Juegos de Ehrenfeucht-Fraïssé (parte 2)

IIC3263

Teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé

Teorema (Ehrenfeucht-Fraïssé)

Para todo par de $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. $\mathfrak{A} \equiv_k \mathfrak{B}$
2. $\mathfrak{A}$ *y* $\mathfrak{B}$ *están de acuerdo en* $LPO[k]$

Teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé: Demostración

Dado: $\mathcal{L}$-estructura $\mathfrak{A}$ con dominio A y tupla $\bar{a} = (a_1, \ldots, a_m)$ de elementos de A.

Notación

- *$\mathcal{L}_m$: Resultado de extender $\mathcal{L}$ con m constantes nuevas* $c_1, \ldots, c_m$
- $(\mathfrak{A}, \bar{a})$*: $\mathcal{L}_m$-estructura tal que*
  - $c^{(\mathfrak{A},\bar{a})} = c^{\mathfrak{A}}$ *para cada constante $c \in \mathcal{L}$*
  - $R^{(\mathfrak{A},\bar{a})} = R^{\mathfrak{A}}$ *para cada relación $R \in \mathcal{L}$*
  - $c_i^{(\mathfrak{A},\bar{a})} = a_i$ *para cada $i \in \{1, \ldots, m\}$*

Teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé: Demostración

Dado: $\mathcal{L}$-estructura $\mathfrak{A}$ con dominio A y tupla $\bar{a} = (a_1, \ldots, a_m)$ de elementos de A.

Notación

- *$\mathcal{L}_m$: Resultado de extender $\mathcal{L}$ con m constantes nuevas $c_1, \ldots, c_m$*
- *$(\mathfrak{A}, \bar{a})$: $\mathcal{L}_m$-estructura tal que*
    - *$c^{(\mathfrak{A}, \bar{a})} = c^{\mathfrak{A}}$ para cada constante $c \in \mathcal{L}$*
    - *$R^{(\mathfrak{A}, \bar{a})} = R^{\mathfrak{A}}$ para cada relación $R \in \mathcal{L}$*
    - *$c_i^{(\mathfrak{A}, \bar{a})} = a_i$ para cada $i \in \{1, \ldots, m\}$*

Para una tupla (a_1), usamos la notación $(\mathfrak{A}, a_1)$ para $(\mathfrak{A}, (a_1))$

Tipo de una estructura

Una noción fundamental

Dadas variables $x_1, \ldots, x_m$, el k-tipo de $(\mathfrak{A}, \bar{a})$ es definido como:

$$\begin{aligned}\mathrm{tp}_k(\mathfrak{A}, \bar{a}) \ = \ \{\varphi(x_1, \ldots, x_m) \mid rc(\varphi(x_1, \ldots, x_m)) \leq k \text{ y} \\ \mathfrak{A} \models \varphi(a_1, \ldots, a_m)\}.\end{aligned}$$

Vamos a estudiar algunas propiedades fundamentales de la noción de tipo.

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

Lema

Si $\mathcal{L}$ es finito, entonces $tp_k(\mathfrak{A}, \bar{a})$ contiene un número finito de fórmulas hasta equivalencia lógica.

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

Lema

Si $\mathcal{L}$ es finito, entonces $tp_k(\mathfrak{A}, \bar{a})$ contiene un número finito de fórmulas hasta equivalencia lógica.

Demostración: Suponga que $\mathcal{L} = \{c_1, \ldots, c_r, R_1, \ldots, R_s\}$, donde la aridad de R_i es n_i $(1 \leq i \leq s)$.

Por inducción en k, vamos a demostrar que hasta equivalencia lógica hay un número finito de fórmulas φ tal que:

- $rc(\varphi) \leq k$
- las variables libre de φ están contenidas en $\{x_1, \ldots, x_m\}$

De lo anterior se deduce el lema. ¿Por qué?

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

- Suponga que $k = 0$.

  La siguiente es una cota superior para el número de fórmulas no equivalentes con rango de cuantificación 0 y cuyas variables libres están en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m\}$:

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

- Suponga que $k = 0$.

  La siguiente es una cota superior para el número de fórmulas no equivalentes con rango de cuantificación 0 y cuyas variables libres están en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m\}$:

$$2^{2^{\left[\left(\sum_{i=1}^{s}(r+m)^{n_i}\right)+(r+m)^2\right]}}$$

¿Por qué?

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

- Suponga que la propiedad se cumple para k.

  Sea φ una fórmula tal que $rc(\varphi) = k + 1$ y cuyas variables libres están contenidas en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m\}$.

