



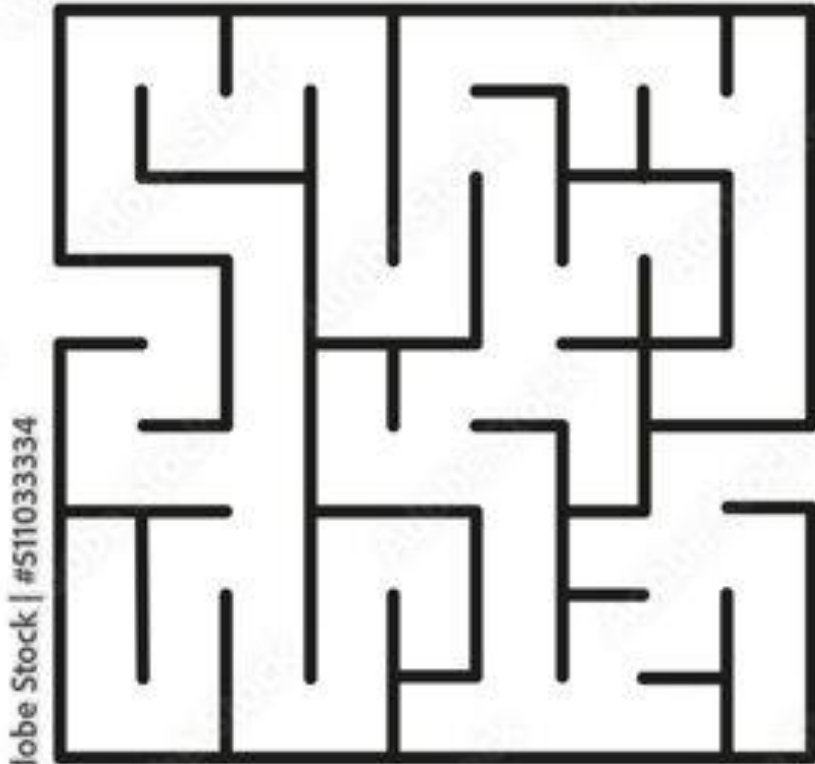
# Intro a la búsqueda y $A^*$

Blanca Romero  
Daniel Toribio

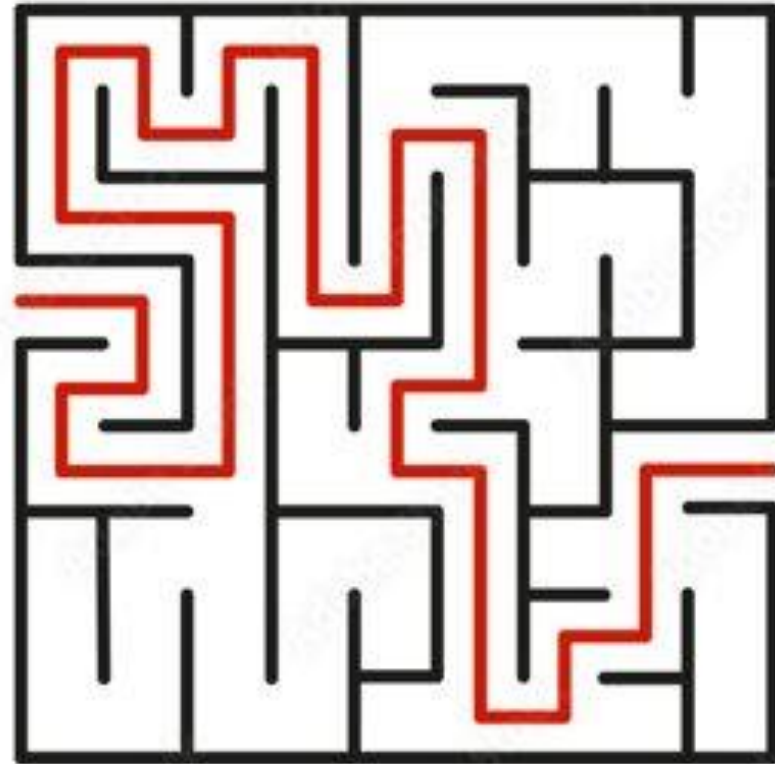
# Introducción a la búsqueda

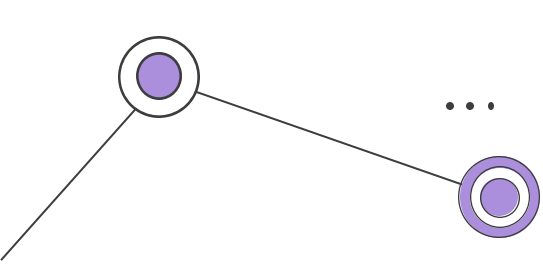
...

¿Qué es búsqueda? ¿Qué es buscar?

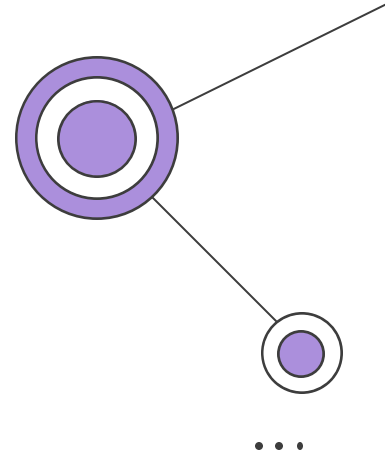


Adobe Stock | #511033334





## De manera formal



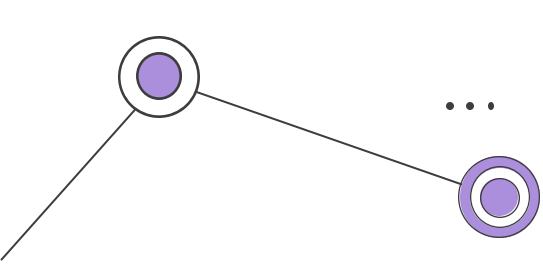
- Estado ( $s$ ) : Configuración específica de un sistema.
- Acción ( $a$ ) : Función que hace pasar al sistema de un estado ( $s$ ) a otro ( $s'$ ).
- Conjunto de acciones ( $A$ ): Todas las acciones posibles
- Espacio de Búsqueda ( $S$ ): Conjunto de todos los estados posibles.
- Grafo de Búsqueda: Todos los estados posibles conectan por las acciones que los unen.



## ¿Cómo se define un problema de búsqueda?

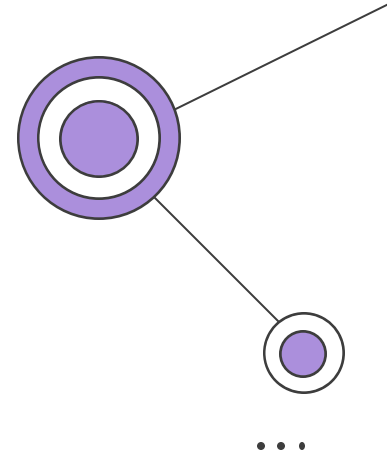
- $G$  es un subconjunto de  $S$  con los estados objetivo.
- $s_{init}$  el estado inicial.
- Un problema de búsqueda en notación es...

$(S, A, s_{init}, G)$



## Caso típico: Puzzle de 8

1	2	3
4		6
7	8	5



# Formalizamos el problema de búsqueda ( $S, A, S_{init}, G$ )

- Problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )
  - $S$  = conjunto de estados
  - $A$  = conjunto de acciones
  - $s_{init}$  = estado inicial
  - $G$  = conjunto de estados finales

1	2	3
4		6
7	8	5

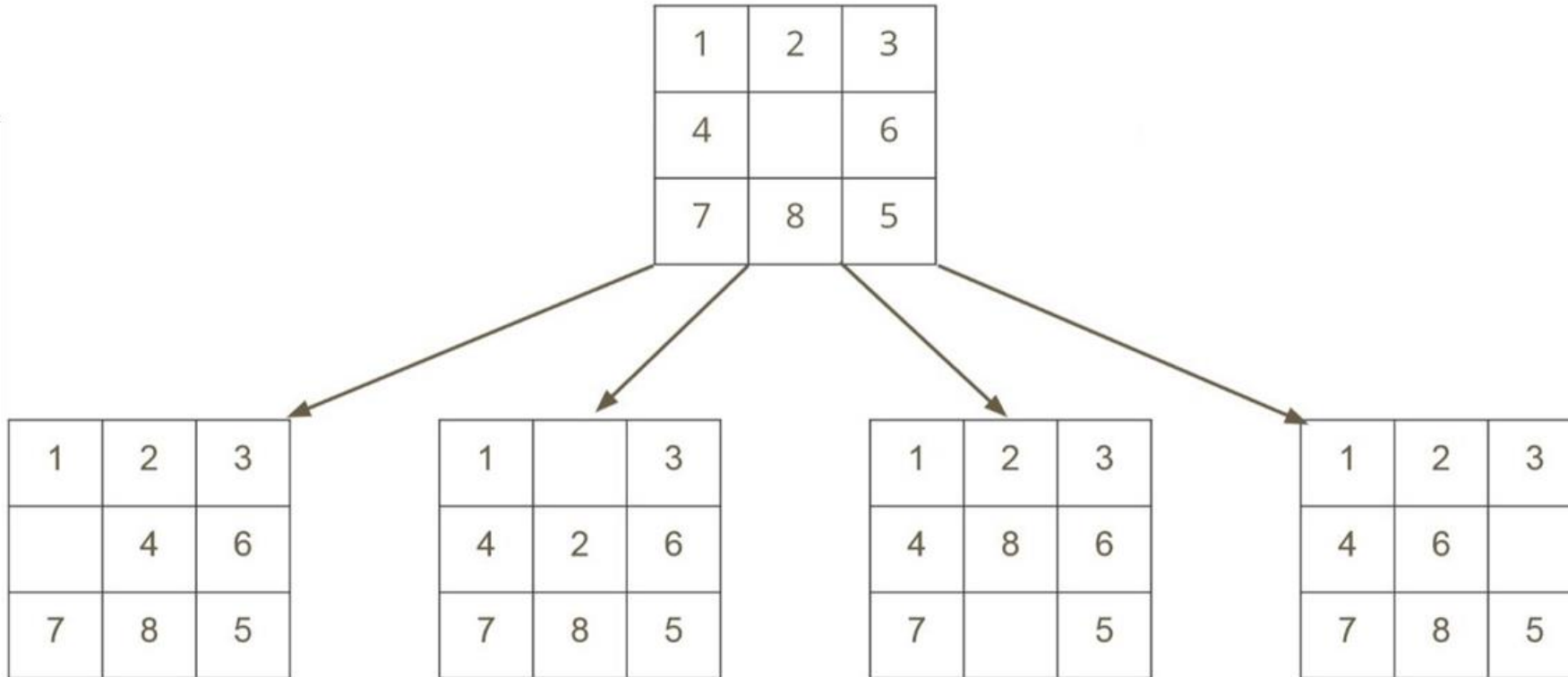
Estado inicial



	1	2
3	4	5
6	7	8

Estado final  $\in G$

¿Cuáles son acciones? ¿Cuáles son estados?





¿Cuáles son acciones? ¿Cuáles son estados?

