

# ECOGRAFIA

## Ecografi

---



Bibliografia: Francesco P. Branca, Fondamenti di Ingegneria Clinica  
Volume 2 Ecotomografia, Springer

---

# Cristalli ed Effetto Piezoelettrico

## *Effetto piezoelettrico*

---

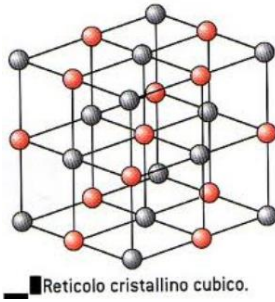
Se un campione di un cristallo piezoelettrico è posto tra due armature metalliche e si applica una forza  $F$

La deformazione subita dal cristallo causa la comparsa di cariche  $+Q - Q$  sulle armature (Effetto piezoelettrico diretto)

Viceversa se si induce sul cristallo una differenza di carica si ha la comparsa di una forza  $F$   
(Effetto piezoelettrico inverso)

## I Cristalli

---

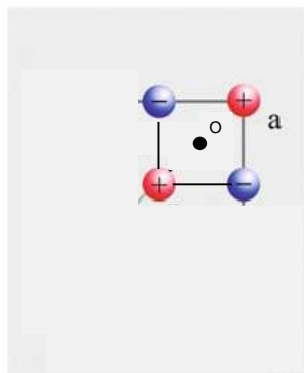


I cristalli sono costituiti da gruppi di atomi organizzati in celle elementari

La combinazione di più celle costituisce un reticolo

## Reticolo centrosimmetrico

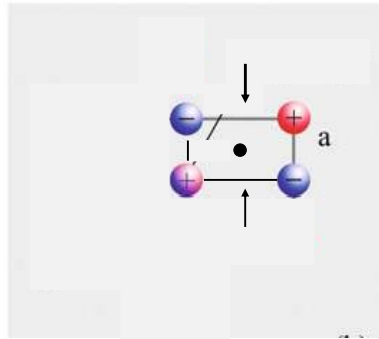
---



«O» è centro di simmetria

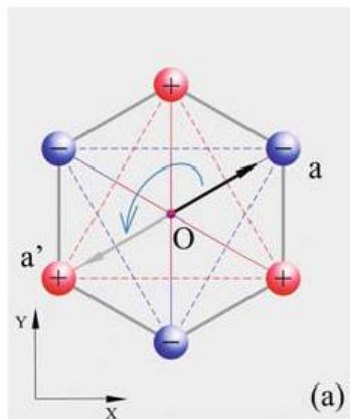
i baricentri delle cariche positive e negative coincidono

Effetto elettrico nullo  
Nessuna polarizzazione



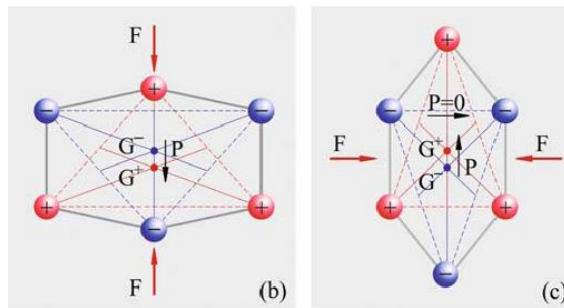
Se il reticolo è sottoposto a due forze opposte la cella si deforma ma il baricentro delle cariche positive e quello delle cariche negative coincidono per cui si ha polarizzazione nulla

## Reticolo non centrosimmetrico



Cella esagonale

La cella non è centrosimmetrica ma i baricentri delle cariche positive e negative coincidono in O



Se il reticolo è sottoposto a due forze opposte i due baricentri non coincidono e si crea un momento di dipolo **P** orientato da  $G^-$  a  $G^+$  ( $G^+$  e  $G^-$  sono agli incroci delle mediane)  
 Se le forze sono dirette lungo y (caso B) o x (caso C)  
 Il dipolo è sempre diretto lungo y ma in versi opposti.

## Effetto piezoelettrico diretto

Come si evince dal caso C può nascere una polarizzazione  $\mathbf{P} \neq 0$  lungo una direzione diversa da quella di sollecitazione. In generale si avrà:

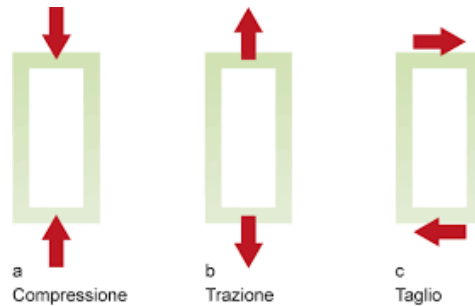
$$\begin{aligned} P_1 &= d_{11}S_1 + d_{12}S_2 + d_{13}S_3 + d_{14}S_4 + d_{15}S_5 + d_{16}S_6 \\ P_2 &= d_{21}S_1 + d_{22}S_2 + d_{23}S_3 + d_{24}S_4 + d_{25}S_5 + d_{26}S_6 \\ P_3 &= d_{31}S_1 + d_{32}S_2 + d_{33}S_3 + d_{34}S_4 + d_{35}S_5 + d_{36}S_6 \end{aligned}$$

$P_1, P_2, P_3$  polarizzazioni lungo tre direzioni mutuamente ortogonali (x,y,z)

$S_1, S_2, S_3$  **sollecitazioni di trazione** (o compressione) lungo x,y,z  
 $S_4, S_5, S_6$  **sollecitazioni di taglio** (nei piani yz, zx, xy)

Effetto piezoelettrico diretto, 1° indice grandezza elettrica  
 2 indice grandezza meccanica

## Effetto piezoelettrico diretto



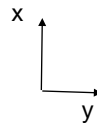
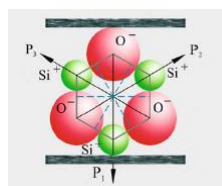
Le  $d_{ij}$  sono le costanti di proporzionalità piezoelettriche

$$\underline{P} \text{ [C m]} = \underline{D} \cdot \underline{S} \text{ [C/N] [N m]}$$

## Il quarzo

Il quarzo ( $\text{SiO}_2$ ) possiede numerose forme cristalline. In particolare se la cristallizzazione avviene sotto i  $573^\circ$  il cristallo si presenta nella fase chiamata  $\alpha$ -quarzo mentre se cristallizza tra  $573^\circ$  e  $800^\circ$  si presenta nella fase chiamata  $\beta$ -quarzo

Il quarzo  $\alpha$ , di maggiore interesse nella pratica, appartiene al sistema trigonale mentre il quarzo  $\beta$  al sistema esagonale (vedi sotto)



$P_1, P_2, P_3$  sono le proiezioni dei momenti di dipolo sul piano xy

---

La matrice delle costanti piezoelettriche risulta:

$$\underline{\underline{D}} = \begin{vmatrix} 2,3 & -2,3 & 0 & -0,67 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,67 & 4,6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{N}}$$

Come si vede l'asse z non risulta piezoelettrico

## Ceramiche Piezoelettriche

---

Le ceramiche sono costituite essenzialmente di argille con particelle dell'ordine del micron.

In molti casi queste ceramiche hanno sia un comportamento piezoelettrico che ferroelettrico (polarizzazione elettrica permanente) (duale di quello ferromagnetico delle calamite dovuto ai domini di Weiss)

Il comportamento ferroelettrico è dovuto al fatto che durante il riscaldamento ed il successivo raffreddamento alla ceramica è applicato un campo elettrico (1÷4 MV/m)

Attraverso tale trattamento (polling) si creano dei domini con i dipoli allineati.

---

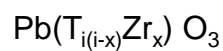
Le ceramiche hanno un comportamento piezoelettrico (che si somma a quello ferroelettrico) lungo una direzione particolare che è quella lungo la quale la ceramica è stata polarizzata

$$\underline{D} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24=15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32=31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

## Piombo Zirconio Titanio

---

Le varie ceramiche sono caratterizzate in base alle diverse proporzioni degli ossidi metallici che le compongono. Ad esempio la famiglia PZT (Piombo Zirconio Titanio) ha tipicamente la seguente composizione



Le cui caratteristiche cambiano notevolmente al variare di x



---

Per ottenere particolari prestazioni le ceramiche PZT possono essere modificate mediante drogaggio

PZT hard sono drogati con ioni come  $K^+$ ,  $Na^+$  hanno bassi valori di costante dielettrica, basse perdite e bassi valori di «d»

PZT soft sono drogati con  $Al^{3+}$ , e  $Sb^+$  (Antimonio) e hanno elevata costante dielettrica, elevate perdite ed elevati valori di «d» (si usano nelle sonde ecografiche).

---

I valori delle costanti piezoelettriche del quarzo

$d_{11} = 2.3 \times 10^{-12} [C/N]$  sono più bassi di quelli delle piezoceramiche. Ad esempio la PZT-5A ha  $d_{33} = 374 \times 10^{-12} [C/N]$  quindi circa 100 volte maggiore. Per questo motivo il quarzo non si usa nei trasduttori per ecotomografia

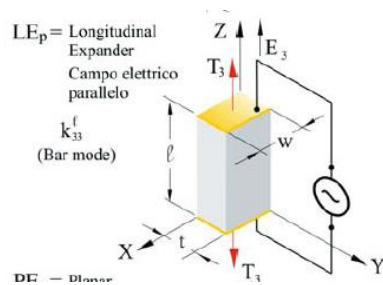
Rispetto ad altri cristalli piezoelettrici non ferroelettrici le ceramiche presentano valori più elevati di permittività

$\epsilon_r \approx 500-2000$  mentre per il quarzo  $\epsilon_r \approx 4$

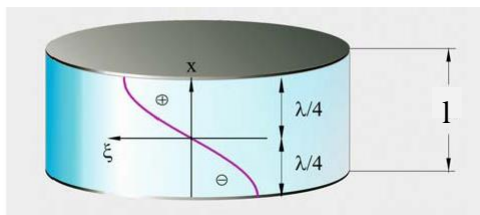
(Alta  $\epsilon_r$  è utile per problemi di adattamento di impedenza elettrica  $Z = \sqrt{L'/C'}$ )

# Modi di Vibrazione e modelli dei Cristalli

## Modi di vibrazione dei piezoelettrici



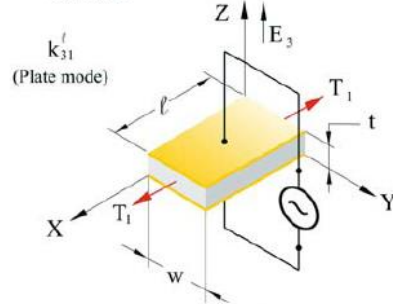
Modo LE<sub>p</sub>  
Espansione longitudinale  
Campo elettrico parallelo



$$l = \lambda/2 \rightarrow \lambda = 2l \rightarrow f_0 = c/2l$$

frequenza di risonanza del  
piezoelemento

$LE_t$  = Longitudinal Expander  
Campo elettrico  
trasversale

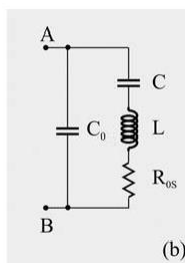
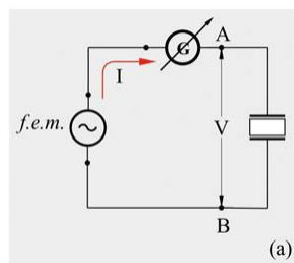


Modo  $LE_t$

Espansione longitudinale  
(lungo X)

Campo elettrico trasversale  
(lungo Z)

## Circuito equivalente del piezoelemento



**Se si applica una  
tensione al cristallo  
lui risponde come  
se fosse un RLC  
serie**

$C_0$  = Capacità tra gli elettrodi

$R$  = Resistenza elettrica  $\propto$  Smorzamento-Attrito meccanico

$C$  = Capacità elettrica  $\propto$  Elasticità-Rigidezza meccanica

$L$  = Induttanza elettrica  $\propto$  Inerzia-massa meccanica

---


$$X_L + X_C = 0 \quad f_{OS} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

frequenza di risonanza del ramo serie

Un'altra frequenza caratteristica è quella per cui la reattanza induttiva di L più quella capacitiva dovuta alla serie tra C e  $C_0$  è uguale a zero

$$X_L + X_S = 0 \quad C' = \frac{C C_0}{C + C_0}$$

$$f_{OP} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC'}} = f_{OS} \sqrt{1 + \frac{C}{C_0}} > f_{OS}$$

## Analogia comportamento elettrico-meccanico

---

Dal punto di vista elettrico

$$v = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = 0 \quad \text{equazione corrente circuito serie}$$

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

Dal punto di vista meccanico

$$F = ma + rv + ks = 0$$

$$m \frac{d^2s}{dt^2} + r \frac{ds}{dt} + k s = 0 \quad \text{equazione spostamenti}$$

$m$  = massa,  $r$  = coefficiente di attrito,  $k$  = rigidezza

## Fattore di qualità

Per i piezoelementi si definisce un fattore di qualità elettrico

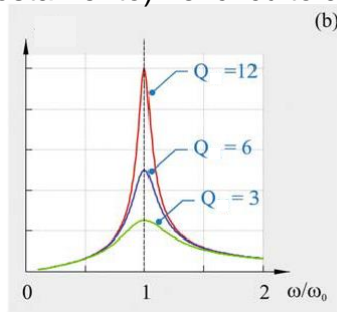
$$Q_E = 2 \pi \frac{\text{Energia elettrica e magnetica media immagazzinata nel sistema}}{\text{Energia dissipata sulla resistenza durante un ciclo}} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

e un fattore di qualità meccanico

$$Q_M = 2 \pi \frac{\text{Energia immagazzinata nel sistema (cinetica+elastica)}}{\text{Energia dissipata durante un ciclo}} = \frac{\omega_0 m}{r}$$

Tipicamente il  $Q_E$  è dello stesso ordine di grandezza del  $Q_M$

Se si applica una tensione (forza) sinusoidale è possibile valutare  
La corrente (spostamento) nel circuito al variare della frequenza :



Si ha:  $Q = \frac{f_0}{B_{3dB}}$  Il quarzo ha  $Q = 20.000$  la ceramica PZT5A ha  $Q = 75$

Essendo richiesta nelle applicazioni ecografiche una larghezza di banda  
B la più grande possibile il corrispondente valore di Q non deve essere elevato