  Sin perdida de generalidad, suponemos que φ es una combinación Booleana de fórmulas $\psi_1, \ldots, \psi_n$, donde cada ψ_i satisface una de las siguientes condiciones:

  1. $rc(\psi_i) \leq k$

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

- Suponga que la propiedad se cumple para k.

  Sea φ una fórmula tal que $rc(\varphi) = k + 1$ y cuyas variables libres están contenidas en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m\}$.

  Sin perdida de generalidad, suponemos que φ es una combinación Booleana de fórmulas $\psi_1, \ldots, \psi_n$, donde cada ψ_i satisface una de las siguientes condiciones:

  1. $rc(\psi_i) \leq k$
  2. $rc(\psi_i) = k + 1$ y $\psi_i = \exists x_{m+1}\, \alpha$, donde $rc(\alpha) = k$ y las variables libre de α están en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m, x_{m+1}\}$

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

- Suponga que la propiedad se cumple para k.

  Sea φ una fórmula tal que $rc(\varphi) = k + 1$ y cuyas variables libres están contenidas en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m\}$.

  Sin perdida de generalidad, suponemos que φ es una combinación Booleana de fórmulas $\psi_1, \ldots, \psi_n$, donde cada ψ_i satisface una de las siguientes condiciones:

  1. $rc(\psi_i) \leq k$
  2. $rc(\psi_i) = k + 1$ y $\psi_i = \exists x_{m+1}\, \alpha$, donde $rc(\alpha) = k$ y las variables libre de α están en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m, x_{m+1}\}$
  3. $rc(\psi_i) = k + 1$ y $\psi_i = \forall x_{m+1}\, \beta$, donde $rc(\beta) = k$ y las variables libre de β están en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m, x_{m+1}\}$

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

Por hipótesis de inducción:

- existe un número finito de fórmulas con rango de cuantificación a los más k y cuyas variables libres están en el conjunto $\{x_1, \ldots, x_m, x_{m+1}\}$

Concluimos que existe un número finito de fórmulas φ que satisfacen la condición en la transparencia anterior.

- Esto concluye la demostración del lema. ¿Por qué?

$\square$

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

Sean $\mathfrak{A}$ una estructura sobre un vocabulario finito $\mathcal{L}$, y $\bar{a}$ una tupla con m elementos de $\mathfrak{A}$.

Corolario

Existe una fórmula $\varphi^k_{(\mathfrak{A},\bar{a})}(x_1, \dots, x_m)$ *tal que:*

- $rc(\varphi^k_{(\mathfrak{A},\bar{a})}(x_1, \dots, x_m)) = k$
- *para cada* $\mathcal{L}$*-estructura* $\mathfrak{B}$ *y tupla* $\bar{b}$ *con* m *elementos de* $\mathfrak{B}$*, se tiene que* $\mathfrak{B} \models \varphi^k_{(\mathfrak{A},\bar{a})}(\bar{b})$ *si y sólo si* $tp_k(\mathfrak{B}, \bar{b}) = tp_k(\mathfrak{A}, \bar{a})$

Tipo de una estructura: Resultados fundamentales

Sean $\mathfrak{A}$ una estructura sobre un vocabulario finito $\mathcal{L}$, y $\bar{a}$ una tupla con m elementos de $\mathfrak{A}$.

Corolario

Existe una fórmula $\varphi^k_{(\mathfrak{A},\bar{a})}(x_1, \ldots, x_m)$ *tal que:*

- $rc(\varphi^k_{(\mathfrak{A},\bar{a})}(x_1, \ldots, x_m)) = k$
- *para cada $\mathcal{L}$-estructura $\mathfrak{B}$ y tupla $\bar{b}$ con m elementos de $\mathfrak{B}$, se tiene que* $\mathfrak{B} \models \varphi^k_{(\mathfrak{A},\bar{a})}(\bar{b})$ *si y sólo si* $tp_k(\mathfrak{B}, \bar{b}) = tp_k(\mathfrak{A}, \bar{a})$

Ejercicio

Demuestre el corolario.

Teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé: Demostración

Para demostrar el Teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé usamos tipos y la relación $\simeq_k$ definida de la siguiente forma:

- $\mathfrak{A} \simeq_0 \mathfrak{B}$ si $\mathfrak{A} \equiv_0 \mathfrak{B}$
- $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$ si

  forth : Para cada $a \in A$, existe $b \in B$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$

  back : Para cada $b \in B$, existe $a \in A$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$

Teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé: Versión extendida

Teorema (Ehrenfeucht-Fraïssé)

Para todo par de $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. $\mathfrak{A} \equiv_k \mathfrak{B}$
2. $\mathfrak{A}$ *y* $\mathfrak{B}$ *están de acuerdo en* $LPO[k]$
3. $\mathfrak{A} \simeq_k \mathfrak{B}$

Demostración: $(1 \Leftrightarrow 3)$: Por inducción en k. Para $k = 0$ se tiene por definición.

