Ayudantía 7

Repaso Interrogación

Problema 1: Notación asintótica

Sean $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ y $g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ dos funciones. Demuestre o refute las siguientes afirmaciones:

1. Si $f(n) \notin \mathcal{O}(g(n))$, entonces $g(n) \in \mathcal{O}(f(n))$.
2. Si $f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$, entonces $2^{f(n)} \in \mathcal{O}(2^{g(n)})$.
3. $n^{\log(n)} \in \mathcal{O}(\log(n)^n)$.

Problema 2: Inducción constructiva

Demuestre usando inducción constructiva que $T(n) \in \mathcal{O}(n \cdot \log_2^2(n))$, con $T(n)$ dado por:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2 \cdot T(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) + \left\lfloor n \cdot \log_2(n) \right\rfloor & n > 1 \end{cases}$$

Problema 3: Transformada de Fourier

Dado un polinomio:

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i$$

Representado por la tupla de coeficientes $\overline{a} = (a_0, ..., a_{n-1})$, definimos la **Transformada Alternativa de Fourier** como:

$$\mathbf{TAF}(\overline{a}) = [p(\omega_{2n}^1, \omega_{2n}^3, ..., \omega_{2n}^{2n-1})]$$

Demuestre que las mismas ideas utilizadas en el algoritmo de **FFT** puede usarse para calcular $\mathbf{TAF}(\overline{a})$ en tiempo $\mathcal{O}(n\log(n))$, considerando la suma y multiplicación de números complejos como operación básica a contar.