# Repaso 12

Clase 24

IIC 2133 - Sección 2

Prof. Mario Droguett

# Sumario

#### Introducción

Tablas de hash

Estrategias algorítmicas

DFS

Intro a algoritmos en grafos

Un ejemplo de prueba

Cierre

En esta interrogación abarcamos los siguientes macrotemas

1. Diccionarios

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash
  - árboles B+
- 2. Estrategias algorítmicas

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash
  - árboles B+
- 2. Estrategias algorítmicas
  - Backtracking

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash
  - árboles B+
- 2. Estrategias algorítmicas
  - Backtracking
  - Algoritmos codiciosos (greedy)

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash
  - árboles B+
- 2. Estrategias algorítmicas
  - Backtracking
  - Algoritmos codiciosos (greedy)
  - Programación dinámica

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash
  - árboles B+
- 2. Estrategias algorítmicas
  - Backtracking
  - Algoritmos codiciosos (greedy)
  - Programación dinámica
- 3. Intro a algoritmos en grafos

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash
  - árboles B+
- 2. Estrategias algorítmicas
  - Backtracking
  - Algoritmos codiciosos (greedy)
  - Programación dinámica
- 3. Intro a algoritmos en grafos
  - DFS (detección de ciclos, orden topológico, Kosaraju)

En esta interrogación abarcamos los siguientes macrotemas

- 1. Diccionarios
  - Tablas de hash
  - árboles B+
- 2. Estrategias algorítmicas
  - Backtracking
  - Algoritmos codiciosos (greedy)
  - Programación dinámica
- 3. Intro a algoritmos en grafos
  - DFS (detección de ciclos, orden topológico, Kosaraju)

Más de un tema podría corresponderse con una misma pregunta en la 12

Objetivos a evaluar en la 12

Objetivos a evaluar en la 12

 $\hfill \Box$  Comprender implementación y uso de tablas de hash

Objetivos a evaluar en la 12

- ☐ Comprender implementación y uso de tablas de hash
- ☐ Diseñar algoritmos usando técnicas e ideas estudiadas

Objetivos a evaluar en la 12

- ☐ Comprender implementación y uso de tablas de hash
  - Diseñar algoritmos usando técnicas e ideas estudiadas
- Aplicar y modificar algoritmos basados en DFS para resolver problemas en grafos

Varios objetivos pueden incluirse en cada pregunta

Formato de la prueba

2 horas de tiempo

- 2 horas de tiempo
- Pool de 4 preguntas para elegir 3

- 2 horas de tiempo
- Pool de 4 preguntas para elegir 3
- Cada pregunta incluye un título que describe sus temas

- 2 horas de tiempo
- Pool de 4 preguntas para elegir 3
- Cada pregunta incluye un título que describe sus temas
- ¡SOLO se entregan 3 preguntas respondidas!

#### Formato de la prueba

- 2 horas de tiempo
- Pool de 4 preguntas para elegir 3
- Cada pregunta incluye un título que describe sus temas
- ¡SOLO se entregan 3 preguntas respondidas!

Nota de la I2: promedio de las 3 preguntas entregadas

#### Material adicional

■ Pueden usar un formulario/apuntes durante la prueba

- Pueden usar un formulario/apuntes durante la prueba
- Debe estar escrito a mano (puede ser impreso de tablet)

- Pueden usar un formulario/apuntes durante la prueba
- Debe estar escrito a mano (puede ser impreso de tablet)
- Una hoja (por ambos lados)

- Pueden usar un formulario/apuntes durante la prueba
- Debe estar escrito a mano (puede ser impreso de tablet)
- Una hoja (por ambos lados)
- Sugerencia: incluyan los pseudocódigos vistos

#### Material adicional

- Pueden usar un formulario/apuntes durante la prueba
- Debe estar escrito a mano (puede ser impreso de tablet)
- Una hoja (por ambos lados)
- Sugerencia: incluyan los pseudocódigos vistos

No se aceptarán diapositivas impresas

☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar

- ☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario

- ☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario
- ☐ Aplicar algunos de los contenidos a ejemplos concretos

- Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario
- ☐ Aplicar algunos de los contenidos a ejemplos concretos
- ☐ Conocer enfoque esperado en las respuestas de algunos ejemplos

