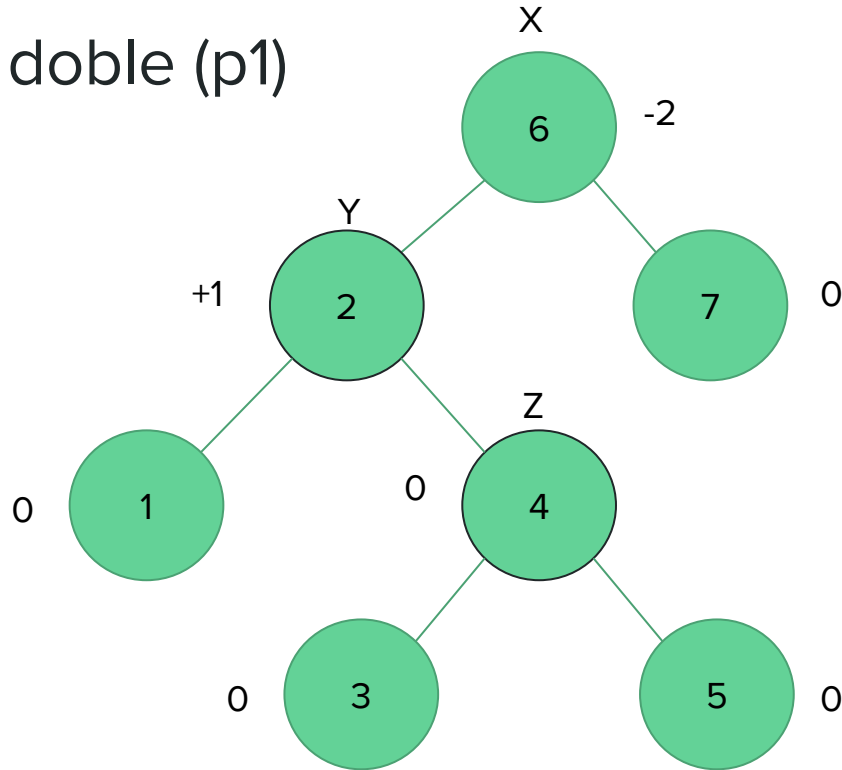


Recordar:

- **X** es el primer nodo desbalanceado al subir
- **Y** es el hijo de X en el camino de desbalance
- **Z** es el hijo de Y en el camino de desbalance

