

Programa de Curso

Agosto de 2023

Profesor: Juan Reutter - jreutter@ing.puc.cl
Clases: Martes, módulos 5-6. Sala B14.

Objetivo

La lógica matemática ha sido descrita como el “cálculo de la computación”. Sin embargo, algunos de los resultados fundamentales sobre esta lógica no pueden ser usados en computación porque fueron desarrollados para modelos infinitos, como los números naturales o reales. Para resolver estos problemas, durante los últimos 30 años se ha desarrollado la teoría de modelos finitos para la lógica matemática, la cual ha encontrado un gran número de aplicaciones en distintas áreas de ciencia de la computación.

El objetivo de este curso es introducir al alumno a la teoría de modelos finitos y sus aplicaciones en ciencia de la computación. Se da especial énfasis a las aplicaciones en bases de datos, complejidad computacional y verificación formal de la corrección de programas computacionales.

Metodología

El curso se basa en clases expositivas con discusión activa. Las clases serán organizadas en bloques, de unos 35-40 minutos cada uno, con pausas de 10 o 15 minutos entre medio. Algunos bloques pueden ser reemplazados por sesiones de trabajo.

A lo largo del curso los alumnos deberán completar una serie (entre 3 y 5) ejercicios. Estos ejercicios deben ser completados de forma satisfactoria para poder aprobar el curso; el alumno puede recibir correcciones y entregar nuevamente los ejercicios, todas las veces que estime conveniente. Cada ciclo de correcciones tiene como plazo dos semanas desde la entrega de los comentarios.

Evaluación

Cada alumno será encargado de evaluar su desempeño con una nota final. No obstante, para aprobar el curso, la totalidad de los ejercicios tienen que ser completados de forma satisfactoria.

Contenido

1. Motivación: Aplicaciones de teoría de modelos finitos en distintas áreas de ciencia de la computación tales como bases de datos, teoría de autómatas y complejidad computacional.
2. Repaso de lógica de primer orden. Expresividad y falla de las técnicas clásicas para modelos infinitos en el caso de los modelos finitos.

3. Caracterización de la expresividad de la lógica de primer orden en términos de los juegos de Ehrenfeucht-Fraïssé. Nociones de localidad en lógica de primer orden.
4. Estructuras ordenadas y no ordenadas: Teoremas de Gurevich y Grohe-Schwentick.
5. Introducción a las nociones de complejidad de los datos y complejidad de las expresiones. Complejidad de la lógica de primer orden.
6. Extensiones de la lógica de primer orden. Nociones de localidad y las lógicas con poder de contar. Lógica de segundo orden monádica y su conexión con los lenguajes regulares.
7. Codificación lógica de las Máquinas de Turing. Teorema de Trakhtenbrot y la falla de completitud en los modelos finitos. Teorema de Fagin y la caracterización de NP en términos de lógica de segundo orden.
8. Caracterización de clases de complejidad en términos lógicos. Teorema de Immerman-Vardi y la caracterización de PTIME en términos de lógicas con operadores de punto fijo. Caracterización de LOGSPACE y PSPACE.
9. Lógicas con un número fijo de variables. Caracterización de estas lógicas en términos de juegos de Ehrenfeucht-Fraïssé con un número fijo de guijarros (pebble games).
10. Leyes 0-1 para la lógica de primer orden y las lógicas con un número fijo de variables.
11. Aplicaciones en otras áreas (si el tiempo lo permite).

Bibliografía

1. L. Libkin. *Elements of Finite Model Theory*. Springer, 1^{ra} edición, 2004.
2. H-D. Ebbinghaus y J. Flum. *Finite Model Theory*. Springer, 2^{da} edición, 2005.
3. E. Grädel, P. G. Kolaitis, L. Libkin, M. Marx, J. Spencer, M. Y. Vardi, Y. Venema y S. Weinstein. *Finite Model Theory and Its Applications*. Springer, 1^{ra} edición, 2007.
4. H. B. Enderton. *A Mathematical Introduction to Logic*. Academic Press, 2^{da} edición, 2000.