# Sumario

Introducción

Tablas de hash

Estrategias algorítmicas

DFS

Intro a algoritmos en grafos

Un ejemplo de prueba

Cierre

### Diccionarios

#### Definición

Un diccionario es una estructura de datos con las siguientes operaciones

### Definición

Un diccionario es una estructura de datos con las siguientes operaciones

Asociar un valor a una llave

### Definición

Un diccionario es una estructura de datos con las siguientes operaciones

- Asociar un valor a una llave
- Actualizar el valor asociado a una llave

### Definición

Un diccionario es una estructura de datos con las siguientes operaciones

- Asociar un valor a una llave
- Actualizar el valor asociado a una llave
- Obtener el valor asociado a una llave

### Definición

Un diccionario es una estructura de datos con las siguientes operaciones

- Asociar un valor a una llave
- Actualizar el valor asociado a una llave
- Obtener el valor asociado a una llave
- En ciertos casos, eliminar de la estructura una asociación llave-valor

#### Definición

Un diccionario es una estructura de datos con las siguientes operaciones

- Asociar un valor a una llave
- Actualizar el valor asociado a una llave
- Obtener el valor asociado a una llave
- En ciertos casos, eliminar de la estructura una asociación llave-valor

Objetivo central: búsqueda eficiente

# Diccionarios: dos enfoques

#### Vimos tres instancias de diccionarios

- 1. Árboles de búsqueda binaria (AVL,2-3,RN)
- 2. Tablas de Hash
- 3. Árboles B+

Aspectos esenciales de las tablas de hash

La búsqueda se basa en le resultado de una función de hash

- La búsqueda se basa en le resultado de una función de hash
- El valor de hash se usa como índice en un arreglo (la tabla)

- La búsqueda se basa en le resultado de una función de hash
- El valor de hash se usa como índice en un arreglo (la tabla)
- Cada colisión se almacena mediante algún procedimiento

- La búsqueda se basa en le resultado de una función de hash
- El valor de hash se usa como índice en un arreglo (la tabla)
- Cada colisión se almacena mediante algún procedimiento
  - Direccionamiento abierto: dónde se pueda

- La búsqueda se basa en le resultado de una función de hash
- El valor de hash se usa como índice en un arreglo (la tabla)
- Cada colisión se almacena mediante algún procedimiento
  - Direccionamiento abierto: dónde se pueda
  - Encadenamiento: usar listas ligadas de colisiones

#### Aspectos esenciales de las tablas de hash

- La búsqueda se basa en le resultado de una función de hash
- El valor de hash se usa como índice en un arreglo (la tabla)
- Cada colisión se almacena mediante algún procedimiento
  - Direccionamiento abierto: dónde se pueda
  - Encadenamiento: usar listas ligadas de colisiones

También se podrían usar árboles para manejar colisiones.

#### Aspectos esenciales de las tablas de hash

- La búsqueda se basa en le resultado de una función de hash
- El valor de hash se usa como índice en un arreglo (la tabla)
- Cada colisión se almacena mediante algún procedimiento
  - Direccionamiento abierto: dónde se pueda
  - Encadenamiento: usar listas ligadas de colisiones

También se podrían usar árboles para manejar colisiones. Beneficio: la búsqueda es más rápida que en las listas

### Operaciones

■ Búsqueda en dos fases

- Búsqueda en dos fases
  - 1. Identificación de celda:  $\mathcal{O}(1)$  si la función de hash es adecuada

- Búsqueda en dos fases
  - 1. Identificación de celda:  $\mathcal{O}(1)$  si la función de hash es adecuada
  - 2. Búsqueda en colisiones

- Búsqueda en dos fases
  - 1. Identificación de celda:  $\mathcal{O}(1)$  si la función de hash es adecuada
  - 2. Búsqueda en colisiones
- Inserción también en dos fases

### Operaciones

- Búsqueda en dos fases
  - 1. Identificación de celda:  $\mathcal{O}(1)$  si la función de hash es adecuada
  - 2. Búsqueda en colisiones
- Inserción también en dos fases

Note que la complejidad depende de cómo se almacenan colisiones

### Operaciones

- Búsqueda en dos fases
  - 1. Identificación de celda:  $\mathcal{O}(1)$  si la función de hash es adecuada
  - 2. Búsqueda en colisiones
- Inserción también en dos fases