## Soluzione equazione della corrente

$$L s^2 + R s + \frac{1}{C} = 0$$

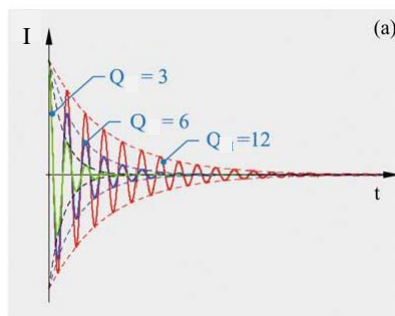
$$s = \frac{-R}{2L} \pm j \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

$$I(t) = I_0 e^{\frac{-Rt}{2L}} \sin(\omega t)$$

$$S(t) = S_0 e^{\frac{-r}{2m}} \sin(\omega t)$$

## Risposta nel tempo

In presenza di una stimolazione a gradino il sistema risponde  
Con una corrente (spostamento)  $I(t) = I_0 \exp(-R t / 2L) \sin(\omega_0 t)$   
Stesso andamento per lo spostamento



Vedremo in seguito che avere poche oscillazioni  
migliora la risoluzione delle sonde piezoelettriche

---

Se si stabilisce che le oscillazioni possono considerarsi trascurabili quando raggiungono il 4% del valore massimo, l'intervallo di tempo  $\Delta t$  necessario per l'estinguersi delle oscillazioni si può ottenere ponendo

$$\frac{A_0 \exp\left(\frac{-R\Delta t}{2L}\right)}{A_0} = \frac{4}{100}$$

Facendo il logaritmo naturale dei due membri si ha:

$$\frac{-R\Delta t}{2L} = \ln 0.04 \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{-2L}{R} \ln 0.04$$

---

Il numero di cicli ( $n_{cicli}$ ) compiuti nell'intervallo  $\Delta t$ , essendo  $T$  il periodo di oscillazione è pari al rapporto  $\Delta t/T$  da cui

$$\begin{aligned} n_{cicli} &= \frac{-2L}{R T} \ln 0.04 = \frac{-2L}{R} \frac{\omega_0}{2\pi} \ln 0.04 \\ &= \frac{-Q}{\pi} \ln 0.04 \sim 1.025Q \end{aligned}$$

Quindi  $Q$  individua il numero di oscillazioni smorzate compiute dal sistema

---

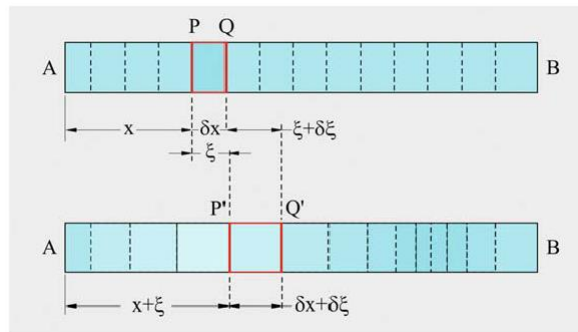
# ONDE ACUSTICHE

---

Le onde possono essere sia trasversali quando tutti gli elementi vibrano secondo una direzione ortogonale all'asse (corda di violino) che longitudinali quando gli elementi oscillano nella direzione di propagazione (suono nell'aria)



## Onde longitudinali nei solidi



$x$  = posizione,  $\xi$  = spostamento

L'elemento  $dx$  si sposta di una quantità  $\xi$  e si dilata di  $d\xi$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad \frac{E}{\rho} = c^2 \quad \text{Equazione delle onde}$$

«E» è detto modulo di Young del materiale

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Dove  $c$  è la velocità di propagazione della perturbazione meccanica dentro la barra diversa da  $d\xi/dt$  che è la velocità delle particelle

## Onde longitudinali nei liquidi e nei gas

Nei liquidi si introduce la **dilatazione** che viene indicata con  $\theta$

$$\theta = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{A(dx + d\xi) - A dx}{A dx} = \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

Si introduce il **coefficiente di comprimibilità**:  $\chi = -\frac{\theta}{p}$

E si ottiene:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{\chi \rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

equazione delle onde

$$\frac{1}{\chi \rho} = c^2$$

con  $\rho$  densità

---

Anche nei gas si trova l'equazione delle onde dove

$$c = \sqrt{\gamma \frac{R_0 T_0}{M_x}}$$

$$pV^\gamma = \text{cost}$$

$$\gamma = C_p/C_v$$

$M_x$  = massa molare

$R_0$  = costante dei gas

$T$  = temperatura assoluta

---

Asta di acciaio (solido)	$c = 5000 \text{ m/s}$
--------------------------	------------------------

Acqua (fluido)	$c = 1400 \text{ m/s}$
----------------	------------------------

Aria (gas)	$c = 331 \text{ m/s}$
------------	-----------------------

Tessuti molli	$c = 1540 \text{ m/s}$
---------------	------------------------

## Soluzione equazione delle onde

---

La soluzione dell'equazione delle onde è del tipo

$$\xi(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$$

Ogni espressione di questo tipo la soddisfa

Nel caso di un mezzo illimitato secondo  $x$  con una sorgente oscillante nell'origine a frequenza  $f = 1/T$  (eccitazione armonica) si ha:

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin((2\pi/T)(t - x/c)) = \xi_0 \sin(2\pi t/T - 2\pi x/Tc) = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$$

onda sinusoidale progressiva da  $d\varphi/dt = 0 \rightarrow c = dx/dt > 0$

$c$  = velocità di propagazione della perturbazione

Si può avere anche un'onda sinusoidale regressiva

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(\omega t + kx)$$

## Impedenza acustica $\xi(x,t) = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$

Ricordando che  $v = d\xi/dt = \omega \xi_0 \cos(\omega t - kx)$  **velocità di oscillazione**

$P = -\partial \xi / \partial x = (-1/\chi) d\xi/dx = (k \xi_0 / \chi) \cos(\omega t - kx)$  **pressione acustica**

Si definisce impedenza acustica caratteristica (solo onda progressiva)

$$Z = P/v = K/(\chi \omega) = (2\pi/\lambda)(1/(\chi 2\pi f)) = (1/\chi c) = \rho c \text{ [N s/ m}^3\text{] rayl}$$

Aria  $Z = 400 \text{ rayl}$

Acqua  $Z = 1.4 \cdot 10^6 \text{ rayl}$  (circa 3500  $Z_{\text{aria}}$ )

Muscolo  $Z = 1.7 \cdot 10^6 \text{ rayl}$

Tessuto molle  $Z = 1.5 \cdot 10^6 \text{ rayl}$

Aria  $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$  Acqua  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

## Intensità acustica

L'intensità acustica è definita come il flusso di potenza per unità di superficie normale alla direzione di propagazione e si misura in  $\text{W/m}^2$  e si ha:

$$I = P_0 v_0 / 2 = P_0^2 / 2Z = Z v_0^2 / 2 \quad [\text{N/m}^2]^2 \quad [\text{m}^3/\text{Ns}] = [\text{W/m}^2]$$

$P_0$  = pressione massima  $v_0$  = velocità massima

L'intensità si riporta spesso in decibel (dB)

$$I_{\text{dB}} = 10 \log_{10} I_{\text{W/m}^2} / I_0 \text{ W/m}^2$$

Tipicamente  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  (soglia udibilità)

---

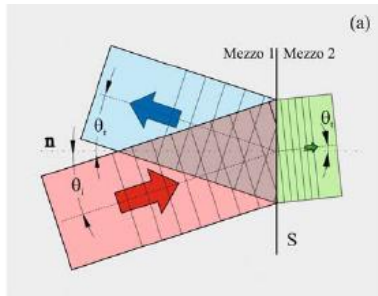
# PROPAGAZIONE ULTRASUONI

---

Quando un fascio ultrasonoro penetra nel corpo umano incontra diversi strati di tessuto ciascuno caratterizzato da una densità  $\rho$  e da una velocità di propagazione del suono  $c$  ovvero da una diversa impedenza acustica  $Z = \rho c$  e subisce delle riflessioni

Inoltre, quando un fascio ultrasonoro viaggia nel corpo esso subisce una attenuazione dovuta a fenomeni di riflessione, diffusione, propagazione sferica e fenomeni di assorbimento (dissipazioni con conversione di energia acustica in calore)

## Riflessione da strutture con dimensioni maggiori della lunghezza d'onda



I coefficienti di riflessione  $r_p$  e di trasmissione  $t_p$  della pressione Nell'ipotesi di onda piana valgono rispettivamente

$$r_p = \frac{p_r}{p_i} = \frac{Z_t - Z_i}{Z_t + Z_i}$$

Con:  $P_i + P_r = P_t$

Nell'ipotesi di incidenza normale si ha:

$$t_p = \frac{p_t}{p_i} = \frac{2Z_t}{Z_t + Z_i}$$

Con riferimento all'intensità acustica i coefficienti di riflessione e di trasmissione per incidenza normale sono dati da:

Con:  $I_i = I_r + I_t$

$$r_I = \frac{I_r}{I_i} = \left( \frac{Z_t - Z_i}{Z_t + Z_i} \right)^2$$

Dove  $I = P^2/2Z$

$$t_I = \frac{I_t}{I_i} = \frac{4Z_i Z_t}{(Z_t + Z_i)^2}$$

## Coefficienti di riflessione acustica per diverse interfacce

---

Grasso – Muscolo	0.0107
Muscolo – Sangue	0.0058
Osso - Grasso	0.489
Osso – Muscolo	0.412
Tessuto molle – Aria	0.999
Tessuto molle - PZT5	0.798

Con coefficienti bassi  $P_R \ll P_i$  torna indietro poco

Con coefficienti alti  $P_R \approx P_i$  torna indietro quasi tutto

Per superare il problema del basso adattamento tra il generatore di ultrasuoni (PZT5) e la pelle (tessuto molle) si opera un adattamento di impedenza interponendo tra la pelle ed il cristallo uno strato adattatore a  $\lambda/4$ .

## Attenuazione

---

L'intensità acustica si attenua viaggiando nei tessuti secondo una legge esponenziale del tipo:  $I = I_0 \exp(-\alpha_i x)$

Mentre per la pressione si ha:  $P = P_0 \exp(-\alpha_p x)$

Dove  $\alpha_p = \alpha_i / 2$        $\alpha_i = 2 \alpha_p$

Si definisce una attenuazione in dB/cm come:

$$A(f) = 10 \log_{10} (I(1\text{cm}) / I_0) = 10 \log_{10} (\exp(-\alpha_i 10^{-2})) = 8,68 \alpha_i 10^{-2} = \mu f^n$$

Dove  $\mu = [\text{dB}/(\text{cm MHz}^n)]$

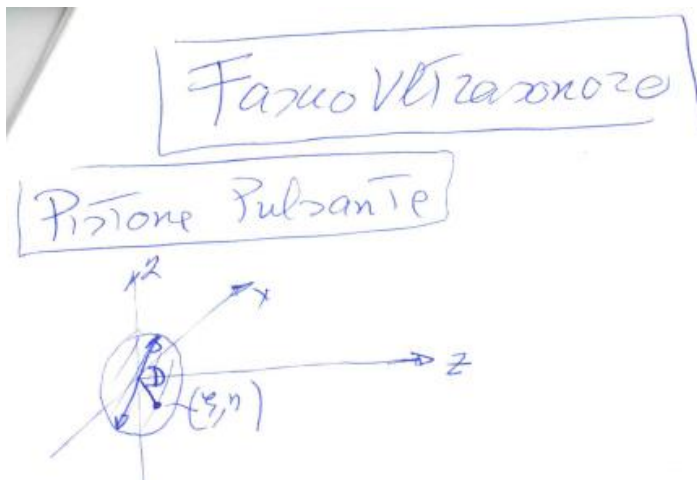
## Attenuazione in intensità

Sangue	$\mu = 0.2$	$n = 1.3$
Grasso	$\mu = 0.65$	$n = 1.2$
Aria	$\mu = 10$	$n = 2$
Acqua	$\mu = 0.0022$	$n = 2$
Muscolo	$\mu = 2.9$	$n = 1$

Nei calcoli di prima approssimazione si assume per i tessuti molli un valore di  $\mu$  (dB/(cm MHz)) pari a 0,8 ( $n = 1$ )

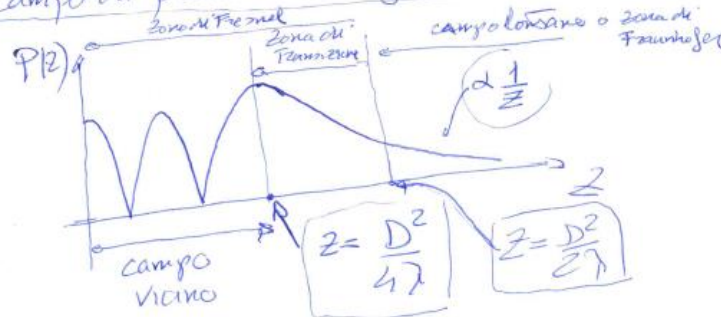
Con tale valore la perdita di intensità per un segnale ecografico a 2.5 MHz lungo un tratto di 6 cm vale

$$A_{dB} = 0.8 \times 2.5 \times 6 = 12 \text{ dB.}$$





Campo di pressione lungo  $z$  va come (sull'asse):



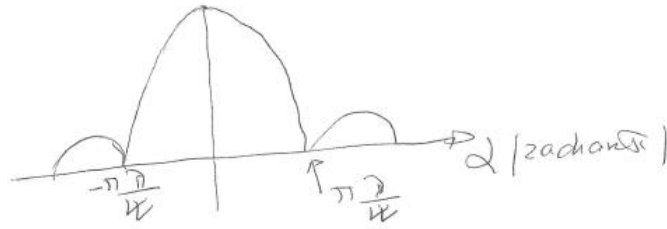
Il campo per  $z > \frac{D^2}{2\lambda}$  (campo lontano)  
decade come  $\frac{1}{z}$

Fuori Asse

$$P(x, y, z) = \int P(z, 0)$$

La pressione è proporzionale alla  
Trasformata di Fourier (spaziale)  
della distribuzione del campo  
di pressione sul Trasduttore

Se il Trasduttore è di forma  
quadrata di lato  $a$  e il campo  
di pressione è uniforme  $a$  ha  
la Trasformata di Fourier di una  $\text{rect}$   
che dà luogo ad una  $\text{sinc}$



Per un cristallo con  $D = 1 \text{ cm}$   
 immerso in acqua ( $c = 1400 \text{ m/s}$ )  
 ad  $f = 1 \text{ MHz}$  si ha

$$\frac{D^2}{4\lambda} = \frac{(10^{-2})^2 \times 10^6}{4 \cdot 1400} \approx 1.8 \text{ cm}$$

Gli ultrasuoni per ecografia sono  
 impiegati nella zona di Transizione

---

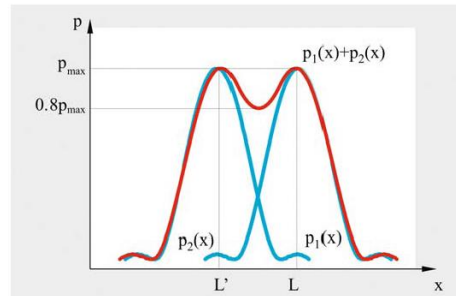
# LA SONDA

## Risoluzione laterale

---

Risoluzione laterale è la capacità della sonda di distinguere due elementi su di un piano ortogonale alla direzione di propagazione. Questa risoluzione è migliore quanto più grande è la sezione della sonda  
(in campo lontano  $\delta\theta \approx \lambda/2D$  rad)

Due oggetti si ritengono risolti lateralmente se l'involuppo degli echi riflessi da due oggetti sullo stesso piano ortogonale presenta un minimo locale fino a circa l'80% del valore massimo



Con due ostacoli se sposto al sonda lungo  $x$  si ottiene il risultato in figura.

