Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2213 — Lógica para Ciencias de la Computación — 1' 2022

Ayudantía 7

Pregunta 1

Considere el vocabulario $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$ usado para representar grafos. Para cada una de las siguientes frases, escriba una oración en lógica de primer orden (usando $\mathcal{L}$) que la represente.

1. El grafo es un clique
2. El grafo contiene un clique de tamaño k
3. El grafo contiene un ciclo con k nodes
4. La distancia máxima entre elementos en el grafo es 7
5. Cada nodo esta conectado a lo más por dos aristas

Pregunta 2

(Tarea 7 2021-1)

En un campo existe un sistema de sensores capaces de detectar humedad y temperatura. El sistema consta de varios sensores para medir humedad y temperatura, y a cada hora entrega un conjunto con todas las mediciones de todos los sensores en esa hora.

La agrónoma a cargo del sistema tiene una serie de eventos que necesita detectar con los sensores, pero a su disposición solo tiene un programa que modela cada set de mediciones como un set $d_1, ..., d_n$ de eventos ordenados (se puede pensar en cada d_i como un evento de tipo date, y con $d_i < d_i + 1$), dos relaciones unarias HB y HA y dos relaciones unarias TB y TA. La relación unaria HB tiene todos los di que representan fechas de mediciones donde algún sensor marca que la humedad es baja HA tiene todos los d_i que representan fechas de mediciones donde algun sensor marca que la humedad es alta, TB tiene todos los d_i que representan fechas de mediciones donde la temperatura en algun sensor marca cero o menos grados, y TA tiene todos los d_i que representan fechas de mediciones donde la temperatura en algun sensor marca sobre cero.

En este programa uno puede especificar situaciones de alerta, por medio de expresiones con la siguiente sintaxis:

- hb, ha, tb y ta son expresiones.
- Si e_1 y e_2 son expresiones, entonces $e_1 \wedge e_2$, $e_1 \vee e_2$ y $\neg e_2$ son expresiones.
- Si e_1 y e_2 son expresiones, entonces $e_1 \cdot e_2$ es una expresión..

La semántica de las expresiones es la siguiente. Como mencionamos, un conjunto de mediciones es una tupla $M = (D, TA, TB, HA, HB)$, donde $D = d_1, ..., d_n$ es un set de fechas ordenadas, con $d_i < d_i + 1$, y TA, TB, HA y HB son subconjuntos de D que satisfacen $TA = D - TB$ y $HA = D - HB$, es decir, TA y TB definen una partición para D, y lo mismo con HA y HB. Definimos la semántica de cuando una expresión se gatilla con un d_i en particular de una medición $M = (D, TA, TB, HA, HB)$.

- Si e es la expresión ta, entonces e se gatilla en d_i cuando $d_i \in TA$.
- Si e es la expresión tb, entonces e se gatilla en d_i cuando $d_i \in TB$.
- Si e es la expresión ha, entonces e se gatilla en d_i cuando $d_i \in HA$.
- Si e es la expresión hb, entonces e se gatilla en d_i cuando $d_i \in HB$.
- Si $e = e_1 \wedge e_2$ entonces e se gatilla en d_i cuando ambas e_1 y e_2 se gatillan en d_i.
- Si $e = e_1 \vee e_2$ entonces e se gatilla en d_i cuando una de e_1 o e_2 se gatilla en en d_i.
- Si $e = \neg e_2$ entonces e se gatilla en d_i cuando e_2 no se gatilla en d_i.
- Si $e = e_1 \cdot e_2$ entonces e se gatilla en d_i cuando e_1 se gatilla en d_i y existe un $j > i$ tal que e_2 se gatilla en d_j.

  Finalmente, dada una expresión e, decimos que e entrega una alerta para $M = (D, TA, TB, HA, HB)$ si existe un $d_i \in D$ tal que e se gatilla en d_i.

Calentamiento: Definir restricciones.

Muestra como hacer que tu lenguaje entregue alerta en todas las mediciones que cumplan lo siguiente:

- Si en algun momento baja la humedad y posteriormente baja la temperatura.
- Si la temperatura siempre se mantiene alta.
- Si en algun momento hay más de 2 cambios entre temperatura alta y temperatura baja.

Propiedades Definibles

1. Muestra como especificar cada medición $M = (D, TA, TB, HA, HB)$ como una estructura $\mathfrak{A}_M$ sobre el vocabulario $L = \{menor, TA, TB, HA, HB\}$, donde *menor* es una relación binaria (la idea es que menor represente el orden entre las observaciones d_i).

2. Escribe una formula φ tal que una estructura $\mathfrak{A}$ sobre L satisface a φ si y solo si i) la inerpretación $menor^{\mathfrak{A}}$ de la relación *menor* en $\mathfrak{A}$ es un orden total, ii) $TA = D - TB$, y iii) $HA = D - HB$.

3. Demuestra que para cada expresión e en el lenguaje descrito anteriormente existe una fórmula φ tal que e entrega una alerta para una medición M si y solo si $\mathfrak{A}_M$ satisface a φ.