Note que la complejidad depende de cómo se almacenan colisiones

Listas:  $\mathcal{O}(n)$  en el peor caso

### Operaciones

- Búsqueda en dos fases
  - 1. Identificación de celda:  $\mathcal{O}(1)$  si la función de hash es adecuada
  - 2. Búsqueda en colisiones
- Inserción también en dos fases

Note que la complejidad depende de cómo se almacenan colisiones

- Listas:  $\mathcal{O}(n)$  en el peor caso
- Árboles:  $\mathcal{O}(\log(n))$  en el peor caso, manteniendo balance

### Operaciones

- Búsqueda en dos fases
  - 1. Identificación de celda:  $\mathcal{O}(1)$  si la función de hash es adecuada
  - 2. Búsqueda en colisiones
- Inserción también en dos fases

Note que la complejidad depende de cómo se almacenan colisiones

- Listas:  $\mathcal{O}(n)$  en el peor caso
- Árboles:  $\mathcal{O}(\log(n))$  en el peor caso, manteniendo balance

Se pueden usar otras formas de almacenamiento de colisiones: tablas de hash por ej

Orientaciones para el estudio

Orientaciones para el estudio

☐ Comprender funciones de hash y propiedades deseables (impacto en las colisiones)

Orientaciones para el estudio

- ☐ Comprender funciones de hash y propiedades deseables (impacto en las colisiones)
- ☐ Comparar desempeño de técnicas de resolución de colisiones

### Orientaciones para el estudio

- Comprender funciones de hash y propiedades deseables (impacto en las colisiones)
- ☐ Comparar desempeño de técnicas de resolución de colisiones
- ☐ Uso de tablas para almacenar y consultar valores

# Sumario

Introducción

Tablas de hash

Estrategias algorítmicas

DES

Intro a algoritmos en grafos

Un ejemplo de prueba

Cierre

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

#### Aspectos esenciales

■ Cada una se centra en una forma de tomar decisiones y avanzar

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

- Cada una se centra en una forma de tomar decisiones y avanzar
  - Backtracking: se puede arrepentir y cambiar su decisión

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

- Cada una se centra en una forma de tomar decisiones y avanzar
  - Backtracking: se puede arrepentir y cambiar su decisión
  - Codiciosos: toman la mejor decisión aparente en el momento y no se arrepienten

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

- Cada una se centra en una forma de tomar decisiones y avanzar
  - Backtracking: se puede arrepentir y cambiar su decisión
  - Codiciosos: toman la mejor decisión aparente en el momento y no se arrepienten
  - Dinámica: comparan soluciones de subproblemas, recordando

Estudiamos tres de ellas: Backtracking, greedy y programación dinámica

- Cada una se centra en una forma de tomar decisiones y avanzar
  - Backtracking: se puede arrepentir y cambiar su decisión
  - Codiciosos: toman la mejor decisión aparente en el momento y no se arrepienten
  - Dinámica: comparan soluciones de subproblemas, recordando
- Las tres se pueden usar para optimizar, pero greedy y dinámica son las más indicadas para esto

Backtracking

## Backtracking

■ Requiere considerar satisfacción de restricciones

- Requiere considerar satisfacción de restricciones
- Al evaluar una decisión posible, se verifica si es factible en este momento

- Requiere considerar satisfacción de restricciones
- Al evaluar una decisión posible, se verifica si es factible en este momento
- Se hace un llamado recursivo para determinar si dicha decisión puede ser exitosa en última instancia

- Requiere considerar satisfacción de restricciones
- Al evaluar una decisión posible, se verifica si es factible en este momento
- Se hace un llamado recursivo para determinar si dicha decisión puede ser exitosa en última instancia
- Si no lo es, entonces se revierte y se toma otra

- Requiere considerar satisfacción de restricciones
- Al evaluar una decisión posible, se verifica si es factible en este momento
- Se hace un llamado recursivo para determinar si dicha decisión puede ser exitosa en última instancia
- Si no lo es, entonces se revierte y se toma otra
- Cuando no quedan opciones, se da por fracasado el llamado actual

## Algoritmos codiciosos

Exclusivos para problemas de optimización

- Exclusivos para problemas de optimización
- Se basan en una estrategia codiciosa

- Exclusivos para problemas de optimización
- Se basan en una estrategia codiciosa
- Esta define qué elemento/decisión tomar a continuación

- Exclusivos para problemas de optimización
- Se basan en una estrategia codiciosa
- Esta define qué elemento/decisión tomar a continuación
- Existen problemas sin una estrategia codiciosa exitosa