Demostración de la versión extendida

Suponga que la propiedad se cumple para k.

- Suponga que $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$. Tenemos que demostrar que $\mathfrak{A} \equiv_{k+1} \mathfrak{B}$.

  Suponga que **S** decide jugar a_1 en $\mathfrak{A}$. Entonces como $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$, existe b_1 en $\mathfrak{B}$ tal que $(\mathfrak{A}, a_1) \simeq_k (\mathfrak{B}, b_1)$.

  Por hipótesis de inducción: $(\mathfrak{A}, a_1) \equiv_k (\mathfrak{B}, b_1)$.

  Por lo tanto: Para todo $a \in A$, existe $b \in B$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \equiv_k (\mathfrak{B}, b)$.

Demostración de la versión extendida

De la misma forma, pero ahora usando back, concluimos que para todo $b \in B$, existe $a \in A$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \equiv_k (\mathfrak{B}, b)$.

De lo anterior: $\mathfrak{A} \equiv_{k+1} \mathfrak{B}$.

- Suponga ahora que $\mathfrak{A} \equiv_{k+1} \mathfrak{B}$. Tenemos que demostrar que $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$.

  Sea $a \in A$ y suponga que **S** decide jugar este punto. Como **D** tiene una estrategia ganadora en el juego de $k+1$ rondas entre $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$, existe b en $\mathfrak{B}$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \equiv_k (\mathfrak{B}, b)$.

  Por hipótesis de inducción: $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$.

Demostración de la versión extendida

Por lo tanto: Para todo $a \in A$, existe $b \in B$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$.

De la misma forma, pero ahora dejando jugar a **S** en $\mathfrak{B}$, concluimos que para todo $b \in B$, existe $a \in A$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$.

De lo anterior: $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$.

Demostración de la versión extendida

$(2 \Leftrightarrow 3)$: Por inducción en k.

Para $k = 0$ se tiene la equivalencia. ¿Por qué?

Suponga que la equivalencia se tiene para k.

- Suponga que $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$. Tenemos que demostrar que $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$ están de acuerdo en LPO$[k+1]$.
  - Para hacer esto nos basta con considerar el caso $\varphi = \exists x\, \psi(x)$ con $rc(\psi) = k$. ¿Por qué?

  Si $\mathfrak{A} \models \exists x\, \psi(x)$, entonces existe $a \in A$ tal que $\mathfrak{A} \models \psi(a)$.

  Como $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$, existe $b \in B$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$.

Demostración de la versión extendida

Por hipótesis de inducción: $(\mathfrak{A}, a)$ y $(\mathfrak{B}, b)$ están de acuerdo en LPO$[k]$.

Tenemos entonces que $\mathfrak{B} \models \psi(b)$: $(\mathfrak{A}, a)$ y $(\mathfrak{B}, b)$ son estructuras sobre un vocabulario extendido con una constante que se interpreta como a y b, respectivamente. Como están de acuerdo en LPO$[k]$, están de acuerdo en particular en $\psi(c)$, donde c es esa constante.

Concluimos que $\mathfrak{B} \models \exists x\, \psi(x)$.

De la misma forma concluimos que si $\mathfrak{B} \models \exists x\, \psi(x)$, entonces $\mathfrak{A} \models \exists x\, \psi(x)$.

Demostración de la versión extendida

- Suponga que $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$ están de acuerdo en LPO$[k+1]$. Tenemos que demostrar que $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$.

  Sea $a \in A$. Como $\mathfrak{A} \models \varphi^k_{(\mathfrak{A},a)}(a)$, sabemos que $\mathfrak{A} \models \exists x\, \varphi^k_{(\mathfrak{A},a)}(x)$.

  Puesto que $rc(\exists x\, \varphi^k_{(\mathfrak{A},a)}(x)) = k+1$, se tiene que $\mathfrak{B} \models \exists x\, \varphi^k_{(\mathfrak{A},a)}(x)$. Entonces, existe $b \in B$ tal que $\mathfrak{B} \models \varphi^k_{(\mathfrak{A},a)}(b)$.

