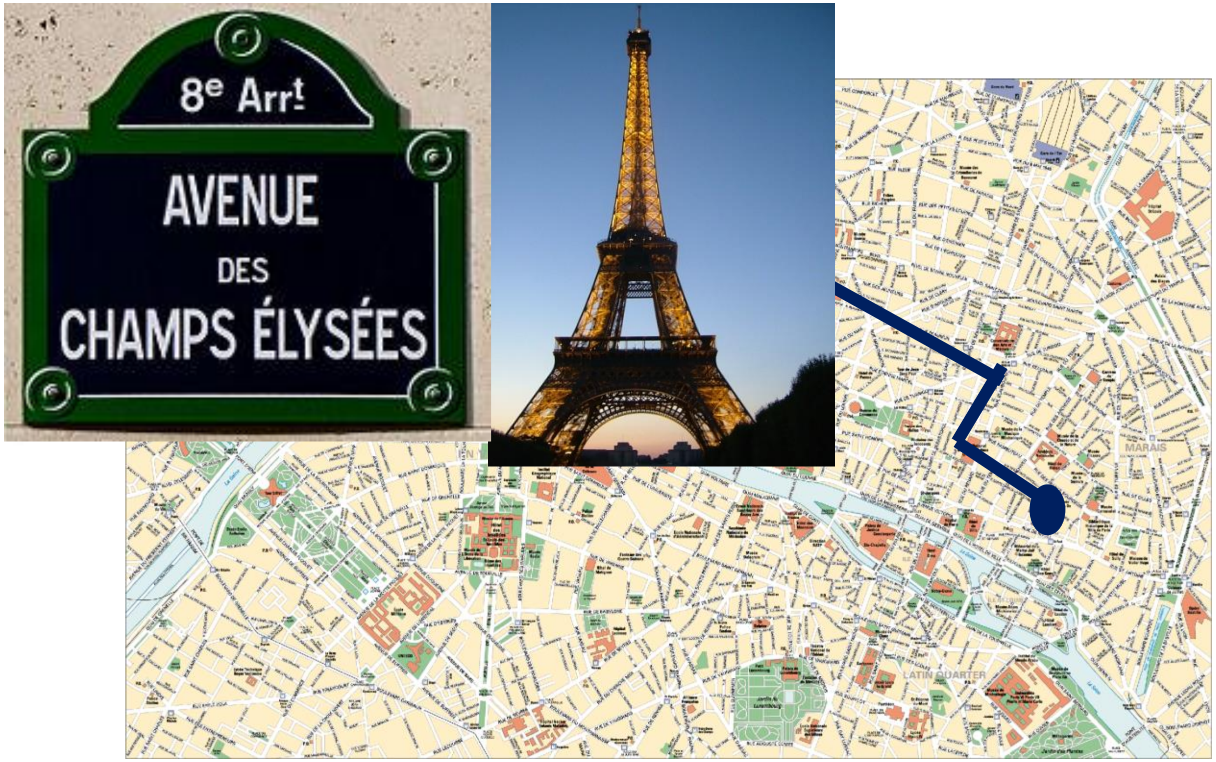
第八讲 融合定位

王越
浙江大学控制科学与工程学院

定位问题

- 确定机器人在世界坐标系中的位置/位姿



里程估计

