

第一章 可见光多波段 OFDM 系统的信道估计

1.1 引言

所谓信道估计，就是在接收端估计出信道状态信息（Channel State Information, CSI），为下一步地解调做准备，也是自适应传输技术的基础。无线通信一个重要的特征就是发射端到接收端之间的路径比较复杂，不像有线通信那样是固定且可预知的，所以信道估计技术在无线通信领域格外重要，特别是在 OFDM 等需要相干检测的系统中。本章将着重介绍信道估计技术，首先介绍传统射频通信中 OFDM 系统的信道估计方法，然后具体到可见光通信系统中的信道估计问题，再将结合实际系统设计，讨论信道的非线性问题，最后将研究多色可见光通信系统中各波段之间串扰的估计。

1.2 OFDM 信道估计常用方法

信道估计总体可以分为两大类，盲信道估计和基于导频的信道估计。盲信道不需要额外的导频或者训练序列，因此频率利用率高；但是它的缺点是计算量大、算法复杂，而且精度低、收敛速度缓慢，难以用于移动通信环境^[1]。基于导频的信道估计原理是在发射端插入专门用于信道估计的导频或者训练序列，并且这些序列对于接收端也是已知的，接收端根据接收到的经过了信道后的导频序列与原导频序列之间的关系，估计出信道冲击响应（Channel Impulse Response, CIR）。这类信道估计方法因为要插入导频序列会稍微降低整个系统的传输速率，但是其估计实现复杂度低、估计精度高，在实际工程中大都采用这种方法。本节也主要讨论基于导频的信道估计算法。对于基于导频的信道估计而言，研究人员对其导频放置方式也进行了深入的研究，如图 1.1 所示，常见的有块状和梳状两种放置方式。

块状导频放置方式见图 1.1a，它的导频序列连续放置在一个 OFDM 符号上，但是在时间上不是连续的，也就是说要隔若干个 OFDM 符号才放置一个导频序列。在工程实现中，更常见的一种情况是导频序列即用于信道估计，又用于同步，这样一般是一帧放置一个导频符号。块状导频放置方式的优点是结构简单，计算复杂度低，但是因为要隔一段时间才估计一次信道，所以块状导频放置方式一般用于信道时变比较缓慢的信道。

梳状导频放置方式如图 1.1b 所示，在每个 OFDM 符号上，它只选择在特定的子载波上放置导频序列，而其他子载波上放置数据符号，并且每个 OFDM 符号的结构都是如此。它的工作原理是先估计出放置了导频的子载波处的信道响应，然后根据这些信道响应通过插值的方式得到那些放置了数据符号的子载波处的信道响应。它的优点是每

