

第 1 章 可见光多波段 OFDM 系统的信道估计

1.1 引言

所谓信道估计，就是在接收端估计出信道状态信息（Channel State Information, CSI），为下一步地解调做准备，也是自适应传输技术的基础。无线通信一个重要的特征就是发射端到接收端之间的路径比较复杂，不像有线通信那样是固定且可预知的，所以信道估计技术在无线通信领域格外重要，特别是在 OFDM 等需要相干检测的系统中。本章将着重介绍信道估计技术，首先介绍传统射频通信中 OFDM 系统的信道估计方法，然后具体到可见光通信系统中的信道估计问题，再将结合实际系统设计，讨论信道的非线性问题，最后将研究多色可见光通信系统中各波段之间串扰的估计。

1.2 OFDM 信道估计常用方法

信道估计总体可以分为两大类，盲信道估计和基于导频的信道估计。盲信道不需要额外的导频或者训练序列，因此频率利用率高；但是它的缺点是计算量大、算法复杂，而且精度低、收敛速度缓慢，难以用于移动通信环境^[1]。基于导频的信道估计原理是在发射端插入专门用于信道估计的导频或者训练序列，并且这些序列对于接收端也是已知的，接收端根据接收到的经过了信道后的导频序列与原导频序列之间的关系，估计出信道冲击响应（Channel Impulse Response, CIR）。这类信道估计方法因为要插入导频序列会稍微降低整个系统的传输速率，但是其估计实现复杂度低、估计精度高，在实际工程中大都采用这种方法。本节也主要讨论基于导频的信道估计算法。对于基于导频的信道估计而言，研究人员对其导频放置方式也进行了深入的研究，如图 1.1 所示，常见的有块状和梳状两种放置方式。

块状导频放置方式见图 1.1a，它的导频序列连续放置在一个 OFDM 符号上，但是在时间上不是连续的，也就是说要隔若干个 OFDM 符号才放置一个导频序列。在工程实现中，更常见的一种情况是导频序列即用于信道估计，又用于同步，这样一般是一帧放置一个导频符号。块状导频放置方式的优点是结构简单，计算复杂度低，但是因为要隔一段时间才估计一次信道，所以块状导频放置方式一般用于信道时变比较缓慢的信道。

梳状导频放置方式如图 1.1b 所示，在每个 OFDM 符号上，它只选择在特定的子载波上放置导频序列，而其他子载波上放置数据符号，并且每个 OFDM 符号的结构都是如此。它的工作原理是先估计出放置了导频的子载波处的信道响应，然后根据这些信道响应通过插值的方式得到那些放置了数据符号的子载波处的信道响应。它的优点是每个符

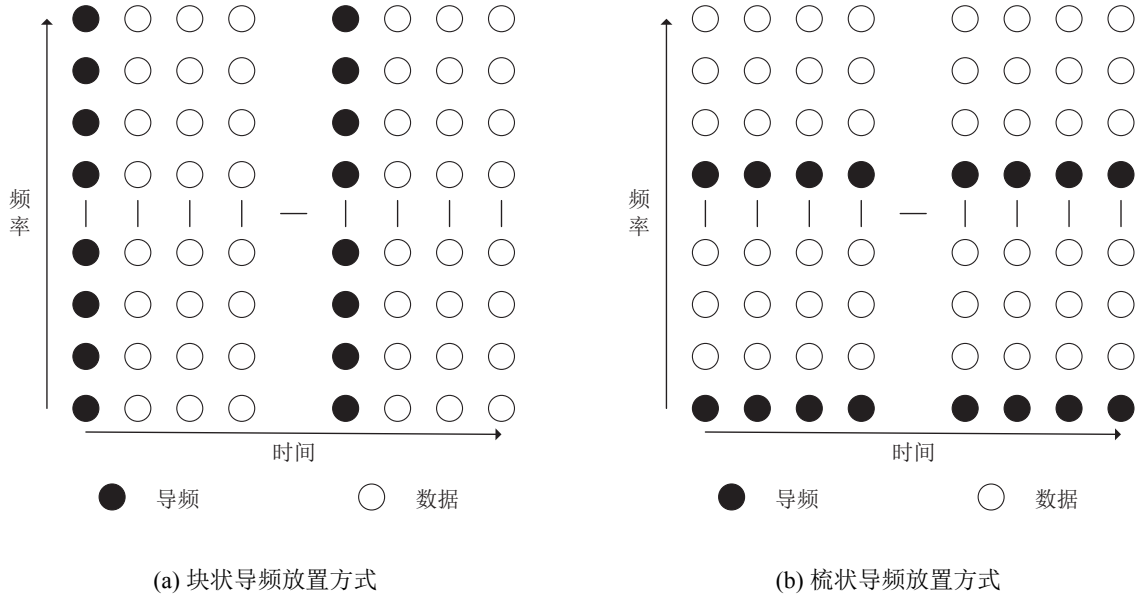


Figure 1.1 导频放置方式

号都会估计信道，能够应对快速时变的信道，但是它要使用插值计算，所以复杂度比较高，并且估计准确度也较低。

为了说明这两种基于导频信道估计的工作原理，我们先建立 OFDM 数字处理模型，并且假设循环前缀的长度大于最大多径时延，则根据我们在第二章中线性信道模型可得：

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (1.1)$$

其中 \otimes 表示线性卷积运算， \mathbf{x} 为发射信号向量， \mathbf{y} 为接收信号向量， \mathbf{z} 为噪声信号向量，并且假设发射信号向量 \mathbf{x} 的长度为 N 。根据同步信号，除掉接收信号向量 \mathbf{y} 中的循环前缀，然后再取长度等于 N 的序列 \mathbf{y}_c ， \mathbf{y}_c 即为 \mathbf{x} 与 \mathbf{h} 的长度为 N 的圆周卷积结果，根据 DFT 的圆周卷积特性有：

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{Z} \quad (1.2)$$

其中 \mathbf{X} 表示频域发射信号， \mathbf{Y} 表示频域接收信号， \mathbf{Z} 表示频域高斯噪声， \mathbf{F} 表示离散傅里叶变换矩阵，它们的具体表达式如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \text{diag}(\text{DFT}(\mathbf{x})) == \text{diag}([X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T) \\ \mathbf{Y} &= \text{DFT}(\mathbf{y}_c) = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]^T \\ \mathbf{Z} &= \text{DFT}(\mathbf{z}) = [Z(0), Z(1), \dots, Z(N-1)]^T \\ \mathbf{H} &= \text{DFT}(\mathbf{h}) = [H(0), H(1), \dots, H(N-1)]^T \end{aligned} \quad (1.3)$$

1.2.1 基于块状导频的信道估计

块状导频放置方式将导频序列放在连续的一个 OFDM 符号子载波上，所以最直接的方式就是利用这些导频序列来估计信道冲激响应，即等效为在式 1.2 中已知了频域发

射信号 \mathbf{X} , 估计信道频域响应 \mathbf{H} , 常见的估计方法有最小二乘法准则 (Least Square, LS)、最小均方误差估计准则 (minimum mean square error, MMSE)、线性最小均方误差准则 (linear minimum mean square error, LMMSE) 及基于 SVD 分解的 MMSE 算法等。

1.2.1.1 LS 估计算法

基于 LS 准则的估计算法目标是使得接收信号与通过该模型恢复出来的信号之间的距离最小, 假设 LS 算法的结果是 $\hat{\mathbf{H}}_{LS}$, 则其目标函数为:

$$\arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{LS}} \mathbf{L}(\hat{\mathbf{H}}_{LS}) = \arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{LS}} \left\{ \left| \mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \right|^2 \right\} \quad (1.4)$$

将上面的目标函数展开可得:

$$\mathbf{L}(\hat{\mathbf{H}}_{LS}) = \sum_{i=0}^{N-1} |Y(i) - X(i)\hat{H}_{LS}(i)|^2 \quad (1.5)$$

所以式 1.4 取得最小值时必有:

$$\hat{H}_{LS}(i) = \frac{Y(i)}{X(i)} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (1.6)$$

也可以写为向量形式为:

$$\hat{\mathbf{H}}_{LS} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y} \quad (1.7)$$

从上面最后的结果看出最小二乘估计算法计算复杂度非常简单, 只需要两次傅里叶变换和 N 次复数除法即可, 但是它没有考虑噪声的影响, 在信噪比不高的情况下, 估计精度不高。

1.2.1.2 MMSE 估计算法

可以使用信道冲激响应和噪声的统计特性来提高估计精度, MMSE 算法假设信道冲激响应 \mathbf{H} 与噪声 \mathbf{Z} 是相互独立的, 同时利用信道和噪声的二阶统计量来帮助提高信道估计的准确度, 可以利用二阶统计量提高精度的原因是二阶统计量是慢时变的。MMSE 估计算法的目标是使得信道估计值与真实值之间的误差最小:

$$\arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{MMSE}} \mathbf{M}(\hat{\mathbf{H}}_{MMSE}) = \arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{MMSE}} \left\{ \left| \mathbf{H}_R - \hat{\mathbf{H}}_{MMSE} \right|^2 \right\} \quad (1.8)$$

上式中 \mathbf{H}_R 表示真实信道的频域冲激响应, MMSE 的解为^[2]:

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{R}_{HY}\mathbf{R}_{YY}^{-1}\mathbf{Y} \quad (1.9)$$

其中 \mathbf{R}_{HY} 表示信道频域响应 \mathbf{H} 与接收信号 \mathbf{Y} 之间的互协方差矩阵, \mathbf{R}_{YY} 表示 \mathbf{Y} 的自相关矩阵, 具体表达式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{HY} &= E(\mathbf{H}\mathbf{Y}^H) = \mathbf{R}_{HH}\mathbf{X}^H \\ \mathbf{R}_{YY} &= E(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H) = \mathbf{X}\mathbf{R}_{HH}\mathbf{X}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (1.10)$$