## Programación dinámica

 Muy usados para problemas de optimización, pero no de forma exclusiva

- Muy usados para problemas de optimización, pero no de forma exclusiva
- Se basan en una ecuación de recurrencia

- Muy usados para problemas de optimización, pero no de forma exclusiva
- Se basan en una ecuación de recurrencia
- Esta compara decisiones posibles (recursivas)

- Muy usados para problemas de optimización, pero no de forma exclusiva
- Se basan en una ecuación de recurrencia
- Esta compara decisiones posibles (recursivas)
- La recurrencia sugiere la forma del algoritmo diseñado

- Muy usados para problemas de optimización, pero no de forma exclusiva
- Se basan en una ecuación de recurrencia
- Esta compara decisiones posibles (recursivas)
- La recurrencia sugiere la forma del algoritmo diseñado
- Se deben guardan los resultados de subproblemas para reciclarlos

Orientaciones para el estudio

Orientaciones para el estudio

☐ Comprender casos de uso de las tres estrategias

## Orientaciones para el estudio

- ☐ Comprender casos de uso de las tres estrategias
- ☐ Conocer la idea general del funcionamiento de cada estrategia

#### Orientaciones para el estudio

- ☐ Comprender casos de uso de las tres estrategias
- ☐ Conocer la idea general del funcionamiento de cada estrategia
- ☐ Diseñar algoritmos usando estas estrategias

# Sumario

Introducción

Tablas de hash

Estrategias algorítmicas

#### DFS

Intro a algoritmos en grafos

Un ejemplo de prueba

Cierre

## Algoritmos basados en DFS

■ Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas
  - Detección de ciclos: aristas hacia atrás en grafos dirigidos

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas
  - Detección de ciclos: aristas hacia atrás en grafos dirigidos
  - Orden topológico

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas
  - Detección de ciclos: aristas hacia atrás en grafos dirigidos
  - Orden topológico
  - Kosaraju: componentes fuertemente conectadas

# Sumario

Introducción

Tablas de hash

Estrategias algorítmicas

DFS

Intro a algoritmos en grafos

Un ejemplo de prueba

Cierre

### Algoritmos basados en DFS

■ Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas
  - Detección de ciclos: aristas hacia atrás en grafos dirigidos

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas
  - Detección de ciclos: aristas hacia atrás en grafos dirigidos
  - Orden topológico

- Búsqueda en profundidad que recorre aristas hasta agotarlas
- Permite resolver variados problemas
  - Detección de ciclos: aristas hacia atrás en grafos dirigidos
  - Orden topológico
  - Kosaraju: componentes fuertemente conectadas

# Sumario

Introducción

Tablas de hash

Estrategias algorítmicas

DFS

Intro a algoritmos en grafos

Un ejemplo de prueba

Cierre

# Ejemplo: Dinámica

## Ejercicio (I2 P2 - 2023-2)

Dado un conjunto de enteros positivos  $A=\{a_1,\ldots,a_n\}$ , el problema DivSum consiste en responder si es posible construir dos conjuntos  $B_1,B_2$  disjuntos, no vacíos, tales que  $B_1\cup B_2=A$  y tales que tienen la misma suma de sus elementos. DivSum puede resolverse como problema de decisión, definiendo

$$p(k, S) := 1$$
 si y solo si es posible construir un conjunto con elementos de  $a_k, \ldots, a_n$  con suma exactamente  $S$ .

y su relación recursiva

$$p(k, S) = p(k+1, S) \text{ OR } p(k+1, S-a_k)$$

donde OR es el operador de disyunción que evalúa primero el lado izquierdo. Si dicho lado es 1, entrega 1 sin evaluar el lado derecho.

Esto significa que es posible que ciertos llamados de p(k, S) no se realicen.

## Ejercicio

(a) Identifique los casos base para p(k, S). Defina el valor adecuado de p(k, S) en tales casos.

### Ejercicio

(a) Identifique los casos base para p(k, S). Defina el valor adecuado de p(k, S) en tales casos.