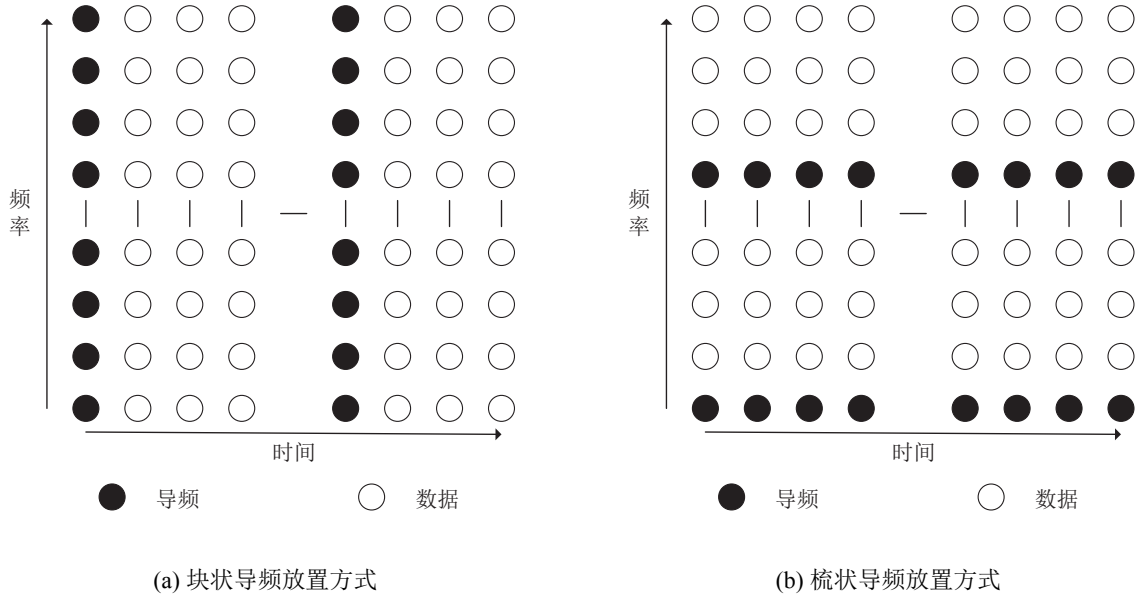


图 1.1 导频放置方式

个符号都会估计信道，能够应对快速时变的信道，但是它要使用插值计算，所以复杂度比较高，并且估计准确度也较低。

为了说明这两种基于导频信道估计的工作原理，我们先建立 OFDM 数字处理模型，并且假设循环前缀的长度大于最大多径时延，则根据我们在第二章中线性信道模型可得：

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (1.1)$$

其中 \otimes 表示线性卷积运算， \mathbf{x} 为发射信号向量， \mathbf{y} 为接收信号向量， \mathbf{z} 为噪声信号向量，并且假设发射信号向量 \mathbf{x} 的长度为 N 。根据同步信号，除掉接收信号向量 \mathbf{y} 中的循环前缀，然后再取长度等于 N 的序列 \mathbf{y}_c ， \mathbf{y}_c 即为 \mathbf{x} 与 \mathbf{h} 的长度为 N 的圆周卷积结果，根据 DFT 的圆周卷积特性有：

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{Z} \quad (1.2)$$

其中 \mathbf{X} 表示频域发射信号， \mathbf{Y} 表示频域接收信号， \mathbf{Z} 表示频域高斯噪声， \mathbf{F} 表示离散傅里叶变换矩阵，它们的具体表达式如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \text{diag}(\text{DFT}(\mathbf{x})) == \text{diag}([X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T) \\ \mathbf{Y} &= \text{DFT}(\mathbf{y}_c) = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]^T \\ \mathbf{Z} &= \text{DFT}(\mathbf{z}) = [Z(0), Z(1), \dots, Z(N-1)]^T \\ \mathbf{H} &= \text{DFT}(\mathbf{h}) = [H(0), H(1), \dots, H(N-1)]^T \end{aligned} \quad (1.3)$$

1.2.1 基于块状导频的信道估计

块状导频放置方式将导频序列放在连续的一个 OFDM 符号子载波上，所以最直接的方式就是利用这些导频序列来估计信道冲激响应，即等效为在式 1.2 中已知了频域

发射信号 \mathbf{X} ，估计信道频域响应 \mathbf{H} ，常见的估计方法有最小二乘法准则 (Least Square, LS)、最小均方误差估计准则 (minimum mean square error, MMSE)、线性最小均方误差准则 (linear minimum mean square error, LMMSE) 及基于 SVD 分解的 MMSE 算法等。

1.2.1.1 LS 估计算法

基于 LS 准则的估计算法目标是使得接收信号与通过该模型恢复出来的信号之间的距离最小，假设 LS 算法的结果是 $\hat{\mathbf{H}}_{LS}$ ，则其目标函数为：

$$\arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{LS}} \mathbf{L}(\hat{\mathbf{H}}_{LS}) = \arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{LS}} \left\{ \left| \mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \right|^2 \right\} \quad (1.4)$$

将上面的目标函数展开可得：

$$\mathbf{L}(\hat{\mathbf{H}}_{LS}) = \sum_{i=0}^{N-1} |Y(i) - X(i)\hat{H}_{LS}(i)|^2 \quad (1.5)$$

所以式 1.4 取得最小值时必有：

$$\hat{H}_{LS}(i) = \frac{Y(i)}{X(i)} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (1.6)$$

也可以写为向量形式为：

$$\hat{\mathbf{H}}_{LS} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y} \quad (1.7)$$

从上面最后的结果看出最小二乘估计算法计算复杂度非常简单，只需要两次傅里叶变换和 N 次复数除法即可，但是它没有考虑噪声的影响，在信噪比不高的情况下，估计精度不高。