## Puzzle 8

Acción

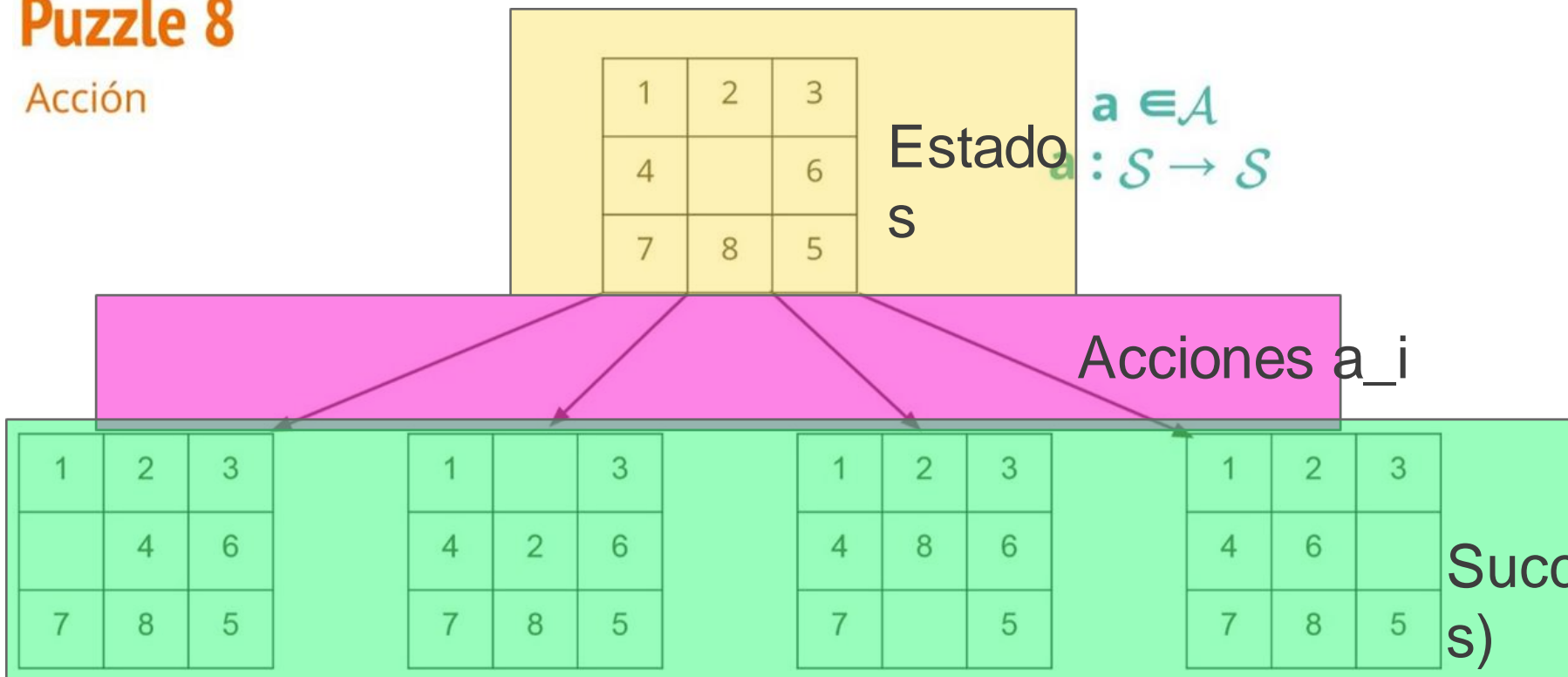
Estado

$S$

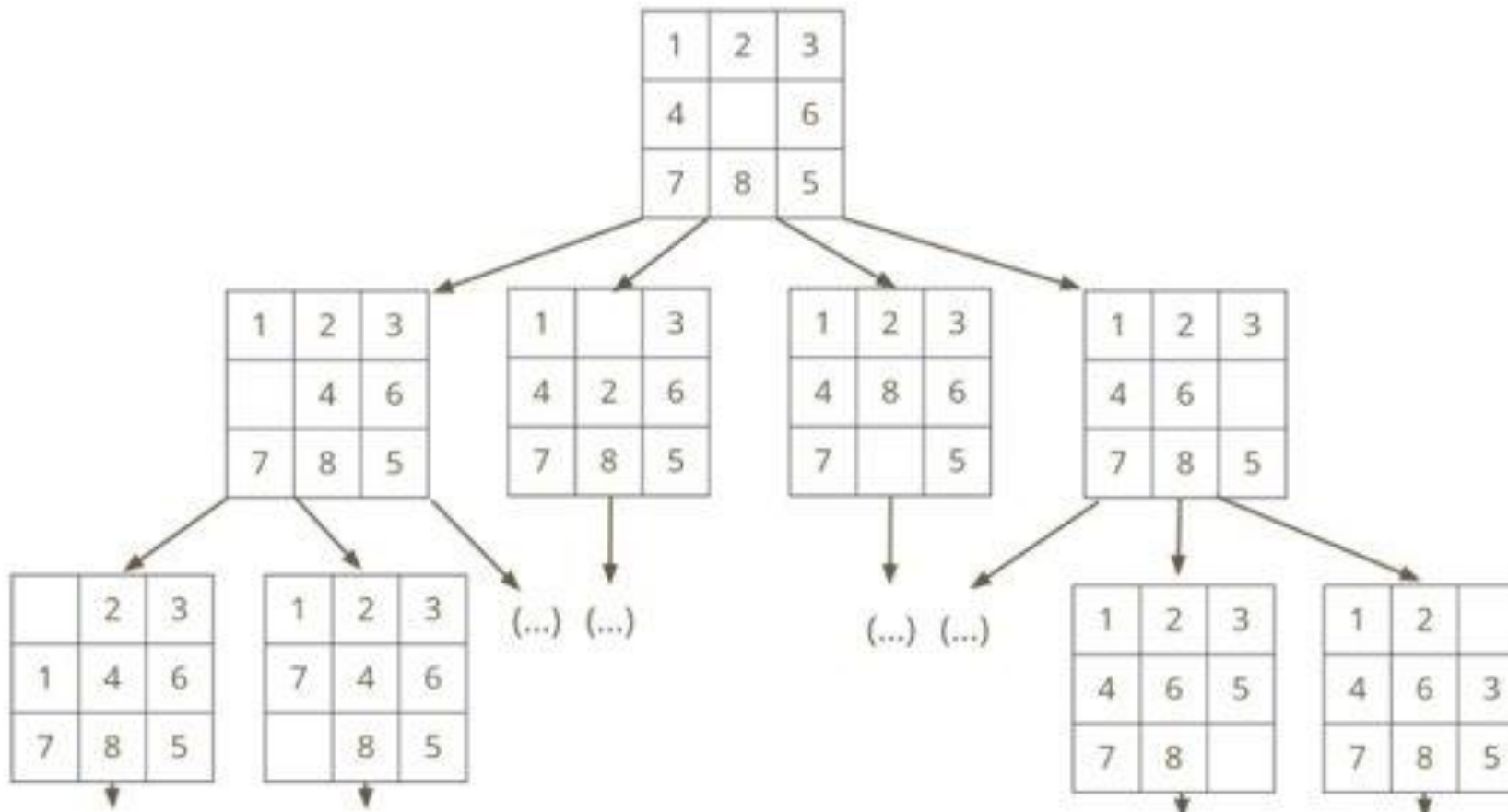
$a \in A$   
 $a: S \rightarrow S$

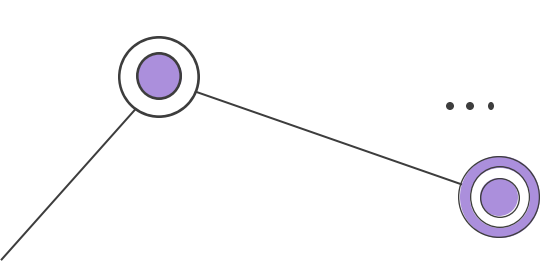
Acciones  $a_i$

Succ(  
 $s$ )

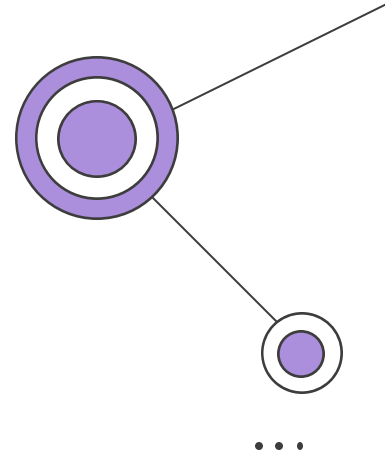


# Grafo de búsqueda





# Espacio de Búsqueda



1		3
5	2	4
6	7	8

1	3	
5	2	4
6	7	8

1	2	3
5		4
6	7	8

1	2	3
5	4	8
6	7	

...

1	2	3
	5	4
6	7	8

1	2	3
5	4	
6	7	8

1	2	3
5	7	4
6	8	

1	2	3
6	5	4
7		8

...

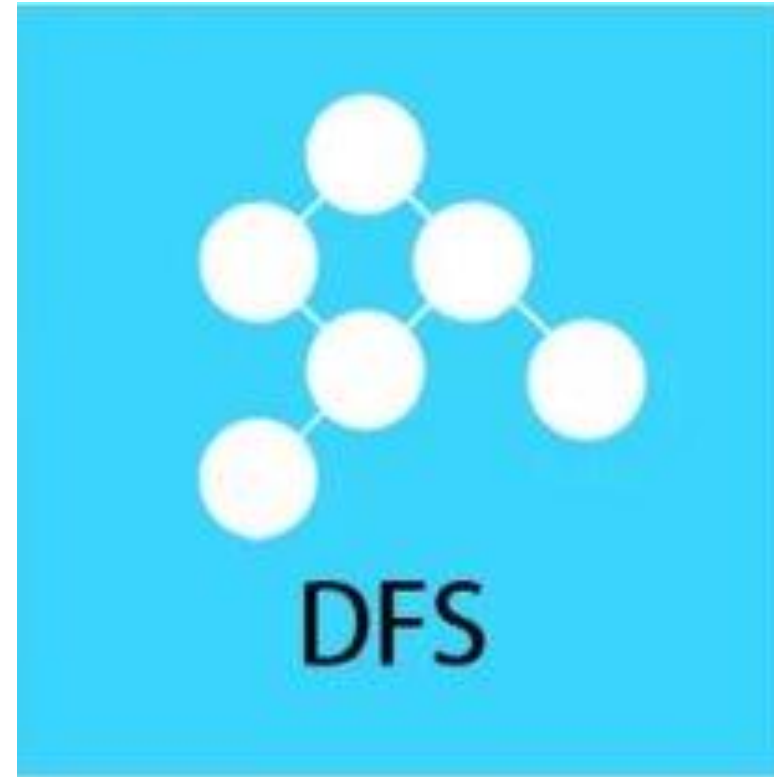
...

¿Cómo resolvemos un problema de búsqueda?

...