上式中 $\mathbf{R}_{HH} = E(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)$ 表示信道冲激响应的自相关矩阵, σ_n^2 为加性高斯白噪声的方差, \mathbf{I}_N 为 $N \times N$ 的单位矩阵。结合式1.7、1.9及1.10, MMSE 信道估计的结果可以用 LS 信道估计的结果来表示:

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{R}_{HH}(\mathbf{R}_{HH} + \sigma_n^2(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1})^{-1}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.11)$$

这里我们可以看出 MMSE 估计算法的计算复杂度比较高, 需要矩阵的相关及求逆运算, 并且它的复杂度会随着子载波数目增加而成指数上升。

1.2.1.3 LMMSE 估计算法

LMMSE 是对 MMSE 的简化, 使用 $E[(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}]$ 来代替式1.11中的 $(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}$ [3], 并且考虑到发射信号 \mathbf{X} 各子载波上的符号是随机等概地取自调制符号星座点的, 所以有:

$$E[(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}] = E[|1/x_k|^2]\mathbf{I}_N \quad (1.12)$$

再结合平均信噪比的定义 $SNR = E[|x_k|^2]/\sigma_n^2$ 将其代入式1.11 可得:

$$\hat{\mathbf{H}}_{LMMSE} = \mathbf{R}_{HH}(\mathbf{R}_{HH} + \frac{\beta}{SNR}\mathbf{I}_N)^{-1}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.13)$$

其中 β 是与调制星座图相关的常量[4], 从式1.13中可以看出, LMMSE 算法的复杂度相对于 MMSE 已经降低了不少, 但是总的来说还是需要计算 \mathbf{R}_{HH} 和矩阵求逆, 复杂度还是偏高的, 但其保留了 MMSE 的核心思想, 相较于 MMSE 性能损失不大。

1.2.1.4 基于 SVD 分解的 MMSE 估计算法

由前面的分析可知, LMMSE 虽然对 MMSE 算法进行了简化, 但是还是需要计算自相关矩阵 \mathbf{R}_{HH} 和矩阵求逆, 为了进一步简化运算, 可以对式1.13中系统 \mathbf{R}_{HH} 这个 $N \times N$ 矩阵进行奇异值分解:

$$\mathbf{R}_{HH} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (1.14)$$

上式中 \mathbf{U} 为酉矩阵, $\mathbf{\Lambda}$ 为对角阵, 其对角线上的元素为矩阵 \mathbf{R}_{HH} 的特征值, 并且从大到小排列 ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$), 式1.14 代入式1.13 得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_{LMMSE} &= \mathbf{U} \left[\mathbf{\Lambda} \left(\mathbf{\Lambda} + \frac{\beta}{SNR}\mathbf{I}_N \right)^{-1} \right] \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_{LS} \\ &= \mathbf{U} \left[\text{diag} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \frac{\beta}{SNR}}, \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \frac{\beta}{SNR}}, \dots, \frac{\lambda_N}{\lambda_N + \frac{\beta}{SNR}} \right) \right] \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_{LS} \end{aligned} \quad (1.15)$$

为了进一步简化运算, 可以只取 \mathbf{R}_{HH} 前 M 个比较大的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$, 将最后 $N-M$ 个较小的特征值为零, 记为:

$$\hat{\mathbf{H}}_{SVD} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \Delta_M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.16)$$

其中 $\Delta_M = \text{diag} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \frac{\beta}{SNR}}, \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \frac{\beta}{SNR}}, \dots, \frac{\lambda_M}{\lambda_M + \frac{\beta}{SNR}} \right)$, SVD 分解算法将原来 MMSE 算法中的矩阵相关和求逆运算变成了矩阵的 SVD 分解, 并且通过去掉较小的特征值来进行降低, 进一步降低了复杂度。

1.2.2 基于梳状导频的信道估计

梳状导频放置方式如图1.1b所示，在每个 OFDM 符号上只在特定的位置放置了导频训练序列，而其他的子载波都是放置数据的。它的估计方法是首先使用上节中 LS、MMSE、LMMSE 或者 SVD 分解方法估计出放置了导频训练序列处的信道冲激响应，然后再用插值法得到其他放置数据位置的信道冲激响应值。

假设在梳状导频放置方式中有 M 个子载波放置了导频序列，并且从第一个子载波处开始放置，则他们放置的位置为 k_0, k_1, \dots, k_{M-1} ，其中 $k_i = iD_f, i = 0, 1, \dots, M-1, D_f = N/M$ 为导频放置间隔子载波数。此模型下发射数据 $\mathbf{X} = \text{diag}(X(0), X(1), \dots, X(N-1))$ 可表示为：

$$X(k) = \begin{cases} P_i, & k = iD_f \\ \text{data}, & k = iD_f + d, d = 1, 2, \dots, D_f - 1 \end{cases} \quad (1.17)$$

其中 P_m 表示导频序列，**data** 表示发送数据，我们称放置了导频序列的子载波为导频子载波，而称放置了信息数据的子载波为数据子载波。则可以得到导频子载波的信道 LS 估计值为：

$$\hat{H}_{LS}(k_i) = \frac{Y(k_i)}{P_i}, i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (1.18)$$

其中 $Y(k), k = 0, 1, \dots, N-1$ 为接收信息序列。为了提供信道冲激响应的估计准确度，我们也可以使用 MMSE、LMMSE 或者 SVD 估计法，如 LMMSE 估计的结果为：

$$\hat{\mathbf{H}}_{LMMSE} = \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}}(\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}} + \frac{\beta}{SNR}\mathbf{I}_M)^{-1}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.19)$$

其中 $\hat{\mathbf{H}}_{LS} = [\hat{H}_{LS}(k_0), \hat{H}_{LS}(k_1), \dots, \hat{H}_{LS}(k_{M-1})]^T$ 为式1.18中得到的 LS 估计值， $\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}} = E(\tilde{H}\tilde{H})$ 为导频子载波频域信道冲激响应的自相关矩阵。

通过块状导频放置方式的 LS、MMSE、LMMSE 或者 SVD 分解估计法我们可以得到梳状导频放置方式中导频子载波的信道冲激响应，下面要通过插值来得到放置信息数据处的信道估计，常见的插值方法有一阶线性插值、二阶多项式插值及变换域插值等。

1.2.2.1 一阶线性插值

一阶线性插值就是利用相邻的两个导频子载波的信道冲激响应来计算他们之间的数据子载波的信道信息，对于任意一个位于第 m 个与第 $m+1$ 个导频子载波之间数据子载波 $k, mD_f < k < (m+1)D_f$ ，我们可以得到他的线性插值估计值为^[5]：

$$\begin{aligned} \hat{H}(k) &= \hat{H}(mD_f + d) \\ &= (\hat{H}(k_{m+1}) - \hat{H}(k_m))\frac{d}{D_f} + \hat{H}(k_m) \end{aligned} \quad (1.20)$$

其中 $m = 0, 1, \dots, M-2, d = 0, 1, \dots, D_f - 1$ 。从上式中可以看到，在这个模型中最后一个子载波不是导频子载波，所以最后的 $D_f - 1$ 个数据子载波只能用最后两个导频子载波来估计，其表达式为：

$$\begin{aligned} \hat{H}(k) &= \hat{H}((M-1)D_f + d) \\ &= (\hat{H}(k_{M-1}) - \hat{H}(k_{M-2}))\frac{d}{D_f} + \hat{H}(k_{M-1}) \end{aligned} \quad (1.21)$$

1.2.2.2 二阶多项式插值

一般而言，进行插值运算时，结果准确度会随着阶数的增加而增加^[6]，但是插值阶数越高，也就意味中计算复杂度越高，所以为了寻求准确度与复杂度之间的均衡，在工程中常用的插值方式还是一阶插值和二阶插值，二阶插值的表达式为：

$$\begin{aligned}\hat{H}(k) &= \hat{H}(mD_f + d) \\ &= c_{-1}\hat{H}(k_{m-1}) + c_0\hat{H}(k_m) + c_1\hat{H}(k_{m+1})\end{aligned}\quad (1.22)$$

其中 $m = 0, 1, \dots, M-3$, $d = 0, 1, \dots, D_f - 1$, $c_{-1} = \alpha(\alpha-1)/2$, $c_0 = -(\alpha-1)(\alpha+1)$, $c_1 = \alpha(\alpha+1)/2$, $\alpha = d/D_f$ 。二阶多项式插值也存在最后的 $2(D_f - 1)$ 的数据子载波不适应上面的公式的问题，不过可以使用一阶插值来处理最后的这些子载波。

1.2.2.3 变换域插值

文献[7]中提出了一种基于 FFT/IFFT 变换的高精度插值方法。这种插值方法首先也是得到各导频子载波上的信道冲激响应估计值 $\hat{H}(k_m)$ ，再进行 M 点 FFT 变换，将其变换到变换域：

$$Q_M(q) = \sum_{m=0}^{M-1} \hat{H}(k_m) e^{-j\frac{2\pi mq}{M}}, \quad q = 0, 1, \dots, M-1 \quad (1.23)$$

然后在变换域进行补零，将整个序列长度由 M 点扩充为 N 点，补零的公式为：

$$Q_N(q) = \begin{cases} Q_M(q), & 0 \leq q \leq P_c \\ 0, & P_c < q < N - P_c \\ Q_M(q - N + M), & N - P_c \leq q \leq N - 1 \end{cases} \quad (1.24)$$

