



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC2213 — Lógica para Ciencia de la Computación 2022-1

## Ayudantía 10

### Pregunta 1 (Maquinas de Turing)

Demuestre que el siguiente lenguaje es indecidible:

$TE : \{u0000v \mid u, v \in \{0, 1\}^* \text{ tal que existe una máquina de Turing } M$   
con al menos 2 estados tal que  $u = C(M)$  y  $M$  no usa el estado 2 al procesar  $v\}$

### Pregunta 2 (Logica proposicional)

Sea  $P$  un conjunto de proposiciones y  $\varphi_1, \dots, \varphi_n, \psi$  fórmulas de lógica proposicional sobre  $P$ . Demuestre que  $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \models \psi$  si, y solo si, la siguiente fórmula es una tautología:

$$\varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow (\varphi_3 \rightarrow (\dots \rightarrow (\varphi_n \rightarrow \psi) \dots)))$$

### Pregunta 3 (Complejidad)

Demuestre que el siguiente lenguaje es NP-completo:

$$2k - CI = \{u\#v \mid u \text{ es la codificación binaria } C(G) \text{ de algún grafo } G, \\ v = 1^k \text{ y } G \text{ tiene un conjunto independiente de tamaño } 2k\}$$

### Pregunta 4 (Logica de primer orden)

Una empresa de data science te ha contratado para que hagas un análisis de potenciales problemas en la designación de las comisiones de la convención constitucional. Usando el vocabulario  $\mathcal{L}$  con relaciones binarias *Equipo* y tres relaciones unarias *Mujer*, *Hombre* y *NoBinario*, la idea es que muestres algunas garantías que no queremos que sucedan.

Supones que cada comision se representa como estructuras  $\mathcal{C}$  en donde el dominio tiene un elemento  $p$  por cada persona que trabaja en la comisión, la interpretación de *Equipo* tiene un par  $(p_1, p_2)$  si las personas  $p_1$  y  $p_2$  pertenecen a un mismo equipo de trabajo dentro de esa comisión, y las interpretaciones de *Mujer*, *Hombre*, *NoBinario* tienen a un elemento  $p$  si esa persona está se autodefine como mujer, hombre o como un género no binario.

Muestra como escribir estas propiedades en lógica de primer orden

1. Nadie está al mismo tiempo en dos de las relaciones *Mujer*, *Hombre* y *NoBinario*.

2. La relación *Equipo* es transitiva: si  $p_1$  está en el mismo equipo que  $p_2$ , y  $p_2$  está en el mismo equipo que  $p_3$ , entonces  $p_1$  y  $p_3$  también está en el mismo equipo.
3. Hay al menos dos equipos de trabajo distintos en la comisión.
4. Para un número natural  $i > 0$  dado, que la comisión tiene exactamente  $i$  hombres e  $i$  mujeres.