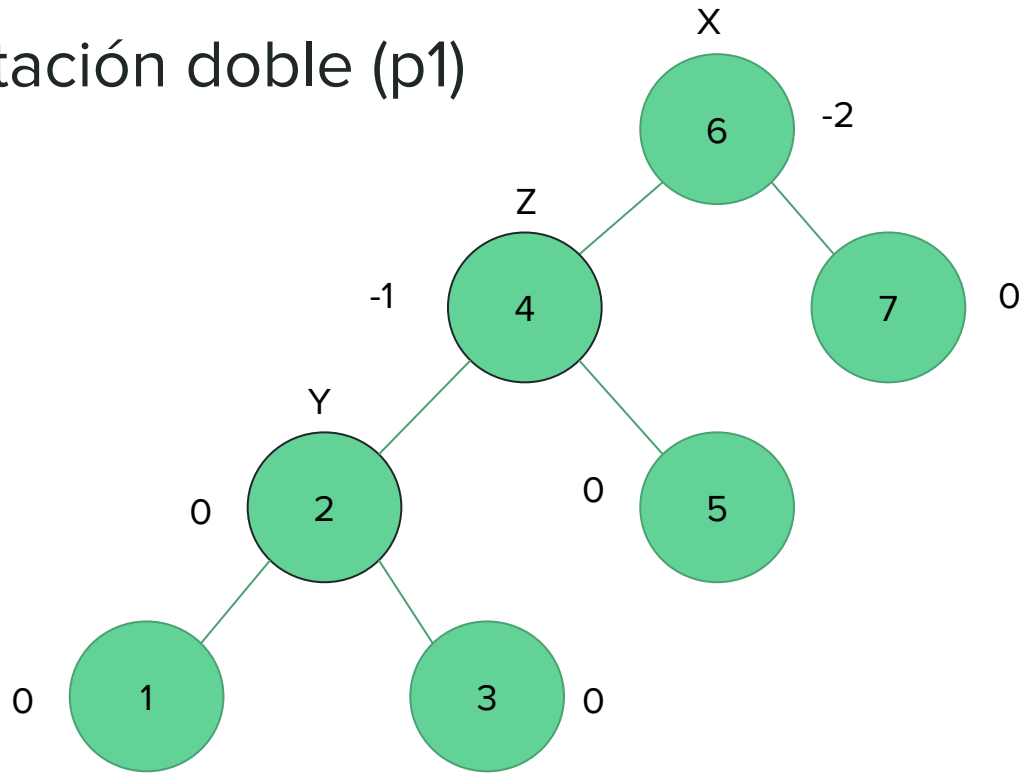


## Rotación doble (p1)



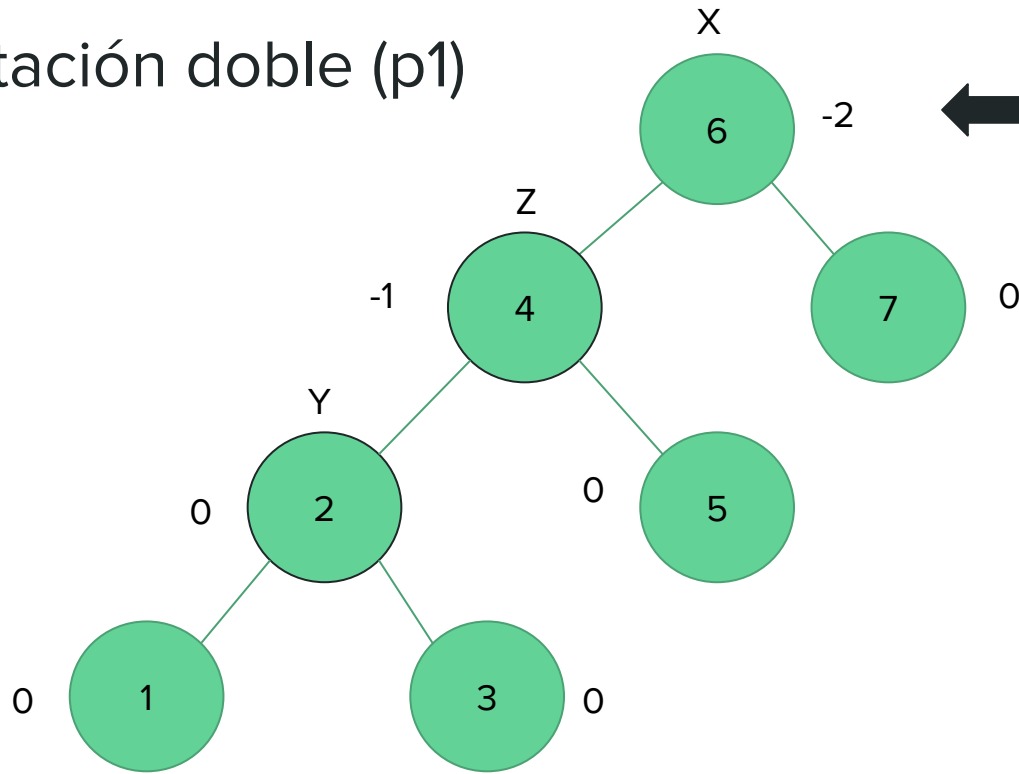
Primero rotamos a la izquierda en torno a Y-Z

## Rotación doble (p1)



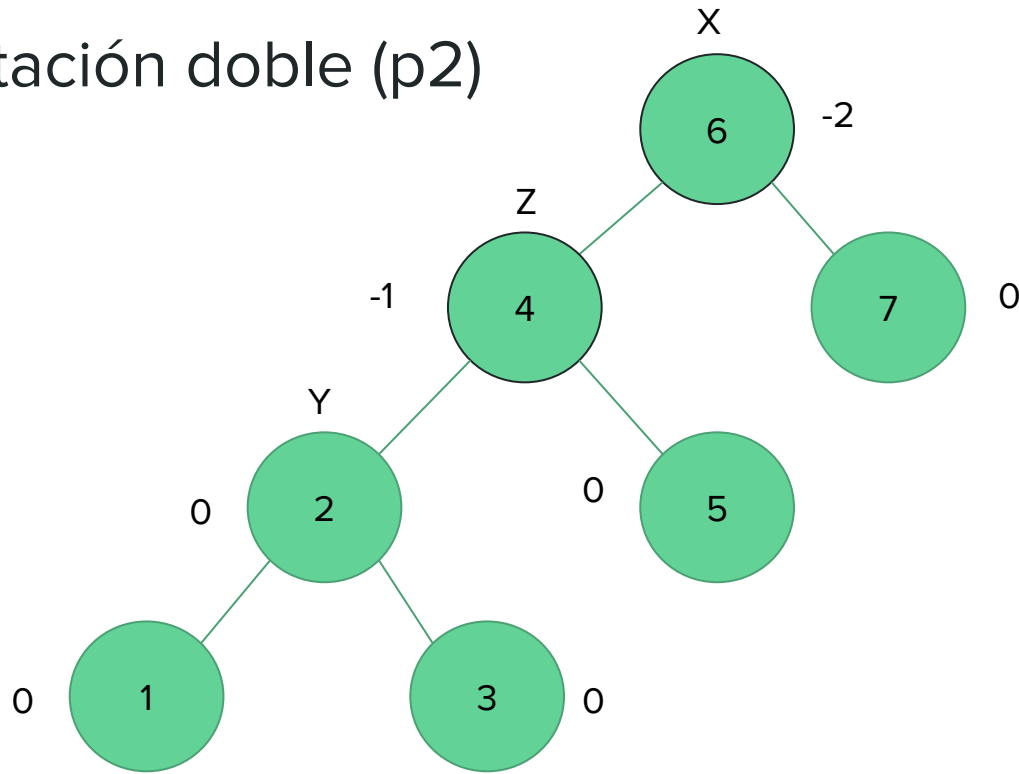
Primero rotamos a la izquierda en torno a Y-Z