Memoria  
usada  $O(b^p)$

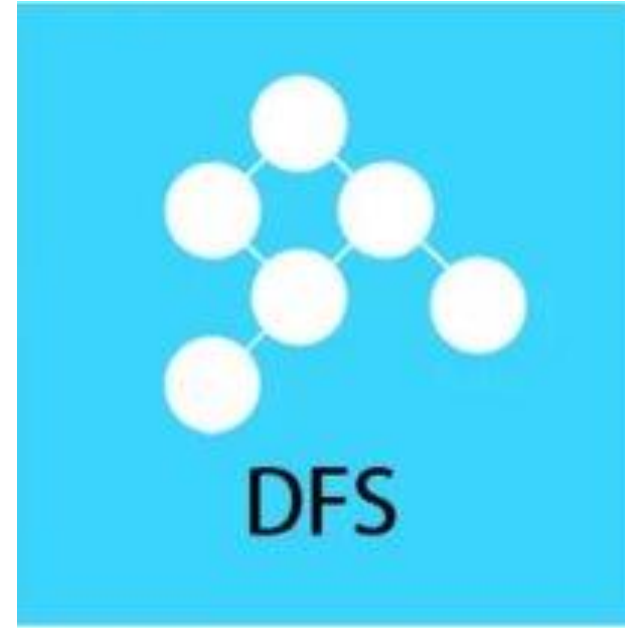


Memoria  
usada  $O(bm)$

# Tiempo y espacio de BFS y DFS



Memoria usada  $O(b^p)$   
Requiere tiempo  $O(b^p)$



Memoria usada  $O(bm)$   
Requiere tiempo  $O(b^m)$

$b$  : factor de ramificación

$p$  : profundidad a la que se encuentra la solución

$m$  : largo de la rama más larga del árbol de búsqueda



# Algoritmo de búsqueda



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda  $(S, A, s_{init}, G)$

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*



# ¿Cuál es la diferencia entre DFS y BFS?



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda  $(S, A, s_{init}, G)$

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

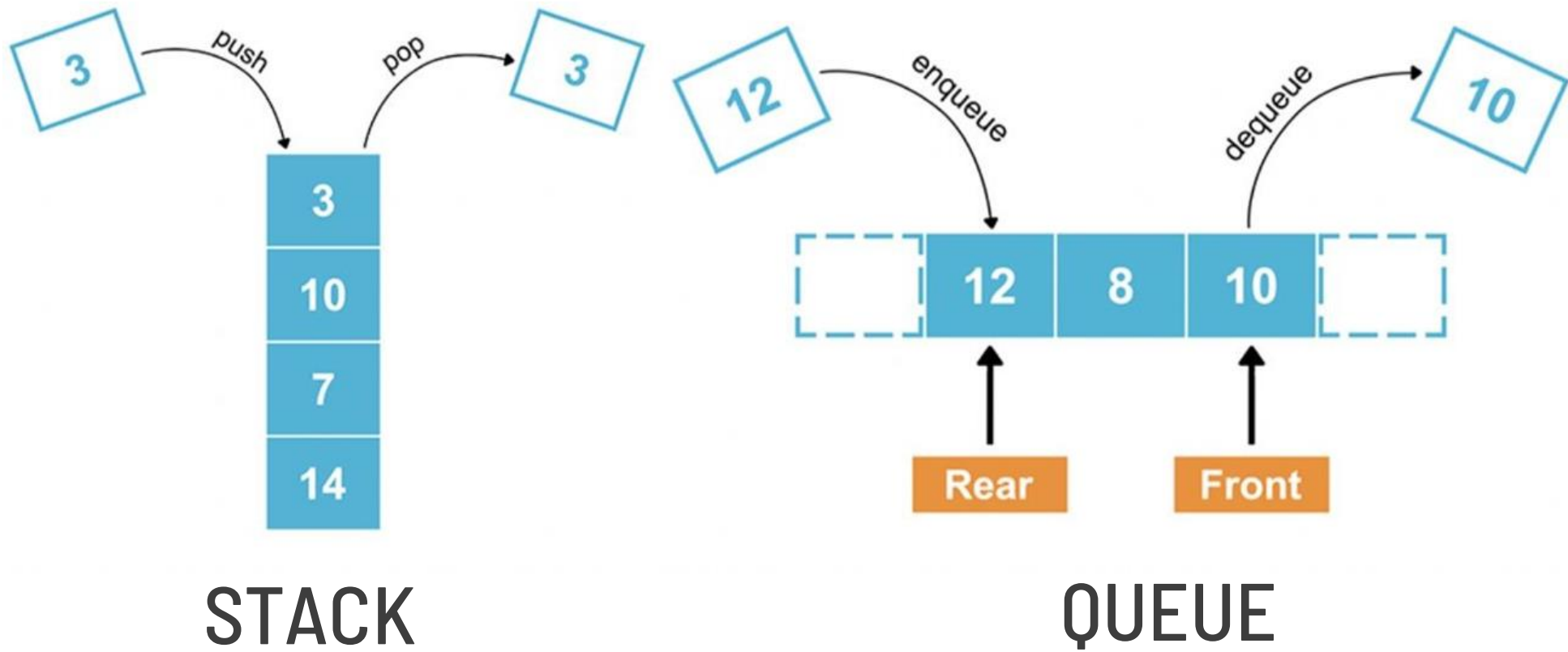
**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*

La estructura de  
datos que se  
utiliza para mantener  
el Open

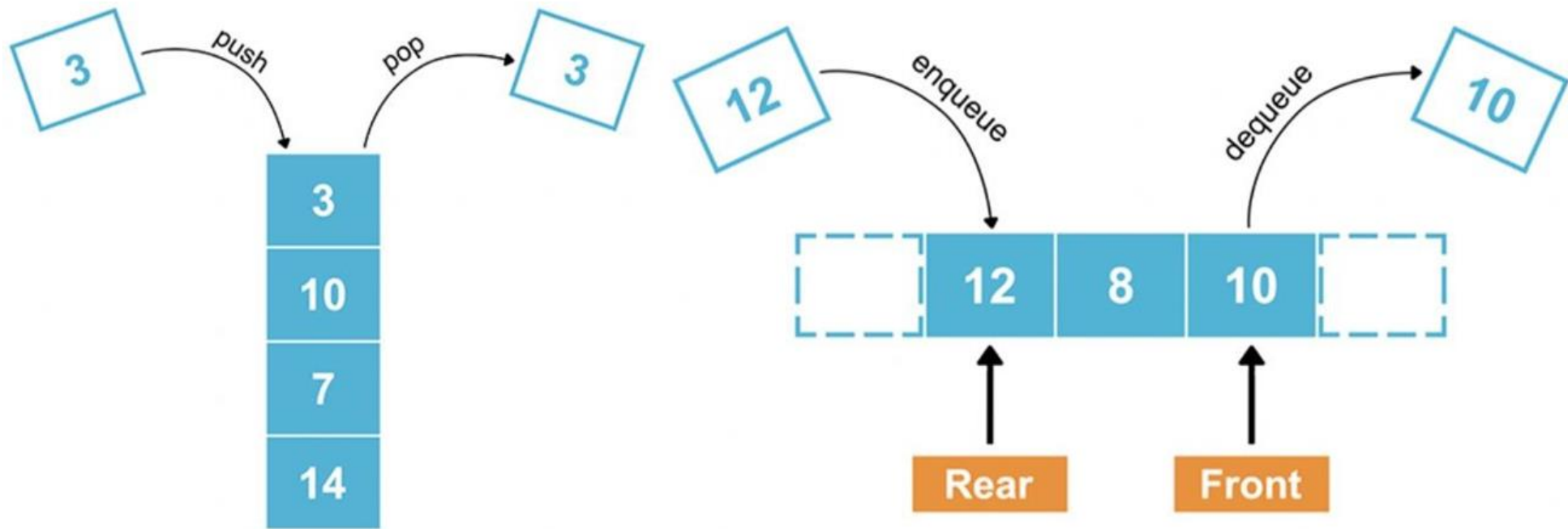


# ¿Cuál es la diferencia entre DFS y BFS?



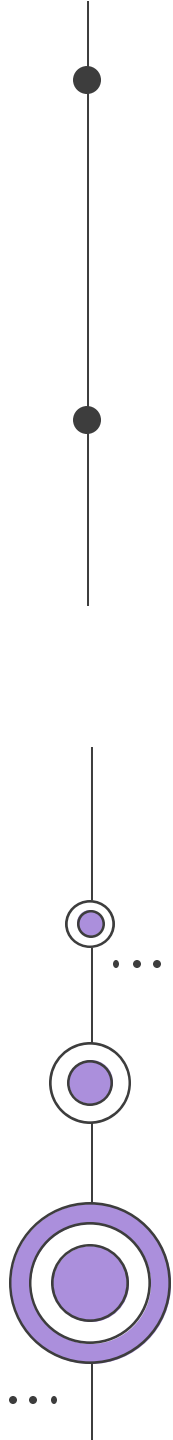
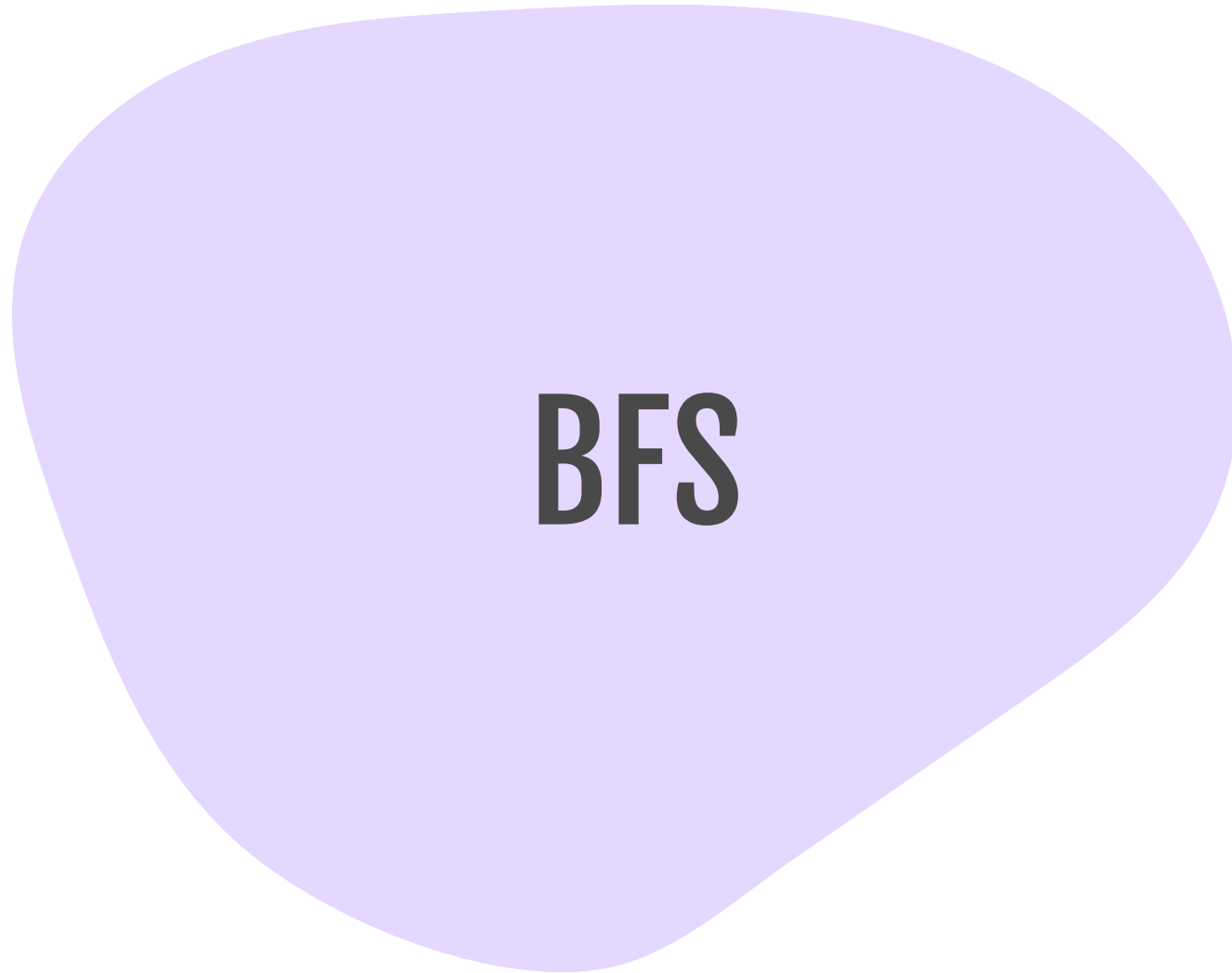
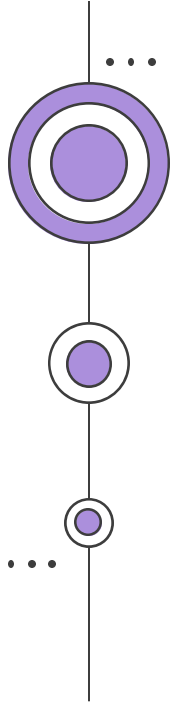


# ¿Cuál es la diferencia entre DFS y BFS?



STACK  
en DFS

QUEUE en  
BFS



# MENTI!

Al utilizar el pseudo código de BFS (ver imagen) sobre el siguiente grafo y suponiendo que el nodo 10 es el único objetivo, ¿Cómo queda Open y Closed al retornar el algoritmo

si 1 es el estado inicial? Importante: Al m...

El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

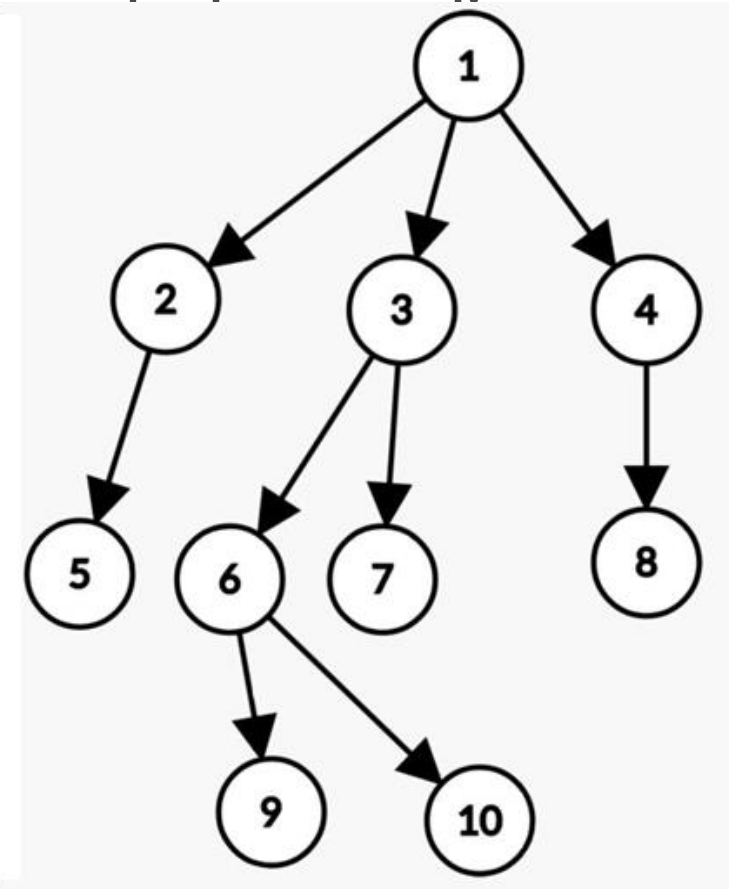
    Inserta  $u$  en *Closed*

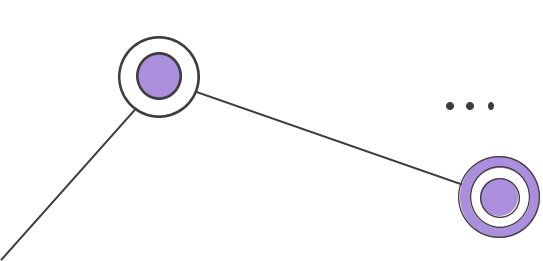
**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