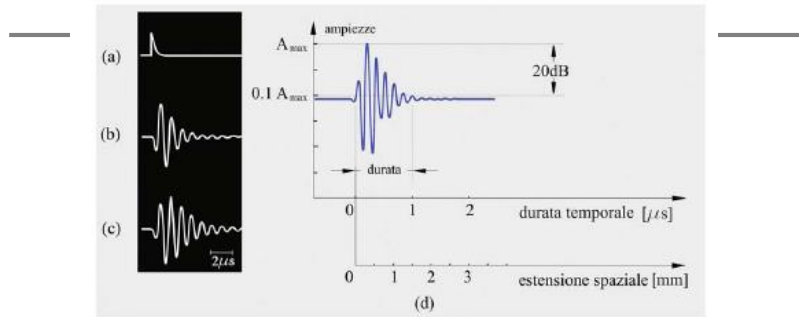
La risoluzione lungo  $x$  (trasversale) è data da  $\delta x = \delta \theta R$

## Risoluzione assiale

Risoluzione assiale è la capacità della sonda di distinguere elementi posti su piani ortogonali alla direzione di propagazione. Questa risoluzione è migliore quanto più piccola è la durata temporale dell'impulso ultrasonoro

Se si considera come ampiezza sonora ancora significativa un valore corrispondente a -20 dB rispetto all'ampiezza massima, si può individuare la durata dell'impulso ( $\tau$ ).

Se si manda un impulso su di un target a distanza  $x$  si ha un ritorno al tempo  $t = 2x/c$  quindi  $x = ct/2$  e risulta  $\delta x = c \tau / 2$



Ad esempio in figura il segnale relativo ad una frequenza di 5 MHz ha una durata di circa  $1 \mu s$  corrispondente nei tessuti molli ( $v = 1500 \text{ m/s}$ ) a  $\delta x = 0.75 \text{ mm}$ . Ciò significa che ogni elemento riflettente la cui distanza da un altro allineato lungo la direzione di propagazione sia inferiore a  $0.75 \text{ mm}$  non può essere risolto.

Da questo si evince l'importanza di produrre impulsi con solo 1 o 2 oscillazioni della frequenza di risonanza del piezoelemento. Stabilito tale numero massimo di oscillazioni la risoluzione assiale dipenderà solo dalla frequenza di oscillazione.

Al crescere della frequenza migliora quindi la risoluzione assiale e anche quella trasversale tuttavia aumenta l'attenuazione e quindi si riduce la profondità di penetrazione in quanto oggetti profondi producono echi che possono essere più bassi del rumore.

---

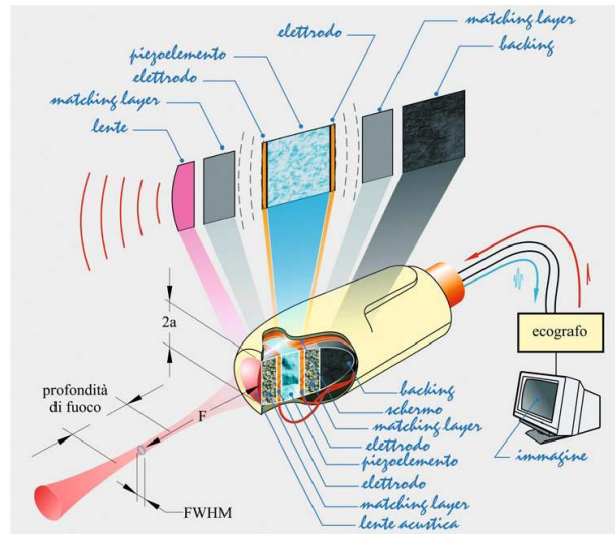
Nella pratica clinica si utilizzano sonde da 1 a 3.5 MHz nel campo delle basse frequenze, da 3.5 a 6 MHz nel campo delle medie frequenze e da 6 a 15 MHz nel campo delle alte frequenze.

Per indagini addominali o cardiache dove occorre rilevare echi a distanza di una decina di centimetri dalla pelle del paziente si utilizzano le basse o medie frequenze mentre si adoperano le alte frequenze per indagini a profondità di pochi centimetri per neonati o bambini o per zone in prossimità della superficie corporea.

## Struttura della sonda

---

L'elemento centrale della sonda è il piezoelemento con i suoi elettrodi. Questo elemento è inserito tra due strati di opportuno spessore e materiali chiamati strati di accoppiamento (matching layer) e con un materiale smorzante nella parte posteriore chiamato backing.



## Adattamento impedenza meccanica

Assumendo per il materiale piezoelettrico un valore  $Z_g$  compreso tra 30 e 36 Mrayl (valore tipico per i PZT) e per il tessuto biologico un valore di 1.5 Mrayl (acqua) il coefficiente di trasmissione in intensità è pari a circa 0.2 – 0.15. Quindi solo il 15 -20% dell'intensità dell'onda ultrasonora penetra nel mezzo e la rimanente parte è riflessa verso il trasduttore.

Per risolvere questo problema si inserisce tra il piezoelemento ( $Z_1$ ) ed il tessuto ( $Z_3$ ) uno strato di adattamento a  $\lambda/4$  di opportuna impedenza caratteristica:

$Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$  ovvero si inseriscono più strati adattatori la cui impedenza sia decrescente dal valore massimo del piezoelemento al valore minimo del tessuto

## Backing

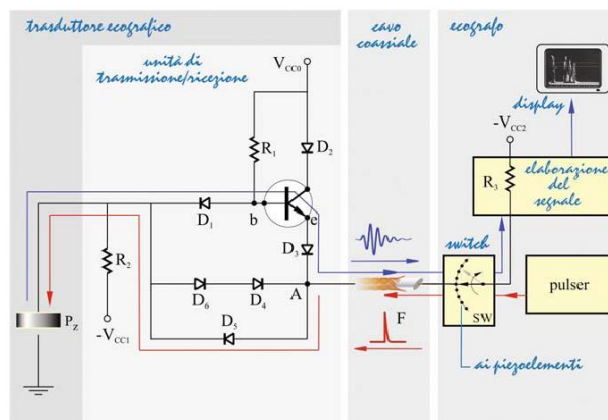
Poiché il piezoelemento è in generale caratterizzato da un basso smorzamento (alto  $Q$ ) se sollecitato impulsivamente fornisce oscillazioni con più di 4 – 6 cicli.

Quindi, al fine di attenuare le oscillazioni del cristallo, sulla faccia dell'elemento opposta a quella radiante viene applicato un materiale fortemente smorzante (backing).

Tipicamente il backing è realizzato con un materiale la cui impedenza è simile a quella del cristallo (per non avere riflessioni) che viene riempito di particelle metalliche che attenuano per diffusione e per attrito dovuto alla loro vibrazione in presenza del segnale ultrasonoro

## Circuito pilotaggio trasduttore

In figura è riportato lo schema a blocchi delle diverse parti che costituiscono il percorso elettrico del segnale ecografico in trasmissione (rosso) ed in ricezione (blu).





## Trasmissione

---

In trasmissione l'impulso in tensione è inviato dal trasmettitore del sistema al trasduttore attraverso lo switch SW e il cavo coassiale. Il segnale passa attraverso il diodo D5 e da qui giunge al piezoelemento, e viene generato un pacchetto di onde acustiche.

Poiché l'impulso è generalmente dell'ordine dei 100V, mentre la tensione continua positiva VCC0 di alimentazione del transistor sul ramo collettore e quelle negative VCC1 e VCC2 di polarizzazione sono dell'ordine di pochi volt, i diodi D1 e D3 inseriti tra il PZT e la base del transistor vengono polarizzati inversamente dallo stesso impulso trasmesso e risultano dunque in interdizione.

---

In questo modo l'impulso di tensione applicato al piezoelemento non va a interessare la base e l'emettitore dell'EF, cosicché esso non viene danneggiato nella fase di trasmissione (durante la quale risulta inattivo).

Al termine della fase di trasmissione i diodi D4 e D6 servono a scaricare immediatamente a massa le cariche elettriche immagazzinate nella capacità dell'elemento piezoelettrico, in modo da evitare la saturazione o, comunque, il funzionamento nella regione di non linearità del transistor nella successiva fase di ricezione.

---

In trasmissione si sceglie un trasmettitore con impedenza interna pari a  $50\ \Omega$  uguale all'impedenza caratteristica del cavo coassiale.

Il piezoelemento alla risonanza presenta una capacità statica intorno a  $50\ \text{pF}$  e una resistenza alla risonanza meccanica di  $1000\ \Omega$  che in parallelo danno a  $2.5\ \text{MHz}$  un'impedenza di circa  $786\ \Omega$ . Quindi della tensione dell'impulso di  $100\ \text{V}$  circa  $95\ \text{V}$  cadono sul piezoelemento e solo  $5\ \text{V}$  sull'impedenza interna del generatore

## Ricezione

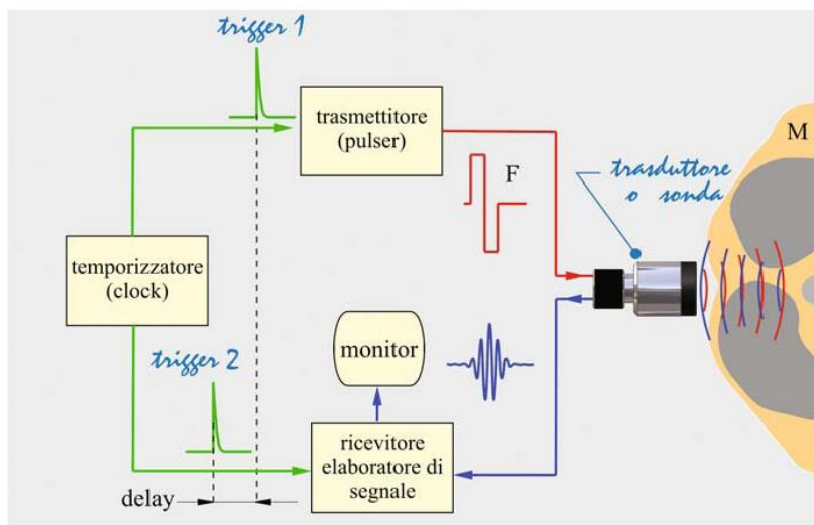
---

In fase di ricezione i pacchetti di onde acustiche ricevuti dall'elemento piezoelettrico, e da esso convertiti in segnali di tensione, entrano nell'inseguitore di tensione (EF) dalla base. Il transistor è polarizzato dalle tensioni  $V_{CC0}$  al ramo collettore e dalle tensioni  $V_{CC1}$  e  $V_{CC2}$  in modo che i diodi  $D4$ ,  $D5$  e  $D6$  siano interdetti, e sia invece attivo il diodo  $D1$ . In fase di ricezione, il transistor funziona a tutti gli effetti da emitter follower (con alta impedenza di ingresso) e la corrente di emettitore varia proporzionalmente al segnale ricevuto.

Il segnale in corrente sull'emettitore, dopo il passaggio sul cavo, viene tramutato in segnale in tensione prelevabile ai capi della resistenza  $R_3$  e presentato al ricevitore.

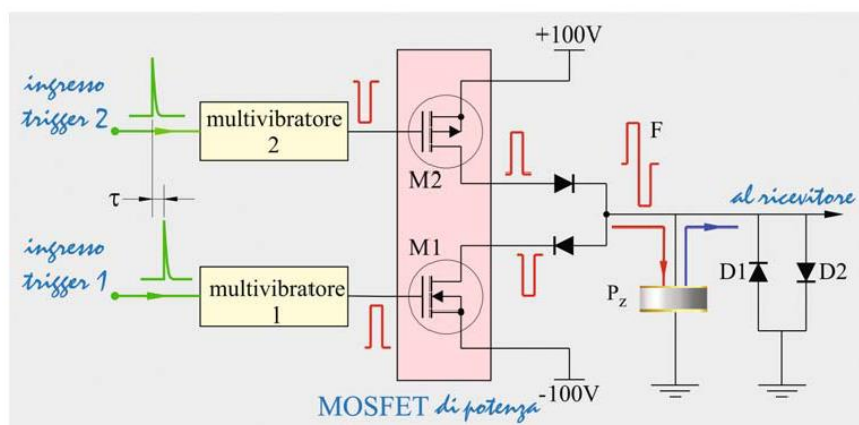
Quindi sebbene il guadagno di tensione dell'EF sia unitario il guadagno in corrente risulta paria  $\beta$ . In tal modo il transistor ha il ruolo di adattatore di impedenza e di amplificatore della debole corrente proveniente dal PZT che è trasformata in un segnale in tensione prelevabile su  $R_3$ .

## Schema di un ecotomografo



## Trasmittitore

Sperimentalmente è stato evidenziato che la forma ottimale dell'impulso di eccitazione risulta quella costituita da due onde quadre poste in controfase; tale forma è quella più utilizzata nei moderni ecotomografi, con un'ampiezza picco-picco dell'ordine di qualche decina di volt (ma può arrivare anche a più di 100V);



---

Il MOSFET M2 asvuotamento è a canale p mentre il MOSFET M1 è a canale n. Il primo trigger attiva il multivibratore 2 e si genera un impulso negativo che viene amplificato ed invertito da M2. Viene poi generato un secondo trigger con un ritardo  $\tau$  ed il multivibratore 1 genera un impulso positivo che viene amplificato ed invertito da M1. Il segnale somma va sul piezoelemento. I diodi D1 e D2 servono a proteggere il ricevitore.