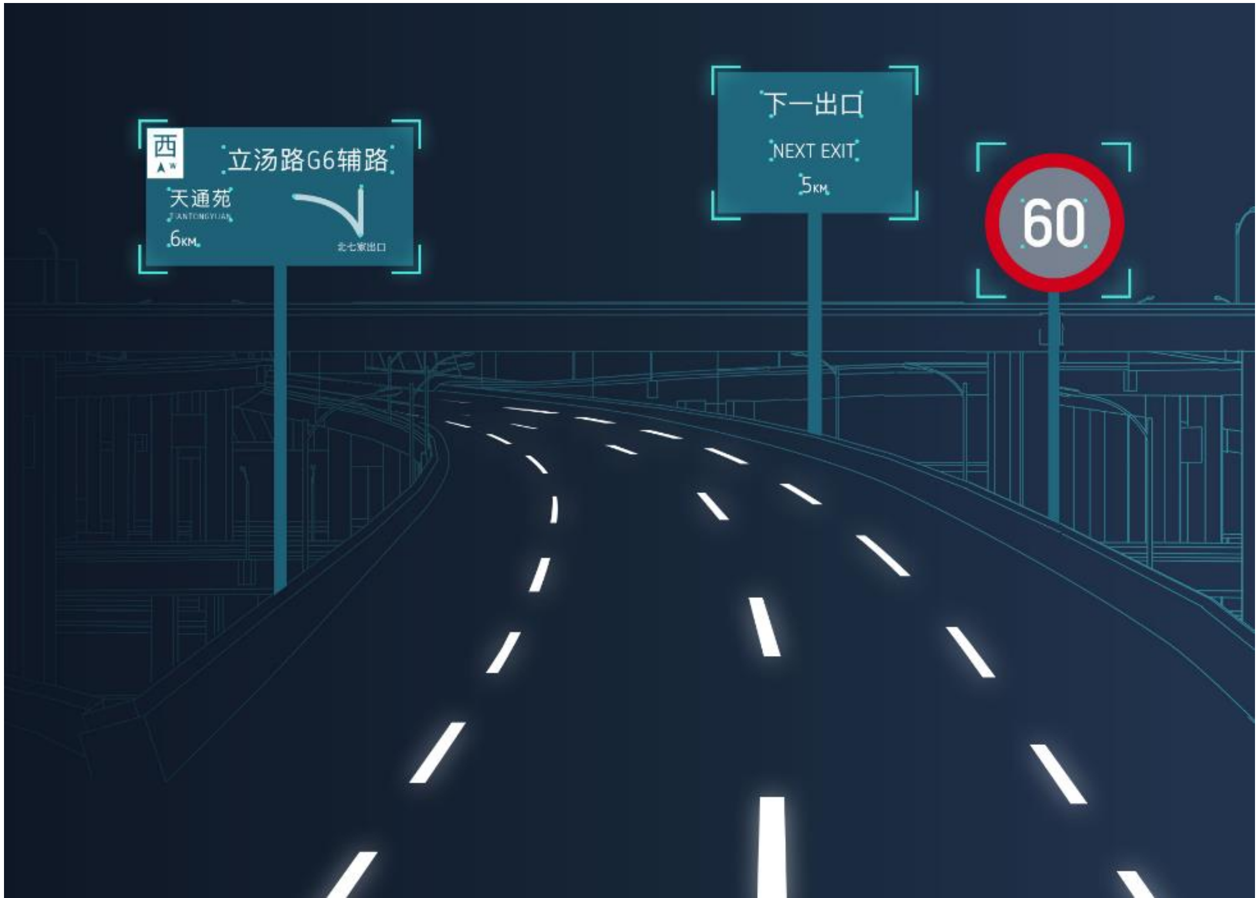
- 估计的是自身为原点坐标系下的位姿
- 即使是原点可以测得世界坐标系下的位姿，也存在误差累积，导致定位误差变大
- 如何解决？