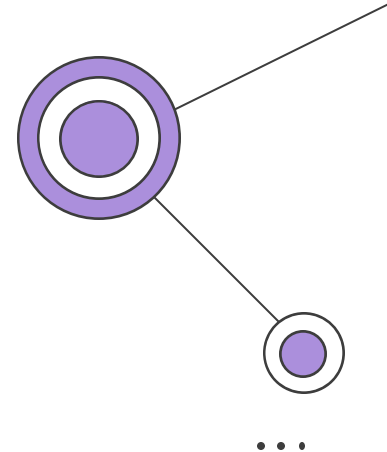
**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*





## BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

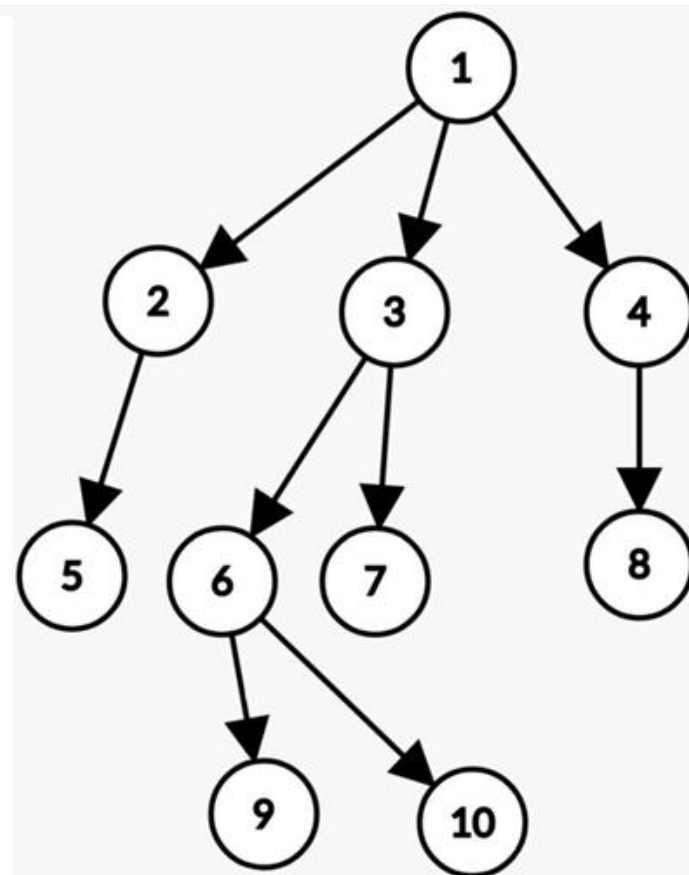
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

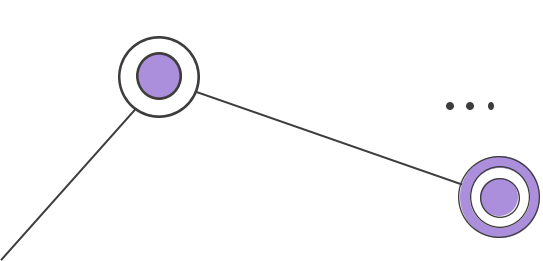
        Inserta  $v$  a *Open*



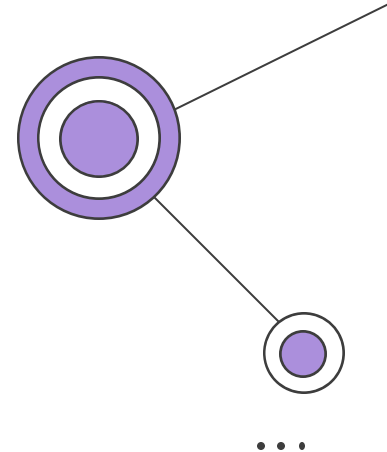
Closed: { }

Open: { }

Goal: {10}



# BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open* ←

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

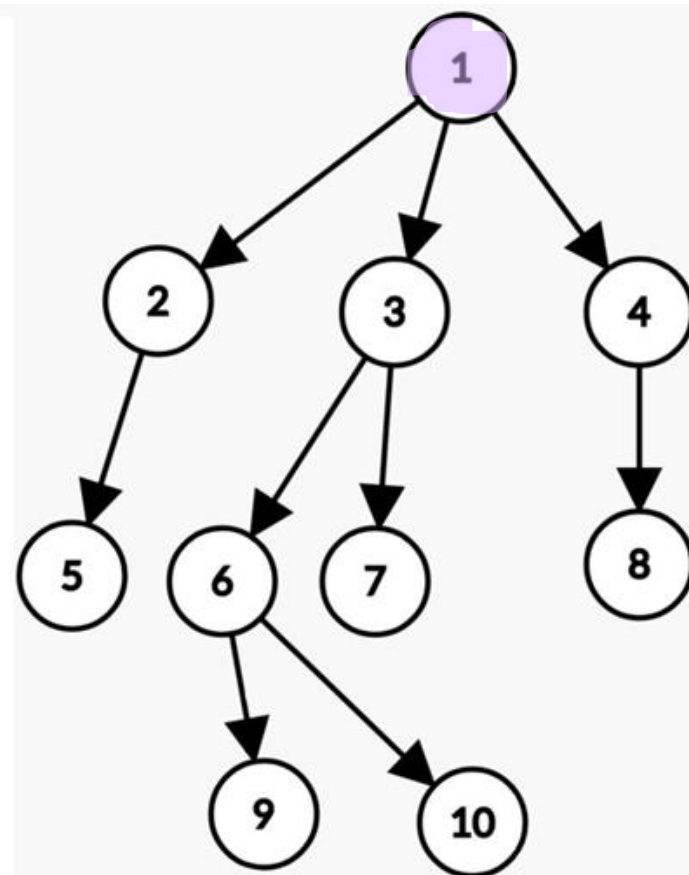
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

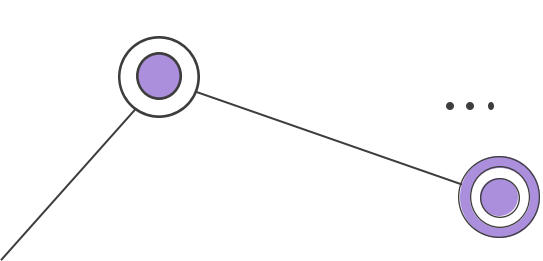
        Inserta  $v$  a *Open*



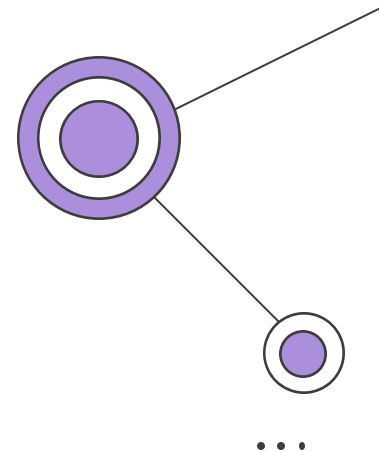
Closed: { }

Open: { 1 }

Goal: { 10 }



# BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$parent(s_{init}) = null$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

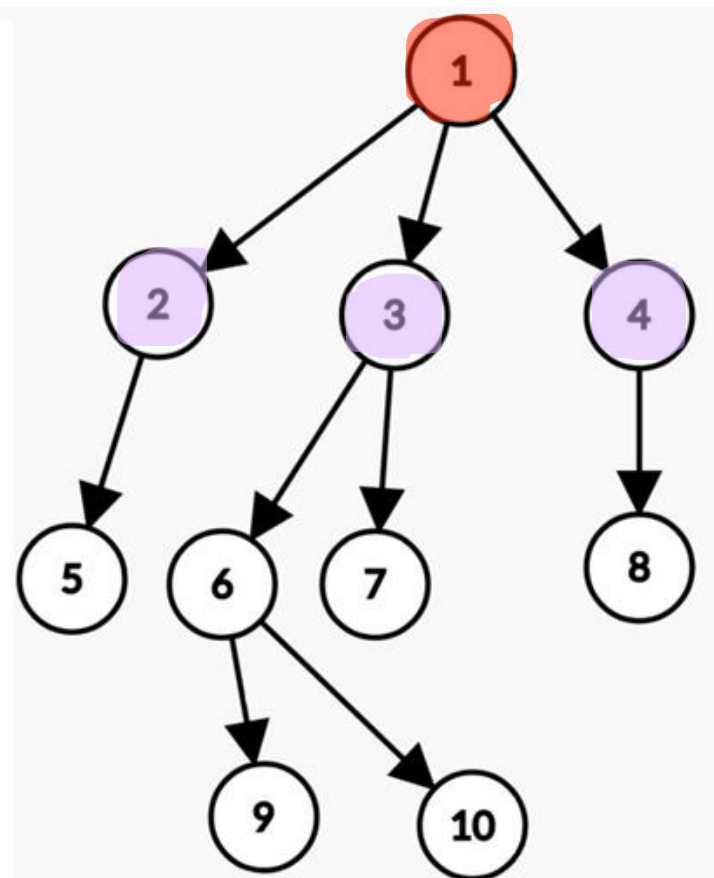
Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

Inserta  $v$  a *Open*

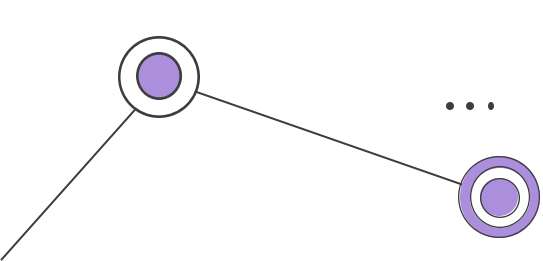


**Closed:** {1}

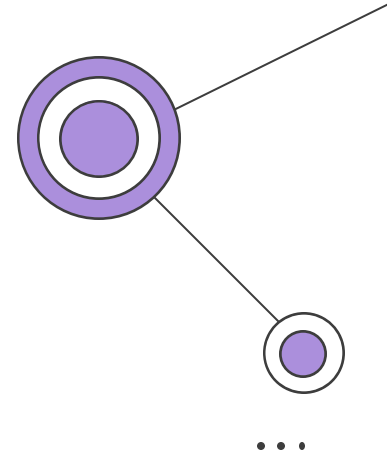
**Open:** {2, 3, 4}

**Goal:** {10}





# BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$parent(s_{init}) = null$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

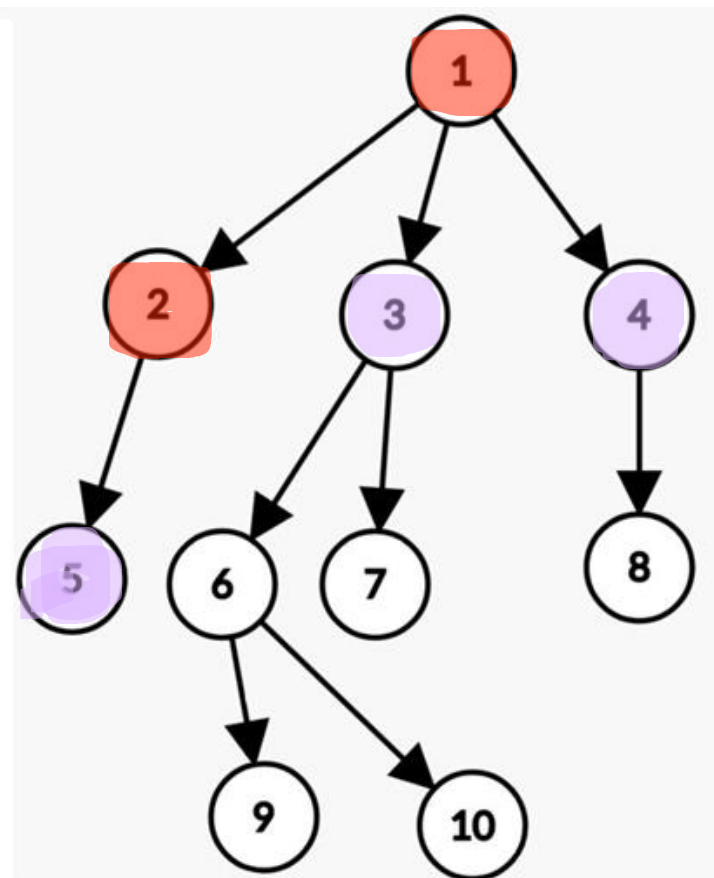
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

