预备知识1

2024年2月28日 20:07

一.量纲

物理量分为基础和导出物理量
基础物理量是基本单位，导出的单位则是导出单位

国际单位制：SI

SI基本单位

长度	米	m
质量	千克	kg
时间	秒	s
电流	安[培]	A
热力学温度	开[尔文]	K
物质的量	摩[尔]	mol
发光强度	坎得拉	cd

注意：单位的大小写！

3

2、物理量的量纲

（1）定义：任何一个物理量通过物理关系与基本量联系起来的关系式称为量纲。

（2）量纲符号：任何一个物理量的量纲符号用该量的字母置于方括号内来表示。

如：一个力学量Y的量纲可写为$[Y]=L^pM^qT^r$，p、q、r为量纲指数。例如加速度的量纲为：$[a]=LT^{-2}$ 。

这里面看的出来力学量纲和距离L，时间T和质量M相关

量纲的定义比较抽象，但是可以快速判断和什么基础物理量相关。

量纲校核法：用量纲分析的方式来推到和校验任何一
个物理量和公式是否成立（初级判定）

（3）基本物理量和基本单位 量纲

SI基本单位

长度	米	m	L
质量	千克	kg	M
时间	秒	s	T
电流	安[培]	A	I
热力学温度	开[尔文]	K	Q
物质的量	摩[尔]	mol	N
发光强度	坎德拉	cd	J

预备知识2

二.矢量和矢量函数

矢量：手写体上加一个矢量符号
矢量的表示：正交坐标系中找ijk三个单位矢量，任何一个矢量都可以按照基矢分解

矢量的解析表示法：

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

单位矢量

印刷体 $\boldsymbol{e}_A = \dfrac{\vec{A}}{A}$　　手写体 $\hat{A} = \dfrac{\vec{A}}{A}$

矢量和标量的函数关系：

$\vec{r} = \vec{r}(t)$ ➡ 矢量可以是标量的函数

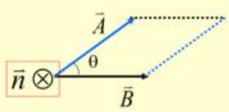
$W = W(\vec{F}, \vec{r})$ ➡ 标量可以是矢量的函数

矢量函数：

1.矢量叉乘：

（4）矢量的叉乘（叉积、矢积）：

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = A \cdot B \cdot \sin\theta \, \vec{n}$$
$$(0 \le \theta \le \pi)$$



向量A叉乘自身=0
向量A叉乘向量B=0 有三种情况：1.A自身是零向量2.B自身是零向量3.A和B平行

向量叉乘的几何意义和面积相关，所以面积为0有着三种情况。

质点运动学

常用坐标系

柱坐标系 (ρ、φ、z)：

$$0\le\rho\le\infty,\quad 0\le\varphi<2\pi,\quad -\infty\le z\le\infty$$

球坐标系 (r、θ、φ)：

$$0\le r\le\infty,\quad 0\le\theta\le\pi,\quad 0\le\varphi<2\pi$$

球坐标系中，第二个希腊字母是表示和z轴的夹角，第三个字母是表示和x轴的夹角（具体题目看图分析）

位置矢量

$$\vec r = x\vec i + y\vec j + z\vec k$$

大小：$r=|\vec r|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

方向：(方向余弦)

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\quad \cos\beta=\frac{y}{r},\quad \cos\gamma=\frac{z}{r}$$

$$\vec r(t)=x(t)\vec i+y(t)\vec j+z(t)\vec k$$

------运动方程

运动方程是带t的函数

描述的是质点随时间的变化的不同位置

轨道方程与此不同，描述的是整个时间内，质点位移的轨迹，消去了t

$$\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\\ z=z(t)\end{cases}\quad \text{轨道的参数方程}$$

消去 $t \Rightarrow$ 轨道方程

11

位移

位移，就是位置矢量的增量，与位置矢量大小的增量不同。

路程

$\overset{\frown}{AB}$ ----称为轨道（轨迹）

大小称为路程(标量)ΔS

曲线 $|\Delta\vec r|\neq\Delta S$，$\lim\limits_{\Delta t\to 0}|\Delta\vec r|=\Delta S$ 或 $|d\vec r|=dS$

$$dS=|d\vec r|=\sqrt{(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2}$$

$$\Delta S_{AB}=\int_A^B dS=\int_A^B\sqrt{(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2}$$

