



Ayudantía 4

Programación dinámica

1. Königsberg era una ciudad en Prusia, hogar de múltiples matemáticos famosos, y hogar del problema de los puentes de Königsberg, un problema clásico de teoría de grafos el cual consiste en encontrar un camino en Königsberg que pase por cada uno de sus siete puentes exactamente una vez.

Euler, en 1736, dio la solución a este problema de forma negativa, no existe algún camino que cumpla esas condiciones. Hay más preguntas que se pueden hacer sobre el multigrafo con el cual se abstraer el problema, mostrado en la Figura 2. Una de ellas es contar la cantidad de caminos que pasan por N aristas con la posibilidad de repetir aristas. Este último es el problema que tienen que solucionar, específicamente sobre el multigrafo de la Figura 2.

En otras palabras, deben diseñar un algoritmo que, dado un número N , debe retornar la cantidad de caminos de largo N existentes en el multigrafo, considerando que se pueden repetir aristas en los caminos. La complejidad del algoritmo dado debe estar en $\mathcal{O}(\log(N))$

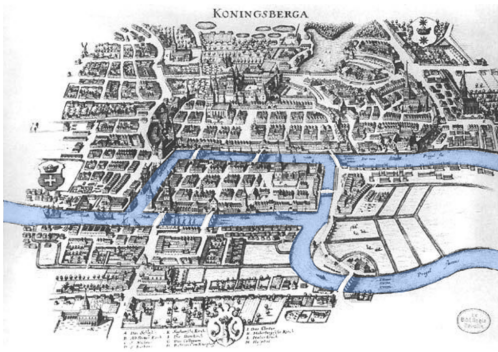


Figure 1: Puentes de Königsberg

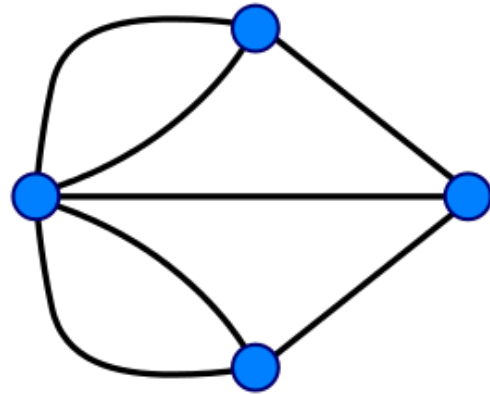


Figure 2: Multigrafo asociado al problema

2. Dadas dos matrices de números enteros, $A_{f \times g}$ y $B_{g \times h}$, el algoritmo usual para calcular $A \cdot B$ realiza $f \cdot g \cdot h$ multiplicaciones de números enteros.

Diseñe un algoritmo que dada una secuencia de m matrices, A_1, A_2, \dots, A_m entregue el número mínimo de multiplicaciones necesarias para encontrar $A = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_m$.