



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
PROFESOR: SEBASTIÁN BUGEDO
AYUDANTE: SOFÍA ERRÁZURIZ

Lógica para ciencias de la computación - IIC2213
Ayudantía 11
9 de junio, 2023

Ejercicio 1. Demuestre que el único automorfismo en $\langle \mathbb{N}, \cdot \rangle$ y $\langle \mathbb{N}, < \rangle$ es el automorfismo trivial. ¿Qué sucede en \mathbb{Z} ? ¿y en \mathbb{R} ?

Ejercicio 2. Demuestra que existe una \mathcal{L} -estructura \mathfrak{S} que es lógicamente equivalente a $\mathfrak{N} = \langle \mathbb{N}, 0, 1, +, \cdot, < \rangle$ y tal que el dominio de \mathfrak{S} contiene a los números naturales, pero que además \mathfrak{S} tiene un elemento mayor que cualquier número natural. Concluya que la compacidad (topológica) no es definible de forma generalizada.

Ejercicio 3. Demuestre que si una teoría tiene modelos finitos con dominios arbitrariamente grandes, entonces tiene un modelo con dominio infinito.

Ejercicio 4. Sea $\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_k$ una lista de estructuras sobre un vocabulario \mathcal{L} , y $\text{Th}(\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_k)$ el conjunto de todas las \mathcal{L} -oraciones φ tal que $\mathfrak{A}_i \models \varphi$ para cada $i \in \{1, \dots, k\}$. Demuestre que $\text{Th}(\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_k)$ es una teoría. De un contraejemplo para el conjunto de \mathcal{L} -oraciones φ tal que $\mathfrak{A}_i \models \varphi$ para algún $i \in \{1, \dots, k\}$.

Ejercicio 5. Como bien ya saben, esta primavera vendrá la aclamada artista musical Taylor Swift a Sudamérica. Supongamos que existe una estructura $\mathfrak{A} = \langle A, R_1, R_2 \rangle$ tal que R_1 contiene las tuplas de la forma *(fecha, ciudad, país)* de acuerdo al siguiente cronograma



y $R_2 = \{(Vale, 10/11, Speak\ Now), (Rodrigo, 10/11, Lover), (Fran, 9/11, Folklore), (Mario, 25/08, Reputation)\}$ es decir, son las tuplas de la forma *(persona, concierto al que asiste, álbum favorito)*. Construya consultas conjuntivas tales que:

- Entregue las personas que asistirán a algún concierto.
- Entregue las tripletas *(persona, fecha país)* que indique cuándo cada persona estará en los países de los conciertos.
- Es una consulta conjuntiva completa.