其中 P_c 称为“截止频率”，可以将上式中补零的过程看出了个带阻滤波器，而 P_c 就决定了这个滤波器的带阻位置， P_c 的选择要使得通带内的信道能量占总能量的 90% 到 95%，即保证 1.25 中 $0.90 \leq R \leq 0.95$ 。

$$R = \frac{\sum_{p=0}^{P_c} |\bar{Q}_M(p)|^2 + \sum_{p=M-P_c}^{M-1} |\bar{Q}_M(p)|^2}{\sum_{p=0}^{M-1} |\bar{Q}_M(p)|^2} \quad (1.25)$$

上式中 $\bar{Q}_M(p)$ 表示 $Q_M(p)$ 的平均值。得到扩展后的变换域序列 Q_N 之后，可以用 N 点 IFFT 变换得到插值结果：

$$\hat{H}(k) = a \cdot \sum_{q=0}^{N-1} Q_N(q) e^{j\frac{2\pi qk}{N}}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (1.26)$$

式中 a 的作用是均衡 M 点 FFT 变换与 N 点 IFFT 变换之间的系数变化。

1.3 可见光通信中的信道估计

从上节的分析中可以看到基于导频的信道估计中导频子载波的放置有两种方式，一种是块状放置方式，另一种是梳状放置方式。梳状放置方式计算复杂度比较高，但是能

够适应快速时变的通信环境，而块状放置方式结构简单，它适应于准静态的信道估计。室内可见光通信信道正是一种准静态信道，所以本课题主要研究基于块状放置的导频信道估计方法。

1.3.1 可见光通信系统帧结构

为了讨论实际系统中的信道估计，首先有必要介绍下可见光通信系统的 OFDM 帧结构及符号结构。如图 1.2 中所示是一个典型的 DCO-OFDM 帧结构示意图，一个 OFDM 帧由一个精心设计的导频符号开始，后面跟着 N 个数据符号，而在每个 OFDM 数据符号中，在 N 个可用子载波中，最低频的 m 个和最高频的 n 个子载波被设置为虚拟子载波，即在这些子载波上置零而不放置任何数据，在高频设置虚拟子载波很容易理解，从第二章的分析中可以知道室内可见光信道时一个低通的信道，意味着高频子载波的信噪比可能不够，故不能传输数据，而在低频也要设置虚拟子载波是因为在接收端有个去掉 DCO-OFDM 偏置的隔直电路，其实就是一个高通滤波器，但是这个滤波器不是理想的，会对低频的几个子载波造成影响，所以也要将其设置为虚拟子载波；最后的 N 个子载波是保证 IFFT 结果为实数加的共轭对称子载波。在系统设计中，为了提高系统的实际传输速率，减少额外开销，选择的导频序列不但要用于信道估计，还要起到定时同步的作用。Zadoff-Chu (ZC) 序列就是一种能够同时满足这两个条件的序列，下面先简要介绍下 ZC 序列。

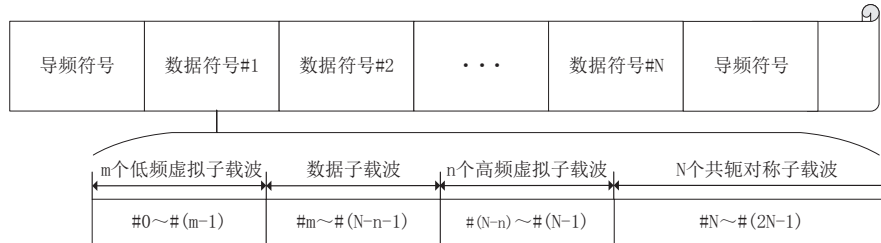


Figure 1.2 可见光通信系统帧结构

ZC 序列最早由 Zadoff、Chu 等人提出，具有非常好的自相关性和很低的互相关性的定义如下：

$$ZC(k) = \begin{cases} e^{-\frac{2\pi r}{N}(k^2/2+qk)}, & N \text{ 为偶数} \\ e^{-\frac{2\pi r}{N}(k(k+1)/2+qk)}, & N \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (1.27)$$

其中 $k = 0, 1, \dots, N-1$, q 为任意的整数, r 称为 ZC 序列的根指数, 取值为小于 N 的正数据, 并且要满足与长度 N 互素。如图 1.4 所示为 DCO-OFDM 使用的 ZC 序列的示意图, 该波形是由 $N = 128, q = 0, r = 1$ 的 ZC 序列加上 128 个共轭对称子载波形成的, 在图 1.3a 中, 除了 128 号子载波处 (放置 0 号子载波的虚部, 故为零) 之外, 其他子载波的幅度都为 1; 时域波形为实数, 并且其 PAPR 比较低, 这个特性也可以减少信道估计中非线性的干扰。

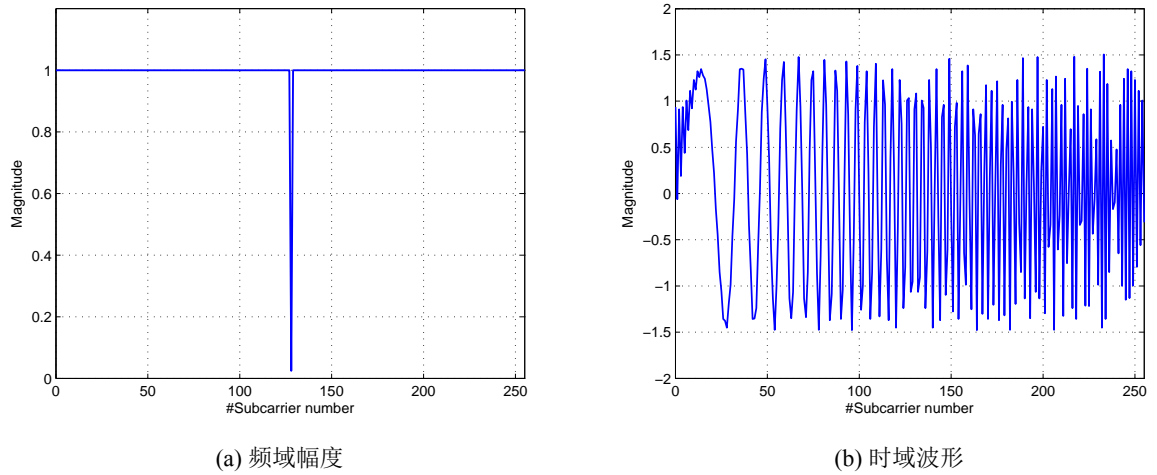


Figure 1.3 用于 DCO-OFDM 中 ZC 序列时频域波形

1.3.2 可见光信道仿真分析

可以通过仿真的方法研究各种信道估计算法的性能，为了贴近实际的系统工作环境，仿真的信道取自?? 节中的实测可见光通信信道时域冲激响应，并且去掉其时延大，能量小的径，只留下能量其中的 20 径，并进行了能量归一化，其时域频域冲激响应如下图所示：仿真主要参数设置如表1.1所示，采用 DCO-OFDM 调制方式，在每个 OFDM 帧

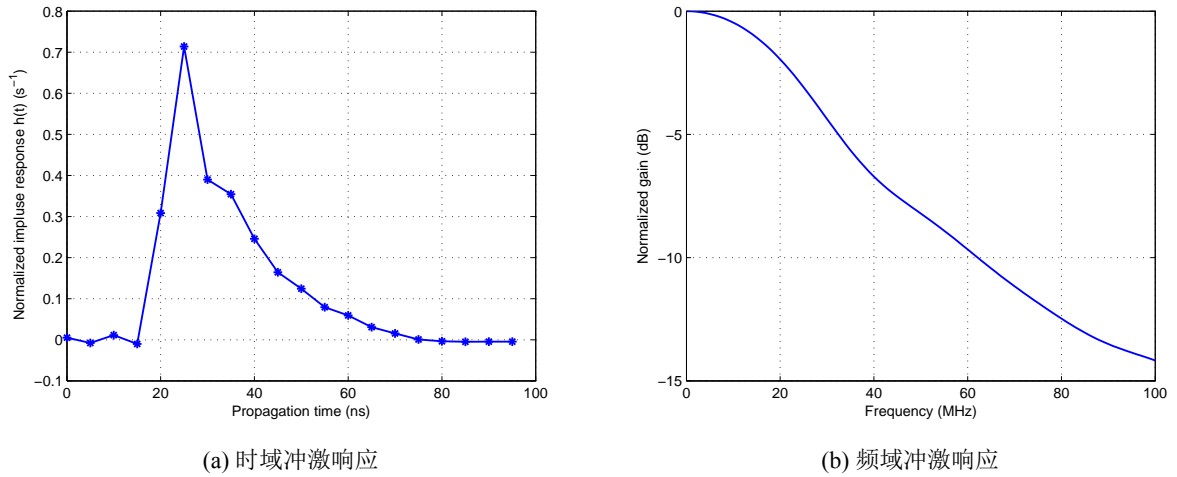


Figure 1.4 仿真信道冲激响应

中放 20 个 OFDM 符号，也就是说加上导频，一帧共有 21 个 OFDM 符号；从图1.8b中可以看出，可见光信道是一个明显的低通信道，低频端的子载波处信噪比高，可以使用高阶调制，而高频段的子载波上信噪比低，只能使用低阶调制或者设置为虚拟子载波，在仿真中我们设置最低频 4 个子载波和最高频的 4 个子载波为虚拟子载波，其他子载波上的调制阶数如表1.3所示。因为在仿真中使用固定的 ZC 序列作为导频序列，即公

Table 1.1 信道估计技术仿真参数

参数名称	参数值
信道类型	室内可见光信道
多径数量	20
每帧 OFDM 符号数	20
调制方式	256,64,16,4-QAM
光 OFDM 类型	DCO-OFDM
FFT 长度	256
可用子载波数	128
低频虚拟子载波	4
高频虚拟子载波	4
循环前缀长度	24