1.2.1.2 MMSE 估计算法

可以使用信道冲激响应和噪声的统计特性来提高估计精度，MMSE 算法假设信道冲激响应 \mathbf{H} 与噪声 \mathbf{Z} 是相互独立的，同时利用信道和噪声的二阶统计量来帮助提高信道估计的准确度，可以利用二阶统计量提高精度的原因是二阶统计量是慢时变的。MMSE 估计算法的目标是使得信道估计值与真实值之间的误差最小：

$$\arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{MMSE}} \mathbf{M}(\hat{\mathbf{H}}_{MMSE}) = \arg \min_{\hat{\mathbf{H}}_{MMSE}} \left\{ \left| \mathbf{H}_R - \hat{\mathbf{H}}_{MMSE} \right|^2 \right\} \quad (1.8)$$

上式中 \mathbf{H}_R 表示真实信道的频域冲激响应，MMSE 的解为^[2]：

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{R}_{HY}\mathbf{R}_{YY}^{-1}\mathbf{Y} \quad (1.9)$$

其中 \mathbf{R}_{HY} 表示信道频域响应 \mathbf{H} 与接收信号 \mathbf{Y} 之间的互协方差矩阵， \mathbf{R}_{YY} 表示 \mathbf{Y} 的自相关矩阵，具体表达式如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{HY} &= E(\mathbf{H}\mathbf{Y}^H) = \mathbf{R}_{HH}\mathbf{X}^H \\ \mathbf{R}_{YY} &= E(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H) = \mathbf{X}\mathbf{R}_{HH}\mathbf{X}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (1.10)$$

上式中 $\mathbf{R}_{HH} = E(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)$ 表示信道冲激响应的自相关矩阵, σ_n^2 为加性高斯白噪声的方差, \mathbf{I}_N 为 $N \times N$ 的单位矩阵。结合式1.7、1.9及1.10, MMSE 信道估计的结果可以用 LS 信道估计的结果来表示:

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{R}_{HH}(\mathbf{R}_{HH} + \sigma_n^2(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1})^{-1}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.11)$$

这里我们可以看出 MMSE 估计算法的计算复杂度比较高, 需要矩阵的相关及求逆运算, 并且它的复杂度会随着子载波数目增加而成指数上升。

1.2.1.3 LMMSE 估计算法

LMMSE 是对 MMSE 的简化, 使用 $E[(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}]$ 来代替式1.11中的 $(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}$ [3], 并且考虑到发射信号 \mathbf{X} 各子载波上的符号是随机等概地取自调制符号星座点的, 所以有:

$$E[(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}] = E[1/x_k^2]\mathbf{I}_N \quad (1.12)$$

再结合平均信噪比的定义 $SNR = E[|x_k|^2]/\sigma_n^2$ 将其代入式1.11 可得:

$$\hat{\mathbf{H}}_{LMMSE} = \mathbf{R}_{HH}(\mathbf{R}_{HH} + \frac{\beta}{SNR}\mathbf{I}_N)^{-1}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.13)$$

其中 β 是与调制星座图相关的常量[4], 从式1.13中可以看出, LMMSE 算法的复杂度相对于 MMSE 已经降低了不少, 但是总的来说还是需要计算 \mathbf{R}_{HH} 和矩阵求逆, 复杂度还是偏高的, 但其保留了 MMSE 的核心思想, 相较于 MMSE 性能损失不大。

1.2.1.4 基于 SVD 分解的 MMSE 估计算法

由前面的分析可知, LMMSE 虽然对 MMSE 算法进行了简化, 但是还是需要计算自相关矩阵 \mathbf{R}_{HH} 和矩阵求逆, 为了进一步简化运算, 可以对式1.13中系统 \mathbf{R}_{HH} 这个 $N \times N$ 矩阵进行奇异值分解:

$$\mathbf{R}_{HH} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (1.14)$$

上式中 \mathbf{U} 为酉矩阵, $\mathbf{\Lambda}$ 为对角阵, 其对角线上的元素为矩阵 \mathbf{R}_{HH} 的特征值, 并且从大到小排列 ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$), 式1.14代入式1.13得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_{LMMSE} &= \mathbf{U} \left[\mathbf{\Lambda} \left(\mathbf{\Lambda} + \frac{\beta}{SNR}\mathbf{I}_N \right)^{-1} \right] \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_{LS} \\ &= \mathbf{U} \left[\text{diag} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \frac{\beta}{SNR}}, \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \frac{\beta}{SNR}}, \dots, \frac{\lambda_N}{\lambda_N + \frac{\beta}{SNR}} \right) \right] \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_{LS} \end{aligned} \quad (1.15)$$