## Ricevitore

---

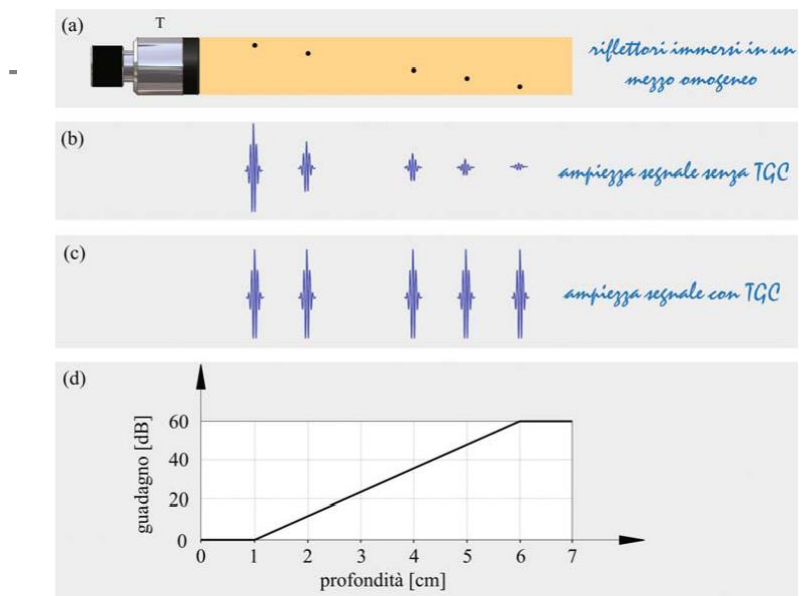
Nel ricevitore è presente un primo stadio (**preamplificatore** da 15-20 dB) che è posto vicino alla sonda e amplifica tutti gli echi ed il rumore

Per effetto dell'attenuazione (andata e ritorno) dei tessuti l'ampiezza degli echi generati a distanze maggiori è fortemente ridotta rispetto agli echi generati da ostacoli a distanze minori; pertanto risulta necessario provvedere a un'amplificazione dell'ampiezza degli echi dipendente dalla distanza da cui essi provengono.

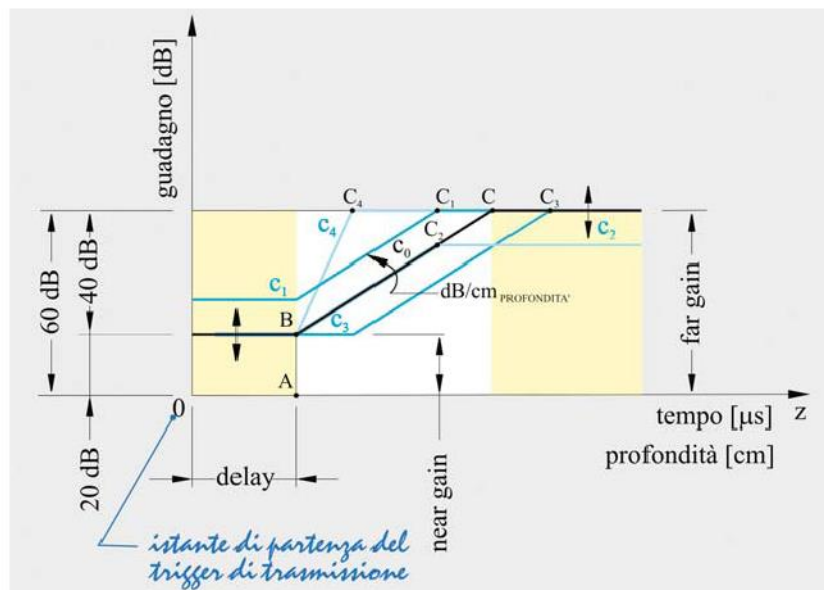
## Compensazione

Questa azione di *compensazione in guadagno in funzione del tempo* o, a parità di velocità di propagazione, in funzione della distanza è compiuta da un particolare amplificatore, indicato come **TGC (Time Gain Compensator)**.

In questo modo si restituisce alle ampiezze il valore dovuto esclusivamente all'interazione con una superficie di separazione. In altri termini, per effetto dell'introduzione del TGC, i valori delle ampiezze degli echi compensati dipendono fondamentalmente dai coefficienti di riflessione e trasmissione alle diverse interfacce.



Si deve utilizzare un'amplificazione variabile con la profondità secondo una funzione crescente con il tempo. Da una curva di regolazione di partenza (curva  $c_0$ ) è possibile ottenere diverse curve di compensazione, applicando separatamente: una variazione di guadagno nella zona vicina *near gain* (curva  $c_1$ ); una variazione di guadagno nella zona lontana *far gain* (curva  $c_2$ ); una variazione di estensione, o ritardo, nella zona vicina (curva  $c_3$ ); una variazione del coefficiente angolare o *slope rate* (curva  $c_4$ ).



## Compressione

---

Nelle applicazioni cliniche la profondità massima di indagine è generalmente compresa nell'intervallo 2÷25 cm, con sonde di frequenza variabile rispettivamente da 15 a 2 MHz, in relazione alle necessità diagnostiche.

Il rapporto tra l'eco di intensità massima e quello di intensità minima che giungono al trasduttore è detto *dinamica del segnale ecografico* e, nella maggior parte delle applicazioni, assume un valore dell'ordine di  $10^{10}$  in intensità, e dunque di  $10^5$  in ampiezza, vale a dire dell'ordine di 100 dB.

Una parte di questo grande divario è colmato grazie alla compensazione mediante il TGC; pertanto si può ritenere che a valle di tale amplificatore l'informazione sia contenuta entro una dinamica di circa 40dB.

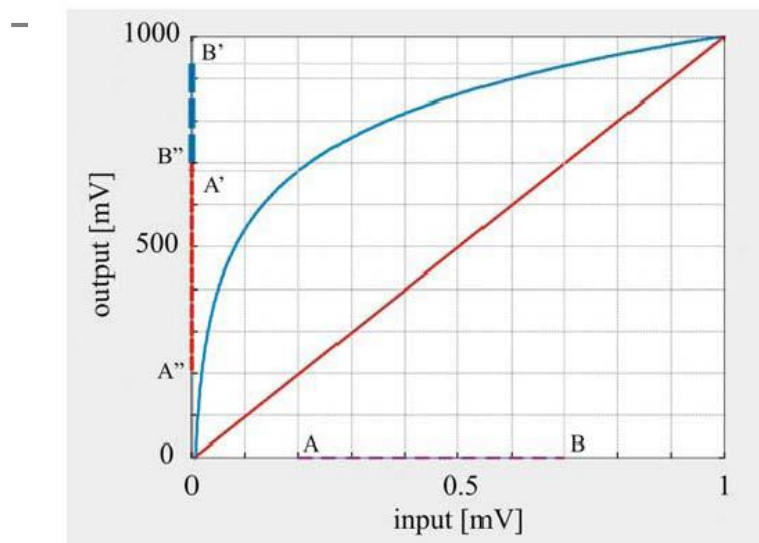
E' necessario considerare il fatto che, mentre gli amplificatori elettronici sono in grado di elaborare segnali con dinamiche anche superiori a 100dB, altri componenti elettronici hanno una dinamica assai limitata e tra questi si annoverano quelli destinati alla visualizzazione delle immagini, come i monitor dei televisori o dei personal computer.

---

D'altra parte l'immagine che si presenta sullo schermo televisivo deve avere una *dinamica* non superiore a quella *dell'occhio umano*, cioè al massimo (e nell'ipotesi migliore) di circa 20 dB. Da ciò deriva la necessità di effettuare una compressione della dinamica dei segnali elettrici in uscita dalla sonda che deve essere ridotta dall'originaria ampiezza di 40 dB ai 20 dB circa dell'occhio umano

La compressione può essere attuata in particolare da un amplificatore logaritmico (TLA, True Logarithmic Amplifier), il quale amplifica in quantità modesta i segnali ampi, mentre applica un guadagno proporzionalmente maggiore ai segnali deboli.



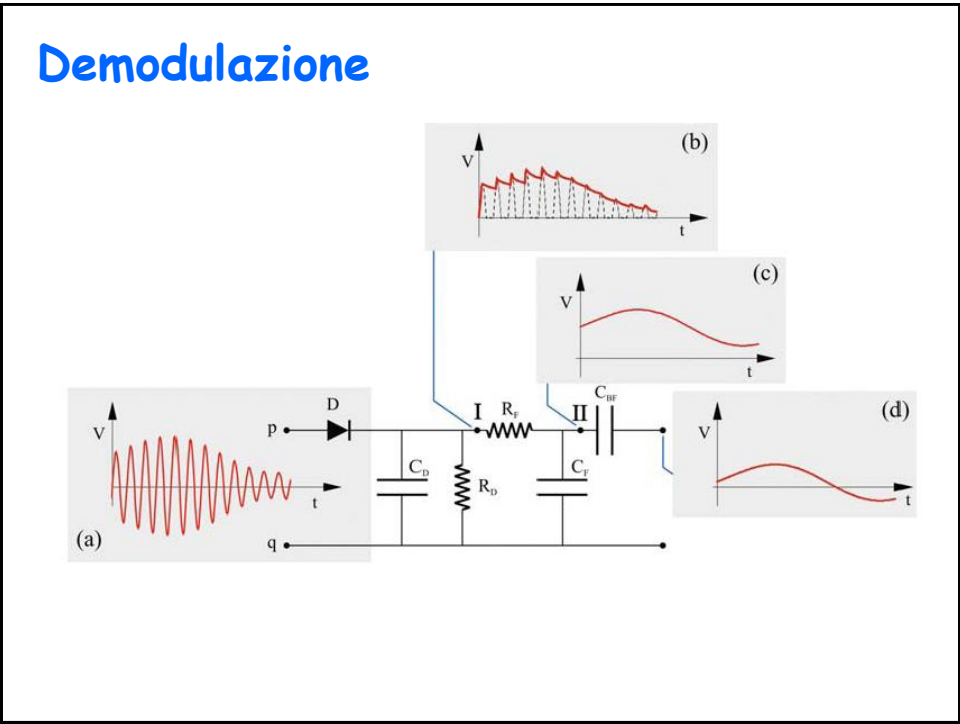
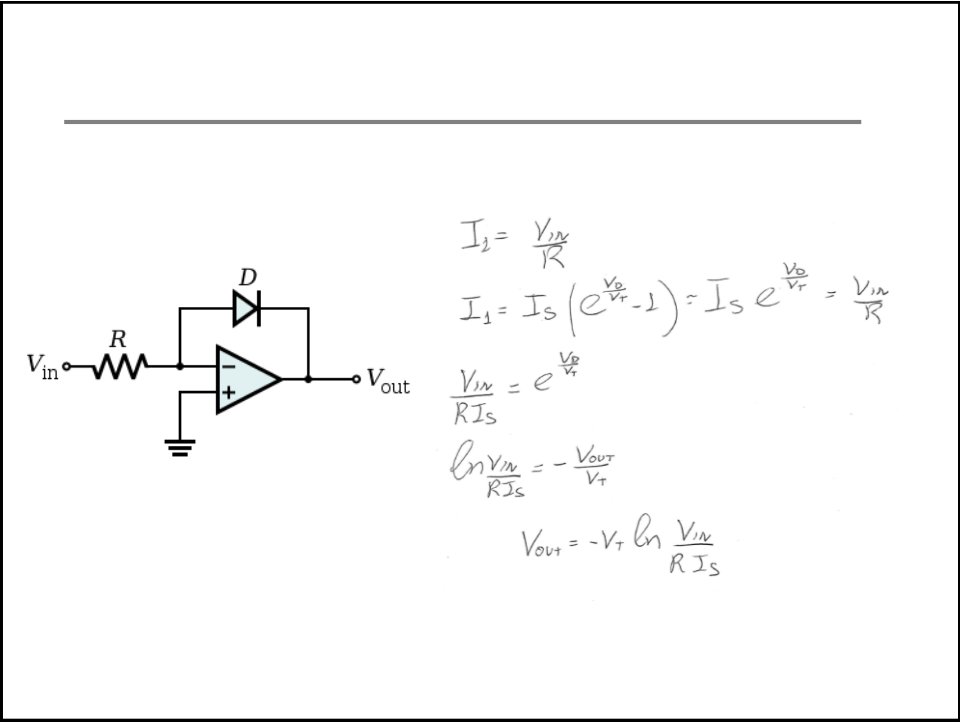


Caratteristiche di ingresso-uscita per amplificatore logaritmico (curva azzurra) e lineare (curva rossa).

Per piccole ampiezze di segnale in ingresso (ascissa A), il rapporto ingresso-uscita (guadagno) vale 1000 per l'amplificatore lineare e circa 3500 per quello logaritmico;

Per ampiezze maggiori del segnale di ingresso (ascissa B), il guadagno rimane costante per l'amplificatore lineare mentre si riduce a circa 1300 per l'amplificatore logaritmico (il guadagno del logaritmico è sempre  $\geq$  di quello del lineare ma varia con l'ampiezza dell'ingresso).

Ciò riduce la dinamica del segnale da circa 11 dB ( $20\log_{10}(0.7/0.2)$ ) in ingresso (segmento AB) a 2,7 dB ( $20\log_{10}(950/700)$ ) in uscita (segmento A'B').



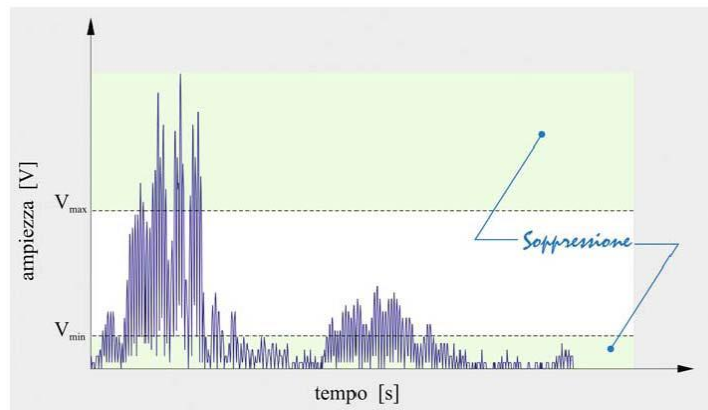
---

Il segnale oscillante in ingresso (a) viene raddrizzato dal diodo D, che permette il passaggio delle sole semionde positive, rappresentate con linea tratteggiata in (b), che caricano il condensatore  $C_D$ . Durante le fasi di interdizione del diodo il condensatore si scarica dando luogo al profilo seghettato (b); questo viene eliminato dal filtro passa basso composto dalla resistenza  $R_F$  e dal condensatore  $C_F$  (c). il condensatore  $C_{BF}$  provvede a eliminare la componente continua (d).

