Complejidad de consultas

DISCLAIMER: este ppt es un resumen de un par de clases del curso Implementación de Sistemas de Bases de Datos dictado por el profesor Cristian Riveros. La idea es aterrizar conceptos y mostrar la utilidad de la teoría de Lógica. Por un lado, los teoremas y definiciones NO reemplazan a las del curso y NO se deben usar al resolver evaluaciones. Por otro, ojalá les sirva de motivación e inspiración.

Clase 22

IIC 3413

Prof. Cristian Riveros

¿qué tan complejo es evaluar una consulta SQL?

Problema de **enumeración**:

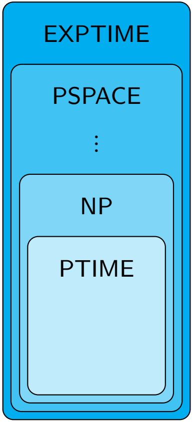
`PROBLEMA:`	Evaluación de consultas en `SQL` ($\textsc{SQL-Enum}$).
`INPUT:`	una consulta Q en `SQL`,
	una BD relacional $\mathcal{D}$.
`OUTPUT:`	$Q(\mathcal{D})$.

Queremos un **algoritmo de enumeración** que sea polinomial en Q y $\mathcal{D}$:

- tiempo polinomial en Q y $\mathcal{D}$ para entregar la **primera tupla** de $Q(\mathcal{D})$, y
- tiempo polinomial en Q y $\mathcal{D}$ entre cada **siguiente tupla** de $Q(\mathcal{D})$.

¿cómo medimos la complejidad de $\textsc{SQL-Enum}$?

Micro-curso de complejidad computacional



- **PTIME:** problemas que pueden ser resueltos en **tiempo polinomial** en el tamaño del input.
- **NP:** problemas cuya solución puede ser **verificada** en **tiempo polinomial** en el tamaño del input/solución.
- **PSPACE:** problemas que pueden ser resultos en **espacio polinomial** en el tamaño del input.
- **EXPTIME:** problemas que pueden ser resueltos en **tiempo exponencial** en el tamaño del input.

Micro-curso de complejidad computacional

Definición

- Un problema P es **hard** para una clase de complejidad $\mathcal{C}$ si todos los problemas $P' \in \mathcal{P}$ se pueden reducir (en tiempo polinomial) a P.

- Un problema P es **completo** para una clase de complejidad $\mathcal{C}$ si:
  1. $P \in \mathcal{C}$.
  2. P es hard para $\mathcal{C}$.

Problema de decisión asociado a $\textsc{SQL-Enum}$

`PROBLEMA:`	Resultado no-vacío de consultas `SQL` ($\textsc{SQL-Emptyness}$).
`INPUT:`	una consulta Q en `SQL`,
	una BD relacional $\mathcal{D}$
`OUTPUT:`	`TRUE` ssi $Q(\mathcal{D}) \neq \varnothing$.

1. Si $\textsc{SQL-Emptyness}$ no esta en PTIME (ej. es $\mathrm{NP}\text{-}\textsc{hard}$), ¿implica que $\textsc{SQL-Enum}$ NO se puede enumerar en tiempo polinomial?
2. Si $\textsc{SQL-Emptyness}$ esta en PTIME, ¿implica que $\textsc{SQL-Enum}$ se puede enumerar en tiempo polinomial?

$\textsc{SQL-Emptyness}$ **solo nos puede dar evidencia** si el problema es difícil

¿qué tan complejo es evaluar una consulta SQL?

Teorema

El problema SQL-EMPTYNESS es PSPACE-completo.

A menos que P = PSPACE, **no existe** un algoritmo de enumeración eficiente (en tiempo polinomial) para SQL-ENUM

¿cuáles son las consultas `SQL` **difíciles** de evaluar?

- Consultas de la forma: `NOT EXIST`... `EXIST`... `NOT EXIST`...
- Consultas con negación anidadas.

Problemas asociados a optimización de consultas en SQL

Para la optimización de consultas en SQL,
nos interesan **algoritmos eficientes** para los siguientes problemas:

PROBLEMA: Satisfabilidad de SQL (SQL-SAT).

INPUT: una consulta Q en SQL,

OUTPUT: TRUE ssi existe $\mathcal{D}$ tal que $Q(\mathcal{D}) \neq \varnothing$.

PROBLEMA: Igualdad de consultas SQL (SQL-EQUIVALENCE).

INPUT: consultas Q_1 y Q_2 en SQL,

OUTPUT: TRUE ssi para todo $\mathcal{D}$ se cumple $Q_1(\mathcal{D}) = Q_2(\mathcal{D})$.

¿para que nos serviría resolver estos problemas?

Es imposible tener un optimizador perfecto para `SQL`

Teorema

Para `SQL`, los siguientes problemas son **indecidibles**:

- SQL-EQUIVALENCE
- SQL-SAT

indecidible = no existe algoritmo alguno que solucione el problema

¿es posible hacer "algo" para mejorar la evaluación/optimización en `SQL`?

Fragmento más sencillo: consultas conjuntivas

Definición

Una **consulta conjuntiva** (CQ) es una consulta en AR que solo contiene:

- proyección (π)
- selección sencilla ($\sigma_{A=B}$ o $\sigma_{A=v}$)
- Equality joins ($\bowtie_{A=B}$)
- Renaming ($\rho_{A \to B}$)

Ejemplo

```
SELECT   P.name, M.goals
FROM     Players AS P, Matches AS M, Players_Matches AS PM
WHERE    P.pId = PM.pId AND PM.mId = M.mId AND
         P.name = 'Alexi' AND M.year = 2001
```

En otras palabras, una consulta `SELECT-FROM-WHERE`.