12

质点运动学2

2024年2月28日 20:27

两类基本问题

1.已知运动方程求速度和加速度（微分法）

2.已知速度和加速度求运动方程（积分法）

平面曲线运动--------切向加速度和法向加速度

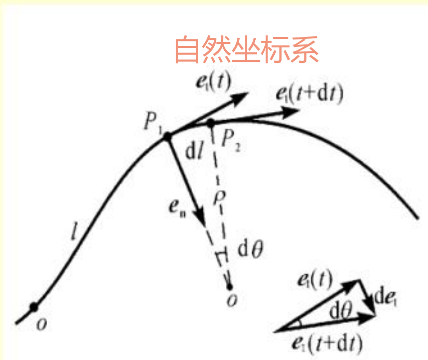
平面曲率：在无穷小范围内可看成半径为ρ的圆周曲率

1.自然坐标系：

切向：质点前进的方向　　　　法向：和切向方向垂直，指向曲线中心的方向

自然坐标系:$(\ell,\ \vec{\tau},\ \vec{n})$

切向单位矢量$\vec{e}_t(t)$或$\vec{\tau}$　　法向单位矢量$\vec{e}_n(t)$或$\vec{n}$



用自然坐标系分析质点的一般运动的原理

1.把运动方向按照切向和法向分割

2.得到切向分速度和法向分速度

3.切向加速度：改变速度大小------->

总加速度：$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$

法向分速度：改变速度方向--------->

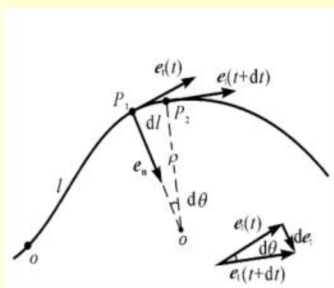
$$\boxed{\vec{v}=v\vec{\tau}}$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{dv}{dt}\vec{\tau}+v\frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$$\because\ \frac{d\vec{\tau}}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\vec{n}=\frac{d\theta}{dl}\frac{dl}{dt}\vec{n}=\frac{1}{\rho}v\vec{n}$$

ρ为曲率半径

$$\therefore\ \vec{a}=\frac{dv}{dt}\vec{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\vec{n}$$



切向加速度 $\vec{a}_t=\frac{dv}{dt}\vec{\tau}$ （指向$\vec{v}$的方向）改变速度大小

法向加速度 $\vec{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\vec{n}$ （指向曲率中心）改变速度方向

总加速度的大小 $a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$

22

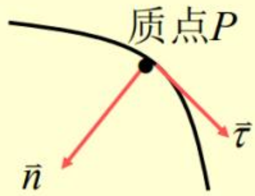
总加速度的大小 $a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$

质点运动学3

2024年2月28日 20:27

讨论： $a_t = \dfrac{dv}{dt}$ 反映速度大小（速率）的变化

$a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$ 反映速度方向的变化



(1) $a_n = 0,\ a_t \neq 0$ 变速直线运动

(2) $a_t = 0,\ a_n =$ 常数$(\neq 0)$ 为匀速率圆周运动

(3) 已知运动方程(t)求a_t、a_n,关键是先求出任一时刻的速率，一般步骤:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow v \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = ..$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow a \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = .. \qquad \rho = \frac{v^2}{a_n} = ...$$

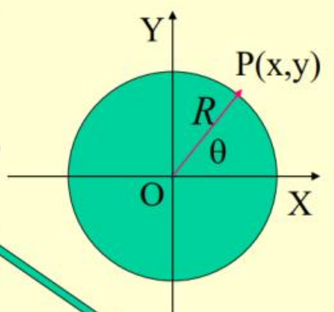
23

圆周运动

基础较为简单

（1）圆周运动的线量描述：

用直角坐标(OXY)和单位矢量表示质点的位置矢量，并导出速度和加速度的矢量表示式。



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = R\cos\theta\vec{i} + R\sin\theta\vec{j}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(R\cos\theta) = -R\omega\sin\theta$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(R\sin\theta) = R\omega\cos\theta$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = -R\omega\sin\theta\vec{i} + R\omega\cos\theta\vec{j}$$

角速度 $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

对匀速（率）圆周运动：v、ω为常量

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega^2 R(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j}) = -\omega^2(x\vec{i} + y\vec{j}) = -\omega^2\vec{r}$$