式1.11中的 \mathbf{X} 为 ZC 序列张成的对角矩阵，则有：

$$\mathbf{X}\mathbf{X}^H = \mathbf{I}_N; \quad (1.28)$$

所以在这种情况下 MMSE 估计与 LMMSE 估计等价，因此在仿真中我们只给出了 LMMSE 的结果。

Table 1.2 各子载波上的调制阶数

子载波序号	4 ~ 47	48 ~ 95	96 ~ 111	112 ~ 123
调制阶数	256QAM	64QAM	16QAM	4QAM

图1.5展示了在不同信道估计方法下误比特率 (Bit Error Rate, BER) 随信噪比 (SNR) 的变化关系，值得注意的是，为了尽量与实际系统吻合，仿真中使用的信噪比是符号信噪比，而不是比特信噪比，并且假设每个子载波上的噪声方差相等。同时，在仿真中计算公式1.13和1.14的 \mathbf{R}_{HH} 时，我们取的是从当前帧开始到之前的 10 帧的信道估计得到的信道自相关矩阵的平均值。可以用下面的公式表示：

$$\mathbf{R}_{HH} = E(\mathbf{H}\mathbf{H}^H) = \frac{1}{10} \sum_{i=0}^9 \mathbf{H}_i \mathbf{H}_i^H \quad (1.29)$$

其中 \mathbf{H}_i 表示前面第 i 帧的信道估计。仿真结果表明 LS 估计的性能最差，理想信道估计 (Ideal) 的性能最好，但是这是不可实现的，而 LMMSE 估计和 SVD 分解法的效果差不多，劣于理想信道估计而优于 LS 信道估计，LMMSE 估计和 SVD 估计有大约 3 dB 的增益，仿真结果与之前的分析吻合。

图1.6给出了不同信道估计算法的均方误差 (Mean Square Error, MSE) 性能，均方误差的定义如下：

$$MSE = E \left(\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |H_R(i) - \hat{H}(i)|^2 \right) \quad (1.30)$$

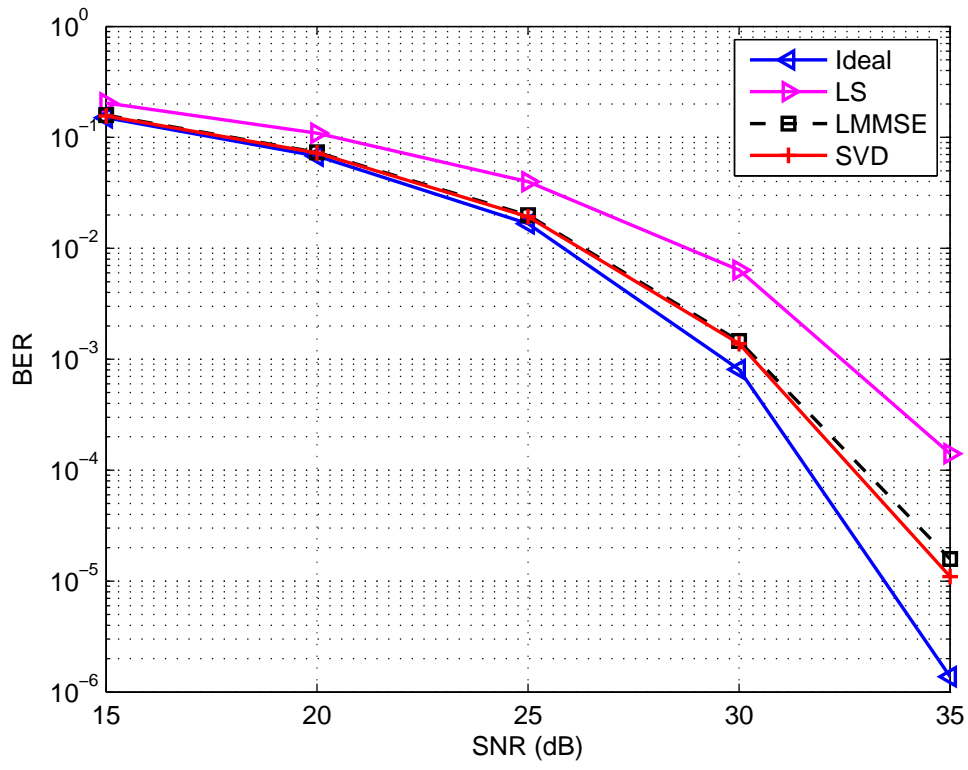


Figure 1.5 不同信道估计方法 BER 性能比较

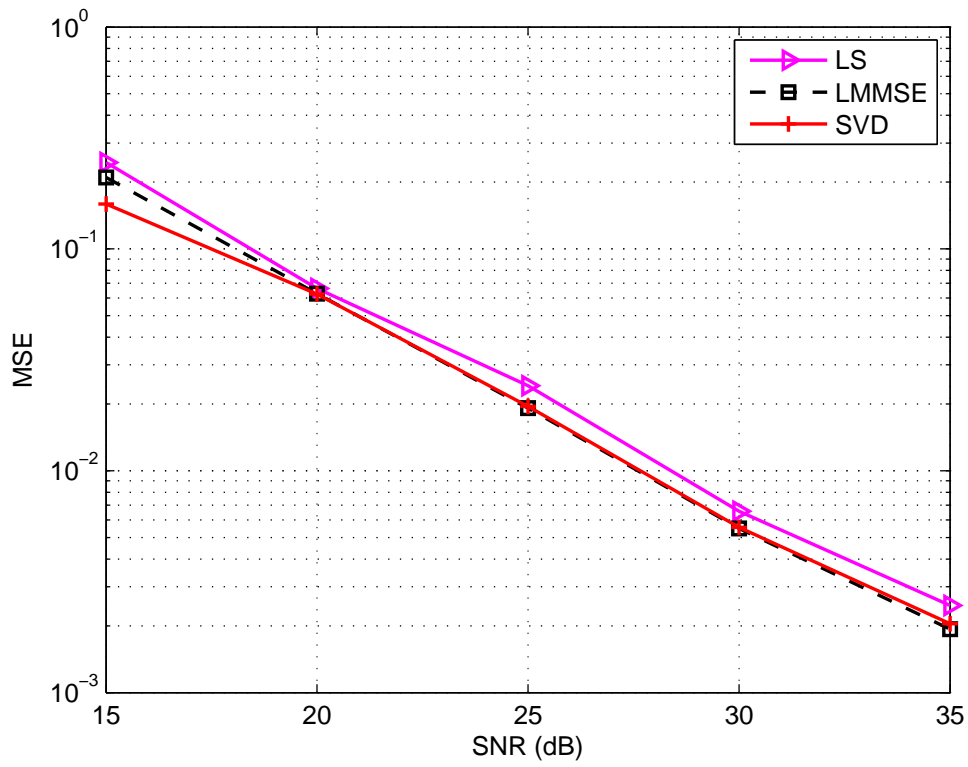


Figure 1.6 不同信道估计方法 MSE 性能比较

时钟 N 表示子载波数量, $H_R(i)$ 表示第 i 个子载波的真实信道冲激响应, $\hat{H}(i)$ 表示第 i 个子载波的信道估计。根据上面的公式, 理想信道估计的 MSE 应该为 0, 所以在图上我们就没画出了, 仿真结果表明 LMMSE 和 SVD 信道估计相对于 LS 信道估计的 MSE 也有一些提高。

为了进一步比较不同信道估计方法的性能优劣, 图1.9展示了当信噪比设置为 25 dB 时每个子载波上的 BER 性能。从图中可以看出, 在相同的调制阶数的子载波上, BER 随着子载波序号的增加而升高, 这是因为低通信道的作用; 在调制阶数变低时, 子载波上的 BER 也剧降。从图中我们也可以看出, 这个发射端在子载波上等功率分配的方式使得子载波上的 BER 方差很大, 不利于整体 BER 性能提高, 这方面的分析将在第四章详细说明。

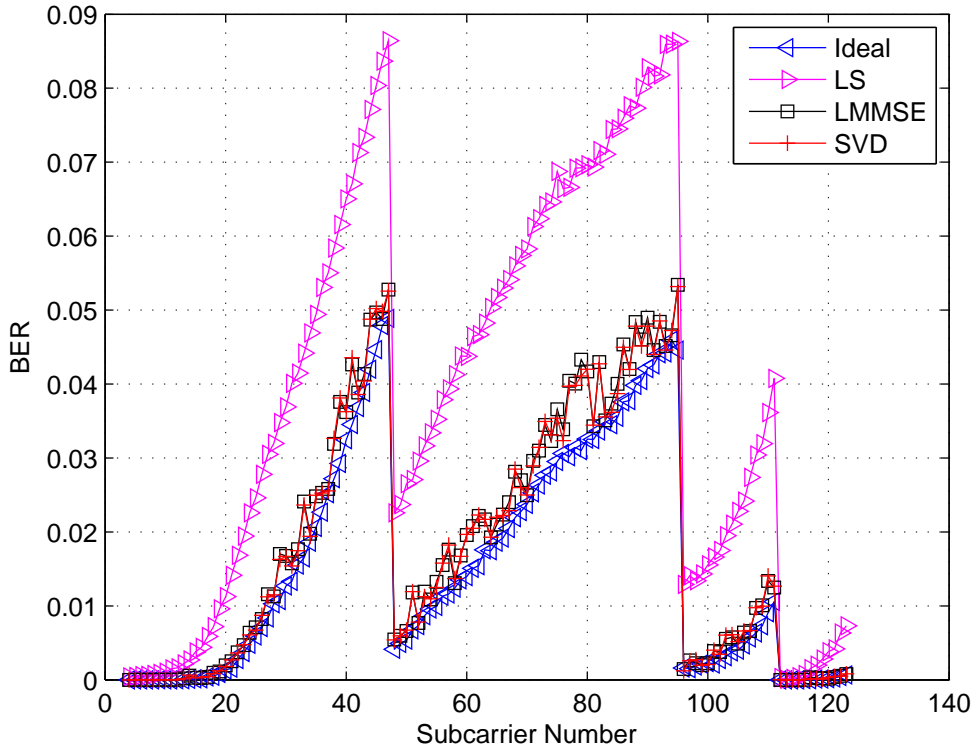
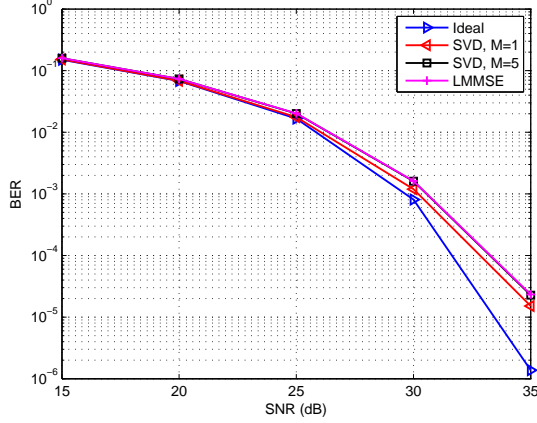