Fragmento más sencillo: consultas conjuntivas

Proposición

Para toda consulta conjuntiva Q, existe una consulta Q' tal que $Q(\mathcal{D}) = Q'(\mathcal{D})$ para toda BD $\mathcal{D}$ y Q' es de la forma:

$$\pi_I\big(\sigma_{c_1}(R_1) \bowtie \ldots \bowtie \sigma_{c_n}(R_n)\big)$$

con cada c_i una conjunción filtros $A = v$.

Demostración: use las reglas de reescritura.

Representación simplificada de consultas conjuntivas

Sea **V** un conjunto de variables y **C** un conjunto de constantes.

Simplificación

Desde ahora una consulta conjuntiva la representaremos como:

$$ans(\bar{y}) \ := \ R_1(\bar{x}_1),\, R_2(\bar{x}_2),\, \ldots,\, R_n(\bar{x}_n)$$

1. $\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n$ son variables en **V** o constantes en **C**,
2. $\bar{y}$ es un subconjunto de variables en $\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n$.

Ejemplo

$$ans(x, z) \ := \ P(x, \text{'Alexi'}),\, PM(x, y),\, M(y, 2001, z)$$

- x, y, z son variables.
- 'Alexi' y 2001 son constantes.

Homomorfismo de consultas conjuntivas

Definición

Un **homomorfismo** de Q a $\mathcal{D}$ es una función $h : (\mathbf{V} \cup \mathbf{C}) \to \mathbf{C}$ tal que:

- $h(c) = c$ para toda $c \in \mathbf{C}$ y
- si $R(d_1, \ldots, d_k)$ es un átomo de Q,
  entonces $(h(d_1), \ldots, h(d_k)) \in \mathcal{D}(R)$.

¿cuál es un homomorfismo de Q a $\mathcal{D}$?

$$Q : \quad anx(x, z) := P(x, \text{'Alexi'}, y), M(x, z, \text{'3'})$$

$\mathcal{D}$:

Players (P):

Id	Name	Year
1	Alexi	1987
2	Gary	1990
3	Arturo	1985

Matches (M):

Id	Stadium	Goals
1	Nacional	3
1	Monumental	3
2	San Carlos	4

Homomorfismo de consultas conjuntivas

Definición

Un **homomorfismo** de Q a $\mathcal{D}$ es una función $h : (\mathbf{V} \cup \mathbf{C}) \to \mathbf{C}$ tal que:

- $h(c) = c$ para toda $c \in \mathbf{C}$ y
- si $R(d_1, \ldots, d_k)$ es un átomo de Q,

  entonces $(h(d_1), \ldots, h(d_k)) \in \mathcal{D}(R)$.

Proposición

Para toda base de datos $\mathcal{D}$ y toda consulta conjuntiva Q de la forma:

$$ans(y_1, \ldots, y_k) \;:=\; R_1(\bar{x}_1),\, R_2(\bar{x}_2),\, \ldots,\, R_n(\bar{x}_n)$$

se tiene que $t \in Q(\mathcal{D})$ si, y solo si, existe un homomorfismo h de Q a $\mathcal{D}$ con

$$t = (h(y_1), \ldots, h(y_k)).$$

Demostración: ejercicio.

¿qué tan complejo es evaluar una consulta conjuntiva?

Problema de **decisión**:

`PROBLEMA:`	Resultado no-vacío de consultas conjuntivas ($\textsc{CQ-Emptyness}$).
`INPUT:`	una consulta conjuntiva Q,
	una BD relacional $\mathcal{D}$
`OUTPUT:`	`TRUE` ssi $Q(\mathcal{D}) \neq \varnothing$.

Teorema

El problema $\textsc{CQ-Emptyness}$ es NP-completo.

Demostración: ejercicio.

Equivalencia y satisfiabilidad de consultas conjuntivas

Definición

Un **homomorfismo** de Q_1 a Q_2 es una función $h : (\mathbf{V} \cup \mathbf{C}) \to (\mathbf{V} \cup \mathbf{C})$:

- $h(c) = c$ para toda $c \in \mathbf{C}$,
- si $R(d_1, \ldots, d_k)$ es un átomo de Q_1,
  entonces $R(h(d_1), \ldots, h(d_k))$ es un átomo de Q_2,
- si $ans(y_1, \ldots, y_k)$ es el cuerpo de Q_1,
  entonces $ans(h(y_1), \ldots, h(y_k))$ es el cuerpo de Q_2.

Proposición

Para todo par de consultas conjuntivas Q_1 y Q_2 se tiene que:

1. $Q_1(\mathcal{D}) \subseteq Q_2(\mathcal{D})$ para toda $\mathcal{D}$ si, y solo si,
2. existe un homomorfismo de Q_2 a Q_1.

Equivalencia y satisfiabilidad de consultas conjuntivas

`PROBLEMA:` Satisfabilidad de consultas conjuntivas. (CQ-SAT).

`INPUT:` una consulta conjuntiva Q,

`OUTPUT:` `TRUE` ssi existe $\mathcal{D}$ tal que $Q(\mathcal{D}) \neq \varnothing$.

`PROBLEMA:` Igualdad de consultas conjuntivas (CQ-EQUIVALENCE).

`INPUT:` consultas conjuntivas Q_1 y Q_2,

`OUTPUT:` `TRUE` ssi para todo $\mathcal{D}$ se cumple $Q_1(\mathcal{D}) = Q_2(\mathcal{D})$.

Teorema

- CQ-SAT es un problema trivial (siempre es satisfacible).
- CQ-EQUIVALENCE es NP-COMPLETO.