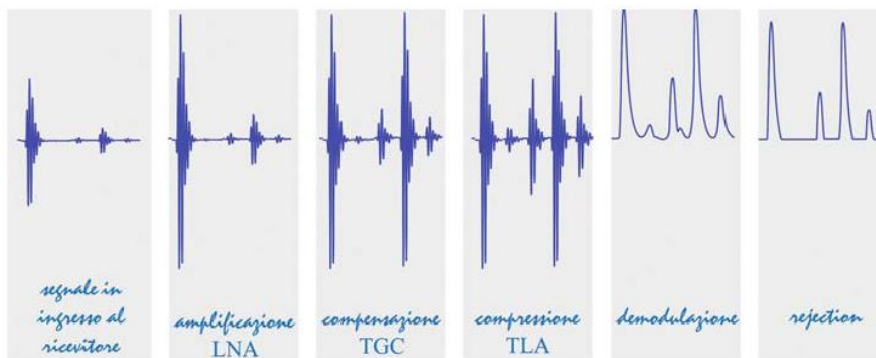
## Discriminatore di ampiezza

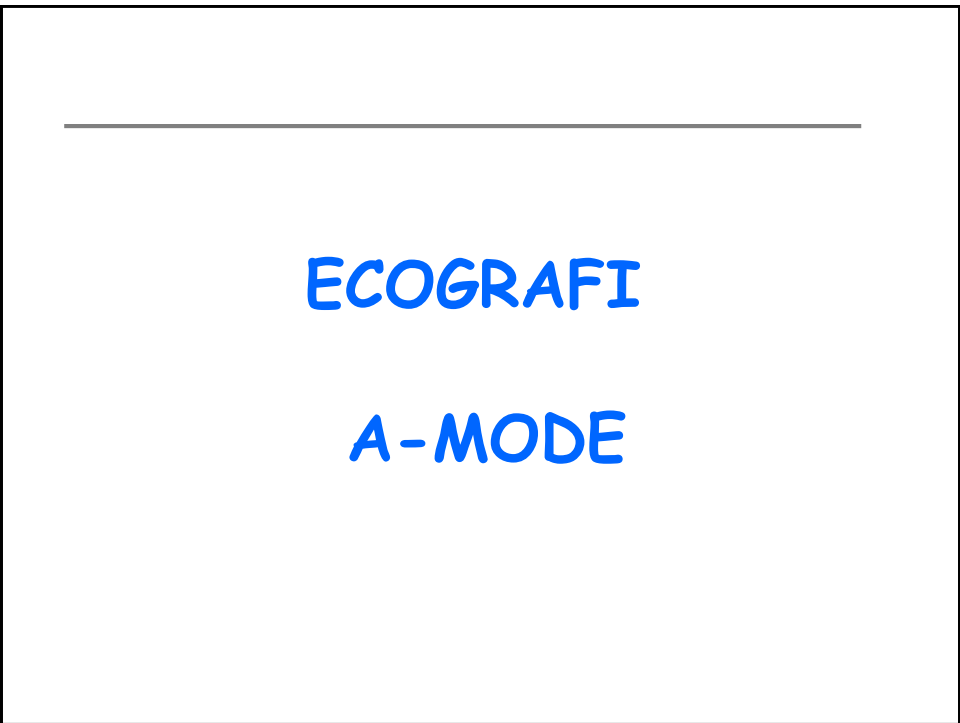
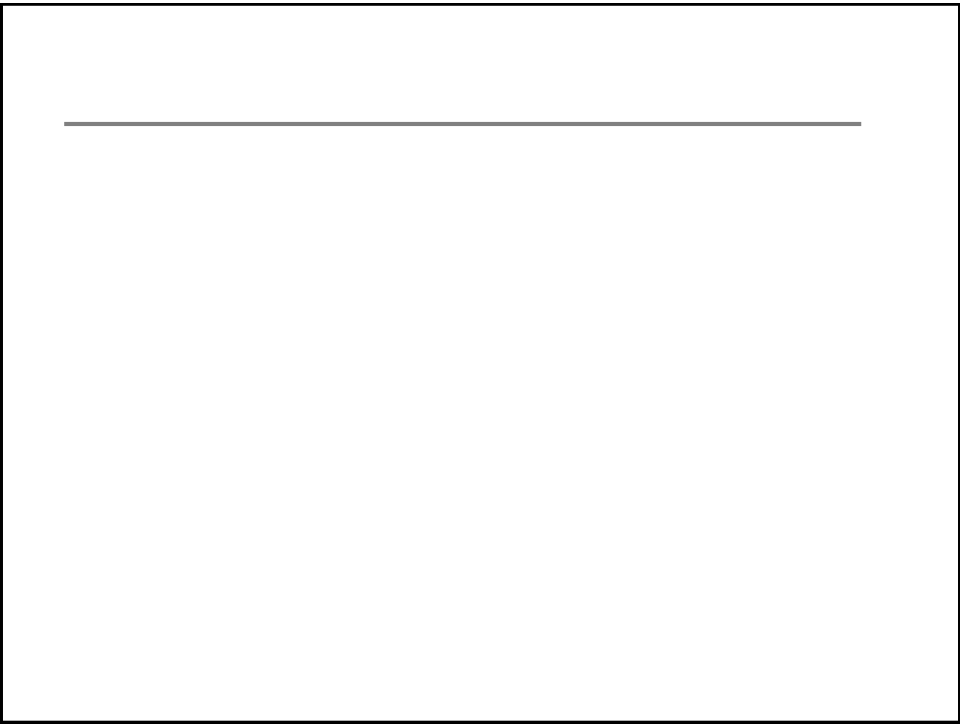
---

A molti degli echi ricevuti spesso non è attribuibile un contributo utile all'informazione, o perché sono di intensità troppo esigua, quindi facilmente confondibili con il rumore, o perché provengono da riflessioni multiple. Anche echi molto intensi, ma provenienti da ostacoli molto vicini alla sonda, non contribuiscono alla formazione dell'immagine. Per tali motivi è necessario eliminare sia gli echi troppo piccoli, sia quelli troppo grandi. Ciò si ottiene introducendo un *discriminatore di ampiezza*, «Rejection»



## Sintesi delle varie manipolazioni subite dal segnale





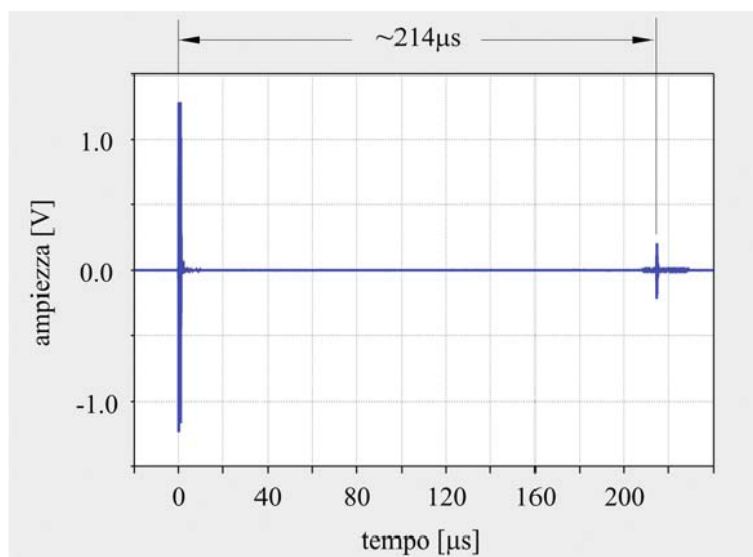
---

Il tomografo A-Mode (A = Ampiezza) opera come un SONAR: Ossia, invia un impulso sonoro e registra l'impulso di ritorno. Dal ritardo temporale  $\tau$  tra l'impulso trasmesso e quello riflesso si risale alla distanza dell'ostacolo

$$L = c \tau / 2$$

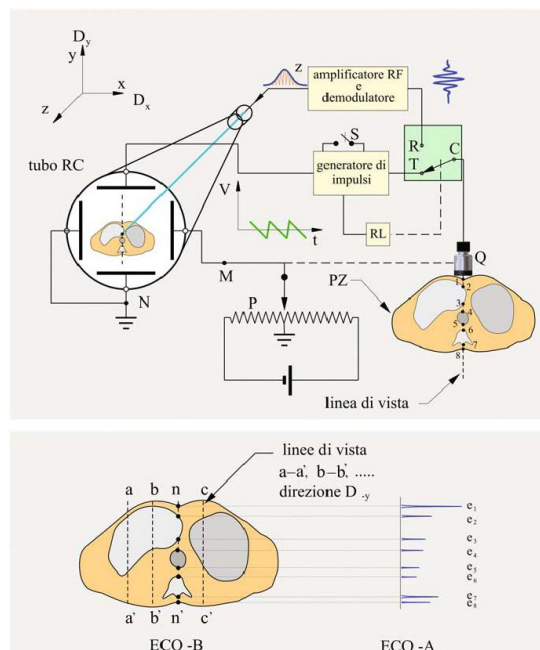
L'ecotomografo A-Mode è costituito da una sonda un trasmettitore ed un ricevitore

## Segnale registrato



# ECOGRAFI

## B-MODE



---

Il generatore invia gli impulsi al piezoelemento della sonda Q per mezzo del commutatore C in posizione di trasmissione T.

La sonda emette un impulso ultrasonoro che penetra nel corpo del paziente PZ e, incontrando le diverse strutture anatomiche, origina i corrispondenti echi  $e_1, e_2, \dots, e_m$  (nel caso della figura m è pari a otto).

La sonda Q è mantenuta dall'operatore in una determinata posizione sul corpo del paziente, corrispondente per esempio alla direzione  $n-n'$ , in modo che vengano ricevuti gli echi da essa provenienti; la direzione  $n-n'$  viene denominata *linea di vista* (o *linea di scansione*), o semplicemente *vista*.

La fase di ricezione avviene subito dopo l'emissione dell'impulso, grazie alla commutazione operata dal relè elettronico RL (posizione R nella figura).

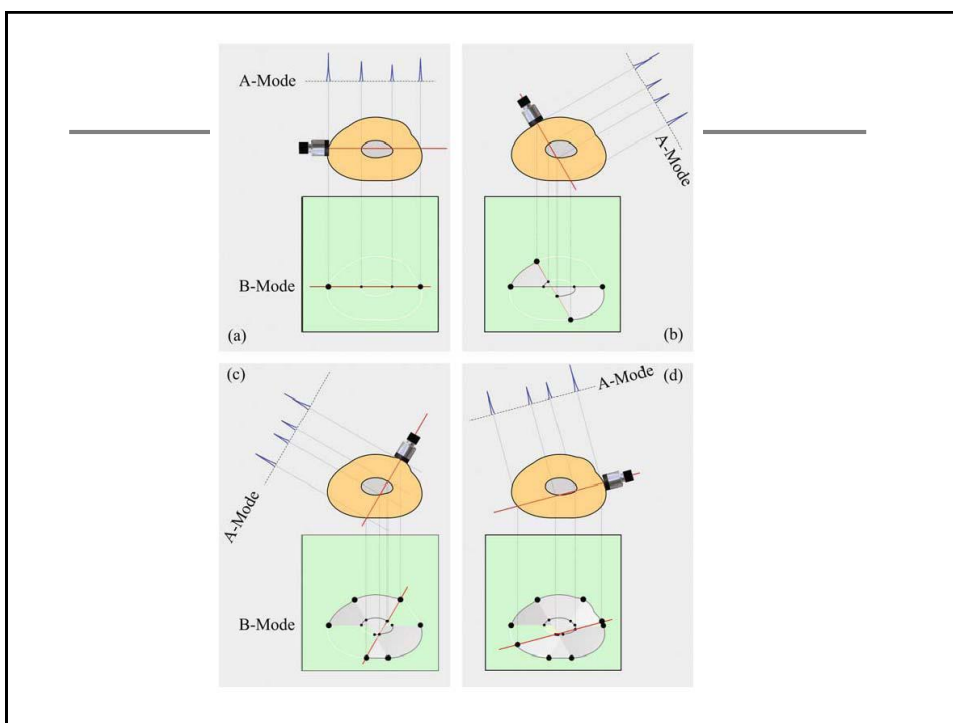
la sequenza dei punti più o meno luminosi memorizzati sullo schermo lungo la direzione y ricalca geometricamente la sequenza degli ostacoli dai quali hanno avuto origine gli echi nel corpo del paziente.

la traccia luminosa sull'oscilloscopio si muove lungo x analogamente a come si muove la sonda sul corpo del paziente (nel piano di scansione) manovrata dall'operatore, che può per esempio portare la sonda dalla vista  $n-n'$  a quella  $b-b'$ .

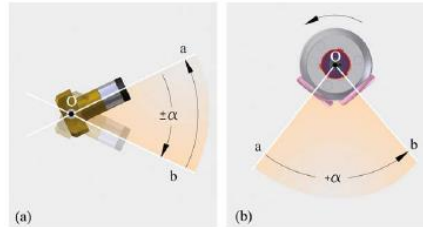
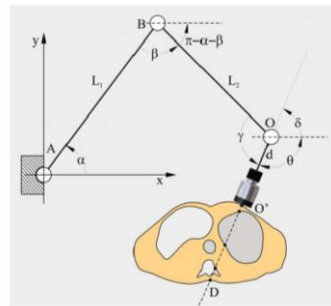
la brillantezza del punto sullo schermo è rappresentativa dell'ampiezza dell'eco, la sua posizione di coordinate x, y sullo schermo rappresenta la posizione del punto.

**Una rappresentazione di questo tipo è detta B-Mode o B-Scan (dove B sta per brightness, brillantezza);** essendo idonea solamente alla produzione di immagini tomografiche di corpi relativamente immobili, assume il nome di B-Mode statico, o B-Scan statico.





È necessario dunque disporre di informazioni non solo sulle direzioni  $x$  e  $y$ , essendo queste le coordinate del centro della sonda rispetto a un punto di riferimento, ma anche sull'angolo  $\theta$  di cui la sonda ruota, rispetto alla direzione di riferimento (per esempio la direzione orizzontale), per mantenere il contatto con il paziente.



Sistema a pantografo a scansione oscillante e rotante

## Scan converter digitale

Negli ecografi digitali il supporto è una matrice di  $n \times n$  elementi (normalmente  $512 \times 512$  elementi ma possono essere anche di più), ciascuno dei quali corrisponde a un pixel dell'immagine ed è rappresentato da un numero binario funzione dell'ampiezza dell'eco.

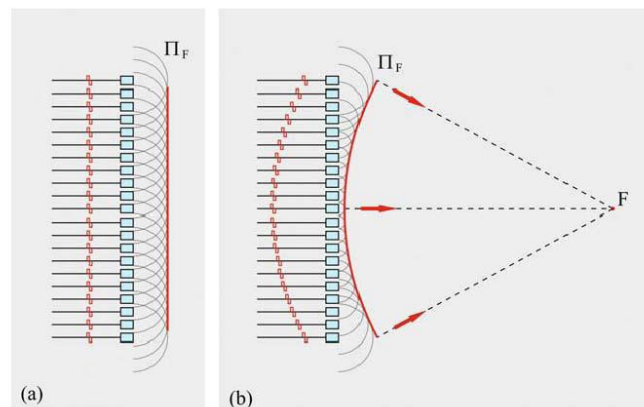
Il sistema consente di immagazzinare un'immagine come insieme di dati elaborabili in ogni momento; da essa può quindi essere estratta, anche in momenti diversi, una grande quantità di informazioni, di carattere sia geometrico (misure morfologiche) sia diagnostico.

