



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2017

## TAREA 6

Publicación: Viernes 19 de Mayo.

Entrega: **Viernes 26 de Mayo hasta las 10:15 horas.**

### Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en  $\text{\LaTeX}$ . No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre en cada hoja de respuesta.
- Si usa más de una hoja para una misma pregunta corchetelas.
- **Si desea juntar las respuestas a preguntas distintas, use un clip y no un corchete.**
- Debe entregar una copia escrita durante la ayudantía asignada y una copia digital por el buzón del curso, ambas antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Sea  $\Sigma = \{a, b\}$  un alfabeto y  $\Sigma^*$  todas las palabras finitas sobre  $\Sigma$ . Para una letra  $x \in \Sigma$  y  $w \in \Sigma^*$  se define  $|w|_x$  como el número de  $x$  en  $w$ . Por último, se define el conjunto  $R$  inductivamente como el menor conjunto de palabras en  $\Sigma^*$  que satisface las siguientes propiedades:

- $\epsilon \in R$ .
- si  $w \in R$ , entonces  $a \cdot w \cdot b \in R$ .
- si  $u, v \in R$ , entonces  $u \cdot v \in R$ .

### Pregunta 1

1. Demuestre por inducción sobre  $R$  que para toda palabra  $w \in R$  se tiene que:

$$|w|_a = |w|_b \tag{1}$$

2. Demuestre por inducción sobre  $R$  que para toda palabra  $w \in R$  se tiene que:

$$\text{si } u \text{ es un prefijo de } w, \text{ entonces } |u|_a \geq |u|_b. \tag{2}$$

### Pregunta 2

Demuestre por inducción sobre el largo de  $w \in \Sigma^*$ , que si  $w$  satisface (1) y (2), entonces  $w \in R$ .

## Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **ítem** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta),
- 3 (con errores menores),
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.