#### Propuesta de solución.

Como nos interesa que la recursión no persista, debemos considerar:

- 1. k > n que representa el caso en que no quedan elementos o S < 0 que representa suma negativa
- 2. S = 0 que representa la condición de éxito (agotamos la suma buscada)

Con esto, los casos se resumen en

$$p(k,S) = \begin{cases} 0 & k > n \lor S < 0 \\ 1 & S = 0 \end{cases}$$

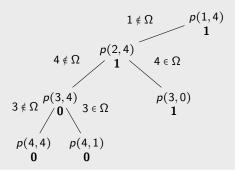
### Ejercicio

(b) Resuelva el problema DivSum para  $A = \{1,4,3\}$  mediante la definición de p(k,S), usando un llamado inicial adecuado. Muestre el árbol recursivo de llamados que se genera, indicando qué elementos se incluyen/descartan en cada paso y mostrando cuándo la recursión llega a un caso base.

### Ejercicio

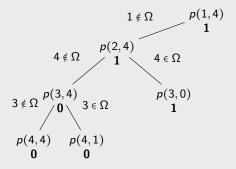
#### Propuesta de solución.

El llamado que responde al problema DivSum para  $A = \{1,4,3\}$  es p(1,4), donde el segundo argumento es la mitad de la suma de todos los elementos de A. Si p(1,4) = 1, significa que es posible construir conjuntos con igual suma. Sea  $\Omega$  uno de los subconjuntos. A continuación mostramos los llamados recursivos que indican cómo construir  $\Omega$ .



### Ejercicio

Propuesta de solución.



Observamos que todo el subárbol derecho no se genera porque se llegó a un 1 en el lado izquierdo. Del árbol, deducimos que sí el problema  $\mathtt{DivSum}$  tiene respuesta positiva para A. Más aún, el diagrama muestra  $\Omega = \{4\}$  como uno de los conjuntos.

### Ejercicio

(c) Proponga el pseudocódigo de un algoritmo recursivo que para cualquier conjunto A de enteros positivos, responda el problema DivSum para A.

```
Propuesta de solución.
   Se asume M un arreglo bidimensional con celdas vacías. Primero
   proponemos el algoritmo de programación dinámica que calcula p(k, S).
  Dynamic(k, S):
      if k > n \lor S < 0:
1
          return 0
2
      if S = 0:
          return 1
      else:
          if M[k][S] \neq \emptyset:
              return M[k][S]
7
          else:
8
              M[k][S] \leftarrow \text{Dynamic}(k+1,S) \text{ OR Dynamic}(k+1,S-a_k)
              return M[k][S]
10
```

```
Propuesta de solución.

Luego, el algoritmo que resuelve el problema DivSum es

DivSum(A):

S \leftarrow \text{SUM}(A)

if S \in simpar:

return O

return Dynamic(1, S/2)
```

# Sumario

Introducción

Tablas de hash

Estrategias algorítmicas

DFS

Intro a algoritmos en grafos

Un ejemplo de prueba

Cierre

Para los ejemplos vistos en clase

Para los ejemplos vistos en clase

Replicarlos comprendiendo los pasos de su resolución

Para los ejemplos vistos en clase

- Replicarlos comprendiendo los pasos de su resolución
- Asegurarse de poder motivar las decisiones

Para los ejemplos vistos en clase

- Replicarlos comprendiendo los pasos de su resolución
- Asegurarse de poder motivar las decisiones

Pautas anteriores

### Para los ejemplos vistos en clase

- Replicarlos comprendiendo los pasos de su resolución
- Asegurarse de poder motivar las decisiones

#### Pautas anteriores

Hay harto material resuelto en el repo!

### Para los ejemplos vistos en clase

- Replicarlos comprendiendo los pasos de su resolución
- Asegurarse de poder motivar las decisiones

#### Pautas anteriores

- Hay harto material resuelto en el repo!
- No se aprendan pautas... seleccionen y aprovéchenlas

### Para los ejemplos vistos en clase

- Replicarlos comprendiendo los pasos de su resolución
- Asegurarse de poder motivar las decisiones

#### Pautas anteriores

- Hay harto material resuelto en el repo!
- No se aprendan pautas... seleccionen y aprovéchenlas
- Planifiquen su solución antes de verla, y luego consulten la pauta

☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar

- Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario

- ☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario
- ☐ Aplicar algunos de los contenidos a ejemplos concretos

- ☐ Recordar elementos esenciales de los contenidos a evaluar
- ☐ Identificar diferencias de contenidos que aplican a un mismo escenario
- ☐ Aplicar algunos de los contenidos a ejemplos concretos
- ☐ Conocer enfoque esperado en las respuestas de algunos ejemplos