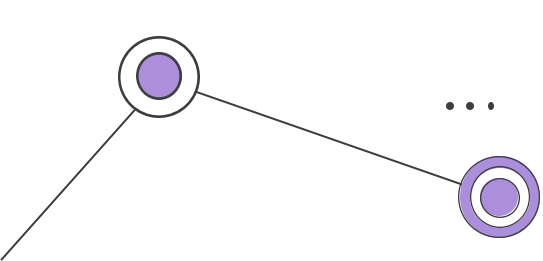
        Inserta  $v$  a *Open*



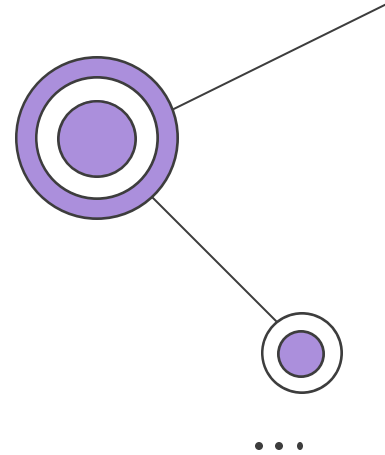
**Closed:** {1, 2}

**Open:** {3, 4, 5}

**Goal:** {10}



# BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$parent(s_{init}) = null$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

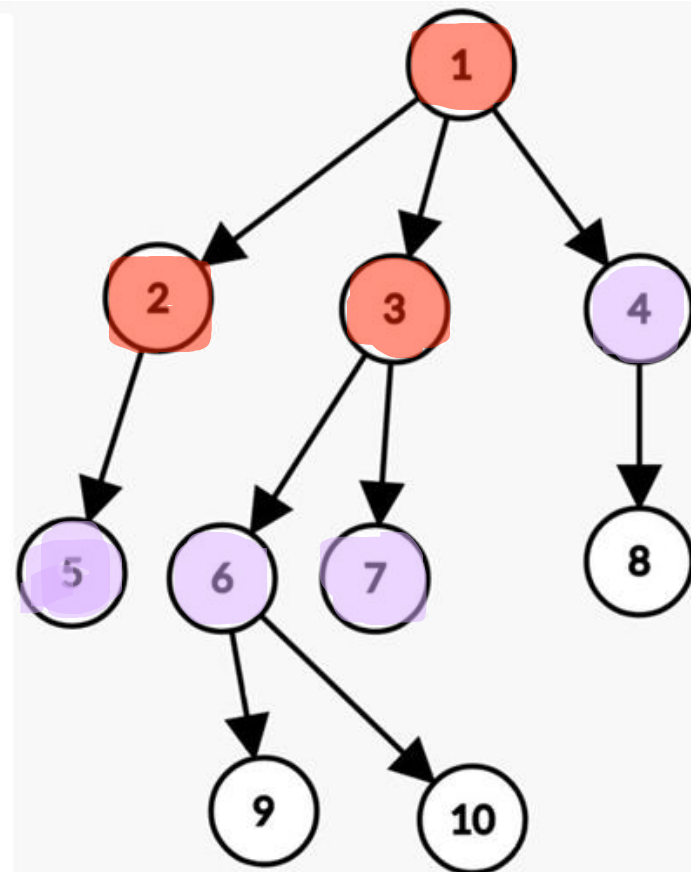
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*

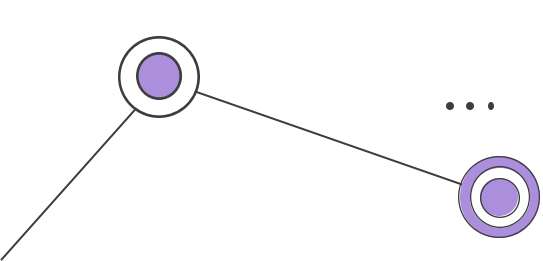


**Closed:** {1, 2, 3}

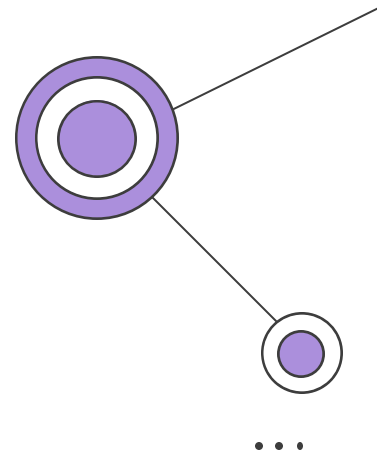
**Open:** {4, 5, 6, 7}

**Goal:** {10}





## BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

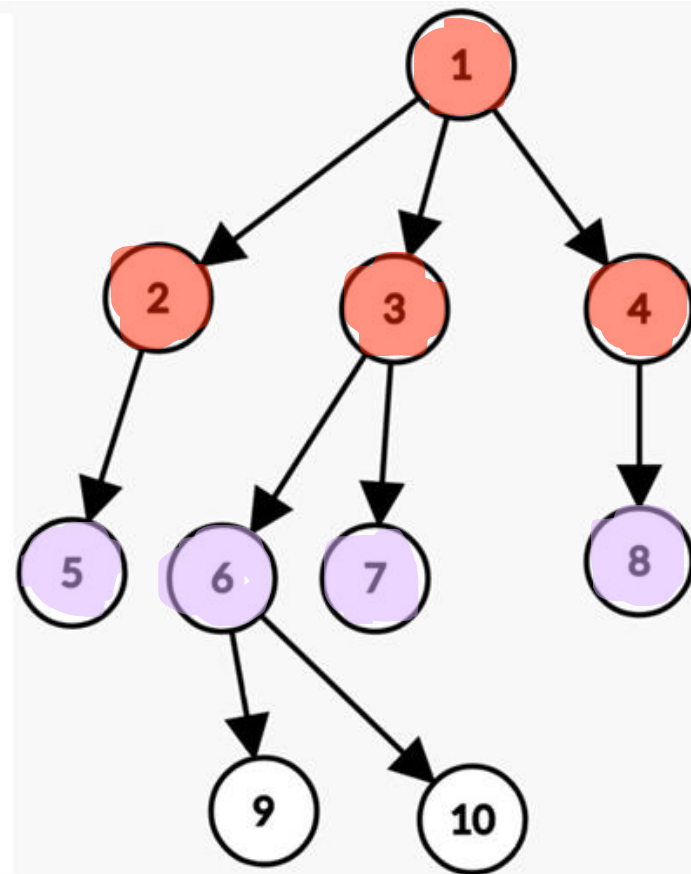
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

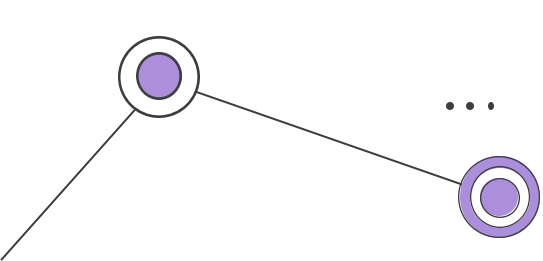
        Inserta  $v$  a *Open*



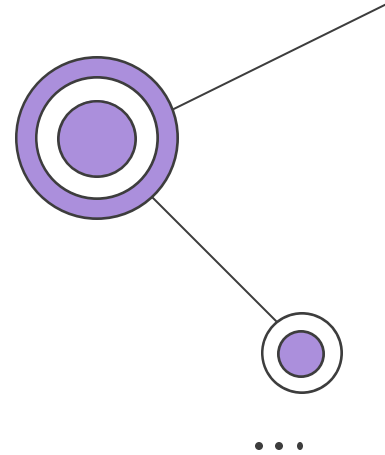
**Closed:** {1, 2, 3, 4}

**Open:** {5, 6, 7, 8}

**Goal:** {10}



# BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$parent(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

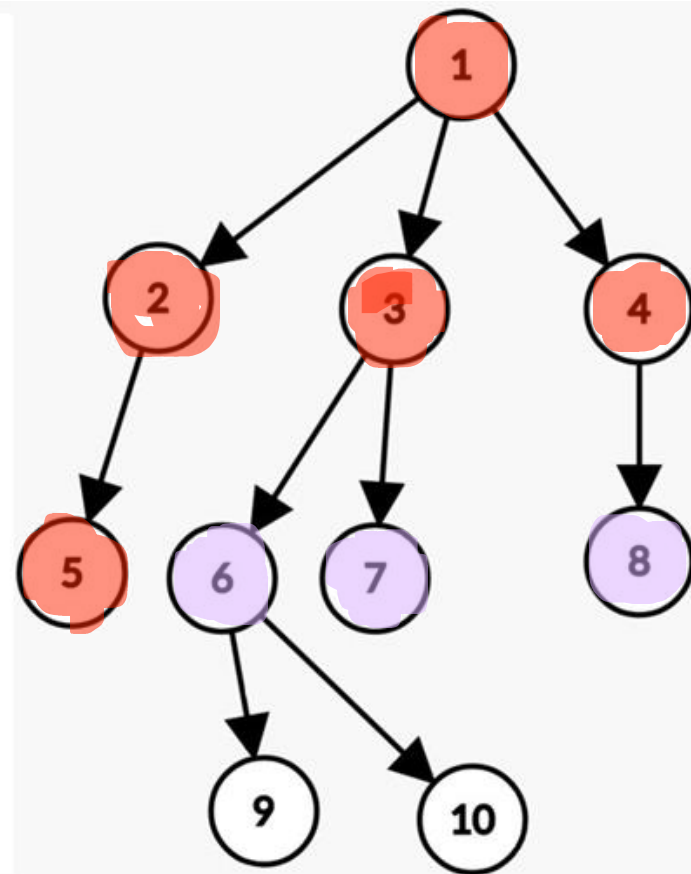
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

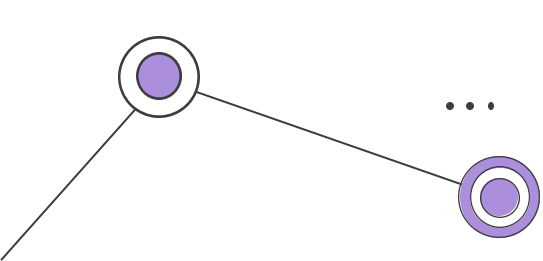
        Inserta  $v$  a *Open*



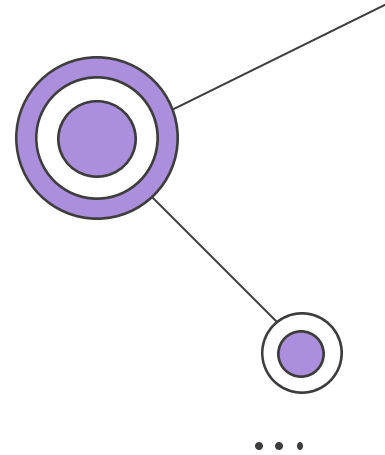
**Closed:** {1, 2, 3, 4, 5}

**Open:** {6, 7, 8}

**Goal:** {10}



# BFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$parent(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

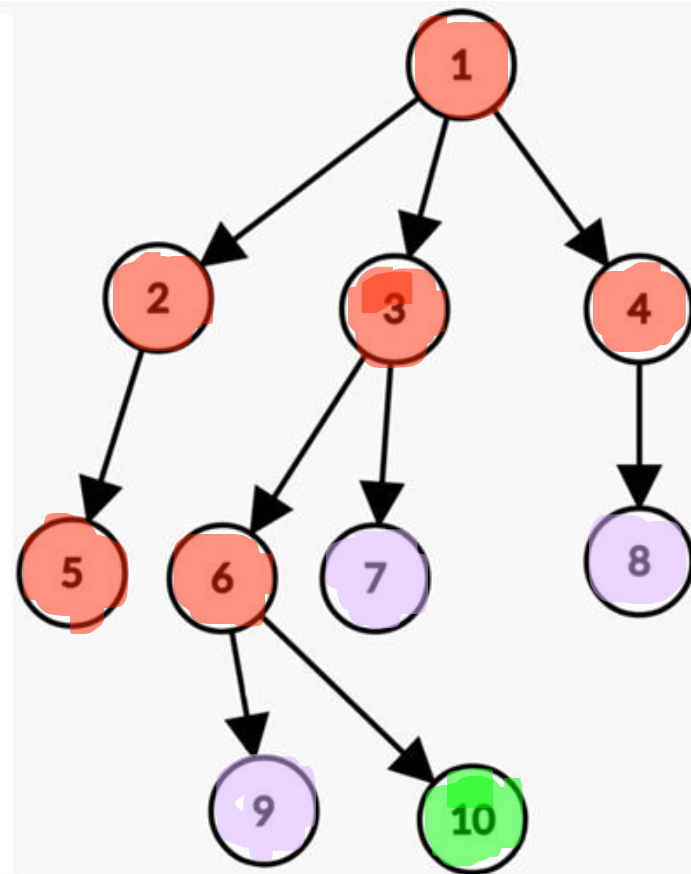
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*



