



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC2213 — Lógica para Ciencias de la Computación — 1' 2022

## Ayudantía 8

### Pregunta 1

Considere el vocabulario  $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$  usado para representar grafos. Para cada una de las siguientes frases, escriba una oración en lógica de primer orden (usando  $\mathcal{L}$ ) que la represente.

1. El grafo es un clique
2. El grafo contiene un clique de tamaño  $k$
3. El grafo contiene un ciclo con  $k$  nodes
4. La distancia máxima entre elementos en el grafo es 7
5. Cada nodo esta conectado a lo más por dos aristas

## Pregunta 2

(Tarea 7 2021-1)

En un campo existe un sistema de sensores capaces de detectar humedad y temperatura. El sistema consta de varios sensores para medir humedad y temperatura, y a cada hora entrega un conjunto con todas las mediciones de todos los sensores en esa hora.

La agrónoma a cargo del sistema tiene una serie de eventos que necesita detectar con los sensores, pero a su disposición solo tiene un programa que modela cada set de mediciones como un set  $d_1, \dots, d_n$  de eventos ordenados (se puede pensar en cada  $d_i$  como un evento de tipo date, y con  $d_i < d_{i+1}$ ), dos relaciones unarias  $HB$  y  $HA$  y dos relaciones unarias  $TB$  y  $TA$ . La relación unaria  $HB$  tiene todos los  $d_i$  que representan fechas de mediciones donde algún sensor marca que la humedad es baja,  $HA$  tiene todos los  $d_i$  que representan fechas de mediciones donde algún sensor marca que la humedad es alta,  $TB$  tiene todos los  $d_i$  que representan fechas de mediciones donde la temperatura en algún sensor marca cero o menos grados, y  $TA$  tiene todos los  $d_i$  que representan fechas de mediciones donde la temperatura en algún sensor marca sobre cero.

En este programa uno puede especificar situaciones de alerta, por medio de expresiones con la siguiente sintaxis:

- $hb$ ,  $ha$ ,  $tb$  y  $ta$  son expresiones.
- Si  $e_1$  y  $e_2$  son expresiones, entonces  $e_1 \wedge e_2$ ,  $e_1 \vee e_2$  y  $\neg e_2$  son expresiones.
- Si  $e_1$  y  $e_2$  son expresiones, entonces  $e_1 \cdot e_2$  es una expresión.

La semántica de las expresiones es la siguiente. Como mencionamos, un conjunto de mediciones es una tupla  $M = (D, TA, TB, HA, HB)$ , donde  $D = d_1, \dots, d_n$  es un set de fechas ordenadas, con  $d_i < d_{i+1}$ , y  $TA$ ,  $TB$ ,  $HA$  y  $HB$  son subconjuntos de  $D$  que satisfacen  $TA = DTB$  y  $HA = DHB$ , es decir,  $TA$  y  $TB$  definen una partición para  $D$ , y lo mismo con  $HA$  y  $HB$ . Definimos la semántica de cuando una expresión se gatilla con un  $d_i$  en particular de una medición  $M = (D, TA, TB, HA, HB)$ .

- Si  $e$  es la expresión  $ta$ , entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando  $d_i \in TA$ .
- Si  $e$  es la expresión  $tb$ , entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando  $d_i \in TB$ .
- Si  $e$  es la expresión  $ha$ , entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando  $d_i \in HA$ .
- Si  $e$  es la expresión  $hb$ , entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando  $d_i \in HB$ .
- Si  $e = e_1 \wedge e_2$  entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando ambas  $e_1$  y  $e_2$  se gatillan en  $d_i$ .
- Si  $e = e_1 \vee e_2$  entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando una de  $e_1$  o  $e_2$  se gatilla en  $d_i$ .
- Si  $e = \neg e_2$  entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando  $e_2$  no se gatilla en  $d_i$ .
- Si  $e = e_1 \cdot e_2$  entonces  $e$  se gatilla en  $d_i$  cuando  $e_1$  se gatilla en  $d_i$  y existe un  $j > i$  tal que  $e_2$  se gatilla en  $d_j$ .

Finalmente, dada una expresión  $e$ , decimos que  $e$  entrega una alerta para  $M = (D, TA, TB, HA, HB)$  si existe un  $d_i \in D$  tal que  $e$  se gatilla en  $d_i$ .

### Calentamiento: Definir restricciones.

Muestra como hacer que tu lenguaje entregue alerta en todas las mediciones que cumplan lo siguiente:

- Si en algún momento baja la humedad y posteriormente baja la temperatura.
- Si la temperatura siempre se mantiene alta.
- Si en algún momento hay más de 2 cambios entre temperatura alta y temperatura baja.

## Propiedades Definibles

1. Muestra como especificar cada medición  $M = (D, TA, TB, HA, HB)$  como una estructura  $\mathfrak{A}_M$  sobre el vocabulario  $L = \{menor, TA, TB, HA, HB\}$ , donde *menor* es una relación binaria (la idea es que *menor* represente el orden entre las observaciones  $d_i$ ).
2. Escribe una formula  $\varphi$  tal que una estructura  $\mathfrak{A}$  sobre  $L$  satisface a  $\varphi$  si y solo si i) la interpretación *menor* $^{\mathfrak{A}}$  de la relación *menor* en  $\mathfrak{A}$  es un orden total, ii)  $TA = DTB$ , y iii)  $HA = DHB$ .
3. Demuestra que para cada expresión  $e$  en el lenguaje descrito anteriormente existe una fórmula  $\varphi$  tal que  $e$  entrega una alerta para una medición  $M$  si y solo si  $\mathfrak{A}_M$  satisface a  $\varphi$ .