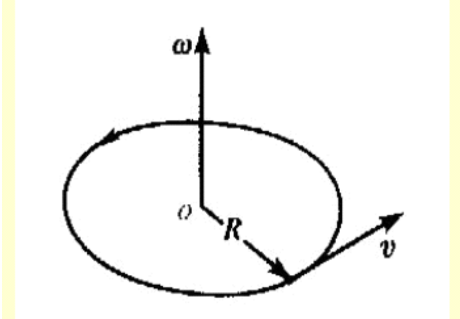
27

质点运动学4----->圆周运动

2024年2月28日 20:27

圆周运动角量描述——>角速度

角速度是矢量，方向是转动方向成右手螺旋关系

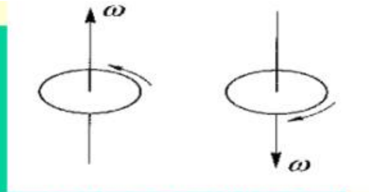


$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dS}{dt} = \frac{v}{R}$$

$$v = R\omega \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

角速度矢量 $\vec{\omega}$

大小：$\omega = \frac{d\theta}{dt}$



方向：与转动方向成右手螺旋关系

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dS}{dt} = \frac{v}{R}$$

$$v = R\omega \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

注意：这个w和R都是矢量，两个叉乘得到矢量

角加速度

(3)圆周运动的角量描述——角加速度

$\omega = \omega(t)$

角加速度（角速度随时间的变化率

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad \text{单位：弧度/秒}^2\ (\mathrm{rad/s^2})$$

$$v = R\omega \qquad dv = Rd\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\beta \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

角加速度矢量 $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \times \vec{R} \qquad \vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})$$

角加速度的方向是否是切向？

相对运动

运动描述的相对性：

同一参考系,不同坐标系 —— 运动方程不同(轨道曲线相同)

不同参照系 —— 轨道曲线不同

静止坐标系、运动坐标系：

静止坐标系 —— 固定在基准参考系上的坐标系

运动坐标系 —— 固定在相对于静止坐标系运动的参照系上的坐标系

绝对运动、相对运动、牵连运动：

绝对运动 —— 物体相对于静止坐标系的运动

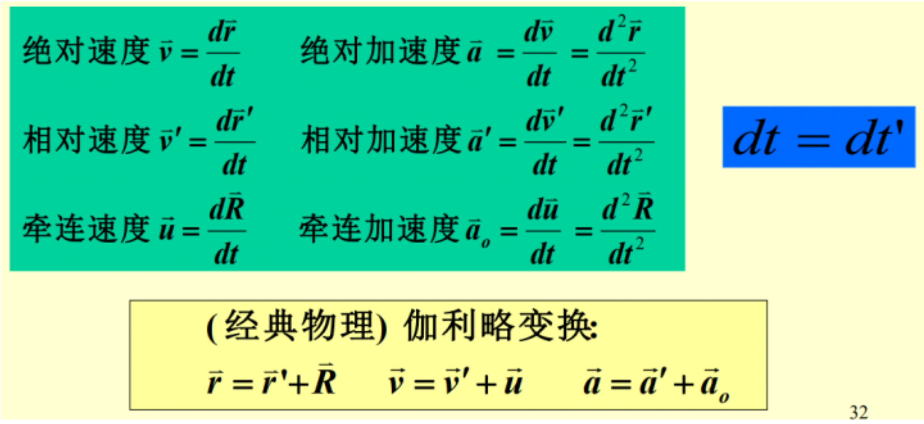
相对运动 —— 物体相对于运动坐标系的运动

牵连运动 —— 运动坐标系相对于静止坐标系的运动

所谓静止坐标系（基准参考系）、运动坐标系（运动参考系）是相对的，实际上可以任意选择。 31

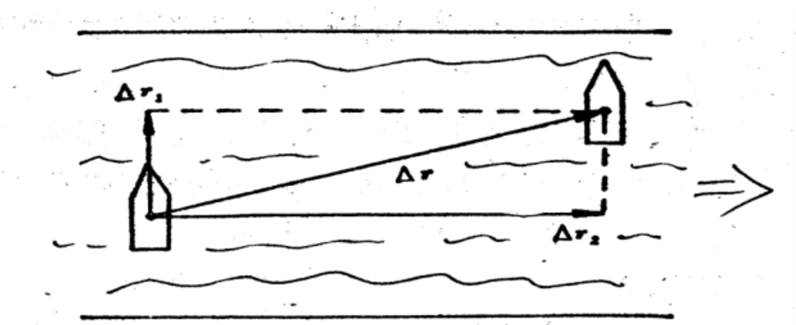
质点运动学-------伽利略变换

2024年2月28日 22:14



也就是，相对运动+牵连运动=绝对运动

位移，速度，加速度都是这个道理



划船问题最为经典（高一也写过不少）