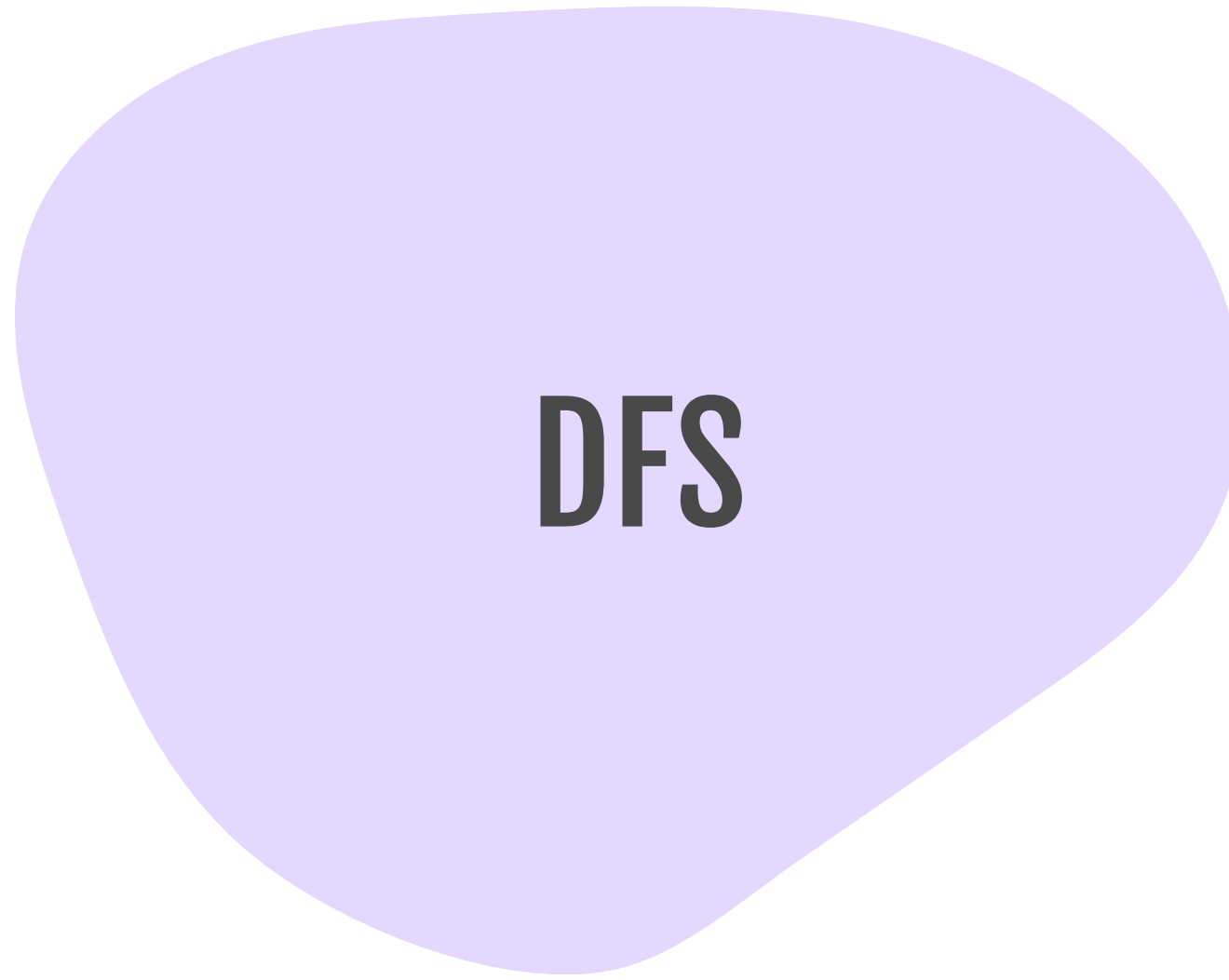
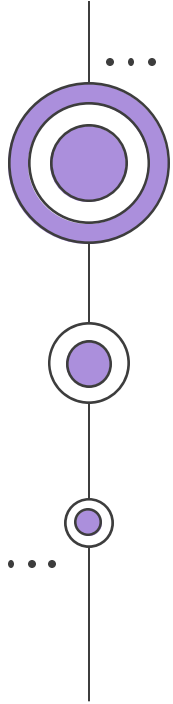
**Closed:** {1, 2, 3, 4, 5, 6}

**Open:** {7, 8, 9}

**Goal:** {10}

**RETORNA**

**NODO 10**



# MENTI!

Al utilizar el pseudo código de DFS (ver imagen) sobre el siguiente grafo y suponiendo que el nodo 10 es el único objetivo, ¿Cómo queda Open y Closed al retornar el algoritmo

si 1 es el estado inicial? Importante: Al

El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

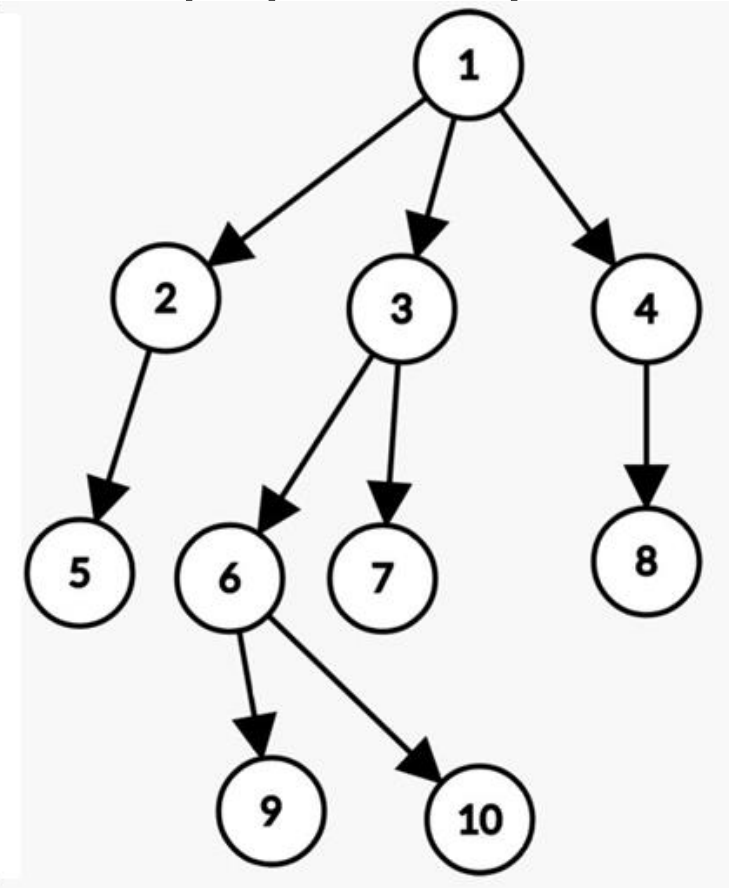
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

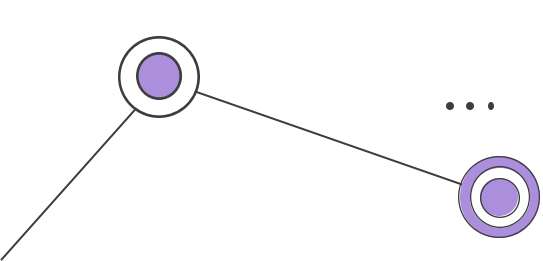
$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

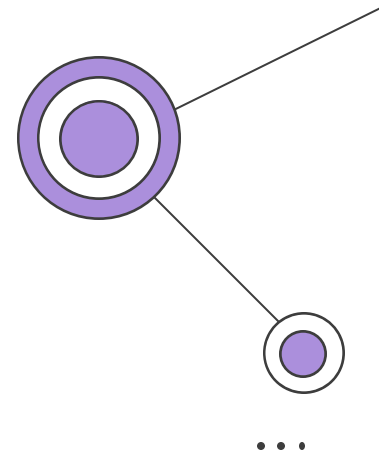
        Inserta  $v$  a *Open*







## DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

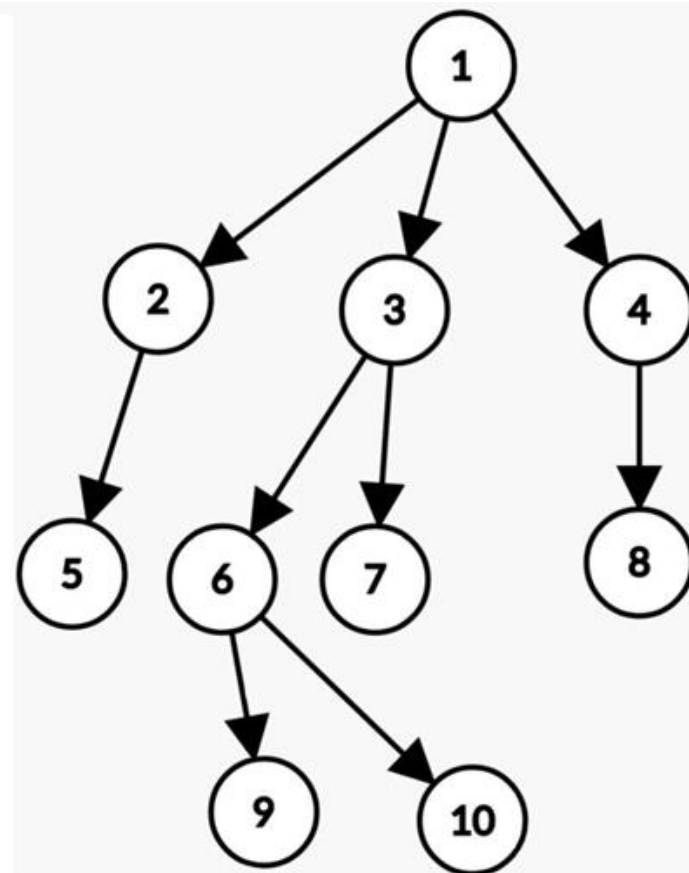
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

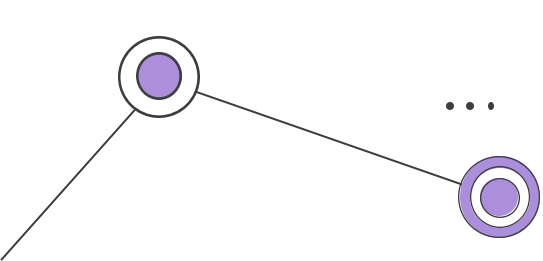
        Inserta  $v$  a *Open*



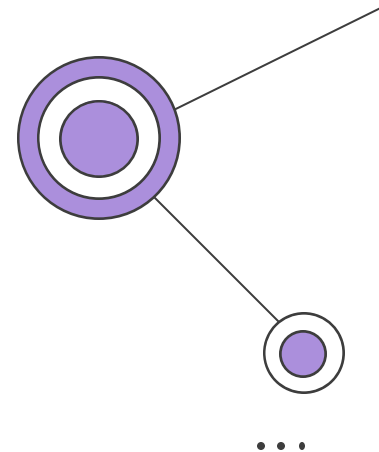
**Closed:** { }

**Open:** { }

**Goal:** { 10 }



# DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open* ←

$parent(s_{init}) = null$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

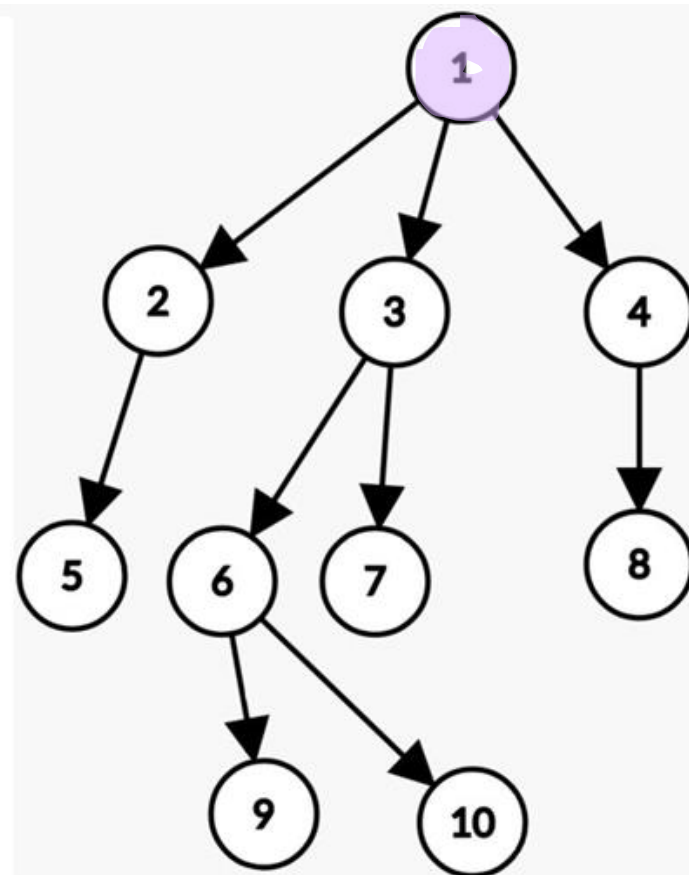
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