## Rotación doble (p1)



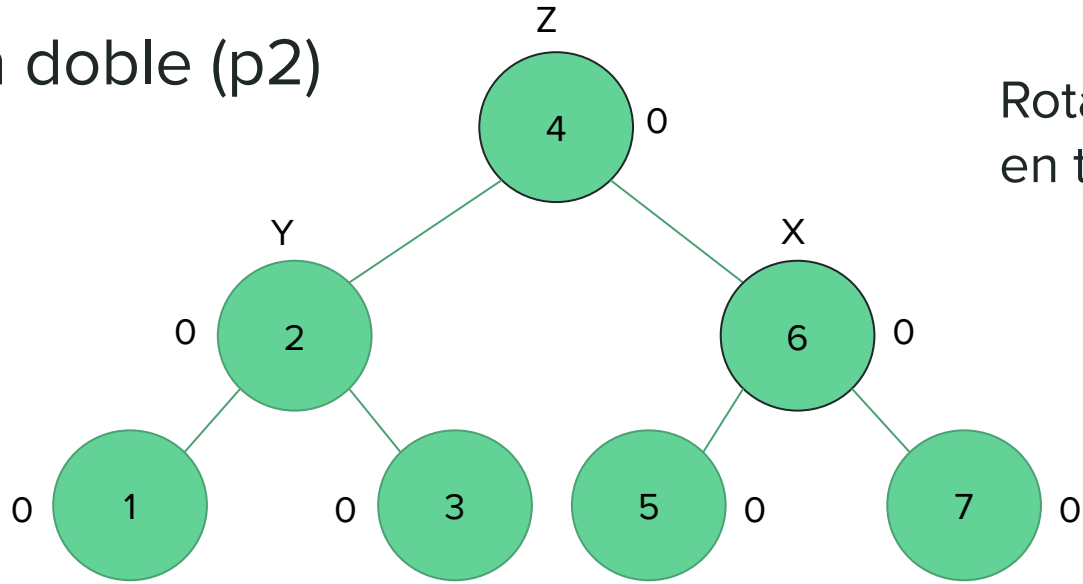
Sigue desbalanceado!

## Rotación doble (p2)



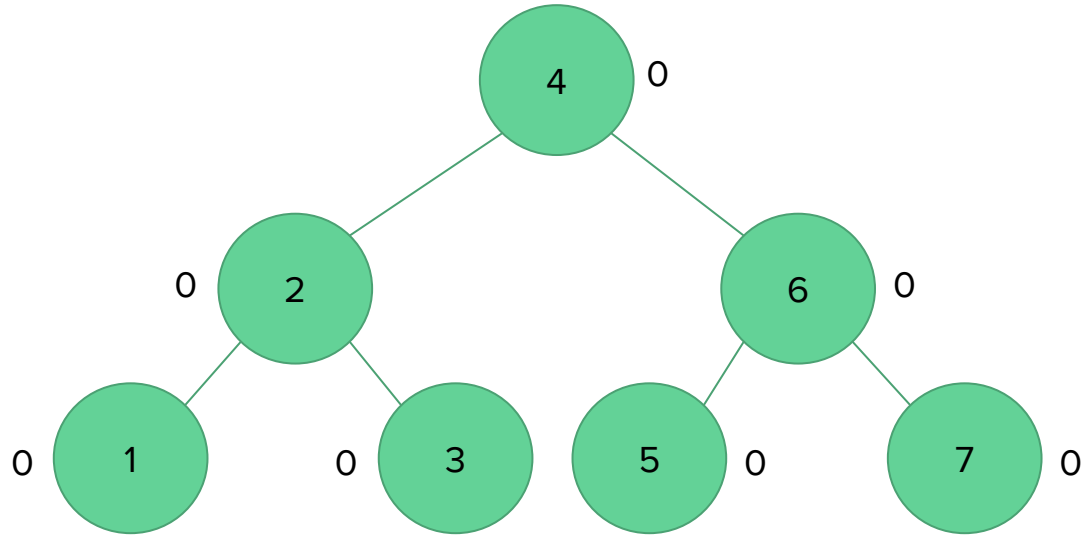
Rotamos a la derecha  
en torno a X-Z

## Rotación doble (p2)



Rotamos a la derecha  
en torno a X-Z

Perfectamente balanceado!



¡Muchas gracias!

