



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
PROFESOR: SEBASTIÁN BUGEDO
AYUDANTE: SOFÍA ERRÁZURIZ

Lógica para ciencias de la computación - IIC2213
Ayudantía 12
23 de junio, 2023

El objetivo de esta ayudantía es repasar los conceptos del curso entre las cases 07 y 13, para esto se hará un resumen de la materia, acompañado de los siguientes ejercicios:

Lógica de primer orden

Ejercicio 1. Sea $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$ un lenguaje utilizado para representar grafos. En cada una de las siguientes preguntas escriba una \mathcal{L} -oración que represente la propiedad mencionada.

- (a) El grafo es un clique.
- (b) El grafo contiene un clique con 4 nodos.
- (c) El grafo tiene un ciclo con 4 nodos.
- (d) El grafo contiene una 3-rueda.
- (e) Existen elementos en el grafo cuya distancia es 4.
- (f) La distancia máxima entre dos nodos del grafo es 3.

Ejercicio 2. Demuestre que $S = \{0\}$ no es definible en $\langle \mathbb{N} \rangle$ y $S = \mathbb{N}$ no es definible en $\langle \mathbb{R}, < \rangle$.

Ejercicio 3. Decimos que un grafo $G = (N, A)$ contiene un ciclo finito si existen nodos $a_1, \dots, a_n \in N$ ($n \geq 2$) tal que para todo $i \in [1, n-1]$ se tiene que $(a_i, a_{i+1}) \in A$ y además $(a_n, a_1) \in A$.

Sea $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$. Demuestre que no existe una \mathcal{L} -oración φ tal que para toda \mathcal{L} -estructura \mathfrak{A} se tiene que: \mathfrak{A} contiene un ciclo finito si y sólo si $\mathfrak{A} \models \varphi$.

Teorías

Ejercicio 4. Sea \mathcal{L} un vocabulario con un conjunto finito de símbolos y \mathfrak{A} una \mathcal{L} -estructura con dominio finito. Demuestre que $\text{Th}(\mathfrak{A})$ es una teoría decidable.

Ejercicio 5. Sea Σ un conjunto consistente de oraciones sobre un vocabulario \mathcal{L} (nótese que Σ puede ser un conjunto infinito). Demuestre que si $\text{Th}(\Sigma)$ es finitamente axiomatizable, entonces existe un conjunto finito Σ_0 tal que $\Sigma_0 \subseteq \Sigma$ y $\text{Th}(\Sigma) = \text{Th}(\Sigma_0)$.