Figure 1.7 SNR=25 dB 时不同子载波上的误比特率

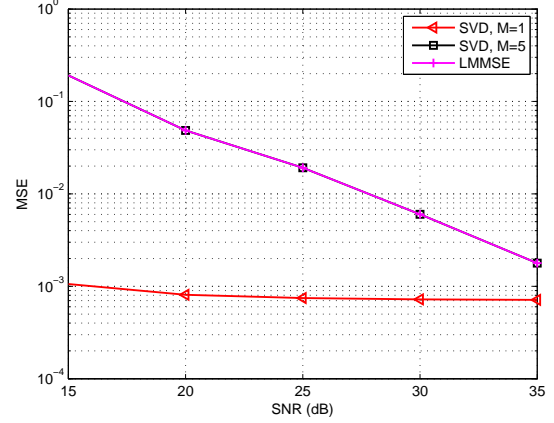
前面在分析基于 SVD 分解的 MMSE 算法时提到, 为了进一步简化运算, 可以只取 \mathbf{R}_{HH} 前 M 个比较大的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$, 将最后 $N-M$ 个较小的特征值设为零。图??给出了不同 M 值下 BER 和 MSE 性能比较, 发现在 $M=1$ 的性能最优, M 增大, BER、MSE 性能反而有小许的劣化, 当 $M=N$ 时, SVD 与 LMMSE 等价 (在前面的仿真中选择 $M=2$)。为了分析, 表1.3给出了 \mathbf{R}_{HH} 最大的 10 个特征值, 发现第一个值非常大, 而后面的都比第一个小很多, 这是因为经过 SVD 分解之后, 最大特征值对应的是主成分, 而后面的都是噪声, 因此 $M=1$ 时性能最优。这样在使用 SVD 进行信道估计时只需使用最大的特征值即可, 不仅可以减少一次矩阵减法, 而且还有利于提高估计精度。

Table 1.3 \mathbf{R}_{HH} 前 10 个最大特征值

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
特征值	255.865	1.814	0.032	0.031	0.028	0.027	0.023	0.021	0.020	0.017



(a) 不同 M 值下 BER 性能比较



(b) 不同 M 值下 MSE 性能比较

Figure 1.8 SVD 信道估计方法不同 M 值下性能比较

1.4 实际系统中的信道估计误差

进行自适应传输时，不仅需要估计信道的冲激响应以用于解调，还需要估计信道的信噪比信息以选择合适的比特分配和能量分配策略，所以准确的信噪比估计是自适应传输的前提条件。信噪比估计有两种方法，一种是直接使用导频序列，使用式1.2，得到信噪比的表达式为：

$$SNR(i) = \frac{|X(i)\hat{H}(i)|^2}{|Y(i) - X(i)\hat{H}(i)|^2} \quad (1.31)$$

其中 $SNR(i)$ 表示第 i 个子载波处的信噪比， $\hat{H}(i)$ 表示信道频域响应的估计值，可以是1.3中任意的一种估计方法， $X(i)$ 表示第 i 个子载波上的发射符号， $Y(i)$ 表示第 i 个子载波处的接收符号；另一种方法要使用额外的训练序列，称为误差向量幅度法（Error Vector Magnitude, EVM），EVM 的定义如下：

$$EVM(i) = |\hat{X}(i) - X(i)|^2 \quad (1.32)$$

式中 $X(i)$ 表示第 i 个子载波上的发射信号， $\hat{X}(i)$ 表示使用信道估计均衡后的接收信号，EVM 与 SNR 之间的关系是[8]：

$$SNR \approx \frac{1}{EVM^2} \quad (1.33)$$

1.5 本章小结

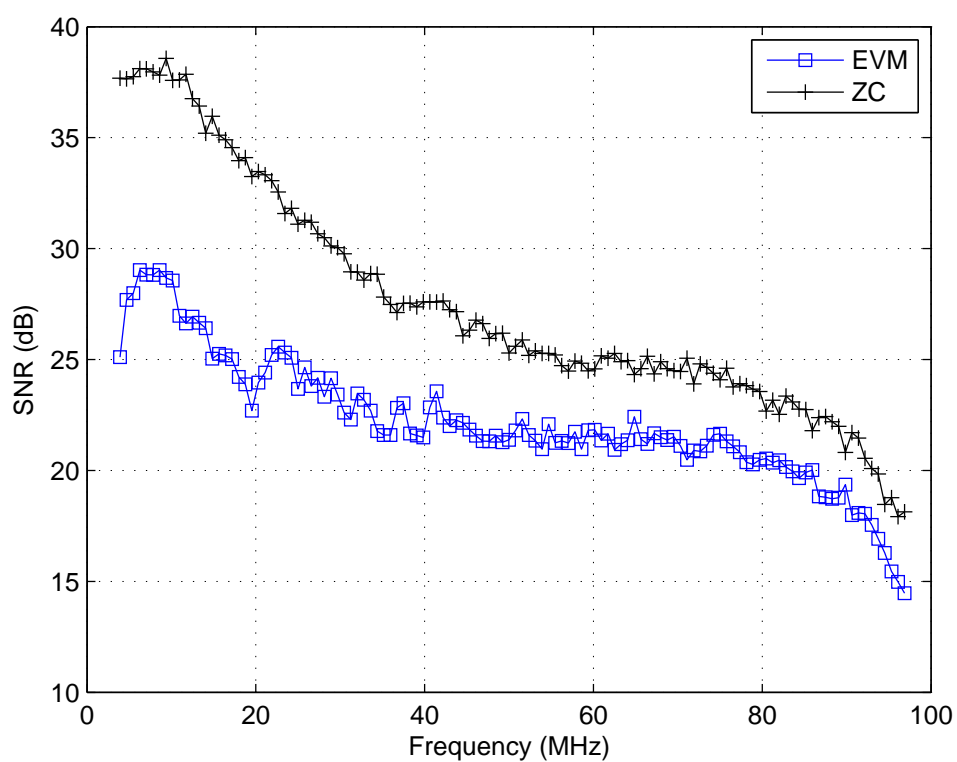


Figure 1.9 SNR=25 dB 时不同子载波上的误比特率

第2章 可见光多波段 OFDM 系统速率自适应技术研究

2.1 引言

自适应传输技术在上世纪 60 年代就已经被提出，其基本思想就是根据实时的信道质量决定调制参数，目标是优化通信质量，但是因为其计算复杂度很大，实现困难而没有引起研究人员足够的重视^[2]，直到上世纪 80 年代末，人们对高速可靠的通信系统的需求越来越强烈，同时由于数字集成电路的快速发展，其计算能力已能够支撑复杂的算法，所以自适应传输计算重新进入研究人员的视野，并且成功用于 DSL、WCDMA 等通信系统。前面我们已经介绍过 OFDM 系统及其信道估计的方法，已经了解 OFDM 技术是把实际通信信道划分成若干个子信道，每个子信道可以认为是独立传输的，如果所有的子载波上都使用同样的调制方式，那么整个系统的误比特率性能就由那些处于深衰落处的子载波决定，如在前两章已经介绍室内可见光信道就是低通的，则此时高频的子载波决定了整个系统的性能，这样的方法显然是不合理的，所以在第三章的仿真中就使用了表 1.3 所示的调制策略，但是之前得到这样的策略是由主观判断得到的，而没有充足的理论依据。本章将详细介绍 OFDM 自适应技术及其在可见光通信中的应用，首先将从信息论的角度探讨自适应传输的原理，然后将介绍现有的几种经典的自适应算法并且仿真分析它们的性能，最后将介绍一种可见光自适应传输方案。

2.2 自适应传输的信息论基础

通信技术经过将近一个世纪的发展，不断出现的使得系统传输速率越来越高，因此人们要问在特定的通信信道下传输速率的极限是什么？这正是经典的香农信息论已经回答的问题，同时也给系统设计者指明了要达到这个极限系统要满足的条件，虽然这些严苛的条件在实际设计中不可能完全满足，但是已有很多系统的系统已经很接近香农限制了。

自适应传输是一种提高频谱利用率的通信技术，同样也满足香农信息论关于信道容量的结论，所以自适应传输技术也不可能使得实际系统传输速率突破香农限，而是在香农信息论的指导下去设计系统，使得系统逼近这一极限，因此在讨论自适应传输的具体算法之前了解一些香农信息论的知识非常必要。