## Sonde a schiera

---

L'elaborazione digitale del segnale rende possibile l'impiego e la gestione di un trasduttore costituito da un grande numero di elementi piezoelettrici, ciascuno dei quali è comandato singolarmente.

Tale trasduttore è comunemente denominato sonda a schiera o ad array perché i singoli piezoelementi sono posti ciascuno a fianco del successivo, presentandosi appunto in una schiera (o cortina).

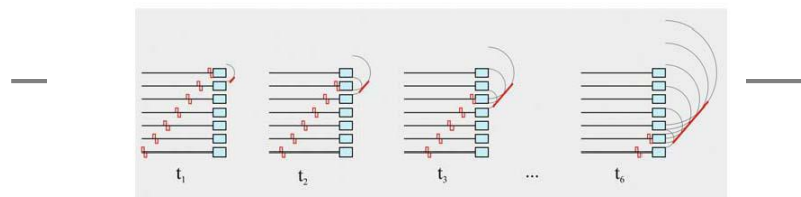


---

Applicazione del principio di Huygens-Fresnel a una schiera.

(a) Tutti i piezoelementi vengono alimentati contemporaneamente (differenza di fase nulla), per cui il fronte d'onda complessivo è piano.

(b) L'eccitazione viene fornita in modo che tra i segnali vi sia un ritardo con legge quadratica, per cui il fronte d'onda è concavo, ossia focalizzato in un punto F (fuoco).



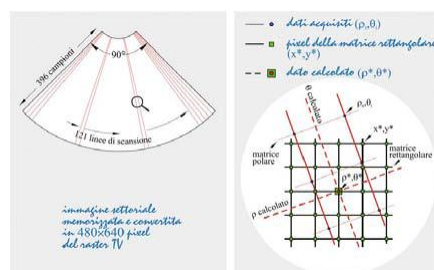
Applicazione del principio di Huygens-Fresnel a una schiera. Se l'eccitazione fornita ai piezoelementi è tale che tra l'emissione di ciascuno di essi vi sia un ritardo definito da legge lineare, il fronte d'onda che ne deriva è piano e inclinato rispetto alla normale alla superficie emittente (*steering*).

Nella figura sono riportati i tempi di attivazione di una schiera composta da 7 elementi e la progressiva formazione del fronte d'onda.

Idealmente, per ogni impulso emesso lungo l'i-esima direzione si ricevono echi provenienti dalle discontinuità del tessuto unicamente lungo di essa.

Si supponga ora di abilitare la ricezione di tali echi ogni  $r\Delta t$  secondi, il che equivale a ricevere echi provenienti da una profondità pari a  $p_i = c (r\Delta t) / 2$ , dove  $c$  è la velocità del suono nel mezzo; mentre gli angoli sono individuati da  $\theta_i = i\Delta\theta$  in tal modo il piano della scansione viene individuato dalle coordinate polari  $(p, \theta)$  e in esso, ai valori degli indici  $(i, r)$ , corrispondono impulsi ricevuti secondo angoli  $\theta_i$  da profondità  $p_r$ .

**Al termine di questa operazione si è ottenuta una *matrice polare di scansione*  $P$  di dimensioni  $R \times I$ , per esempio pari a 396 livelli di profondità per 121 linee di vista**



Un problema che si presenta in questi sistemi è associato al fatto che se  $A$  è un punto della griglia polare, non è detto che il risultato  $A''$  della conversione di  $A$  coincida con un punto della griglia rettangolare. Per risolvere questo problema si usano delle tecniche di interpolazione

---

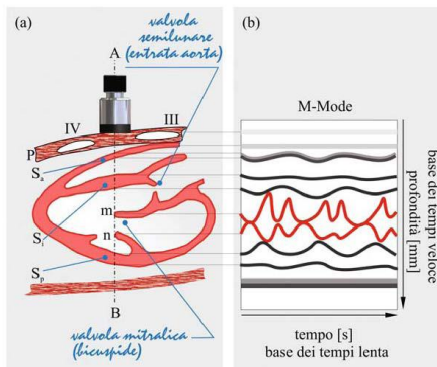
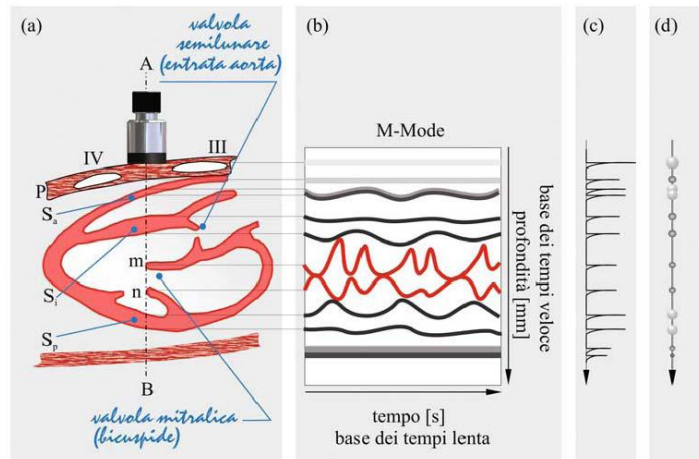
# ECOGRAFI

## M-MODE

---

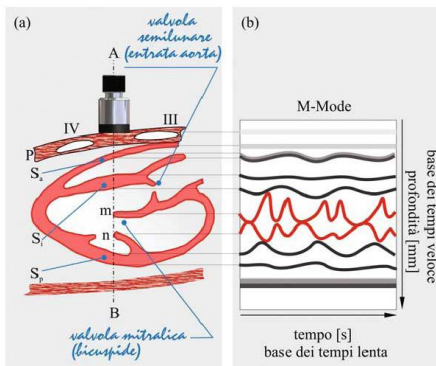
Nella modalità M-Mode gli echi vengono rilevati, come accade nella rappresentazione A-Mode, lungo una singola direzione (linea di vista) e vengono rappresentati sullo schermo di un oscilloscopio in funzione del tempo. La rappresentazione M-Mode consiste, quindi, nella storia temporale delle posizioni occupate da riflettori in movimento; da questo punto di vista, pertanto, può essere collocata nell'ambito della rappresentazione Real-Time.

Nella figura è rappresentato schematicamente un esempio di registrazione M-Mode relativo ai lembi m e n che costituiscono la valvola mitrale; la registrazione è ottenuta ponendo il trasduttore in regione cardiaca, nello spazio esistente tra la III e la IV costola.



Il fascio ultrasonoro incontra la cute e i muscoli pettorali P, pressoché fermi, e quindi la parete anteriore del cuore con il suo spessore  $S_a$ . Successivamente, il fascio attraversa il ventricolo destro e il setto intraventricolare (di spessore  $S_i$ ), incontra i due lembi m e n della valvola mitrale e, infine, attraversa la parete posteriore del cuore  $S_p$ .

Nel corso del ciclo cardiaco i due lembi m e n della valvola compiono un'escursione tra la configurazione di apertura massima (che si verifica nel periodo di massima eiezione) e la configurazione in cui essi combaciano, allorquando il sangue racchiuso nel ventricolo viene espulso attraverso la valvola aortica (semilunare) che si apre.



I luoghi delle posizioni occupate nel tempo da m e n, in ogni ciclo cardiaco, sono rappresentati nella figura dalle due curve m-n (in colore rosso), che si allontanano e si avvicinano, fino ad avere un tratto in comune in corrispondenza della fase di chiusura della valvola.

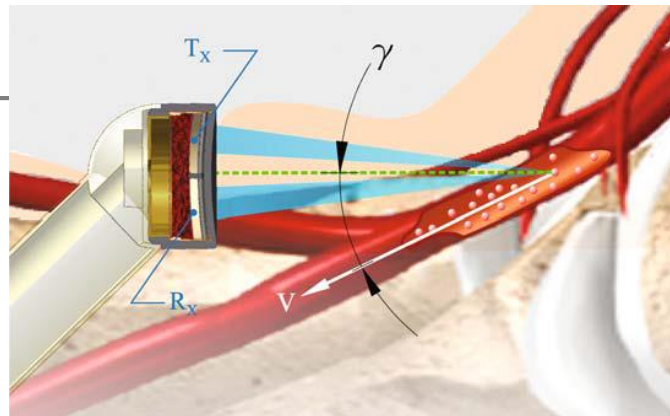
La forma assunta dagli andamenti temporali di m e n consente di trarre importanti informazioni diagnostiche (come nella diagnosi di stenosi mitralica).



---

# ECOGRAFI

## DOPPLER



- L'elemento riflettore, del quale si desidera misurare la velocità  $v$  per mezzo dell'effetto Doppler è costituito dai globuli rossi del sangue

---

Nella figura sono riportati i trasduttori T di trasmissione e R di ricezione nella sonda nonché il flusso sanguigno di velocità  $v$  e angolo di incidenza  $\gamma$  rispetto alla direzione di propagazione degli ultrasuoni.

Indicando con  $f_0$  la frequenza trasmessa e con  $f_R$  quella ricevuta, lo shift Doppler ( $f_D = f_R - f_0$ ) è legato alla velocità dei globuli rossi e alla velocità degli ultrasuoni e all'angolo di incidenza dalla relazione:

$$f_D \cong 2f_0 \frac{v}{c} \cos \gamma$$

Essendo  $f_R > f_0$  è  $f_D > 0$ , inoltre si ha anche  $v > 0$

---

I risultati ottenuti per globuli rossi con velocità  $v$  diretta verso il trasduttore sono direttamente applicabili anche a globuli rossi dotati di velocità  $-v$  in allontanamento da esso, purché si abbia cura di sostituire  $v$  con  $-v$  nelle equazioni corrispondenti.

lo shift Doppler  $f_D$  risulta sempre pari alla differenza tra la frequenza ricevuta  $f_r$  e quella trasmessa  $f_0$ , indipendentemente dal verso della velocità dei globuli rossi che lo producono.

In questo caso  $f_R < f_0$  e quindi  $f_D < 0$ , e si ha  $v < 0$

La  $f_D$  è tanto maggiore quanto maggiore è il valore di  $f_0$ .

- 
- Il fattore 2 a secondo membro della  $f_D$  può essere giustificato dal punto di vista fisico, oltre che matematico.
  - Il Doppler shift può essere visto come la somma di due contributi: lo shift in frequenza dell'onda incidente sui globuli rossi (fase di trasmissione) e quello dell'onda da essi riflessa (fase di ricezione).
  - Essendo il moto dei globuli rossi il medesimo in entrambi i casi tale è anche ciascuno shift: la loro somma risulta pertanto pari al doppio di ognuno di essi.

- 
- Essendo il rapporto  $v/c$  nelle comuni applicazioni cliniche dell'ordine di  $10^{-5}$ ÷ $10^{-3}$ , ne consegue che la frequenza Doppler  $f_D$  appartiene al campo dell'udibile.
  - Per esempio, per  $v=1 \text{ m s}^{-1}$ ,  $f_0=5 \text{ MHz}$  e  $c=1570 \text{ m s}^{-1}$ , si ha

$$f_D \cong 2f_0 \frac{v}{c} = 2 \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{1}{1570} \cong 6,37 \text{ kHz}$$

- 
- Tutto ciò premesso, è possibile ottenere la velocità  $v$  dei globuli rossi individuabili entro un certo volume di osservazione come

$$v = \frac{c}{2f_0 \cos \gamma} f_D$$

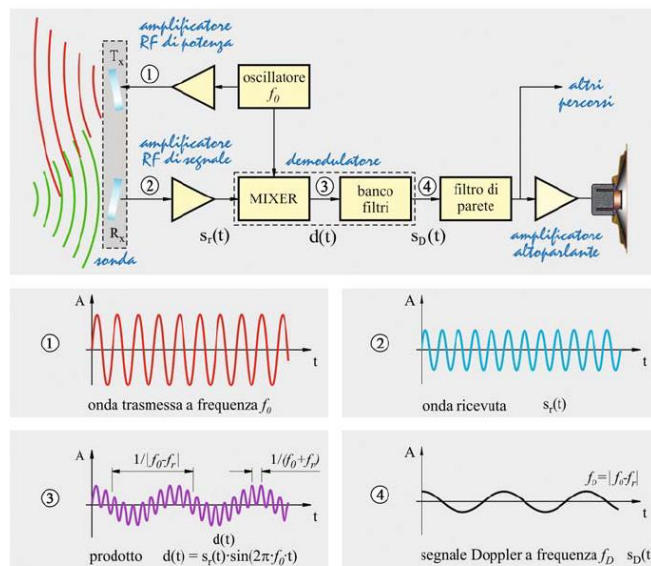
- Poiché nella pratica clinica è usuale misurare la velocità in centimetri al secondo, esprimendo  $f_D$  in kilohertz,  $f_0$  in megahertz e supponendo  $c=1570\text{ms}^{-1}$ ,
- Si ha:

$$v_{\text{cm/s}} = 77 \frac{f_D}{f_0 \cos \gamma}$$

- 
- Poiché i globuli rossi hanno dimensioni molto più piccole della lunghezza d'onda degli ultrasuoni utilizzati, la valutazione della loro velocità si fonda sui fenomeni oggetto della teoria classica sulla diffusione (Rayleigh).
  - In base a tale teoria, l'energia retrodiffusa dai globuli rossi è proporzionale alla quarta potenza della frequenza della radiazione ultrasonora e alla sesta potenza del loro diametro.
  - Per tali motivi il segnale Doppler dovuto al backscattering dei globuli rossi è molto debole e spesso comparabile con il rumore presente durante la misura.

