

Ayudantía 9

IIC2213 - Lógica para Ciencia de la Computación

Problema 1

1. Demuestre que la función sucesor es definible en $\langle \mathbb{N}, + \rangle$.
2. Demuestre que la función exponencial e^x no es definible en $\langle \mathbb{R}, \cdot \rangle$.
3. Demuestre que la función $+$ no es definible en $\langle \mathbb{N}, \cdot \rangle$.

Problema 2

1. Sea \mathcal{L} un vocabulario cualquiera. Demuestre usando el teorema de compacidad que no existe una \mathcal{L} -oración φ tal que para toda \mathcal{L} -estructura \mathfrak{A} se tiene que: \mathfrak{A} es finita si y sólo si $\mathfrak{A} \models \varphi$.
2. Decimos que un grafo $G = (N, A)$ contiene un ciclo finito si existen nodos $a_1, \dots, a_n \in N$ ($n \geq 2$) tal que para todo $i \in [1, n-1]$ se tiene que $(a_i, a_{i+1}) \in A$ y además $(a_n, a_1) \in A$.
Sea $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$. Demuestre que no existe una \mathcal{L} -oración φ tal que para toda \mathcal{L} -estructura \mathfrak{A} se tiene que: \mathfrak{A} contiene un ciclo finito si y sólo si $\mathfrak{A} \models \varphi$.