融合定位

- 看到二维码修正定位z_t
- 看不到二维码用里程计u_t

融合定位

- 看到交通标志修正定位z_t
- 看不到交通标志用里程计/视觉里程/激光里程等u_t

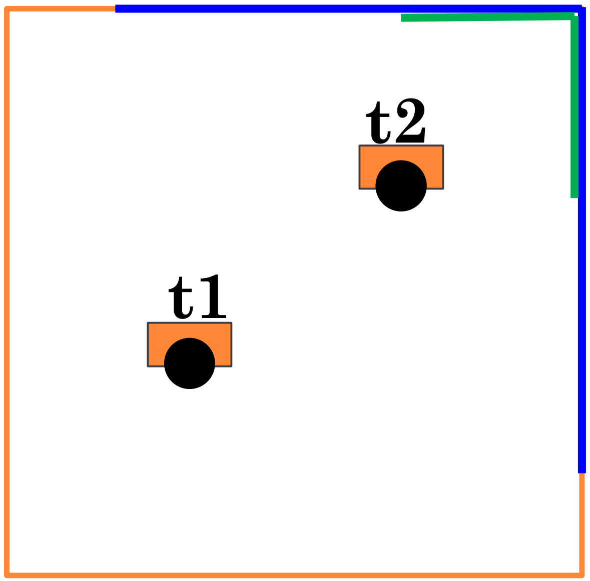


绝对观测

- 需要一个来自世界坐标系的观测z_t，对定位进行在线的修正

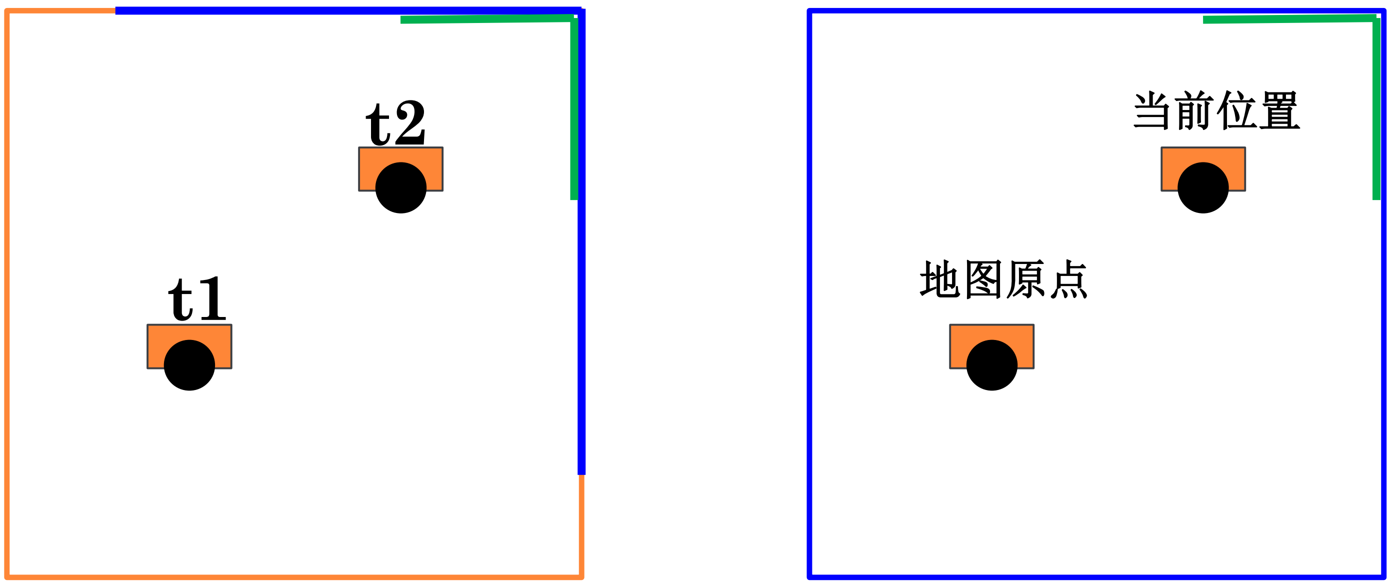
存在问题

- 绝对定位观测用传感观测间接算得：



绝对定位观测

- 通过ICP构造绝对定位观测z_t



认为t1时刻看到了整个地图，位姿处于世界坐标系原点
其他观测均和t1时刻的“整个地图”观测做ICP

融合定位

- 看到就信定位
- 没看到就信里程，意味着
  - 看到一个交通标志和看到两个交通标志置信度是完全一样
  - 里程旋转和里程直行是一样的
- 不是二元问题，是连续问题

融合定位

- 看到就信定位
- 没看到就信里程，意味着
  - 看到一个交通标志和看到两个交通标志置信度是完全一样
  - 里程旋转和里程直行是一样的
- 不是二元问题，是连续问题
- 怎么融？

融合定位

- 看到就信定位
- 没看到就信里程，意味着
  - 看到一个交通标志和看到两个交通标志置信度是完全一样
  - 里程旋转和里程直行是一样的
- 不是二元问题，是连续问题
- 怎么融？
- 给定里程计和置信度，以及观测和置信度，怎样得到最优估计

融合定位

- 看到就信定位
- 没看到就信里程，意味着
  - 看到一个交通标志和看到两个交通标志置信度是完全一样
  - 里程旋转和里程直行是一样的
- 不是二元问题，是连续问题
- 怎么融？
- 给定里程计和置信度，以及观测和置信度，怎样得到最优估计