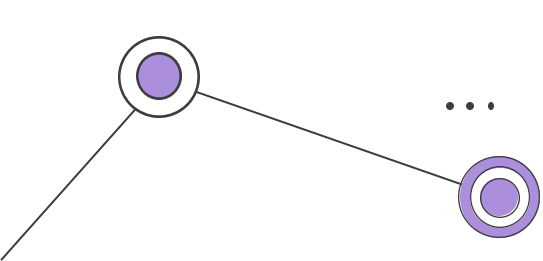
        Inserta  $v$  a *Open*



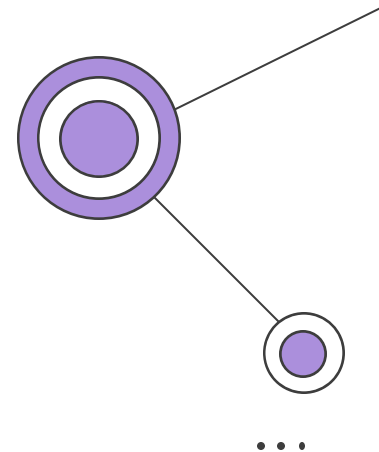
**Closed:** { }

**Open:** { 1 }

**Goal:** { 10 }



## DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

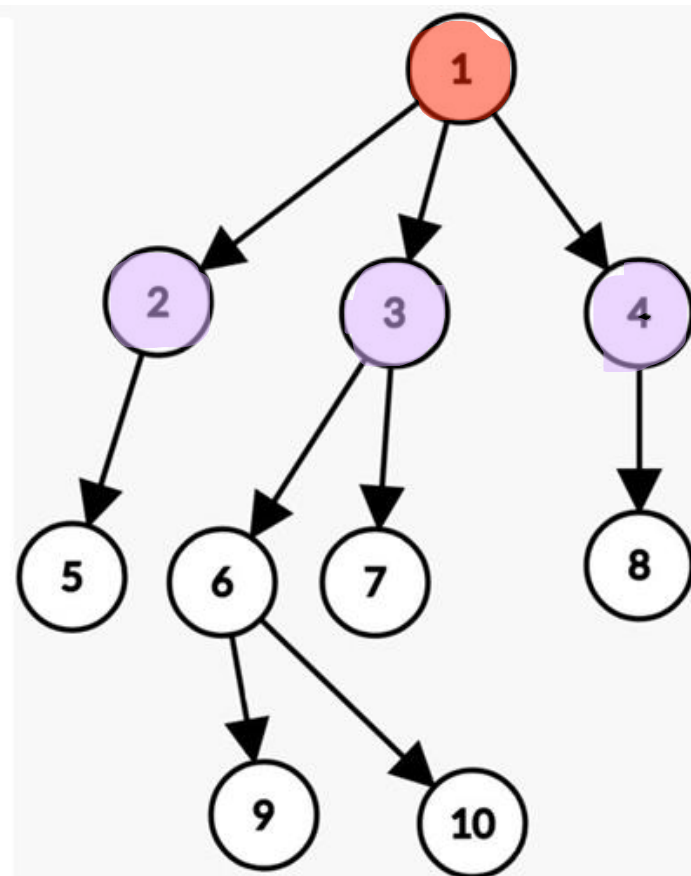
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*

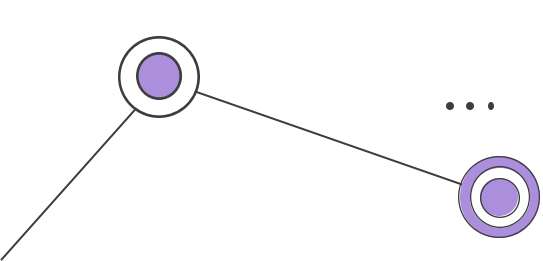


**Closed:** {1}

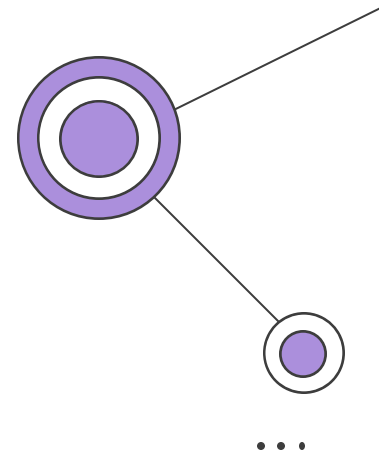
**Open:** {2, 3, 4}

**Goal:** {10}





## DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

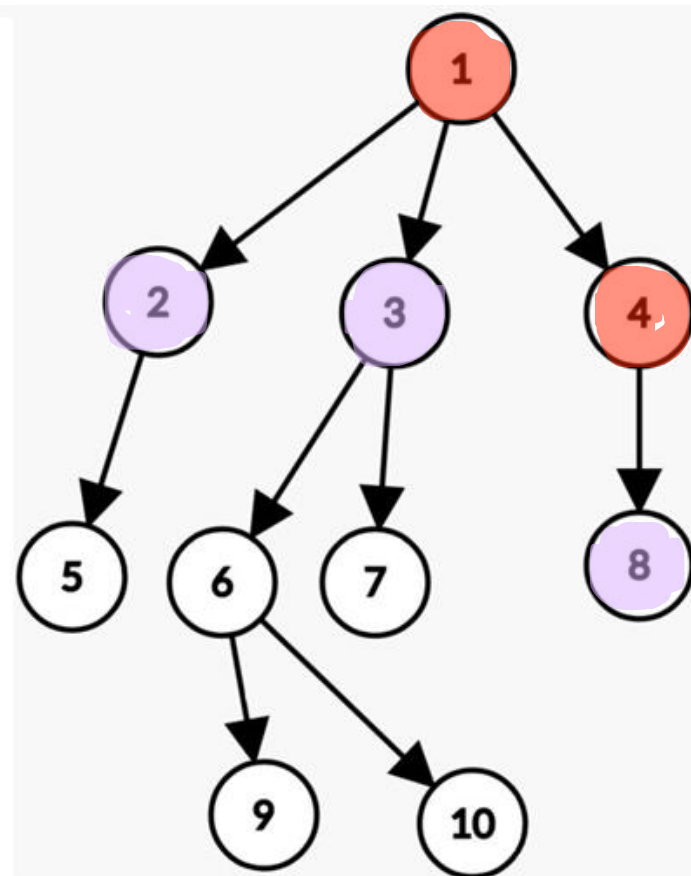
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

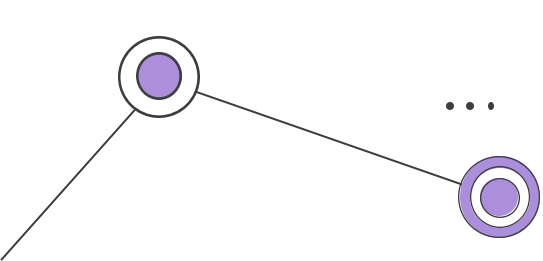
        Inserta  $v$  a *Open*



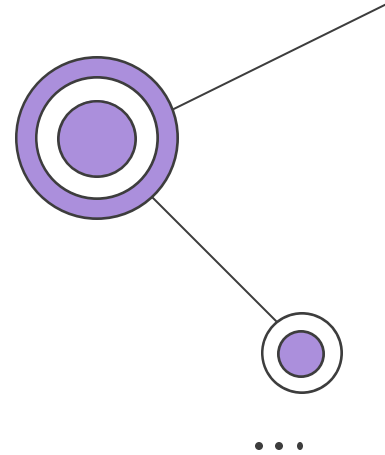
**Closed:** {1, 4}

**Open:** {2, 3, 8}

**Goal:** {10}



## DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

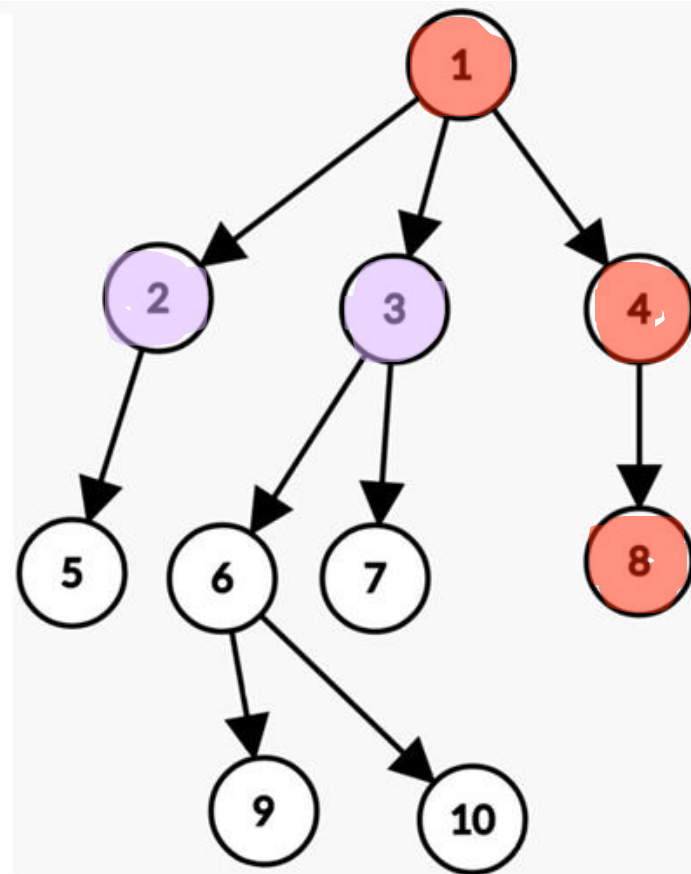
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

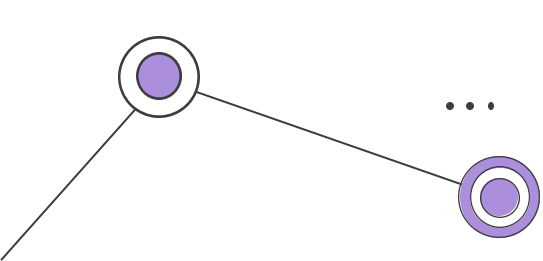
        Inserta  $v$  a *Open*



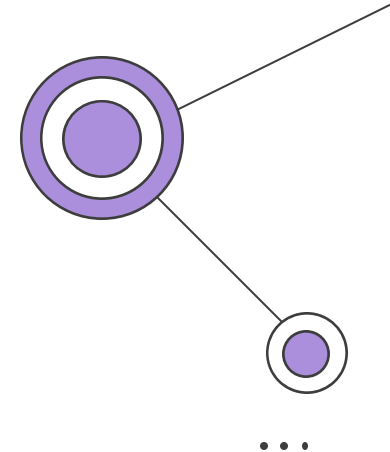
Closed: {1, 4, 8}

Open: {2, 3}

Goal: {10}



# DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$parent(s_{init}) = null$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

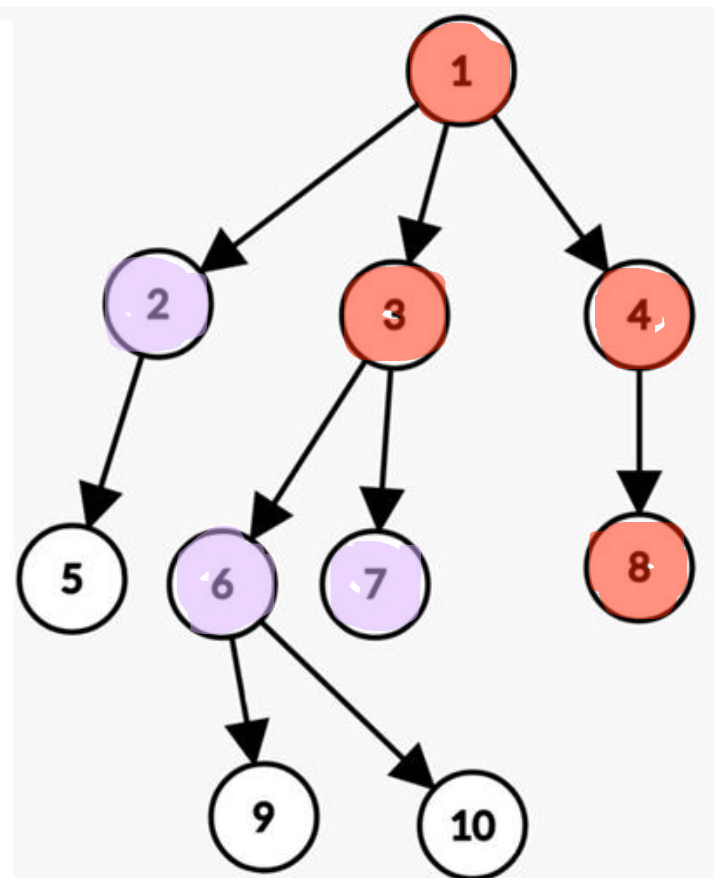
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