为了进一步简化运算, 可以只取 \mathbf{R}_{HH} 钱 M 个比较大的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$, 将最后 $N-M$ 个较小的特征值为零, 记为:

$$\hat{\mathbf{H}}_{SVD} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \Delta_M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.16)$$

其中 $\Delta_M = \text{diag} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \frac{\beta}{SNR}}, \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \frac{\beta}{SNR}}, \dots, \frac{\lambda_M}{\lambda_M + \frac{\beta}{SNR}} \right)$, SVD 分解算法将原来 MMSE 算法中的矩阵相关和求逆运算变成了矩阵的 SVD 分解, 并且通过去掉较小的特征值来进行降低, 进一步降低了复杂度。

1.2.2 基于梳状导频的信道估计

梳状导频放置方式如图1.1b所示，在每个 OFDM 符号上只在特定的位置放置了导频训练序列，而其他的子载波都是放置数据的。它的估计方法是首先使用上节中 LS、MMSE、LMMSE 或者 SVD 分解方法估计出放置了导频训练序列处的信道冲激响应，然后再用插值法得到其他放置数据位置的信道冲激响应值。

假设在梳状导频放置方式中有 M 个子载波放置了导频序列，并且从第一个子载波处开始放置，则他们放置的位置为 k_0, k_1, \dots, k_{M-1} ，其中 $k_i = iD_f, i = 0, 1, \dots, M-1$ ， $D_f = N/M$ 为导频放置间隔子载波数。此模型下发射数据 $\mathbf{X} = \text{diag}(X(0), X(1), \dots, X(N-1))$ 可表示为：

$$X(k) = \begin{cases} P_i, & k = iD_f \\ \text{data}, & k = iD_f + d, d = 1, 2, \dots, D_f - 1 \end{cases} \quad (1.17)$$

其中 P_m 表示导频序列，**data** 表示发送数据，我们称放置了导频序列的子载波为导频子载波，而称放置了信息数据的子载波为数据子载波。则可以得到导频子载波的信道 LS 估计值为：

$$\hat{H}_{LS}(k_i) = \frac{Y(k_i)}{P_i}, i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (1.18)$$

其中 $Y(k), k = 0, 1, \dots, N-1$ 为接收信息序列。为了提供信道冲激响应的估计准确度，我们也可以使用 MMSE、LMMSE 或者 SVD 估计法，如 LMMSE 估计的结果为：

$$\hat{\mathbf{H}}_{LMMSE} = \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}}(\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}} + \frac{\beta}{SNR}\mathbf{I}_M)^{-1}\hat{\mathbf{H}}_{LS} \quad (1.19)$$

其中 $\hat{\mathbf{H}}_{LS} = [\hat{H}_{LS}(k_0), \hat{H}_{LS}(k_1), \dots, \hat{H}_{LS}(k_{M-1})]^T$ 为式1.18中得到的 LS 估计值， $\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}} = E(\tilde{H}\tilde{H})$ 为导频子载波频域信道冲激响应的自相关矩阵。

通过块状导频放置方式的 LS、MMSE、LMMSE 或者 SVD 分解估计法我们可以得到梳状导频放置方式中导频子载波的信道冲激响应，下面要通过插值来得到放置信息数据处的信道估计，常见的插值方法有一阶线性插值、二阶多项式插值及变换域插值等。

1.2.2.1 一阶线性插值

一阶线性插值就是利用相邻的两个导频子载波的信道冲激响应来计算他们之间的数据子载波的信道信息，对于任意一个位于第 m 个与第 $m+1$ 个导频子载波之间数据子载波 $k, mD_f < k < (m+1)D_f$ ，我们可以得到他的线性插值估计值为^[5]：

$$\begin{aligned} \hat{H}(k) &= \hat{H}(mD_f + d) \\ &= (\hat{H}(k_{m+1}) - \hat{H}(k_m))\frac{d}{D_f} + \hat{H}(k_m) \end{aligned} \quad (1.20)$$

其中 $m = 0, 1, \dots, M-2$ ， $d = 0, 1, \dots, D_f - 1$ 。从上式中可以看到，在这个模型中最后一个子载波不是导频子载波，所以最后的 $D_f - 1$ 个数据子载波只能用最后两个导频

子载波来估计，其表达式为：

$$\begin{aligned}\hat{H}(k) &= \hat{H}((M-1)D_f + d) \\ &= (\hat{H}(k_{M-1}) - \hat{H}(k_{M-2})) \frac{d}{D_f} + \hat{H}(k_{M-1})\end{aligned}\quad (1.21)$$