置信度及最优估计

- 里程计、观测，都是对真实状态x的测量z

$$z = q(x)$$

- 通常认为z含有服从零均值的高斯分布的噪声

$$z \sim N(q(x), \sigma)$$

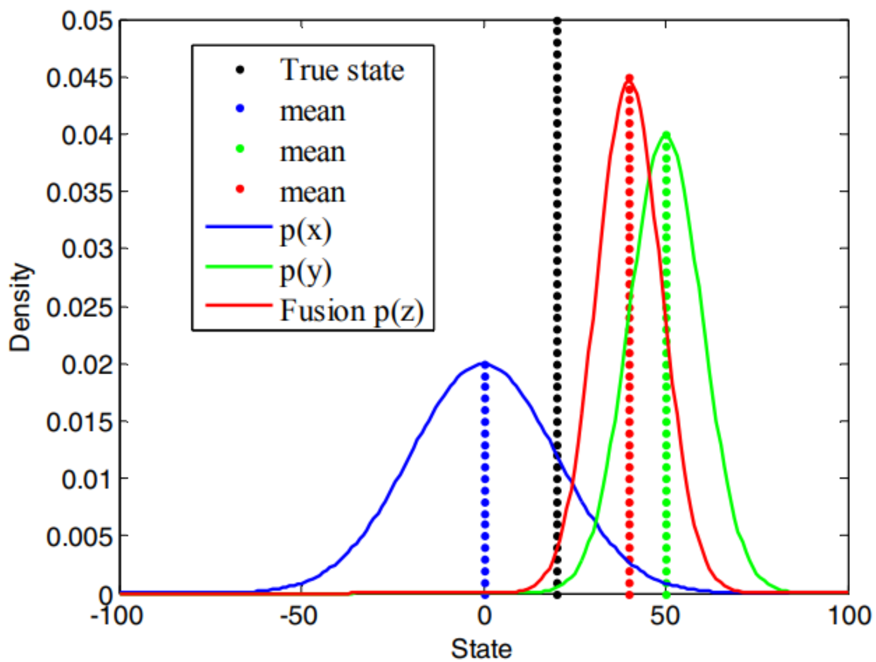
- 用方差表示置信度
- 用方差小表示最优

置信度及最优估计

- 有一段距离x，对其进行两次测量，假设有
- 传感器1得到测量x1，方差为c1
- 传感器2得到测量x2，方差为c2
- x是多少？

置信度及最优估计

- 有一段距离x，对其进行两次测量，假设有
- 传感器1得到测量x1，方差为c1
- 传感器2得到测量x2，方差为c2
- x是多少？构造x的估计（估计是一个统计量）



置信度及最优估计

- 有一段距离x，对其进行两次测量，假设有
- 传感器1得到测量x1，方差为c1
- 传感器2得到测量x2，方差为c2
- x是多少？构造x的估计（估计是一个统计量）

- t时刻位姿x，对其进行两次测量，假设有
- 传感器1：t-1时刻状态+里程，得到测量x1，c1
- 传感器2：t时刻的绝对定位，得到测量x2，c2
- 位姿x是多少，构造x的估计（定位）