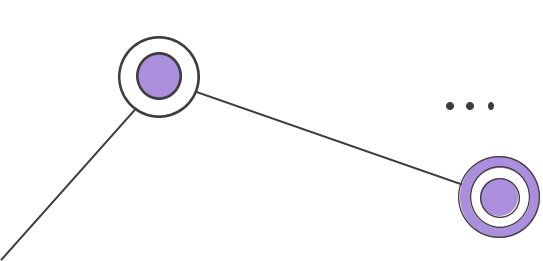
        Inserta  $v$  a *Open*



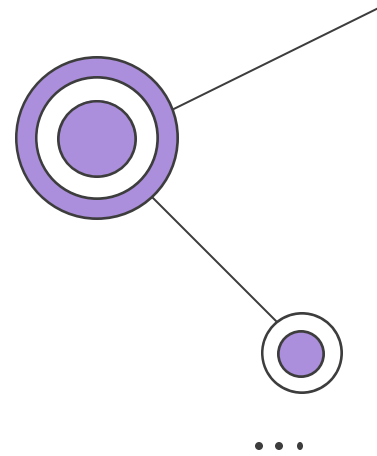
**Closed:** {1, 4, 8, 3}

**Open:** {2, 6, 7}

**Goal:** {10}



## DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$\text{parent}(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

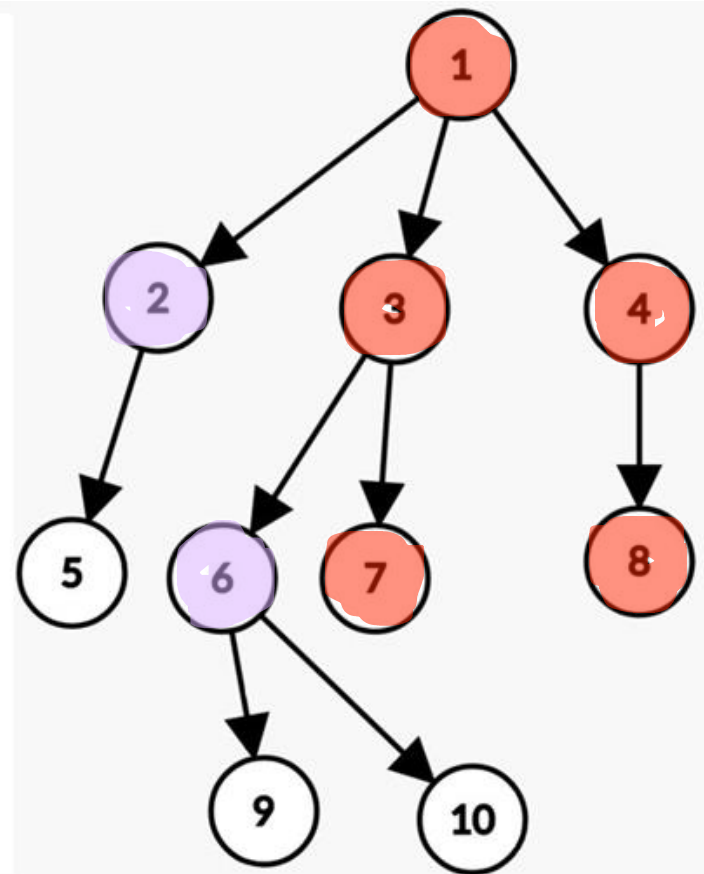
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$\text{parent}(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*

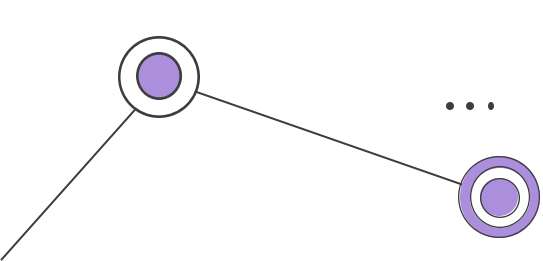


**Closed:** {1, 4, 8, 3, 7}

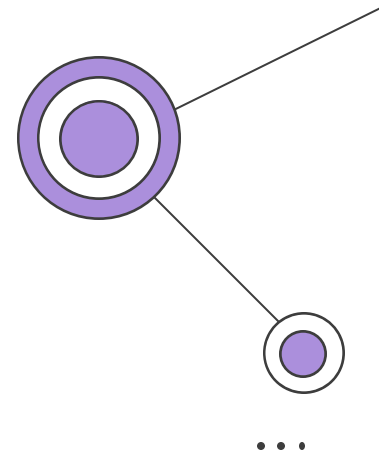
**Open:** {2, 6}

**Goal:** {10}





## DFS



El siguiente es un algoritmo de búsqueda genérico.

**Input:** Un problema de búsqueda ( $S, A, s_{init}, G$ )

**Output:** Un nodo objetivo

*Open* es un contenedor vacío

*Closed* es un conjunto vacío

Inserta  $s_{init}$  a *Open*

$parent(s_{init}) = \text{null}$

**while** *Open*  $\neq \emptyset$ :

$u \leftarrow \text{Extraer}(\text{Open})$

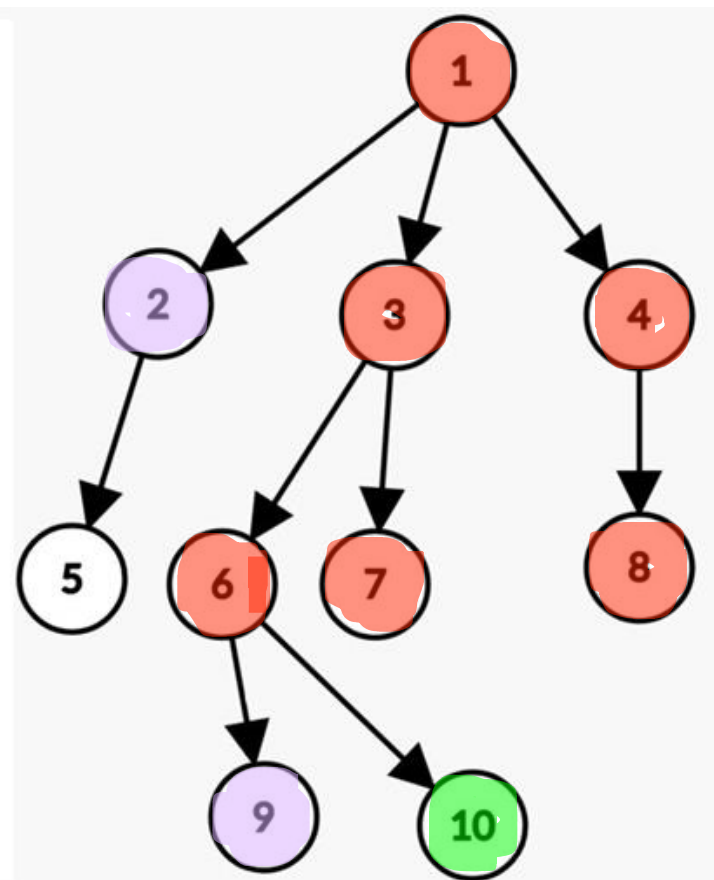
    Inserta  $u$  en *Closed*

**for each**  $v \in \text{Succ}(u) \setminus (\text{Open} \cup \text{Closed})$

$parent(v) = u$

**if**  $v \in G$  **return**  $v$

        Inserta  $v$  a *Open*



Closed: {1, 4, 8, 3, 7, 6}

Open: {2, 9}

Goal: {10}

RETORNA

NODO 10

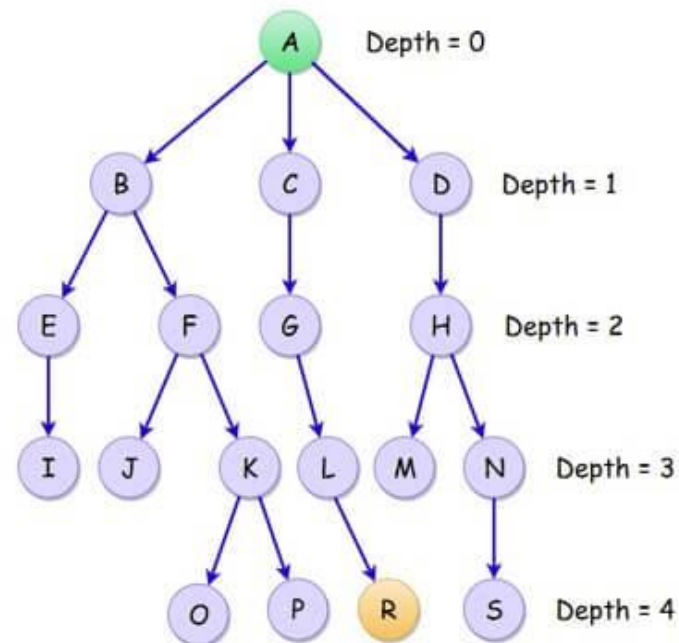


**IDDFS**



# IDDFS

- Realiza una **búsqueda exhaustiva** en un **árbol o grafo**
- Se realiza de manera **iterativa**, aumentando gradualmente la profundidad máxima de búsqueda en cada iteración
- La **utilidad** de IDDFS radica en que **combina** la eficiencia de la **búsqueda en profundidad** con la **completitud de la búsqueda en anchura**





# DIJKSTRA







# DIJKSTRA



- Algoritmo de búsqueda de **caminos más cortos en un grafo ponderado** (grafos con pesos en las aristas) y dirigido.
- Comienza por el nodo fuente y explora gradualmente todos los nodos adyacentes, **actualizando las distancias mínimas** a medida que se encuentran caminos más cortos.
- Mantiene una **lista de nodos por visitar y selecciona el nodo no visitado con la distancia mínima** para explorar en cada iteración.
- **Usos:** Se puede utilizar en sistemas de **transporte** para determinar la **ruta más corta entre dos puntos**.

# Heurísticas



# Heurística

La función heurística  $h(s)$  es una función que estima la **distancia** entre un **estado  $s$**  y el estado **objetivo  $G$** .

Ésta es solo una **aproximación** (si entregara la distancia real al objetivo, ya estaría resuelto el problema, plop)

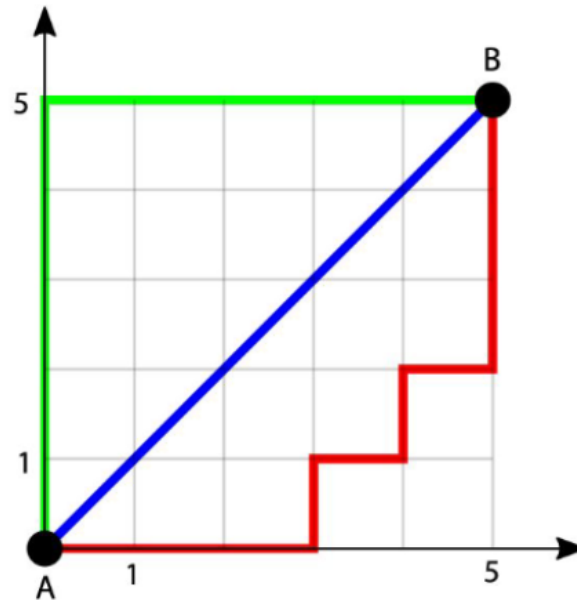
# Distancia Manhattan y Euclidiana

Distancia Manhattan: La suma de las diferencias absolutas de sus coordenadas

$$D_{\text{Manhattan}} = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

Distancia Euclidiana: La distancia en línea recta entre los puntos (pitágoras)

$$D_{\text{Euclidiana}} = \sqrt{[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]}$$



● ● Manhattan  
● Euclidiana



Para el control de mañana les recomendamos **fuertemente** hacer los controles formativos de intro a la búsqueda y  $A^*$

Cualquier duda que les haya quedado nos pueden preguntar :)