Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC2283 - Diseño y Análisis de Algoritmos
Profesor: Nicolás Van Sint Jan
Ayudante: Dante Pinto

Ayudantía 3

Dividir para conquistar y Teorema Maestro

1. Utilice el teorema maestro para resolver las siguientes recurrencias:

   (a) $T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n$

   (b) $T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + n\,log(n)$

   (c) $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n\,log(n)$

   Nota: Suponga que todas las ecuaciones cumplen con que $T(1) = 1$.

2. Considere la ecuación de recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ a \cdot T(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + b \cdot T(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + k \cdot n^c & n > 3 \end{cases}$$

   Entregue la clasificación de $T(n)$ en notación Θ para los distintos valores de a, b y c

3. Demuestre usando inducción constructiva que $T(n) \in \mathcal{O}(n^{log_2(3)})$, con $T(n)$ dado por:

$$T(n) = \begin{cases} e_1 & n \leq 3 \\ T(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + T(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + T(\lceil \frac{n}{2} \rceil + 1) + e_2 \cdot n & n > 3 \end{cases}$$

   Hint: Demuestre que $\exists c \in \mathbb{R}^+ .\, \exists d \in \mathbb{R}^+ .\, \exists n_0 \in \mathbb{N} .\, \forall n \geq n_0 :$

$$T(n) \leq c \cdot n^{log_2(3)} - d \cdot n$$