里程测量（传感器1）

- 如何定义里程计运动测量的方差？

$$x_t = g(x_{t-1}, u_{t-1})$$

含有噪声

- 泰勒公式

$$x_t = \overline{g} + g_1 \Delta x_{t-1} + g_2 \Delta u_{t-1} + HOT$$

一阶导数

- 方差的线性传递

$$\sigma_{x_t}^2 = g_1^2 \sigma_{x_{t-1}}^2 + g_2^2 \sigma_{u_{t-1}}^2$$

绝对测量（传感器2）

- 如何定义绝对观测的方差？假设存在逆模型

$$z_t = m(x_t\ ) \quad \Rightarrow \quad x_t = f(z_t)$$

含有噪声

- 泰勒公式

$$x_t = \bar{f} + f_1 \Delta z_t + HOT$$

一阶导数

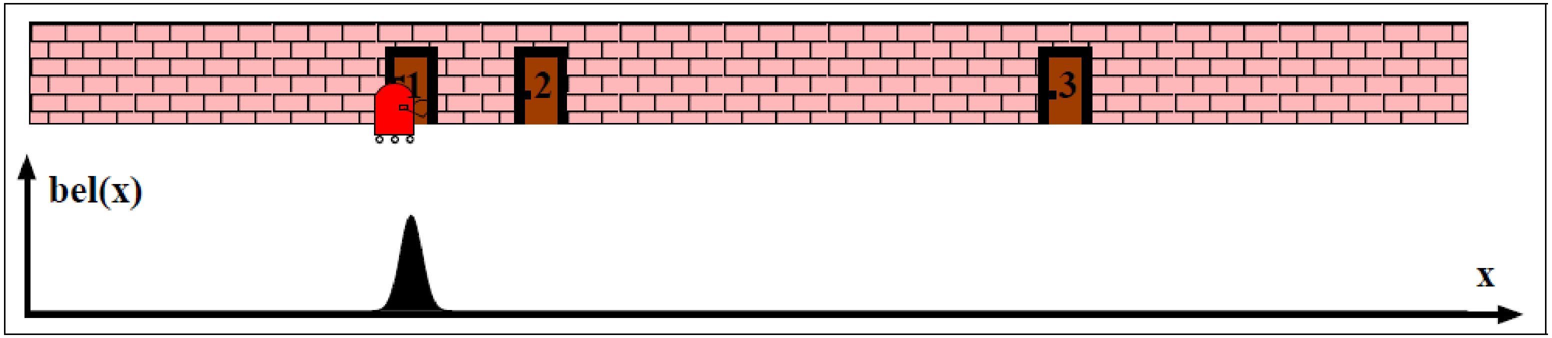
- 方差的线性传递

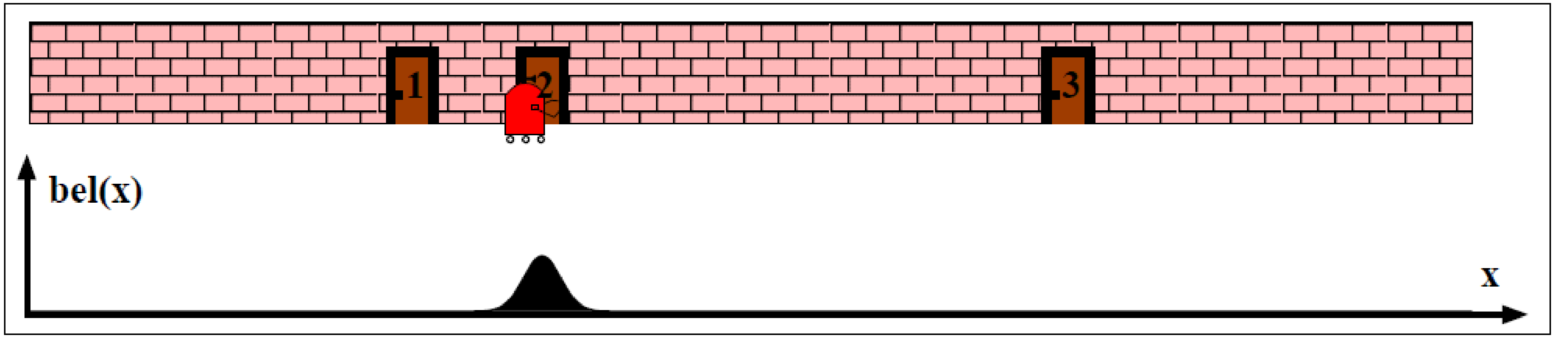
$$\sigma_{x_t}^2 = f_1^2 \sigma^2$$

里程测量

- 意义

$$x_t \sim N(\bar{g}, \sigma_{x_t}) \quad \Leftarrow \quad x_{t-1} \sim N(\bar{x}_{t-1}, \sigma_{x_{t-1}})$$

