Pontificia Universidad Católica de Chile
Matías Fernández - matias.fernandez@uc.cl

IIC2213 - Lógica para ciencia de la computación

Ayudantía 2 - Viernes 24 de Marzo del 2023

Problema 1. El módulo de conflictos de un sistema operativo funciona de la siguiente forma. Se necesitan correr procesos $p_1, \ldots, p_n$, en T milisegundos (ms); por simplicidad asumimos que cada proceso toma exactamente 1 ms en completarse.

El proceso de planificar los procesos consiste en asignar, a cada proceso, un índice de tiempo entre 0 y $T-1$, que corresponde al tiempo donde se ejecutará el proceso, de forma que alcancen a completarse todos. El problema es que los procesos compiten por recursos de memoria de la CPU. La memoria cuenta con 8 recursos aritméticos distintos: $r_1, \ldots, r_8$, y cada uno de los procesos $p_1, \ldots, p_n$ usa algunos de estos recursos. Esta información viene dada por una función f que asigna a cada proceso un conjunto $f(p_i) \subseteq \{r_1, \ldots, r_8\}$ de recursos.

El problema a resolver es: ¿Hay alguna forma de poder planificar los procesos requeridos en T milisegundos? Tu meta para esta pregunta es mostrar como podemos resolver este problema con un SAT solver: Dados procesos $p_1, \ldots, p_n$, una cantidad T de milisegundos y una función f que asigna a cada proceso un conjunto $f(p_i) \subseteq \{r_1, \ldots, r_8\}$ de recursos, decidir si acaso cxiste una forma de asignar a cada proceso un índice de tiempo entre 0 y $T-1$, de manera que, para cada par de procesos p y p' asignados al mismo tiempo $t(0 \leq t \leq T-1)$, se tiene que $f(p) \cap f(p') = \emptyset$: los procesos no usan ningún recurso en común.

Específicamente, debes mostrar como construir, para inputs $p_1, \ldots, p_n, T$ y f descritos arriba, una fórmula φ tal que φ es satisfacible si y solo si existe una forma de planificar los procesos como se describió más arriba.

Problema 2. Se dice que un conjunto de fórmulas Σ es finitamente satisfacible si cada subconjunto finito de Σ es satisfacible.

Demuestre que un conjunto de fórmulas es satisfacible si y sólo si es finitamente satisfacible.

Problema 3. Demuestre que $\{p, q \rightarrow (p \rightarrow r)\} \models q \rightarrow r$.

Problema 4. Tenemos un grafo digirido G y la siguiente propiedad:

P: Si el grafo no tiene ciclos, entonces tiene un nodo que no tiene aristas entrantes (comúnmente llamada una raíz).

Hay que mostrar que P es verdad.

Decides hacerlo modelando cada grafo $G = (V, E)$, con $V = 1, \ldots, n$, con un conjunto de proposiciones $P_E = \{e_{ij} \mid i, j \in \{1, \ldots, n\}\}$, y las siguientes fórmulas: una fórmula $\varphi_E = \bigwedge_{(i,j) \in E} e_{i,j}$ y otra $\varphi_{\bar{E}} = \bigwedge_{(i,j) \notin E} \neg e_{i,j}$

1. Demuestra que existe una sola valuación que hace verdad a $\Sigma = \varphi_E, \varphi_{\bar{E}}$: la valuación que asigna un 1 a la variable e_{ij} si y solo si (i,j) es una arista en E. Esto nos va a permitir asumir que cada valuación para P_E corresponde a un grafo.

2. Construye una fórmula que sea verdad si y solo si el grafo G representado con las proposiciones y fórmulas tiene un nodo sin aristas entrantes.