2.2.1 高斯信道容量

信道容量是一个通信信道环境一个重要的度量指标，它的含义是在该信道下传输速率的上限，如果本身信道容量就很小的环境下，无论使用何种通信技术也不能实现高速通信系统，反之在信道容量大的信道环境下，可以通过精心设计系统以达到高速通信的目的。在香农信息论中，信道容量是用互信息量来描述的，其数学表达式为：

$$C = \arg \max_{P_x(X)} I(X; Y) \quad (2.1)$$

$$I(X; Y) = \sum_{x,y} p(x, y) \log_2 \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \quad (2.2)$$

式中 $I(X; Y)$ 表示发送信号 X 与接收信号 Y 之间的互信息， $p(x)$ 、 $p(y)$ 和 $p(x, y)$ 分别表示 $X=x$ 的概率， $Y=y$ 的概率及 $X=x$ 并且 $Y=y$ 的联合概率。根据上面的定义，我们可以得到在高斯信道下的信道容量公式为：

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N_0 B} \right) = B \log_2(1 + \gamma) \quad (2.3)$$

上式中 B 为高斯信道带宽， S 为输入信号的平均功率， N_0 为单边带高斯噪声功率谱密度， $\gamma = \frac{S}{N_0 B}$ 表示接收信噪比。该容量是当发送信号 X 服从高斯分布时取得。而在实际的数字传输系统中，这个条件是无法满足的，所以该信道容量只能作为系统传输速率的上限。

2.2.2 注水定理

在无线通信环境下，由于放大器等硬件是非理想的，并且信号在传输过程中会发生散射、反射等造成多径，实际的通信系统信道远比加性高斯信道复杂得多。我们假设信道的传输函数为 $H(f)$ ，输入信号的功率谱密度为 $S(f)$ ，单边带高斯噪声功率密度还是 N_0 。为了推到这样的信道的信道容量，可见将整个信道带宽均分为 N 个子信道，则每个子信道的带宽为 B/N ，当 N 足够大时，中心频率为 f_i 处的子信道可以看作是信道增益为 $H(f_i)$ 的带限信道。于是整个信道容量等于所以子信道容量之和：

$$\begin{aligned} C &= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \Delta f \log_2 \left(1 + \frac{S(f)|H(f)|^2 \Delta f}{N_0 \Delta f} \right) \\ &= \int_B \log_2 \left(1 + \frac{S(f)|H(f)|^2}{N_0} \right) df \end{aligned} \quad (2.4)$$

从上式中可以看出信道传输函数 $H(f)$ 和发送信号的功率谱密度分布及噪声功率共同决定了信道容量的大小。假设系统发射功率受限，即：

$$\int_B S(f) df = P \quad (2.5)$$

则由拉格朗日乘子法计算可得，当 $S(f)$ 的分布满足下式时可以达到信道容量。

$$S(f) = \begin{cases} K - \frac{N_0}{|H(f)|^2}, & |H(f)|^2 \geq \frac{N_0}{K} \\ 0, & |H(f)|^2 < \frac{N_0}{K} \end{cases} \quad (2.6)$$

其中 K 为常数，并且满足式2.5中的功率受限条件。

式2.6得到 $S(f)$ 分布的过程也称为“注水定理”或者“注水算法”，它表示要想在传输函数为 $H(f)$ ，噪声功率密度为 N_0 的信道下要达到信道容量 $S(f)$ 的分布一定要满足上式。其物理含义是：当信噪比 $|H(f)|^2/N_0$ 较大时，应该给该处的子信道分配更多的功率；反之当信噪比很小时，分配的功率也很小；甚至当信噪比过小（小于 $1/K$ ）时不分配功率。

OFDM 技术的基本原理就是将整个信道划分为相互正交的并行子信道，这个与前面注水算法的推导过程很相识，只是 OFDM 系统中子载波的数目是有限的，调制阶数是离散的。从此可以看出注水算法很容易在 OFDM 系统中现实，我们将在下一节中详细介绍。

2.3 OFDM 系统自适应算法研究

在一个有 N 个子载波的 OFDM 系统中，假设各个子载波上的信道增益 $h_k = |H(k)|^2 (k = 0, 1, \dots, N-1)$ 和高斯噪声方差 σ^2 已知，若 b_k 和 p_k 分别表示分配到第 k 个子载波上比特数和功率，如设置误比特率为固定值 BER_{target} ，则香农公式 b_k 与 p_k 有如下关系：

$$b_k = \log_2 \left(1 + \frac{h_k p_k}{\Gamma \sigma^2} \right) \quad (2.7)$$

也可以写为：

$$p_k = \frac{\Gamma \sigma^2}{h_k} (2^{b_k} - 1) \quad (2.8)$$

其中 Γ 表示信噪比差（SNR gap），它由误比特率 BER 及调制星座图决定，对于 QAM 调制，如不加信道编码，则 Γ 与 BER_{target} 之间关系如下^[9]：

$$\Gamma = -\frac{\ln(5 \cdot BER_{target})}{1.5} \quad (2.9)$$

OFDM 自适应传输在不考虑信道编码的情况下其实就是比特和功率在各个子载波上分配问题，它可以有传输速率、发射功率和误比特率三个优化目标量，这样也就有三种优化准则，即固定误比特率和功率的速率最大化（Rate Adaptive, RA）准则、固定误比特率和功率的功率最小化（Margin Adaptive, MA）准则和固定功率和速率的误比特率最小化（BER Adaptive, BA）准则。同时需要提出的是，与前面的理论分析不同，实际系统可以选择的调制方式是离散的（ $b_k \in \mathbb{N}$ ， \mathbb{N} 表示整数集），也就是说 OFDM 自适应其实是一个整数优化问题（Integer Programming, IP），之前在推导注水算法时用到的拉格朗日乘子法不能再用在实际系统中，需要根据实际系统的需要，根据优化准则去选择合适的优化方法，下面将介绍几种经典的 OFDM 自适应算法。

2.3.1 Hughes-Hartogs 算法

Hughes-Hartogs 算^[9]法受数学中“贪婪（Greedy）优化”的启发，本质上也是一种贪婪算法，由 Hughes-Hartogs 于 1988 年提出，其描述如下：假设 OFDM 系统中各个子

载波上的信道增益和噪声都是已知的，这样在特定的 BER 要求下要传输 1 比特所需要的功率也是可知的，Hughes-Hartogs 算法就是每次遍历一次所有的子载波，选择需要功率最少的子载波放置 1 比特数据，如此循环迭代，知道用完所有功率（RA 准则）或者达到目标速率（MA 准则）。对于 RA 准则和 MA 准则，Hughes-Hartogs 算法是最优的。它的具体实现步骤如下：

步骤 1: 令 $b_k (k = 0, 1, \dots, N-1)$, $P = \sum_{i=0}^{N-1} p_k = 0$, $R = \sum_{i=0}^{N-1} b_k = 0$, P 表示已用的功率, R 表示已分配比特。

步骤 2: 遍历计算每个子载波上增加 1 比特所需要增加的功率:

$$\Delta p_k = \frac{\Gamma \sigma^2}{h_k} (2^{b_k+1} - 1) - \frac{\Gamma \sigma^2}{h_k} (2^{b_k} - 1) = \frac{\Gamma \sigma^2}{h_k} 2^{b_k} \quad (2.10)$$

步骤 3: 找到所需增加额外功率的子载波:

$$k^* = \arg \min_{0 \leq k \leq N-1} \Delta p_k \quad (2.11)$$

对于 RA 准则, 若 $P + \Delta p_{k^*} \geq P_{total}$ 则结束算法, 反之则置 $b_{k^*} = b_{k^*} + 1$, $P = P + \Delta p_{k^*}$, 返回**步骤 2** 继续执行; 对于 MA 准则, 若 $P + \Delta p_{k^*} \geq P_{total}$ 或者 $R + 1 \geq R_{target}$ 则结束算法, 反之则置 $b_{k^*} = b_{k^*} + 1$, $P = P + \Delta p_{k^*}$, $R = R + 1$ 返回**步骤 2** 继续执行。其中 P_{total} , R_{target} 表示限制功率和目标速率。

该算法的得到的最后结果为 $b_k, k = 0, 1, \dots, N-1$ 即为每个子载波上应该分配的比特数, 如果 $b_k = 0$ 则说明该子载波处信道质量太差, 应设置为虚拟子载波不传输数据。从算法的步骤中可以看出每次迭代找到的都是最优的子载波, 所以整个算法也是最优的, 但是其复杂度为 $O(R \cdot N)$, 对于 RA 准则而言, 随着信噪比的增加, 可传输速率 R 也会增大, Hughes-Hartogs 算法复杂度也会增加, 同时子载波数的增加也会增加算法的复杂度, 这也限制了 Hughes-Hartogs 算法在工程中的应用。

2.3.2 P.S.Chow 算法

P.S.Chow 算法^[2] 是一种 RA 准则下次优算法, 即限定了发射功率和速率优化误比特率性能。它由 P.S.Chow 于 1995 年提出, 该算法总体上分三步进行, 第一步迭代找到 (近似) 最优系统性能门限 $\gamma_{margin}(dB)$ (该门限表示系统在能够达到目标误比特率基础上还能容忍的额外噪声, 以 dB 为单位); 第二步确定各个子载波上的比特分配, 如果第一步迭代在迭代次数达到上限后还没有收敛, 即 $R \neq R_{target}$, 则会在这步调整使得 $R = R_{target}$; 第三步是功率分配, 首先根据各个子载波上的比特数和目标误比特率得到各个子载波上所需功率, 然后总功率也限制功率之间的关系, 得到一个功率系数, 调整各个子载波上的功率, 使得总功率满足功率限制。具体算法步骤如下:

步骤 1: 计算各个子载波上的信噪比 $SNR(k), \forall k$, 并且假设各个子载波上是归一化等功率的, 即 $p_k = 1, \forall k$ 。

步骤 2: 令 $\gamma_{margin} = 0(\text{dB})$, $IterateCount = 0$ 和 $UsedCarriers = N$, 其中 $IterateCount$ 表示迭代计数器, $UsedCarriers$ 表示使用的子载波。

步骤 3: 根据下面的式子, 遍历所有子载波计算 $b(k), \hat{b}(k), diff(k)$:

$$b(k) = \log 2(1 + \frac{SNR(k)}{\Gamma + \gamma_{margin}(\text{dB})}) \quad (2.12)$$

$$\hat{b}(k) = \text{round}[b(k)] \quad (2.13)$$

$$diff(k) = b(k) - \hat{b}(k) \quad (2.14)$$

$\text{round}[\cdot]$ 表示取整, 如果 $\hat{b}(k) = 0$, 则 $UsedCarriers = UsedCarriers - 1$ 。

步骤 4: 令 $R = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{b}(k)$, 若 $R = 0$ 说明整个信道条件太差, 无法传输数据, 算法退出。

步骤 5: 用下式更新 γ_{margin} :

$$\gamma_{margin} = \gamma_{margin} + 10 \log_{10}(2^{\frac{R - R_{target}}{UsedCarriers}}) \quad (2.15)$$

其中 R_{target} 表示目标速率。

步骤 6: 令迭代计数器加 1, $IterateCount = IterateCount + 1$ 。

步骤 7: 若 $R \neq R_{target}$ 并且 $IterateCount < MaxCount$, 则令 $UsedCarriers = N$ 跳到步骤 3 执行, 否则跳到步骤 8。其中 $MaxCount$ 表示设置的最大迭代次数。

步骤 8: 若 $R > R_{target}$, 则选择:

$$k^* = \arg \min_{0 \leq k \leq N-1} diff(k) \quad (2.16)$$

令 $\hat{b}(k^*) = \hat{b}(k^*) - 1$, $diff(k^*) = diff(k^*) + 1$, 重复执行步骤 8 直到 $R = R_{target}$

步骤 9: 若 $R < R_{target}$, 则选择:

$$k^* = \arg \max_{0 \leq k \leq N-1} diff(k) \quad (2.17)$$

令 $\hat{b}(k^*) = \hat{b}(k^*) + 1$, $diff(k^*) = diff(k^*) - 1$, 重复执行步骤 9 直到 $R = R_{target}$

步骤 10: 根据前面得到各子载波上分配的比特 $\hat{b}(k), k = 0, 1, \dots, N-1$, 计算各个子载波上应该分配的功率 p_k 使得各个子载波上的误比特率 $P_e(k) = P_{e,target}, \forall k$ 成立。这样就会改变了步骤 1 中的等功率分配了。

步骤 11: 在步骤 10 中得到的各个子载波上的功率基础上再乘以一个比例因子, 使得发射总功率 $P = \sum_{k=0}^{N-1} p_k = P_{total}$, P_{total} 表示额定功率。

P.S.Chow 算法的思想是先通过 $MaxCount$ 次迭代找到最优系统性能门限 γ_{margin} , 然后得到各个子载波上的比特分配, 最后根据各子载波上的比特分配和总输出功率限制得到各子载波上各功率分配, 其算法复杂度为 $O(MaxCount \cdot N + 2N)$, 一般情况下 $MaxCount$ 小于 10 次就会收敛, 所以相对于 Hughes-Hartogs 算法, 其算法复杂度下降了很多。但是迭代过程中在某些信道条件或者不合理的 R_{target} 和 BER_{target} 限制条件下算法产生震荡而永不收敛^[9], 还要加入一些其他的条件使得算法在这种情况下退出迭代进入步骤 8 或步骤 9, 所以 Chow 算法并不是一种很实用的 OFDM 比特分配算法。

2.3.3 Fischer 算法

Fischer 算法^[9]也是一种固定发射功率和速率优化系统误比特率的算法 (RA 准则), 但是它与 Hughes-Hartogs 算法和 P.S.Chow 算法不同, 这两者都是从信道容量的角度出发的, 而 Fischer 算法则是从各个子载波上的误比特率出发, 算法的核心思想认为当所有被利用的子载波上的误符号率相等时, 则会使得系统的误比特率最优, 这个其实也比较容易理解, 因为如果有某些子载波的误符号率很高的话, 则这些子载波就决定了整个系统的误比特率。

Fischer 是根据 QAM 调制的误符号率来推导的, 第 k 个子载波上的误符号率 $P_s(k)$ 可以写为:

$$P_s(k) = 4 \cdot Q \left(\sqrt{\frac{d_k^2/4}{\sigma_k^2/2}} \right) \quad (2.18)$$

其中 $Q(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_x^\infty \exp\{-t^2/2\}dt$ 是互补高斯积分函数, d_k, σ_k^2 分别表示第 k 个子载波上调制星座图中的最小欧氏距离和噪声方差。要使得使得所有子载波上的误符号率都相等, 也就是使得归一化信噪比 SNR_0 等于一个常数, 即:

$$SNR_0 = \frac{d_k^2/4}{\sigma_k^2/2} = const \quad (2.19)$$

整个优化问题就是在功率和速率的限制下最大化 SNR_0 。又因 QAM 调制的符号可以表示为 $V_k \cdot \{(\pm 1, \pm 3, \dots) + j(\pm 1, \pm 3, \dots)\}$, V_i 表示增益系数, 则有 $d_k^2 = 4V_k^2$, 并且第 k 个子载波上的平均功率为:

$$p_k = V_k^2 \cdot \frac{2}{3} 2^{b_k} = SNR_0 \frac{\sigma_k^2}{2} \frac{2}{3} 2^{b_k} \quad (2.20)$$

b_k 表示第 k 个子载波上放置的比特数, 利用功率限制条件有:

$$P_{total} = \sum_{k=0}^{N-1} p_k = \frac{SNR_0}{3} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_k^2 \cdot 2^{b_k} \quad (2.21)$$

所以有:

$$SNR_0 = \frac{3P_{total}}{\sum_{k=0}^{N-1} \sigma_k^2 \cdot 2^{b_k}} \quad (2.22)$$

要最大化 SNR_0 , 在功率和速率限制条件下, 利用拉格朗日优化得到 $\sigma_k^2 \cdot 2^{b_k}, k =$

$0, 1, \dots, N-1$ 为常数, 利用这个结有:

$$(\sigma_k^2 \cdot 2^{b_k})^N = \prod_{i=0}^{N-1} \sigma_i^2 \cdot 2^{b_i} = 2^{R_{target}} \cdot \prod_{i=0}^{N-1} \sigma_i^2 \quad (2.23)$$

因为 $\sigma_k^2 \cdot 2^{b_k}, \forall k$ 都相等, 所以得到:

$$b_k = \frac{R_{target}}{N} + \frac{1}{N} \log_2 \left(\frac{\prod_{i=0}^{N-1} \sigma_i^2}{\sigma_k^{2N}} \right) \quad (2.24)$$

通过上式得到各个子载波上的比特分配之后, 要在可用子载波集合 I 中去掉 $b_k \leq 0$ 的子载波, 并且更新可用的子载波数为 N' , 利用上式迭代, 直到 $b_k > 0, \forall k \in I$ 。因为 $\sigma_k^2 \cdot 2^{b_k}$ 为常数, 由式2.20可知所有可用的子载波上的能量也应该相等:

$$p_k = \frac{P_{total}}{N'}, \forall k \in I \quad (2.25)$$

上面只是理论上的推导, 没有限制 b_k 为整数, 但是在实际应用中必须要加上这一条件, 相应的算法也有小许改动, 下面给出 Fischer 算法的具体实现步骤:

步骤 1: 首先计算各子载波上的等效噪声方差 (等于实际噪声方差除以信道增益) $\sigma_k^2, k = 0, 1, \dots, N-1$, N 为子载波数。然后计算各子载波上的对数噪声 $LDN_k = \log_2(\sigma_k^2), k = 0, 1, \dots, N-1$, 将这些值保存下来, 之后的计算中可以重复使用; 初始化 $I = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $N' = N$ 。

步骤 2: 计算可用的子载波上应该分配的比特数:

$$b(k) = \frac{R_{target} + \sum_{i \in I} LDN_i}{N'} - LDN_k \quad (2.26)$$

步骤 3: 在集合 I 中去掉所有 $b_k \leq 0$ 的 k , 并且更新 N' , 跳转到**步骤 2** 执行, 直到 $b_k > 0, \forall k \in I$ 。

步骤 4: 量化分配的比特, $\hat{b}(k) = \text{round}(b(k))$, 记录量化误差 $\text{diff}(k) = b(k) - \hat{b}(k)$ 。

步骤 5: 计算总比特数 $R = \sum_{k \in I} \hat{b}(k)$

步骤 6: 若 $R = R_{target}$, 则跳转到**步骤 7**, 否则:

若 $R > R_{target}$, 则选择量化误差最小的子载波, 假设其序号为 k^* , 调整 $\hat{b}(k^*) = \hat{b}(k^*) - 1$, $R = R - 1$, $\text{diff}(k^*) = \text{diff}(k^*) + 1$, 继续步骤 6 直到 $R = R_{target}$;

若 $R < R_{target}$, 则选择量化误差最大的子载波, 假设其序号为 k^* , 调整 $\hat{b}(k^*) = \hat{b}(k^*) + 1$, $R = R + 1$, $\text{diff}(k^*) = \text{diff}(k^*) - 1$, 继续步骤 6 直到 $R = R_{target}$;