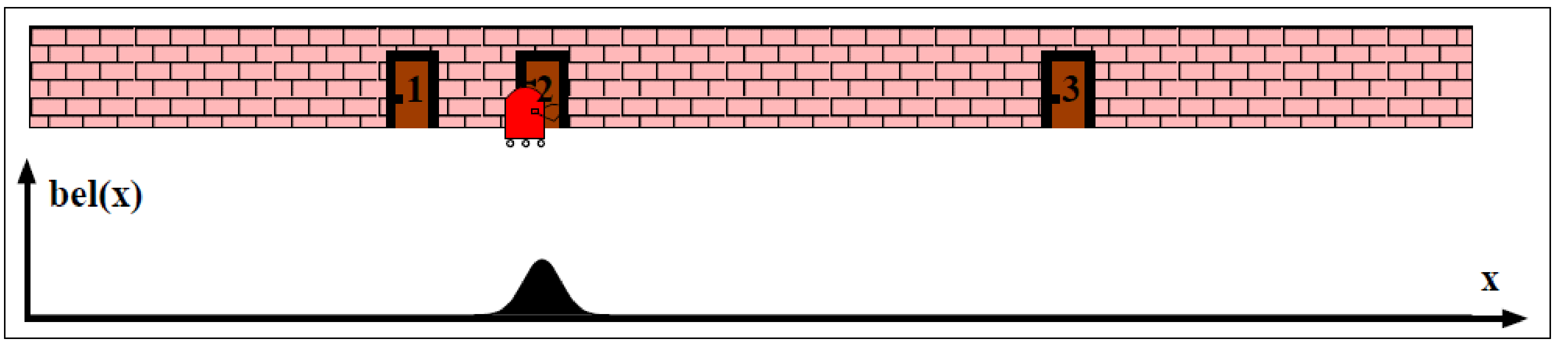


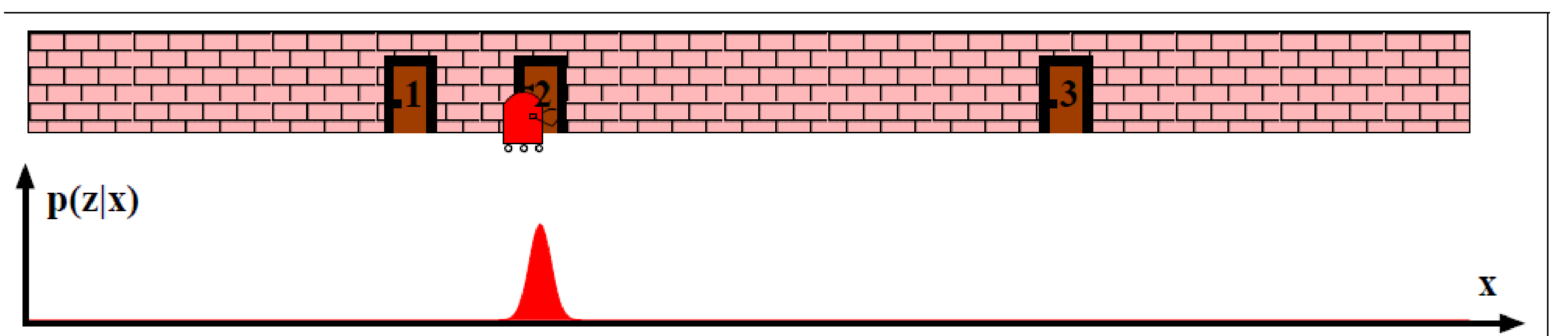


绝对测量

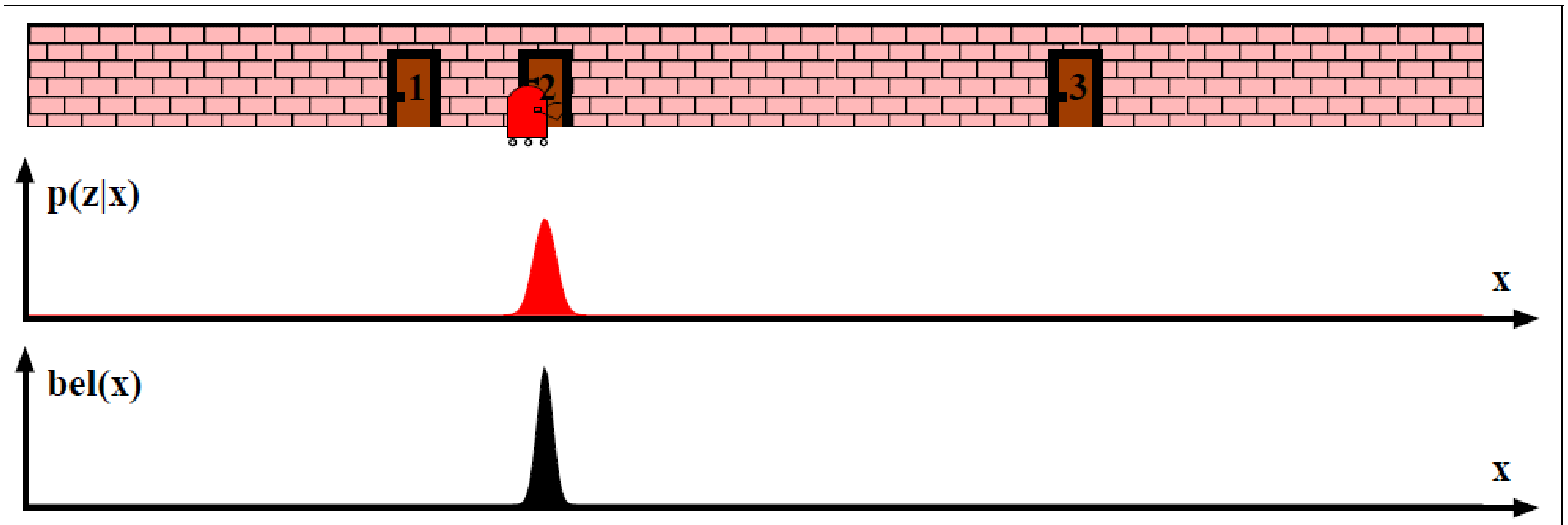
- 意义，同一个量的两个测量

$$x_t \sim N\left(\overline{g}, \sigma_{x_t}\right) \qquad x_t \sim N\left(\overline{f}, f_1^2 \sigma^2\right)$$

