Repaso I2

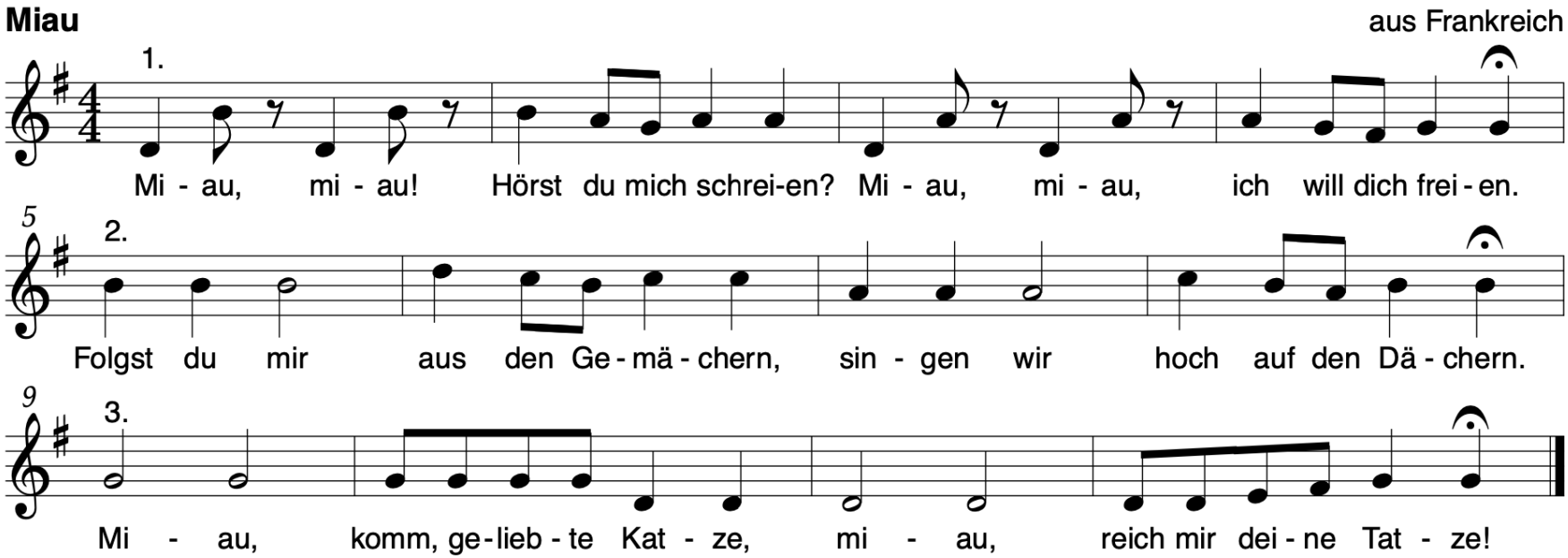
Clase 19

IIC 2133 - Sección 1

Prof. Sebastián Bugedo

Sumario

¿Cómo están?



Miau, miau, hörst du mich schreien?
Miau, miau, ich will dich freien.

Folgst du mir aus den Gemächern,
singen wir hoch auf den Dächern.

Miau, komm, geliebte Katze,
miau, reich mir deine Tatze!

Los grandes temas

En esta interrogación abarcamos los siguientes macrotemas

1. Diccionarios
   - Tablas de hash
2. Orden en tiempo lineal
   - Orden de strings y números por dígitos (counting sort, radix sort)
3. Estrategias algorítmicas
   - Backtracking
   - Algoritmos codiciosos (greedy)
   - Programación dinámica

Más de un tema podría corresponderse con una misma pregunta en la I2

Interrogación 2

Objetivos a evaluar en la I2

- ☐ Comprender implementación y uso de tablas de hash
- ☐ Aplicar algoritmos de ordenación lineal
- ☐ Diseñar algoritmos usando técnicas e ideas estudiadas

Varios objetivos pueden incluirse en cada pregunta

Interrogación 2

Formato de la prueba

- 2 horas de tiempo
- Pool de 4 preguntas para elegir 3
- Cada pregunta incluye un título que describe sus temas
- ¡**SOLO** se entregan 3 preguntas respondidas!