步骤 7: 最后根据各个子载波上分配的比特数, 按下式计算各子载波上应该分配的功率:

$$p_k = \frac{P_{total} \cdot \sigma_k^2 \cdot 2^{\hat{b}(k)}}{\sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot 2^{\hat{b}(i)}} \quad (2.27)$$

Fischer 算法给出了比特和功率分配的闭式解（经有限次迭代之后一定收敛），而且算法复杂度比较低，通过在步骤 1 中把 $LDN_k, k = 0, 1, \dots, N - 1$ 存储下来，在接下来的运算中只需要进行加减法和除法运算，尤其是当目标速率设置适当（步骤 5 中计算得到的 R 接近 R_{target} ）时，算法复杂度可以进一步降低，为 $O(N)$ 量级，相对于 P.S.Chow 算法又有了降低。

2.3.4 仿真结果比较

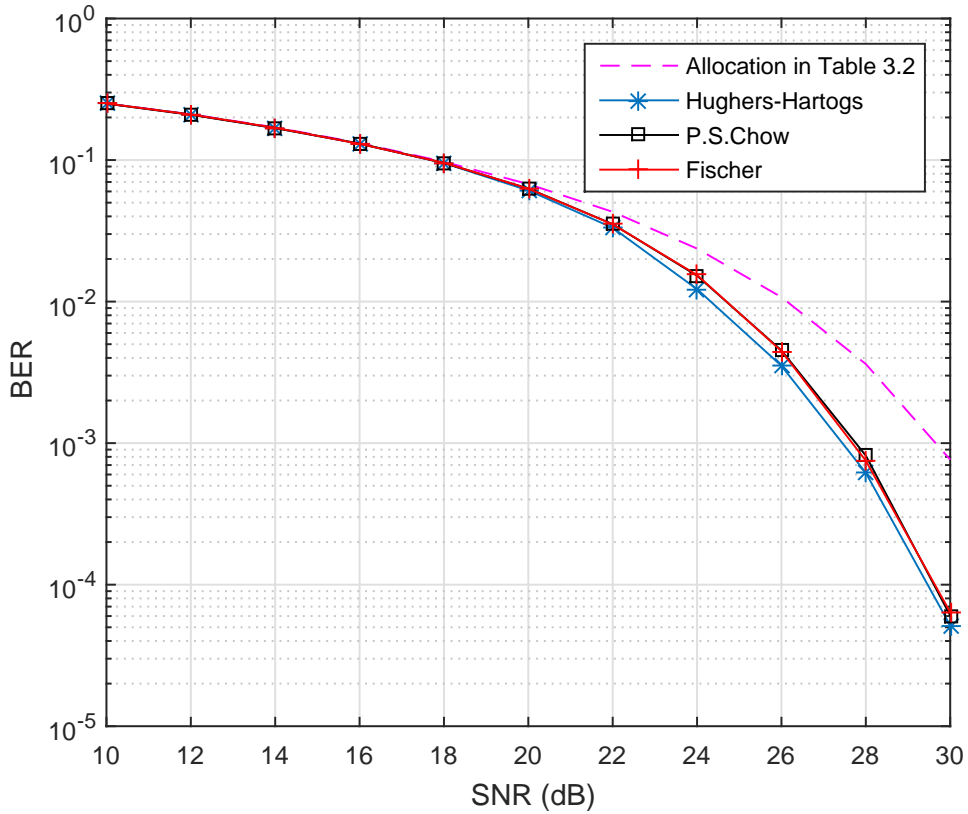


Figure 2.1 SNR=25 dB 时不同子载波上的误比特率

2.4 可见光通信中的自适应方案研究

2.5 本章小结

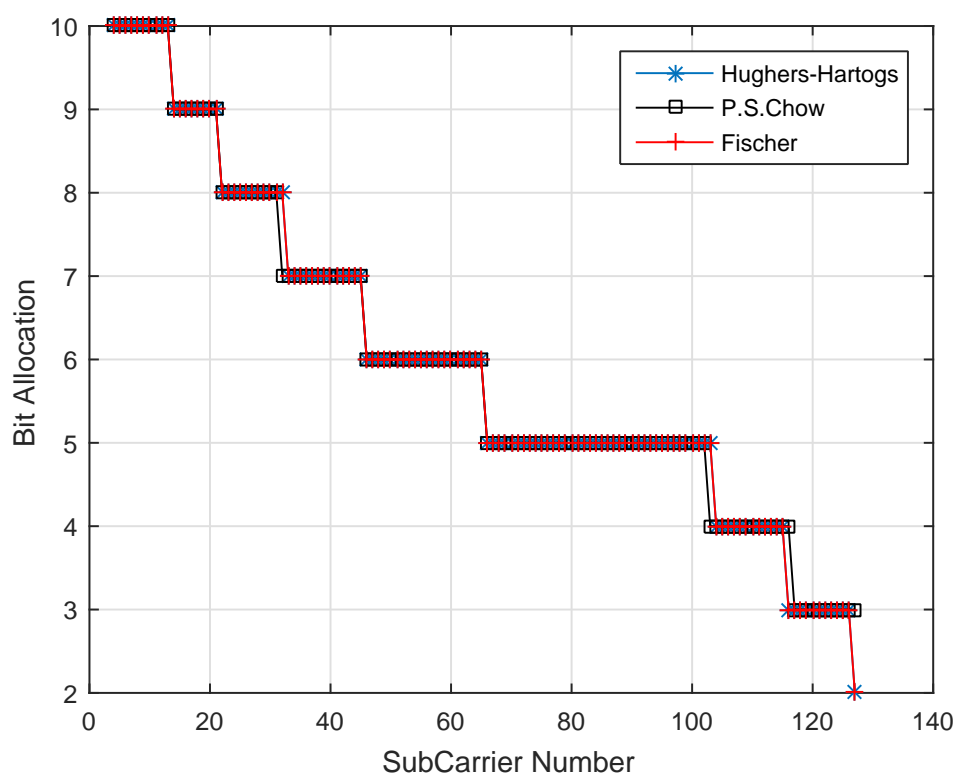


Figure 2.2 三种算法比特分配结果比较

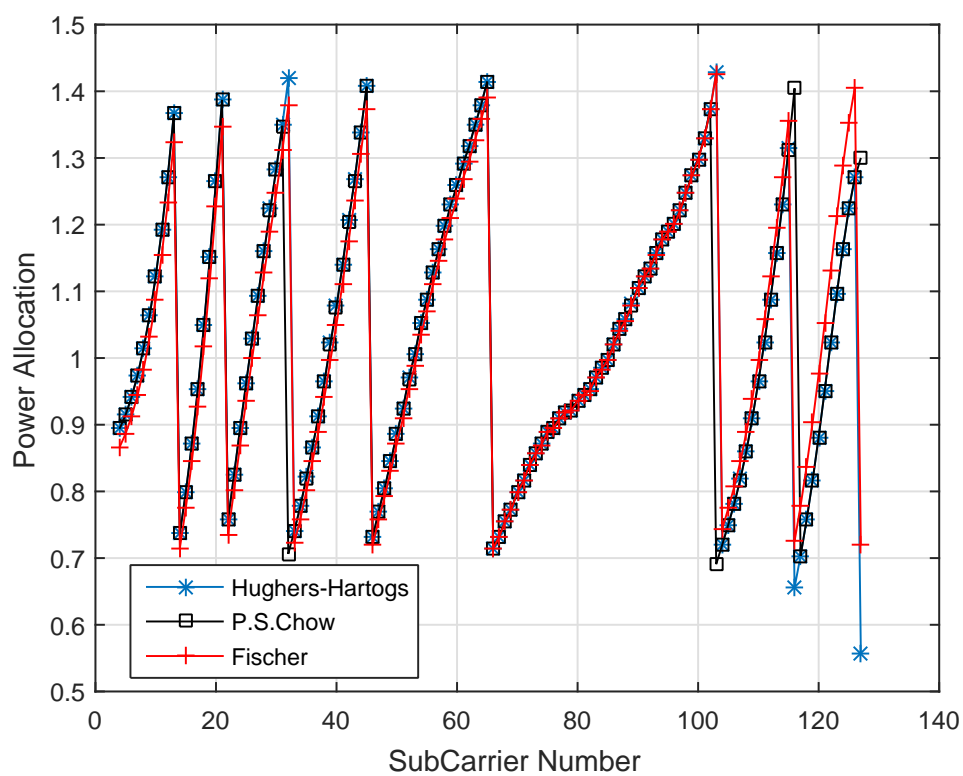


Figure 2.3 三种算法功率分配结果比较

参考文献

- 1 石钧. OFDM 无线通信系统信道估计及自适应算法的研究 [D]: [博士学位论文]. 北京: 北京邮电大学, 2012.
- 2 Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1993.
- 3 付可, 江舟. LTE 上行块状导频的信道估计研究 [J]. 电子设计工程, 2015(8).
- 4 张乃元. LTE 系统中的信道估计技术研究 [D]:[硕士学位论文]. 北京: 北京邮电大学, 2010.
- 5 Sandell M, Edfors O. A comparative study of pilot-based channel estimators for wireless OFDM[J]. Lulea Univ. of Technol., Lulea, Sweden, Res. Rep. TULEA, 1996, 1996.
- 6 Garcia M F G, Zazo S, Paez-Borralló J. Pilot patterns for channel estimation in OFDM[J]. Electronics Letters, 2000, 36(12):1049–1050.
- 7 Zhao Y, Huang A. A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform-domain processing[C]. In: Vehicular Technology Conference, 1997, IEEE 47th. 1997. 3:2089–2093.
- 8 Shafik R A, Rahman M S, Islam A. On the extended relationships among EVM, BER and SNR as performance metrics[C]. In: Electrical and Computer Engineering, 2006. ICECE'06. International Conference on. 2006. 408–411.

心於至善

