

**IIC 2213 – Lógica para ciencia de la Computación**  
Examen

**Problema 1** Demuestra que el siguiente lenguaje sobre el alfabeto  $\{0, 1, \#\}$  es NP-completo:

$2k\text{-CO} = \{u\#v \mid u \text{ es la codificación binaria } C(G) \text{ de un grafo } G, v = 1^k \text{ (el número } k \text{ en unario) y } G \text{ tiene un conjunto oscuro de tamaño } 2k\}$ .

**Problema 2** Demuestra que el siguiente lenguaje es indecidible:

$TE = \{u0000v \mid u, v \in \{0, 1\}^* \text{ y tal que}$

existe una máquina determinista con al menos dos estados  $M$  tal que  $u = C(M)$ ,

y  $M$  no usa el estado numero dos al procesar  $v\}$

(recuerda que en  $C(M)$  los estados se codifican con números, se asume que el estado 1 es el inicial y los otros estados se van codificando como el estado dos (11), el tres (111), etc)

**Problema 3** Una empresa de data science te ha contratado para que hagas un análisis de potenciales problemas en la designación de las comisiones de la convención constitucional. Usando el vocabulario  $\mathcal{L}$  con relaciones binarias *Equipo* y tres relaciones unarias *Mujer*, *Hombre* y *NoBinario*, la idea es que muestres algunas garantías que no queremos que sucedan.

Supones que cada comision se representa como estructuras  $\mathcal{C}$  en donde el dominio tiene un elemento  $p$  por cada persona que trabaja en la comisión, la interpretación de *Equipo* tiene un par  $(p_1, p_2)$  si las personas  $p_1$  y  $p_2$  pertenecen a un mismo equipo de trabajo dentro de esa comisión, y las interpretaciones de *Mujer*, *Hombre*, *NoBinario* tienen a un elemento  $p$  si esa persona está se autodefine como mujer, hombre o como un género no binario.

Muestra como escribir estas propiedades en lógica de primer orden (cada subpregunta vale 1,5 puntos)

1. Nadie está al mismo tiempo en dos de las relaciones *Mujer*, *Hombre* y *NoBinario*.
2. La relación *Equipo* es transitiva: si  $p_1$  está en el mismo equipo que  $p_2$ , y  $p_2$  está en el mismo equipo que  $p_3$ , entonces  $p_1$  y  $p_3$  también está en el mismo equipo.
3. Hay al menos dos equipos de trabajo distintos en la comisión.
4. Para un número natural  $i > 0$  dado, que la comisión tiene exactamente  $i$  hombres e  $i$  mujeres.

**Problema 4** Sea  $P$  un conjunto de proposiciones y  $\varphi_1, \dots, \varphi_n, \psi$  fórmulas de lógica proposicional sobre  $P$ . Muestra que  $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \models \psi$  si y solo si la siguiente fórmula es tautología:

$$\varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow (\varphi_3 \rightarrow (\dots \rightarrow (\varphi_n \rightarrow \psi) \dots)))$$

ENTREGA: MIÉRCOLES 21/07, A LAS 23:59 HRS MÁXIMO.

CONSULTAS: SÓLO DE ENUNCIADO, ESCRITAS DURANTE LA MAÑANA DEL MIÉRCOLES, Y MEDIANTE ISSUES EN LA PÁGINA. ESTAREMOS REVISANDO CONSTANTEMENTE DURANTE LA MAÑANA DEL MIÉRCOLES, PERO A PARTIR DE LAS 12PM NO PODEMOS PROMETER UN TIEMPO DE RESPUESTA RÁPIDO.

PARA CONCEPTO DE REDUCCIONES Y DEMOSTRACIONES, PUEDES ASUMIR COMO CIERTO TODO LO QUE ESTÉ EN LAS NOTAS O EN LA ACTIVIDADES.