



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
PROFESOR: SEBASTIÁN BUGEDO
AYUDANTE: SOFÍA ERRÁZURIZ

Lógica para ciencias de la computación - IIC2213
Ayudantía 10
2 de junio, 2023

Ejercicio 1. ¿Es la función $+$ definible en $\langle \mathbb{Q}, \cdot \rangle$?

Ejercicio 2. Sea \mathfrak{A} una estructura. Demuestre que dadas dos propiedades S y P , se tiene que las siguientes son definibles:

1. $S \cup P$

2. $S \cap P$

¿Que sucede con la unión/intersección finita de propiedades? ¿Qué sucede con la unión/intersección numerable?

Ejercicio 3. Demuestre que el único automorfismo en $\langle \mathbb{N}, + \rangle$ es el automorfismo trivial.

Ejercicio 4. Muestre que el siguiente lenguaje $\text{SAT}_1 := \{\varphi : \varphi \text{ es una } \mathcal{L}\text{-oración satisfacible por alguna } \mathcal{L}\text{-estructura con exactamente un elemento en el dominio}\}$ es decidible. ¿Es en general cierto que $\text{SAT}_{<n}$ es decidible?

Ejercicio 5. Demuestre usando compacidad que si un grafo (finito o infinito) es finitamente 4-coloreable, entonces es 4-coloreable. ¿Se puede generalizar esta demostración para k -coloreabilidad?

Ejercicio 6. Demuestra que existe una \mathcal{L} -estructura \mathfrak{S} que es lógicamente equivalente a $\mathfrak{N} = \langle \mathbb{N}, 0, 1, +, \cdot, < \rangle$ y tal que el dominio de \mathfrak{S} contiene a los números naturales, pero que además \mathfrak{S} tiene un elemento mayor que cualquier número natural. Concluya que la compacidad (topológica) no es definible de forma generalizada.