Demostración de la versión extendida

Por lo tanto: $\mathrm{tp}_k(\mathfrak{A}, a) = \mathrm{tp}_k(\mathfrak{B}, b)$, lo cual significa que $(\mathfrak{A}, a)$ y $(\mathfrak{B}, b)$ están de acuerdo en LPO$[k]$. Así, por hipótesis de inducción: $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$.

Entonces: Para todo $a \in A$, existe $b \in B$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$.

De la misma forma concluimos que para todo $b \in B$, existe $a \in A$ tal que $(\mathfrak{A}, a) \simeq_k (\mathfrak{B}, b)$.

De lo anterior: $\mathfrak{A} \simeq_{k+1} \mathfrak{B}$ $\square$

Una estrategia completa

Corolario

Una propiedad $\mathcal{P}$ no es expresable en lógica de primer orden si y sólo si para cada $k \geq 0$, existen $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}_k$ y $\mathfrak{B}_k$ tales que:

- $\mathfrak{A}_k \in \mathcal{P}$
- $\mathfrak{B}_k \notin \mathcal{P}$
- $\mathfrak{A}_k \equiv_k \mathfrak{B}_k$

Una estrategia completa

Corolario

Una propiedad $\mathcal{P}$ no es expresable en lógica de primer orden si y sólo si para cada $k \geq 0$, existen $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}_k$ y $\mathfrak{B}_k$ tales que:

- $\mathfrak{A}_k \in \mathcal{P}$
- $\mathfrak{B}_k \notin \mathcal{P}$
- $\mathfrak{A}_k \equiv_k \mathfrak{B}_k$

Ya sabemos demostrar la dirección $(\Leftarrow)$ del corolario.

Una estrategia completa

Corolario

Una propiedad $\mathcal{P}$ no es expresable en lógica de primer orden si y sólo si para cada $k \geq 0$, existen $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}_k$ y $\mathfrak{B}_k$ tales que:

- $\mathfrak{A}_k \in \mathcal{P}$
- $\mathfrak{B}_k \notin \mathcal{P}$
- $\mathfrak{A}_k \equiv_k \mathfrak{B}_k$

Ya sabemos demostrar la dirección $(\Leftarrow)$ del corolario.

Vamos a demostrar la dirección $(\Rightarrow)$ del corolario.

Una estrategia completa: Demostración

Demostración ($\Rightarrow$)**:** Consideramos el contra-positivo del enunciado.

Suponga que existe $k \geq 0$ tal que para todo par de $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$, se tiene que:

- Si $\mathfrak{A} \equiv_k \mathfrak{B}$, entonces $\mathfrak{A} \in \mathcal{P}$ si y sólo si $\mathfrak{B} \in \mathcal{P}$

Vamos a demostrar que bajo esta hipótesis $\mathcal{P}$ es definible en lógica de primer orden.

Una estrategia completa: Demostración

Sea Ψ la siguiente oración:

$$\bigvee_{\mathfrak{A} \in \mathcal{P}} \varphi^k_{\mathfrak{A}}$$

Podemos suponer que Ψ es una fórmula en lógica de primer orden porque hasta equivalencia lógica sólo existe un número finito de oraciones con rango de cuantificación k.

Vamos a demostrar que para cada $\mathcal{L}$-estructura $\mathfrak{B}$:

$$\mathfrak{B} \in \mathcal{P} \quad \text{si y sólo si} \quad \mathfrak{B} \models \Psi$$

Una estrategia completa: Demostración

($\Rightarrow$) Si $\mathfrak{B} \in \mathcal{P}$, entonces $\mathfrak{B} \models \Psi$ ya que $\varphi^k_{\mathfrak{B}}$ es uno de los disyuntos de Ψ y $\mathfrak{B} \models \varphi^k_{\mathfrak{B}}$.

($\Leftarrow$) Suponga que $\mathfrak{B} \models \Psi$. Entonces existe $\mathfrak{A} \in \mathcal{P}$ tal que $\mathfrak{B} \models \varphi^k_{\mathfrak{A}}$.

Tenemos que $\text{tp}_k(\mathfrak{A}) = \text{tp}_k(\mathfrak{B})$, por lo que $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$ están de acuerdo en LPO$[k]$.

Por teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé: $\mathfrak{A} \equiv_k \mathfrak{B}$

Por hipótesis y dado que $\mathfrak{A} \in \mathcal{P}$, concluimos que $\mathfrak{B} \in \mathcal{P}$

Una estrategia completa: Clases de estructuras

Sea $\mathcal{C}$ una clase de $\mathcal{L}$-estructuras y $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{C}$.