- tuttavia è difficile che un singolo globulo rosso "cammini" da solo per un lungo tragitto, poiché di norma viaggia aggregato con altri globuli rossi e il livello di aggregazione (rouleaux) è molto variabile, essendo in genere compreso tra 5 e 50, a seconda del valore del gradiente di velocità (*shear rate*).
- il livello di aggregazione e quindi la dimensione dei rouleaux è il principale responsabile, assieme alla frequenza del fascio ultrasonoro, della potenza riflessa (*backscattered power*)

## Schema di un ecografo doppler



La velocità dei globuli rossi varia nel tempo per cui si ha  $f_D(t)$ . In questa analisi supponiamo  $f_D(t) = f_D$

$$S_T = A \cos(2\pi f_0 t) \quad f_D = |f_R - f_0|$$

$$S_R = B \cos(2\pi f_R(t)t) = B \cos(2\pi (f_0 \pm f_D(t))t)$$

$$d(t) = S_R \cdot S_T = AB \cos(2\pi (f_0 \pm f_D)t) \cdot \cos(2\pi f_0 t)$$

$$d(t) = \frac{AB}{2} \cos(2\pi f_0 t \pm 2\pi f_D t + 2\pi f_0 t) + \frac{AB}{2} \cos(2\pi f_0 t \pm 2\pi f_D t - 2\pi f_0 t) \quad \boxed{f_D(t) = f_D}$$

$$\boxed{S_D(t) = \frac{AB}{2} \cos(2\pi f_D t)}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

## Spettro del segnale doppler

- In realtà, la velocità dei riflettori segue l'andamento della pressione sistolica; di conseguenza  $f_D$  non è costante e, rappresentando un segnale di tipo periodico
- Quindi, può essere concepito, secondo Fourier, come somma di componenti sinusoidali elementari.
- Per semplicità, e senza perdita di generalità, si suppone che i riflettori siano animati da una velocità che segue una legge temporale del tipo:

$$v(t) = v_m \sin(\omega_m t) = v_m \sin(2\pi f_m t)$$

essendo  $f_m$  la frequenza con la quale varia la velocità dei riflettori.

- Nell'ipotesi di angolo di attacco  $\gamma = 0$ , il Doppler shift  $f_D(t)$  è pertanto

$$f_D(t) = (2f_0/c) v_m \sin(2\pi f_m t)$$

in cui la frequenza Doppler  $f_D(t)$  varia nel tempo perché varia nel tempo, con legge sinusoidale, la velocità dei riflettori.

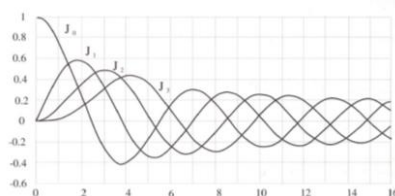
- Pertanto il segnale Doppler  $s_R(t)$  si esprime come

$$\begin{aligned} s_R(t) &= A \sin [2\pi (f_0 \pm f_D(t)) t] = \\ &= A \sin [2\pi (f_0 \pm (2f_0/c) v_m \sin(2\pi f_m t)) t] = \\ &= A \sin [\omega_0 t \pm (2\omega_0/c) v_m \sin(\omega_m t)] = \end{aligned}$$

- Dall'ultimo membro si riconosce come il segnale sia modulato in frequenza (FM) dalla funzione  $v_m \sin(\omega_m t)$ ;
- Abbiamo quindi una funzione sinusoidale, nella quale la frequenza varia a sua volta con legge sinusoidale ciò ne consente lo sviluppo in una serie di funzioni di Bessel del tipo:

$$\sin(\alpha + x \sin \beta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x) \sin(\alpha + n\beta)$$

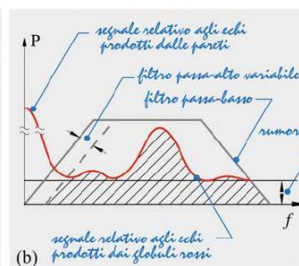
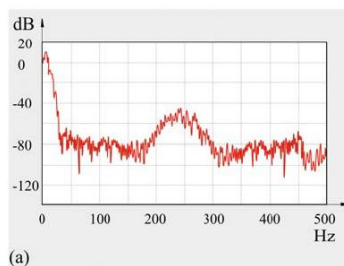
- dove  $J_n$  sono le funzioni di Bessel di prima specie di ordine  $n$ ,  $\alpha = \omega_0 t$ ,  $x = 2\omega_0 t v_m/c$  e  $\beta = \omega_m t$ .



## Filtro di parete

- Negli studi vascolari occorre osservare che i movimenti rilevati dalla strumentazione diagnostica possono essere causati non solo dai globuli rossi, ma anche dalle pareti dei ventricoli e dei vasi ove si sviluppa il flusso sanguigno.
- Tali movimenti avvengono con velocità assai modesta e a essi è, quindi, associata una bassa frequenza Doppler; tuttavia coinvolgono masse di grande entità in confronto a quella dei globuli rossi. Ne deriva che la frequenza Doppler è bassa, mentre l'intensità del segnale è molto elevata;
- in particolare gli echi provenienti dalle pareti tendono a sovrapporsi a quelli, assai più deboli, provenienti dalle basse velocità dei corpuscoli del sangue, cioè essi costituiscono un rumore di fondo molto forte che copre i segnali utili.

- In prima istanza questo problema viene risolto escludendo le basse frequenze con un filtro, chiamato *di parete* perché serve a escludere gli echi intensi e a bassa frequenza provenienti dalla parete dei vasi e/o dei ventricoli.



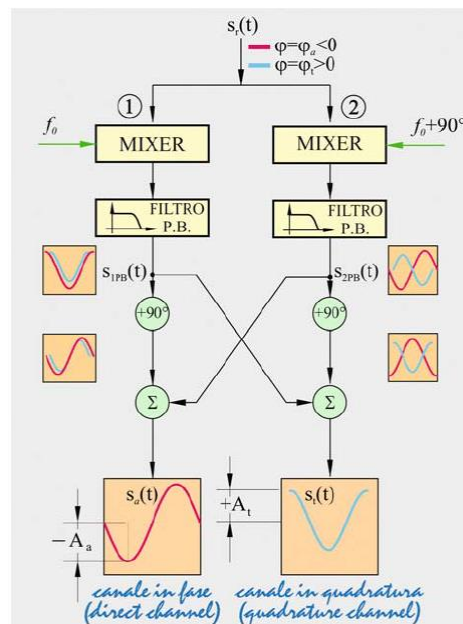


## Demodulatore in quadratura

- Si consideri il caso in cui siano presenti nel volume indagato oggetti aventi velocità differenti e, in particolare, direzioni opposte.
- Il segnale  $S_r(t)$  ricevuto dalla sonda, si specifica nella somma dei contributi  $S_{ra}(t)$  e  $S_{rt}(t)$  dei segnali Doppler corrispondenti ai riflettori in allontanamento (*away signal*) e in avvicinamento (*toward signal*) al trasduttore

$$s_r(t) = s_{rt}(t) + s_{ra}(t) = A_t \cos[2\pi(f_0 + f_t)t] + A_a \cos[2\pi(f_0 - f_a)t]$$

- Per distinguere i contributi in allontanamento da quelli in avvicinamento si può utilizzare lo schema di figura



- Lungo il canale 2 (canale in quadratura) il segnale viene moltiplicato per la portante  $f_0$  sfasata di 90 gradi, per cui si ottiene

$$s_r(t) \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= \left\{ A_i \cos[2\pi(f_0 + f_i)t] + A_a \cos[2\pi(f_0 - f_a)t] \right\} [-\sin(2\pi f_0 t)]$$

$$S_2 = -A_i \cos(2\pi(f_0 + f_i)t) \cdot \sin(2\pi f_0 t) - A_a \cos(2\pi(f_0 - f_a)t) \sin(2\pi f_0 t)$$

$$= -\frac{A_i}{2} \left[ \sin(2\pi f_0 t + 2\pi f_i t + 2\pi f_0 t) + \sin(2\pi f_0 t - 2\pi f_i t - 2\pi f_0 t) \right]$$

$$- \frac{A_a}{2} \left[ \sin(2\pi f_0 t + 2\pi f_a t - 2\pi f_0 t) + \sin(2\pi f_0 t - 2\pi f_a t - 2\pi f_0 t) \right]$$

$$\boxed{S_{2PB} = +\frac{A_i}{2} \sin 2\pi f_i t - \frac{A_a}{2} \sin 2\pi f_a t}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2}$$

Nel canale 1 (canale in fase), invece, il segnale viene moltiplicato per la portante non sfasata, per cui, analogamente alla [11.47] si ha

$$\begin{aligned} s_r(t) \cos(2\pi f_0 t) &= \\ &= \left\{ A_i \cos[2\pi(f_0 + f_i)t] + A_a \cos[2\pi(f_0 - f_a)t] \right\} \cos(2\pi f_0 t) \end{aligned} \quad [11.49]$$

il segnale nel canale 1 all'uscita del filtro è

$$s_{1PB}(t) = \frac{1}{2} A_i \cos(2\pi f_i t) + \frac{1}{2} A_a \cos(2\pi f_a t) \quad [11.50]$$

Successivamente, come indicato nella figura nel canale 2 il segnale  $S_{2PB}(t)$ , dopo essere stato sfasato di 90 gradi viene sommato al segnale  $S_{1PB}(t)$ . In tal modo si ottiene all'uscita del canale 2 il seguente risultato

$$\begin{aligned} S_2(t) &= s_{1PB}(t) + \left\{ s_{2PB}(t) \right\}_{+\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} A_i \cos(2\pi f_i t) + \frac{1}{2} A_a \cos(2\pi f_a t) + \\ &+ \frac{1}{2} A_i \cos(2\pi f_i t) - \frac{1}{2} A_a \cos(2\pi f_a t) = A_i \cos(2\pi f_i t) \end{aligned} \quad [11.51]$$

In modo del tutto analogo, nel canale 1 si effettuano le medesime operazioni e si ottiene

$$\begin{aligned} S_1(t) &= \left\{ s_{1PB}(t) \right\}_{+\frac{\pi}{2}} + s_{2PB}(t) = -\frac{1}{2} A_i \sin(2\pi f_i t) - \frac{1}{2} A_a \sin(2\pi f_a t) + \\ &+ \frac{1}{2} A_i \sin(2\pi f_i t) - \frac{1}{2} A_a \sin(2\pi f_a t) = -A_a \sin(2\pi f_a t) \end{aligned} \quad [11.52]$$

## Analisi spettrale nel CW Doppler

- Se si misurassero con un voltmetro registratore le tensioni  $S_a(t)$  e  $S_r(t)$ , queste avrebbero un andamento complessivamente periodico che ricalcherebbe grossolanamente le onde delle pressioni sistolica e diastolica.
- Va però ricordato che, anche nel caso (ideale) di moto laminare, ogni globulo rosso (o ogni rouleau) ha velocità diversa in ogni sezione del vaso;
- d'altra parte, se il flusso è turbolento, il moto delle singole particelle è assai disordinato e in un medesimo elemento di volume fluido è possibile reperire un grande divario di velocità che tuttavia nel loro insieme concorrono mediamente a fare avanzare (o indietreggiare) una piccola massa di sangue.

- 
- segnali in uscita dal demodulatore, pur contenendo tutte le informazioni, non sono idonei a fornire un'immagine della realtà fisica di facile e immediata interpretazione.
  - Occorre, quindi, che  $S_a(t)$  e  $S_r(t)$  vengano ulteriormente elaborati per estrarre tutte le informazioni in essi contenute: in particolare, è necessario scomporre ciascuno di essi e individuarne il contenuto armonico per mezzo di un analizzatore di spettro.

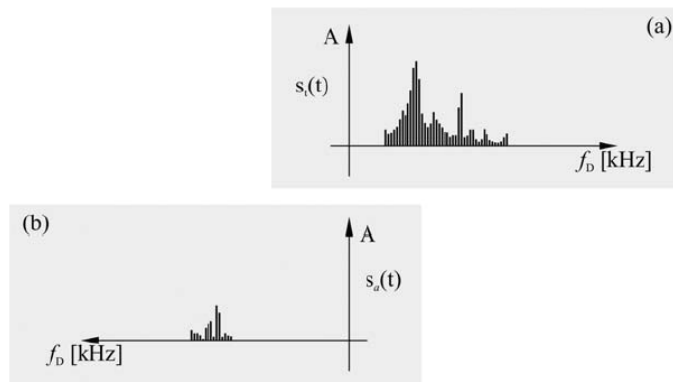
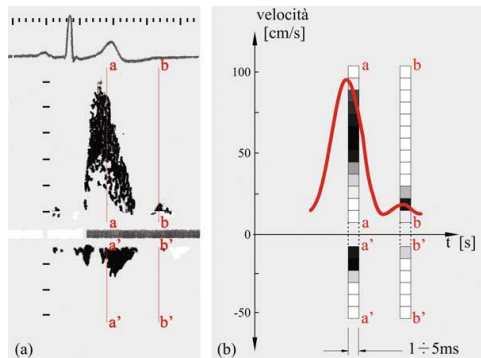


Figura 11.15. Rappresentazione degli spettri delle frequenze rilevabili in un intervallo di tempo di 5 ms nell'intorno di  $t_0$  rispettivamente per i segnali  $s_s(t)$  e  $s_a(t)$ . Tali spettri rappresentano per  $s_s(t)$  le velocità "positive" (dirette verso il trasduttore) e per  $s_a(t)$  quelle "negative" (in allontanamento dal trasduttore).

- nel volume di prova sono presenti globuli rossi animati da differenti velocità, ciascuna delle quali corrisponde a una frequenza nello spettro. In particolare, se in corrispondenza di una determinata frequenza si osserva una riga, questa indica, sull'asse delle ordinate, un'ampiezza che è proporzionale al numero di riflettori che possiedono la velocità a essa relativa. La distribuzione delle righe nello spettro equivale pertanto alla distribuzione delle velocità dei riflettori in un determinato intervallo di tempo e all'interno di una regione di spazio definita.
- Naturalmente lo spettro può variare da un intervallo di tempo al successivo, cioè le righe possono mutare sia in ampiezza sia in frequenza; ciò accade normalmente in ecocardiografia, dove le condizioni di flusso sanguigno (pulsatile) cambiano da istante a istante.

- A tale fine, è evidente che risulta necessario costruire un diagramma che esprima al suo interno il contenuto di tre variabili: **velocità** (in modulo e verso), **quantità dei globuli rossi** che si muovono con quella velocità (intensità) e **tempo**, vale a dire in quale istante del ciclo cardiaco quella data quantità di globuli rossi produce quel determinato spettro.
- Il problema si risolve costruendo un nuovo diagramma, dove sull'asse delle ascisse è posto il tempo: per ogni ascissa temporale (che rappresenta nella realtà un intervallo di tempo di  $1 \div 10\text{ms}$ ) viene tracciata una riga (in realtà una striscia rettangolare), la cui altezza è proporzionale al valore massimo della velocità rilevata e la cui intensità viene codificata con una scala di grigi o di colori.



le righe verticali costituenti lo spettro Doppler comprendono pixel la cui posizione corrisponde a un valore di velocità e il cui livello di grigio è proporzionale al numero di particelle animate da tale velocità.

In particolare ad a-a e b-b corrispondono velocità positive (ossia di particelle dirette verso il trasduttore) mentre a'-a' e b'-b' a velocità negative.