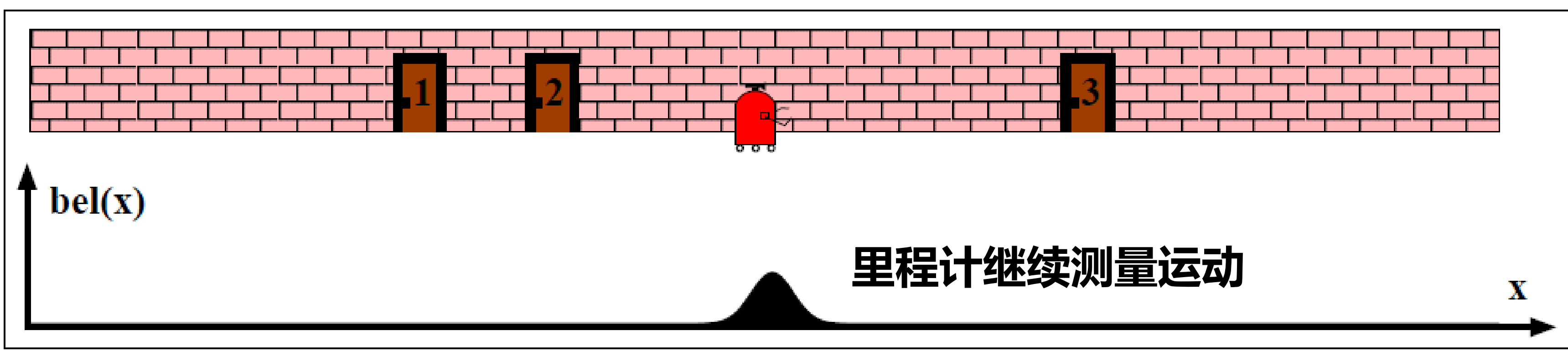




置信度及最优估计



路标测量绝对位置并融合



最优融合

- 一个量的两个测量如何融合？

$$x_1 \sim N\left(\overline{x}_1, \sigma_1\right) \qquad x_2 \sim N\left(\overline{x}_2, \sigma_2\right)$$

$$x \sim N(?,?)$$

最优融合

- 一个量的两个测量如何融合？

$$x_1 \sim N\left(\bar{x}_1, \sigma_1\right) \qquad x_2 \sim N\left(\bar{x}_2, \sigma_2\right)$$

$$x_f \sim N(x, \sigma)$$

- 让x来自x_1和x_2的概率最大（**最大似然估计**）

$$\min_x \frac{(x-\bar{x}_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x-\bar{x}_2)^2}{\sigma_2^2}$$

最优融合

- 导数为0时取得最小值

$$\frac{\partial \frac{(x-\overline{x}_1)^2}{\sigma_1^2}+\frac{(x-\overline{x}_2)^2}{\sigma_2^2}}{\partial x}$$

$$\frac{2(x-\overline{x}_1)}{\sigma_1^2}+\frac{2(x-\overline{x}_2)}{\sigma_2^2}=0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_2^2(x-\overline{x}_1)+\sigma_1^2(x-\overline{x}_2)=0$$

最优融合

- 最优融合均值

$$x = \frac{\sigma_2^2 \overline{x}_1 + \sigma_1^2 \overline{x}_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