Una estrategia completa: Clases de estructuras

Sea $\mathcal{C}$ una clase de $\mathcal{L}$-estructuras y $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{C}$.

Corolario

$\mathcal{P}$ no es expresable en lógica de primer orden en $\mathcal{C}$ si y sólo si para cada $k \geq 0$, existen $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}_k, \mathfrak{B}_k \in \mathcal{C}$ tales que:

- $\mathfrak{A}_k \in \mathcal{P}$
- $\mathfrak{B}_k \notin \mathcal{P}$
- $\mathfrak{A}_k \equiv_k \mathfrak{B}_k$

Una estrategia completa: Clases de estructuras

Sea $\mathcal{C}$ una clase de $\mathcal{L}$-estructuras y $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{C}$.

Corolario

$\mathcal{P}$ no es expresable en lógica de primer orden en $\mathcal{C}$ si y sólo si para cada $k \geq 0$, existen $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}_k, \mathfrak{B}_k \in \mathcal{C}$ tales que:

- $\mathfrak{A}_k \in \mathcal{P}$
- $\mathfrak{B}_k \notin \mathcal{P}$
- $\mathfrak{A}_k \equiv_k \mathfrak{B}_k$

Vamos a demostrar la dirección $(\Rightarrow)$ del corolario.

Una estrategia completa: Clases de estructuras

Demostración $(\Rightarrow)$**:** Consideramos el contra-positivo del enunciado.

Suponga que existe $k \geq 0$ tal que para todo par de $\mathcal{L}$-estructuras $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in \mathcal{C}$, se tiene que:

- Si $\mathfrak{A} \equiv_k \mathfrak{B}$, entonces $\mathfrak{A} \in \mathcal{P}$ si y sólo si $\mathfrak{B} \in \mathcal{P}$

Al igual que en el corolario anterior:

- Vamos a demostrar que bajo esta hipótesis $\mathcal{P}$ es definible en lógica de primer orden en $\mathcal{C}$.

Una estrategia completa: Clases de estructuras

Definimos Ψ como en la demostración anterior:

$$\bigvee_{\mathfrak{A} \in \mathcal{P}} \varphi^k_{\mathfrak{A}}$$

Vamos a demostrar que para cada $\mathcal{L}$-estructura $\mathfrak{B} \in \mathcal{C}$:

$$\mathfrak{B} \in \mathcal{P} \quad \text{si y sólo si} \quad \mathfrak{B} \models \Psi$$

($\Rightarrow$) Si $\mathfrak{B} \in \mathcal{P}$, entonces $\mathfrak{B} \models \Psi$ ya que $\varphi^k_{\mathfrak{B}}$ es uno de los disyuntos de Ψ y $\mathfrak{B} \models \varphi^k_{\mathfrak{B}}$.

Una estrategia completa: Clases de estructuras

($\Leftarrow$) Suponga que $\mathfrak{B} \models \Psi$. Entonces existe $\mathfrak{A} \in \mathcal{P}$ tal que $\mathfrak{B} \models \varphi_{\mathfrak{A}}^{k}$.

- En particular, se tiene que $\mathfrak{A} \in \mathcal{C}$.

Tenemos que $\mathrm{tp}_k(\mathfrak{A}) = \mathrm{tp}_k(\mathfrak{B})$, por lo que $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$ están de acuerdo en LPO$[k]$.

Por teorema de Ehrenfeucht-Fraïssé: $\mathfrak{A} \equiv_k \mathfrak{B}$

Dado que $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in \mathcal{C}$, $\mathfrak{A} \in \mathcal{P}$ y $\mathfrak{A} \equiv_k \mathfrak{B}$:

- Concluimos por hipótesis que $\mathfrak{B} \in \mathcal{P}$

Comentarios finales

¡Tenemos una estrategia completa para el problema de definibilidad en lógica de primer orden!

Comentarios finales

¡Tenemos una estrategia completa para el problema de definibilidad en lógica de primer orden!

- Puede ser utilizada incluso en clases de estructuras arbitrarias

Comentarios finales

¡Tenemos una estrategia completa para el problema de definibilidad en lógica de primer orden!

- Puede ser utilizada incluso en clases de estructuras arbitrarias
- Pero algunas veces es difícil de aplicar

Comentarios finales

¡Tenemos una estrategia completa para el problema de definibilidad en lógica de primer orden!

- Puede ser utilizada incluso en clases de estructuras arbitrarias
- Pero algunas veces es difícil de aplicar

Vamos a estudiar entonces estrategias que no son completas, pero si fáciles de aplicar. Tiene que ver con la noción de localidad en las lógicas.