Nota de la I2: promedio de las 3 preguntas entregadas

Interrogación 2

Material adicional

- Pueden usar un formulario/apuntes durante la prueba
- Debe estar escrito a mano (puede ser impreso de tablet)
- Una hoja (por ambos lados)
- Sugerencia: incluyan los pseudocódigos vistos

No se aceptarán diapositivas impresas

Objetivos de la clase

- ☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario
- ☐ Aplicar algunos de los contenidos a ejemplos concretos
- ☐ Conocer enfoque esperado en las respuestas de algunos ejemplos

Sumario

Diccionarios

Definición

Un **diccionario** es una estructura de datos con las siguientes operaciones

- **Asociar** un valor a una llave
- **Actualizar** el valor asociado a una llave
- **Obtener** el valor asociado a una llave
- En ciertos casos, **eliminar** de la estructura una asociación llave-valor

Objetivo central: búsqueda eficiente

Diccionarios: dos enfoques

Vimos dos instancias de diccionarios

1. Árboles de búsqueda
   - Binarios AVL
   - 2-3
   - Binarios rojo-negro
2. Tablas de Hash

Tablas de Hash

Aspectos esenciales de las tablas de hash

- La búsqueda se basa en le resultado de una **función de hash**
- El valor de hash se usa como índice en un arreglo (la tabla)
- Cada colisión se almacena mediante algún procedimiento
  - Direccionamiento abierto: dónde se pueda
  - Encadenamiento: usar listas ligadas de colisiones

También se podrían usar árboles para manejar colisiones.
Beneficio: la búsqueda es más rápida que en las listas

Tablas de Hash

Operaciones

- Búsqueda en dos fases
  1. Identificación de celda: $\mathcal{O}(1)$ si la función de hash es adecuada
  2. Búsqueda en colisiones
- Inserción también en dos fases

Note que la complejidad depende de cómo se almacenan colisiones

- Listas: $\mathcal{O}(n)$ en el peor caso
- Árboles: $\mathcal{O}(\log(n))$ en el peor caso, manteniendo balance

Se pueden usar otras formas de almacenamiento de colisiones: tablas de hash por ej

Tablas de hash

Orientaciones para el estudio

- ☐ Comprender funciones de hash y propiedades deseables (impacto en las colisiones)
- ☐ Comparar desempeño de técnicas de resolución de colisiones
- ☐ Uso de tablas para almacenar y consultar valores

Sumario

Orden lineal

Aspectos esenciales de los algoritmos de orden lineal

- Operan sobre naturales (índices para un arreglo)
- Counting Sort permite ordenar naturales de un conjunto acotado
- La idea se generaliza a Radix para ordenar palabras cualesquiera
  - Cada símbolo se asocia con un natural
  - Requiere un algoritmo estable como Counting Sort

Estos algoritmos ordenan n datos en tiempo $\mathcal{O}(n)$
si la cantidad de símbolos diferentes es $\mathcal{O}(n)$

Orden lineal

Orientaciones para el estudio

- ☐ Comprender cuándo se pueden ocupar los algoritmos lineales
- ☐ Comprender pseudocódigo de Counting Sort y Radix para potenciales modificaciones

Sumario

Estrategias algorítmicas

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

Aspectos esenciales

- Cada una se centra en una forma de tomar decisiones y avanzar
  - Backtracking: se puede arrepentir y cambiar su decisión
  - Codiciosos: toman la mejor decisión aparente en el momento y no se arrepienten
  - Dinámica: comparan soluciones de subproblemas, recordando
- Las tres se pueden usar para optimizar, pero greedy y dinámica son las más indicadas para esto

Estrategias algorítmicas

Backtracking

- Requiere considerar **satisfacción de restricciones**
- Al evaluar una decisión posible, se verifica si es factible *en este momento*
- Se hace un llamado recursivo para determinar si dicha decisión puede ser exitosa en última instancia
- Si no lo es, entonces se revierte y se toma otra
- Cuando no quedan opciones, se da por fracasado el llamado actual

Estrategias algorítmicas

Algoritmos codiciosos

- Exclusivos para problemas de optimización
- Se basan en una **estrategia codiciosa**
- Esta define qué elemento/decisión tomar a continuación
- Existen problemas sin una estrategia codiciosa exitosa

Estrategias algorítmicas

Programación dinámica

- Muy usados para problemas de optimización, pero no de forma exclusiva
- Se basan en una **ecuación de recurrencia**
- Esta compara decisiones posibles (recursivas)
- La recurrencia sugiere la forma del algoritmo diseñado
- **Se deben guardan** los resultados de subproblemas para reciclarlos

Orden lineal

Orientaciones para el estudio

- ☐ Comprender casos de uso de las tres estrategias
- ☐ Conocer la idea general del funcionamiento de cada estrategia
- ☐ Diseñar algoritmos usando estas estrategias

Sumario

Ejemplo: Greedy + dinámica

Ejercicio (I2 P3 - 2023-1)

Sea $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ un conjunto de naturales (distintos) y K una cota natural. El problema de *subset sum* responde si acaso existe un subconjunto $S \subseteq A$ de forma que la suma de los elementos de S sea exactamente igual a K.

