Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2283 - Diseño y Análisis de Algoritmos - 2$^{\text{do}}$ semestre 2022

TAREA 5

Publicación:	Lunes 14 de noviembre.
GitHub Classroom:	https://classroom.github.com/a/6-gqvbZH
Entrega:	**Miércoles 23 de noviembre 23:59 horas**.

Indicaciones

- La tarea es estrictamente individual.
- La solución puede ser entregada en el archivo `t5.py` del repositorio privado asignado mediante GitHub Classroom para esta tarea. Se revisará el último *commit* subido antes de la entrega al repositorio. Se usará Python 3.10.X para la revisión.
- El *input* para el programa debe ser obtenido desde *standard input*. El *output* debe ser entregado mediante *standard output*.
- La corrección se realizará mediante *tests* automatizados acordes al formato de *input* y *output* especificado. Cada *test* tendrá un *timeout* según lo que se especifica como tiempo esperado.
- Un *test* se considerará **reprobado** en caso de que 1) dado el *input* el *output* sea incorrecto, 2) exista un error de *runtime* durante su ejecución, o 3) el *timeout* se cumpla durante su ejecución. En otro caso, el *test* se considerará **aprobado**.
- No se permite el uso de librerías externas a la librería estándar de Python *a priori*. Consultar en las *issues* del repositorio oficial del curso en caso de requerir una.
- **Para esta tarea sí aplica la política de atrasos descrita en el programa del curso.**

Problema

Gerardo es un criptogeólogo, es decir, un experto en minerales con propiedades extraordinarias. A pesar de sus varios grados académicos y una tesis magistral de doctorado en su área, Gerardo nunca ha podido probar la existencia de ninguno de los minerales que describen los libros que él tanto ha estudiado (nadie realmente lo ha logrado, los impuros dicen que la criptogeología es una pseudociencia). Sin embargo, Gerardo está a punto de lograr lo que nadie ha logrado hasta ahora: mostrar con evidencia que su carrera académica no ha sido una pérdida de tiempo.

En los textos más importantes de la criptogeología, se describe un mineral con propiedades excesivamente extrañas: la piedra de Shrödinger. La piedra se dice que está conformada por un número de fragmentos invisibles al ojo humano que pueden o no estar todos en un mismo lugar. Sin embargo, la piedra se materializa solo cuando sus fragmentos se superponen entre sí dentro de un mismo espacio físico. El problema es que los fragmentos se inestables en el espacio-tiempo, y se pueden teletransportar a otro lugar instantáneamente.

Es por esto que nadie ha podido realmente encontrar la piedra, pues es extremadamente difícil dar con una superposición perfecta, dicen los textos.

Gerardo sin embargo ha teorizado que existe una piedra de Shrödinger de N fragmentos repartidos en sistema de M cuevas en una isla cerca de la Antártica. Más aún, ha logrado (según él) determinar los patrones de como se teletransportan los fragmentos de esa piedra en particular: si un fragmento está en una cueva dada, luego de una unidad de tiempo este se podrá mantener en esa cueva o se moverá a otra cueva que depende de la cueva actual en la que está. Todos los fragmentos que se mueven a otra cueva lo hacen simultáneamente.

Con esta teoría, Gerardo conjetura que quizás no es tan complicado conseguir la piedra completa. El cree que eventualmente todos los fragmentos pueden encontrarse en la misma cueva al mismo tiempo, de manera que él solo necesita esperar en la cueva correcta y recoger la piedra cuando esta se materialice. Dado esta conjetura ¿Puedes ayudar a Gerardo a demostrar que su carrera no ha sido un fracaso? Si existen varias posibilidades, él quiere atrapar la piedra lo más pronto posible.

Input

La primera línea contiene dos enteros N ($1 \leq N \leq 10$) y M ($1 \leq M \leq 100$), indicando respectivamente el número de fragmentos de la piedra y el número de cuevas de la isla. Las cuevas son identificadas con enteros distintos desde 1 hasta M.

Cada una de las siguientes N líneas describe los patrones de cada uno de los fragmentos que Gerardo ha teorizado con $M + 1$ enteros $P_0, P_1, \ldots, P_M$ ($1 \leq P_i \leq M$ para $i \in \{0, 1, \ldots, M\}$); el valor P_0 es la cueva en la cual el fragmento inicialmente se encuentra, mientras que para $i \in \{1, 2, \ldots, M\}$ el valor P_i corresponde a la cueva donde el fragmento estará luego de una unidad de tiempo si es que está actualmente en la i-ésima cueva.

Output

Entrega una sola línea con dos enteros, P y T, indicando que la piedra se materializa por primera vez en la P-ésima cueva luego de T unidades de tiempo, o el "*" (asterisco) si los fragmentos nunca estarán en la misma cueva (sería terrible para Gerardo que pase esto).

Tiempo esperado

Se espera que una solución correcta se ejecute en un tiempo **menor o igual a 0.1 segundos**.

Complejidad esperada

Se espera que una solución óptima posea complejidad $O(N \cdot M \log(M))$.

Hint: ¿Qué teorema famoso en teoría de números podría ser útil?

Ejemplo

Los siguientes tests están ya cargados a GitHub Classroom con corrección automática mediante GitHub Actions. **Los tests para la corrección serán distintos a estos.**

Input

`2 4`
`3 4 1 2 3`
`2 1 1 4 3`

Output
`1 2`

Input

`2 4`
`3 4 1 2 3`
`4 1 1 4 3`

Output
`*`