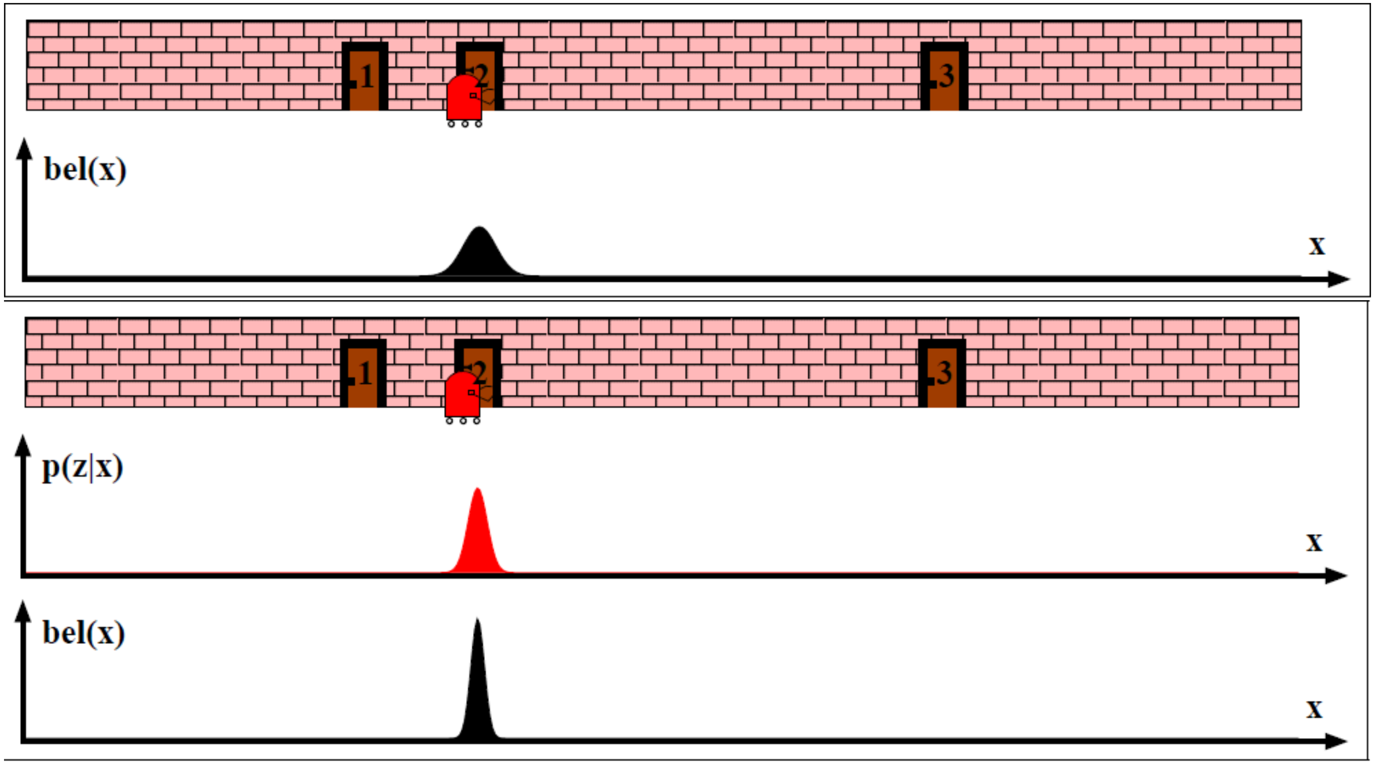
- 最优融合方差

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_2^4 \sigma_1^2 + \sigma_1^4 \sigma_2^2}{\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)^2} = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

最优融合

- 最优融合仍是高斯分布

$$x_f \sim N\left(\frac{\sigma_2^2\overline{x}_1 + \sigma_1^2\overline{x}_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$$



最优融合

- 高斯融合仍为高斯，使递推估计成为可能

t时刻

$$\sigma_1^2 = g_1^2\sigma_{x_{t-1}}^2 + g_2^2\sigma_{u_{t-1}}^2 \qquad \sigma_2^2 = f_1^2\sigma^2$$

$$x_t \sim N\left(\frac{\sigma_2^2\overline{x}_1 + \sigma_1^2\overline{x}_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$$

t+1时刻

$$\sigma_1^2 = g_1^2\sigma_{x_t}^2 + g_2^2\sigma_{u_t}^2 \qquad \sigma_2^2 = f_1^2\sigma^2$$

……

g和f可能时变！

里程与绝对测量融合的定位

- 时刻t
- 泰勒展开t-1到t时刻的里程运动模型，将速度的分布和t-1时刻位姿最优分布融合得到t时刻位姿测量1（分布）
- 泰勒展开t时刻的观测模型，根据绝对观测的分布得到t时刻位姿测量2（分布）
- 根据最优估计公式，融合t时刻位姿测量分布1和测量分布2，得到t时刻的位姿最优估计（分布）。
- t=t+1

绝对定位观测

- ICP求解的相对位姿变换，此时变为绝对定位

$$z_t = x_t = m(x_t)$$

- 泰勒展开（此时精确展开到一次项，高阶为0）

$$x_t = f(z_t) = z_t$$

$$x_t = \bar{f} + \Delta z_t$$