Para resolver este problema, consideremos su versión como problema de optimización: determinar un $S \subseteq A$ tal que la suma de sus elementos es máxima y además no supera la cota K.

Observe que el problema original es de decisión,
pero lo resolvemos con su versión de optimización

Ejemplo: Greedy + dinámica

Ejercicio (I2 P3 - 2023-1)

(a) [1 pto.] Considere un algoritmo "codicioso" que revisa los elementos $a_1, \ldots, a_n$ en ese orden y determina si se debe incluir a_i con la siguiente estrategia codiciosa: *se le incluye si, y solo si, hacerlo no supera la suma permitida por la cota*. Demuestre que esta estrategia no es correcta.

Propuesta de solución.
Consideramos el conjunto $A = \{2, 3, 6\}$ y la cota $K = 6$. En este caso, el algoritmo codicioso selecciona el subconjunto $S_{\text{greedy}} = \{2, 3\}$ con suma 5. Pero el óptimo es $S_{\text{opt}} = \{6\}$. Vemos que la estrategia codiciosa no es correcta.

Ejemplo: Greedy + dinámica

Ejercicio (I2 P3 - 2023-1)

(b) [2 ptos.] Dado un conjunto $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ y cota K, sea $f(k, T)$ la suma máxima lograble cuando se considera el subproblema de optimización para $\{a_1, \ldots, a_k\}$ con $k \leq n$ y tomando la cota $T \leq K$. Determine una ecuación de recurrencia para $f(k, T)$, especificando casos base y borde de ser necesario.

Propuesta de solución.

Proponemos la siguiente función recursiva

$$f(k, T) = \max\{f(k-1, T), f(k-1, T-a_k) + a_k\}$$

Las condiciones de borde cuando se acaban los elementos ($k = 0$) o cuando la suma disponible se agotó

$$f(k, T) = \begin{cases} 0 & \text{si } T \geq 0 \wedge k = 0 \\ -\infty & \text{si } T < 0 \end{cases}$$

Ejemplo: Greedy + dinámica

Ejercicio (I2 P3 - 2023-1)

(c) [2 ptos.] Plantee el pseudocódigo de un algoritmo de programación dinámica que permita obtener la suma óptima para un conjunto $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ y cota K, e indicando en qué estructura de datos almacenará los óptimos de los subproblemas.

Ejemplo: Greedy + dinámica

Propuesta de solución.

input : Índice $k \in \{1, \ldots, n\}$ y cota T

output: Suma óptima

`SubsetSum`(k, T)**:**

```
1   if k = 0 AND T ≥ 0 :
2       return 0
3   elif T < 0 :
4       return −∞
5   else:
6       if M[k][T] ≠ ∅ :
7           return M[k][T]
8       else:
9           M[k][T] ←
             max{SubsetSum(k − 1, T), SubsetSum(k − 1, T − a_k) + a_k}
10          return M[k][T]
```

donde M es un arreglo de arreglos global, donde se guardan los subóptimos.

Ejemplo: Greedy + dinámica

Ejercicio (I2 P3 - 2023-1)

(d) [1 pto.] Describa cómo responder a la pregunta de si existe o no un subconjunto con suma exactamente K y explique cómo determinar el subconjunto a partir de la estructura usada en su solución en (c). No necesita entregar un pseudocódigo, sino que basta con una descripción a alto nivel.

Propuesta de solución.
A partir del arreglo M, se comienza revisando $M[n][K]$. Este valor se compara con todos los valores $M[n-1][T]$ para los T almacenados. Si coincide con alguno, significa que el dato a_n no se incluye. Si coincide con alguno añadiendo a_n, significa que sí se incluye. Este proceso se repite revisando hacia atrás, deduciendo si cada elemento se incluye o no.

Sumario

Recomendaciones finales

Para los ejemplos vistos en clase

- Replicarlos comprendiendo los pasos de su resolución
- Asegurarse de poder motivar las decisiones

Pautas anteriores

- Hay harto material resuelto en el repo!
- No se aprendan pautas... seleccionen y aprovéchenlas
- Planifiquen su solución antes de verla, y luego consulten la pauta

Playlist 3

Playlist: DatiWawos Tercer Acto

Además sigan en instagram:
@orquesta_tamen

Objetivos de la clase

- ☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario
- ☐ Aplicar algunos de los contenidos a ejemplos concretos
- ☐ Conocer enfoque esperado en las respuestas de algunos ejemplos