



Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación
Matías Fernández - matias.fernandez@uc.cl

IIC2213 - Lógica para ciencia de la computación

Ayudantía 7 - Viernes 12 de Mayo del 2023

Problema 1. Suponga usted que tenemos un vocabulario \mathcal{L} con los símbolos siguientes:

- N significa “es un número”
- I significa “es interesante”
- $<$ significa “es menor que”
- 0 significa es un símbolo constante que significa cero

Además se tienen los cuantificadores siguientes:

- \forall significa “para todas las cosas”
- \exists significa “existe una cosa tal que”

Traduzca a este lenguaje los enunciados del español que aparecen abajo. Si el enunciado en español es ambiguo, necesitará más de una traducción.

- Cero es menor que cualquier número.
- Si cualquier número es interesante, entonces el cero es interesante.
- Ningún número es menor que cero.
- Cualquier número no interesante con la propiedad de que todos los números menores son interesantes es, desde luego, interesante.
- No existe un número tal que todos los números sean menores que él.
- No existe un número tal que ningún número sea menor que él.

Problema 2. Sea $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$ un lenguaje utilizado para representar grafos (no dirigidos). En cada una de las siguientes preguntas escriba una \mathcal{L} -oración que represente la propiedad mencionada.

- El grafo es un clique.
- El grafo contiene un clique con 4 nodos.
- El grafo tiene un ciclo con 4 nodos.
- Existen elementos en el grafo cuya distancia es 3.
- La distancia máxima entre dos nodos del grafo es 3 (asuma grafo conexo).

Problema 3. Al igual que en la lógica proposicional, decimos que una oración φ es consecuencia lógica de un conjunto de oraciones σ , denotado como $\sigma \models \varphi$, si para cada estructura \mathcal{A} tal que $\mathcal{A} \models \sigma$, se tiene que $\mathcal{A} \models \varphi$.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son válidas? Justifique su respuesta.

- a) $\{\forall x\exists yR(x, y)\} \models \exists x\forall yR(x, y)$.
- b) $\{\exists x\forall yR(x, y)\} \models \forall x\exists yR(x, y)$.
- c) $\{\exists x(P(x) \wedge Q(x))\} \models (\exists xP(x)) \wedge (\exists xQ(x))$.
- d) $\{\exists xP(x), \exists yQ(y)\} \models \exists x(P(x) \wedge Q(x))$.
- e) $\{\forall x\exists yS(x, y)\} \models \exists yS(y, y)$.

Problema 4. Muestre que ninguno de los enunciados siguientes es consecuencia lógica de los otros dos.

- a) $\forall x\forall y(R(x, y) \rightarrow R(y, x))$.
- b) $\forall x\forall y\forall z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$.
- c) $\forall xR(x, x)$.