1.2.2.2 二阶多项式插值

一般而言，进行插值运算时，结果准确度会随着阶数的增加而增加^[6]，但是插值阶数越高，也就意味中计算复杂度越高，所以为了寻求准确度与复杂度之间的均衡，在工程中常用的插值方式还是一阶插值和二阶插值，二阶插值的表达式为：

$$\begin{aligned}\hat{H}(k) &= \hat{H}(mD_f + d) \\ &= c_{-1}\hat{H}(k_{m-1}) + c_0\hat{H}(k_m) + c_1\hat{H}(k_{m+1})\end{aligned}\quad (1.22)$$

其中 $m = 0, 1, \dots, M-3$, $d = 0, 1, \dots, D_f-1$, $c_{-1} = \alpha(\alpha-1)/2$, $c_0 = -(\alpha-1)(\alpha+1)$, $c_1 = \alpha(\alpha+1)/2$, $\alpha = d/D_f$ 。二阶多项式插值也存在最后的 $2(D_f-1)$ 的数据子载波不适应上面的公式的问题，不过可以使用一阶插值来处理最后的这些子载波。

1.2.2.3 变换域插值

文献^[7]中提出了一种基于 FFT/IFFT 变换的高精度插值方法。这种插值方法首先也是得到各导频子载波上的信道冲激响应估计值 $\hat{H}(k_m)$ ，再进行 M 点 FFT 变换，将其变换到变换域：

$$Q_M(q) = \sum_{m=0}^{M-1} \hat{H}(k_m) e^{-j2\pi mq/M}, \quad q = 0, 1, \dots, M-1 \quad (1.23)$$

然后在变换域进行补零，将整个序列长度由 M 点扩充为 N 点，补零的公式为：

$$Q_N(q) = \begin{cases} Q_M(q), & 0 \leq q \leq P_c \\ 0, & P_c < q < N - P_c \\ Q_M(q - N + M), & N - P_c \leq q \leq N - 1 \end{cases} \quad (1.24)$$

其中 P_c 称为“截止频率”，可以将上式中补零的过程看出了个带阻滤波器，而 P_c 就决定了这个滤波器的带阻位置， P_c 的选择要使得通带内的信道能量占总能量的 90% 到 95%，即保证 1.25 中 $0.90 \leq R \leq 0.95$ 。

$$R = \frac{\sum_{p=0}^{P_c} |\bar{Q}_M(p)|^2 + \sum_{p=M-P_c}^{M-1} |\bar{Q}_M(p)|^2}{\sum_{p=0}^{M-1} |\bar{Q}_M(p)|^2} \quad (1.25)$$

上式中 $\bar{Q}_M(p)$ 表示 $Q_M(p)$ 的平均值。得到扩展后的变换域序列 Q_N 之后，可以用 N 点 IFFT 变换得到插值结果：

$$\hat{H}(k) = a \cdot \sum_{q=0}^{N-1} Q_N(q) e^{j2\pi qk/N}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (1.26)$$

式中 a 的作用是均衡 M 点 FFT 变换与 N 点 IFFT 变换之间的系数变化。

1.3 可见光通信中的信道估计

hello

1.4 可见光各波段之间串扰估计

1.5 本章小结

参考文献

- 1 石钧. OFDM 无线通信系统信道估计及自适应算法的研究 [D]: [博士学位论文]. 北京: 北京邮电大学, 2012.
- 2 Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1993.
- 3 付可, 江舟. LTE 上行块状导频的信道估计研究 [J]. 电子设计工程, 2015(8).
- 4 张乃元. LTE 系统中的信道估计技术研究 [D]:[硕士学位论文]. 北京: 北京邮电大学, 2010.
- 5 Sandell M, Edfors O. A comparative study of pilot-based channel estimators for wireless OFDM[J]. Lulea Univ. of Technol., Lulea, Sweden, Res. Rep. TULEA, 1996, 1996.
- 6 Garcia M F G, Zazo S, Paez-Borralló J. Pilot patterns for channel estimation in OFDM[J]. Electronics Letters, 2000, 36(12):1049–1050.
- 7 Zhao Y, Huang A. A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform-domain processing[C]. In: Vehicular Technology Conference, 1997, IEEE 47th. 1997. 3:2089–2093.

心於至善