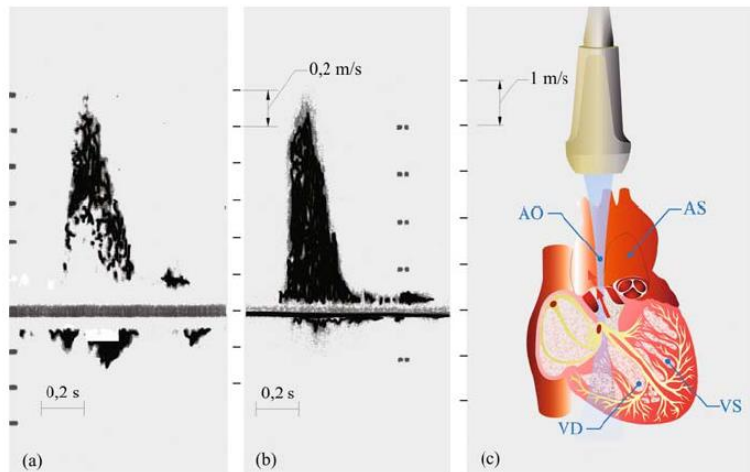


Figura 11.17. Spettro Doppler corrispondente al flusso aortico (c) per due diverse condizioni: (a) flusso laminare (*condizione fisiologica*); (b) flusso turbolento, associato a stenosi mitralica (*condizione patologica*).

## Doppler pulsato

- Un problema del doppler CW consiste nel fatto che non consente di distinguere i luoghi dai quali provengono i segnali Doppler: in quanto, esso compie un integrale di tutto ciò che si muove lungo la direzione del fascio ultrasonoro
- Se due arterie o due vene sono allocate su due profondità diverse rispetto alla citata direzione, il segnale Doppler prelevato fornisce una misura della velocità dei globuli rossi, nei due vasi, come se provenissero da un unico sito
- Il CW pertanto non consente di discriminare la profondità dalla quale provengono i segnali, o come si suole dire, non è possibile *risolvere il range*.

- Se invece si vuole conoscere quale sia la velocità del sangue nel vaso appartenente, per esempio, al primo dei due livelli in questione, occorre individuare in esso un volume di misura dalle dimensioni contenute, dal quale prelevare i segnali Doppler, in modo che tutti i segnali provenienti da luoghi esterni al prefissato volume vengano ignorati.
- Nella letteratura del settore, tale volume viene indicato con definizioni come *gate* (cancello), *sample volume (SV)* o più semplicemente *volume di prova*

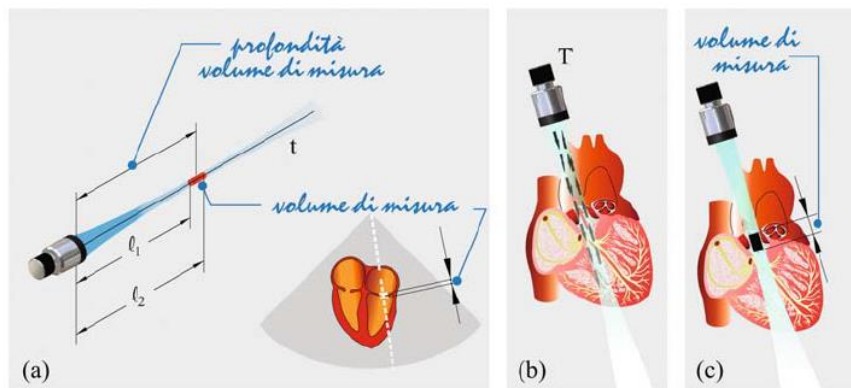
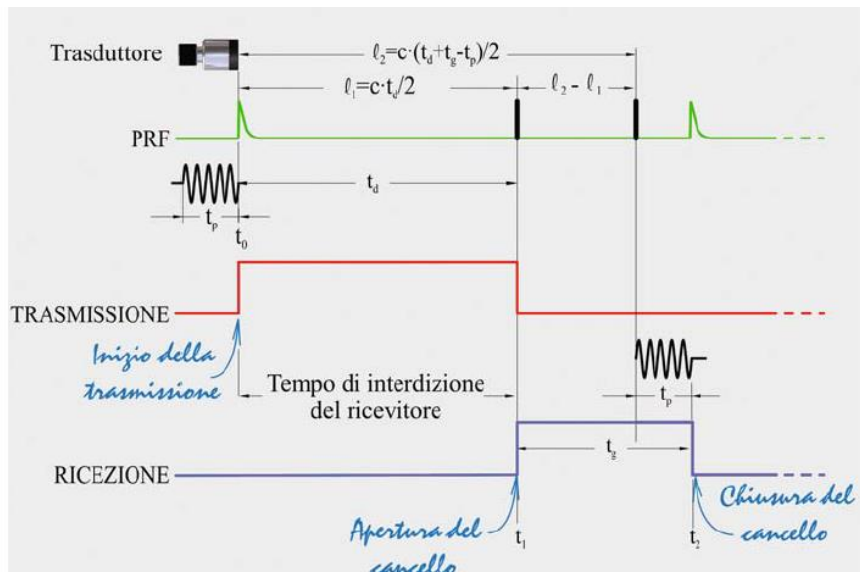


Figura 11.21. (a) Il volume di misura (*gate*) nel Doppler pulsato (PW) è individuato dalle distanze dal trasduttore  $\ell_1$  e  $\ell_2$ . Grazie al volume di misura, contrariamente a quanto accade per il CW (b), il PW (c) consente di distinguere la profondità di provenienza degli echi prodotti nel distretto anatomico, in questo caso esso è posizionato sulla valvola aortica.



## Apertura e chiusura del gate

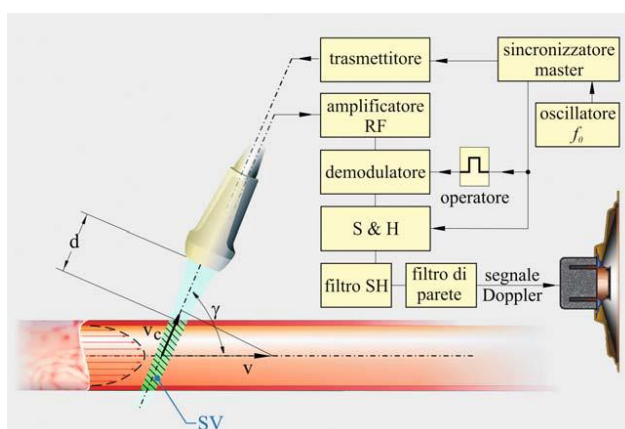


- Al tempo  $t_0$  il trasmettitore fornisce un impulso al piezoelemento, che eccitato oscilla alla sua **frequenza di risonanza  $f_0$**  emettendo un corrispondente impulso ultrasonoro composto di pochi cicli, **durata  $t_p$** , che si propaga con velocità  $c$  nella direzione definita dall'asse del trasduttore.
- Dopo l'intervallo di tempo  **$t_1 = 2 l_1 / c$**  durante il quale il ricevitore è interdetto, l'impulso inizia ad attraversare il volume di prova, che diviene pertanto sede di segnali Doppler che si propagano verso il piezoelemento ricevitore.

- 
- Quindi, se al tempo  $t_1$  il ricevitore viene abilitato alla ricezione, esso inizia a elaborare il segnale Doppler fino a quando non viene nuovamente interdetto al tempo  $t_2 = 2l_2 / c + t_p$  avendo indicato con  $t_p$  un intervallo di tempo pari alla durata dell'impulso.
  - In questo modo, ossia tutti i segnali provenienti dal volume di misura saranno giunti al trasduttore.
  - Ciò è giustificato dal fatto che è necessario attendere che l'impulso esca completamente dal volume di prova nella fase di trasmissione ed "entri" tutto nel trasduttore al termine della fase di ricezione.

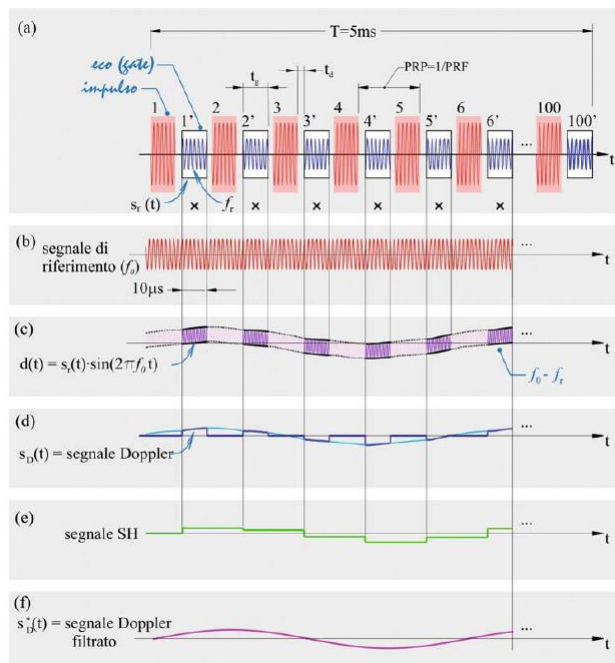
- E' evidente che nessun altro impulso può essere lanciato prima che siano pervenuti gli echi prodotti dall'impulso precedente; pertanto il periodo di ripetizione degli impulsi  $PRP=1/PRF$  è stabilito dal valore che si vuole attribuire al range R
- Studi effettuati sull'argomento hanno dimostrato che la condizione migliore si ottiene scegliendo per  $t_p$  un valore circa pari a quello del cancello,
 
$$t_p \cong t_g = t_2 - t_1;$$
- Il principio sul quale è fondata la possibilità di allocare il gate a una prefissata distanza dal piezoelemento di trasmissione e di ricezione consiste nella valutazione del tempo di volo degli ultrasuoni nel mezzo di indagine,
- $t = 2l/c = 2 * 1 \text{ cm} / (1500 * 10^2 / 10^6) = 13 \text{ } \mu\text{s/cm}.$

## Schema a blocchi di un sistema eco-Doppler PW.



- Lo schema a blocchi di uno strumento per la realizzazione del Doppler pulsato deriva direttamente da quello del Doppler continuo, modificato sia per consentire il posizionamento del volume di misura SV, sia per ottenere più campioni di velocità provenienti dal medesimo SV per realizzarne lo spettro.
- Inoltre, nel Doppler PW non occorre disporre di due canali separati per trasmissione e ricezione, in quanto il medesimo piezoelemento trasmette l'impulso e, dopo il tragitto di andata al volume di prova, può essere utilizzato per raccogliere in ricezione l'eco.
- Ciò implica la presenza di un dispositivo che commuti il piezoelemento dalla condizione di trasmissione a quella di ricezione e vice versa.

- Lo schema a blocchi di un apparecchio che realizza il PW è rappresentato nella figura; per i primi tre blocchi è identico a quello del Doppler continuo.
- 
- La differenza rispetto a quest'ultimo consiste nella temporizzazione del demodulatore (attuata dall'operatore mediante la scelta della PRF) che, diversamente da quello utilizzato nel CW, è direzionale.
- Al demodulatore è collegato il circuito SH, che esegue il campionamento del segnale e, costruisce il segnale Doppler, cioè la variazione nel tempo delle velocità dei globuli rossi nel volume di misura SV.



- Il procedimento mediante il quale si costruisce il segnale Doppler del volume di misura SV, può essere descritto facendo riferimento alla figura precedente.
- Si sceglie la profondità (range) del SV per mezzo del valore della PRF.
- Vengono trasmessi, con la medesima PRF, gli impulsi e, per ciascuno di essi, vengono raccolti i corrispondenti echi. Ciò è rappresentato dalla figura avendo indicato con 1 il primo impulso trasmesso e con 1' il corrispondente eco raccolto.
- Questo procedimento viene ripetuto per tanti impulsi (1-1', 2-2', ..., 100-100') quanti sono i campioni di echi (e quindi di velocità) che si desidera raccogliere (per esempio 100 campioni) nel periodo T, durante il quale si ammette che il processo sia stazionario.

- 
- Nella figura è  $T=5\text{ms}$ . Quello raccolto dagli echi è evidentemente il segnale  $s_r(t)$ , cioè quello che trasporta l'informazione Doppler contenuta nella frequenza ricevuta  $f_r$ .
  - Al fine di estrarre il valore della frequenza Doppler  $f_D$ , è necessario compiere l'operazione di **demodulazione** cioè eseguire il prodotto tra la  $f_r$  dell'eco e la  $f_0$  di riferimento.
  - Si ottiene in tal modo il segnale mixato. Si ha pertanto che ciascun eco 1', 2', ..., 100' è rappresentato da un'espressione del tipo

$$d(t) = s_r(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

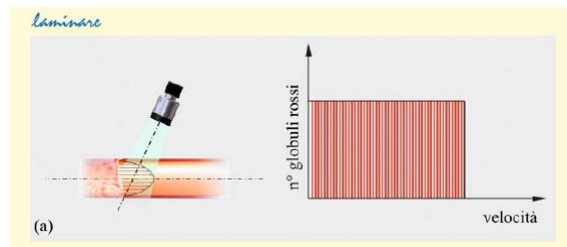
- La sua allocazione, cioè il valore  $d(t)$  rispetto all'ascissa temporale, rappresenta l'ampiezza (in quell'istante) del segnale Doppler
- Dalla figura si osserva a questo riguardo che ciascuno dei pacchetti 1', 2', ..., 100' rappresenta il *campionamento del segnale Doppler continuo*  
(100 campioni in 5 ms  $\rightarrow$  1 campione in 50  $\mu$ s  $\rightarrow f_c = 20$  kHz)
- Ciascun campione del segnale mixato contiene le componenti a frequenza  $f_0 + f_r$  e  $f_0 - f_r$ . Occorre pertanto eliminare la componente a frequenza più elevata (che non porta l'informazione utile) mediante *filtraggio*, ottenendo così l'andamento nel tempo di  $f_0 - f_r$ , ossia del valore  $s_D(t)$  della velocità dei globuli rossi del SV nei diversi campioni.

- Per costruire un segnale Doppler continuo privato delle discontinuità dovute al campionamento, cioè utilizzabile nelle successive operazioni necessarie per ottenere lo spettro delle velocità (con le stesse modalità utilizzate per il CW, il segnale viene inviato *al circuito di S&H*, che acquisisce in sequenza nella sua memoria i valori demodulati e filtrati della velocità di ciascuno dei campioni 1', 2', ..., 100' e lo mantiene costante fino al sopraggiungere del successivo valore; in sostanza, il valore 1' rimane costante fino al sopraggiungere del valore 2' (in generale diverso da 1') e così via.

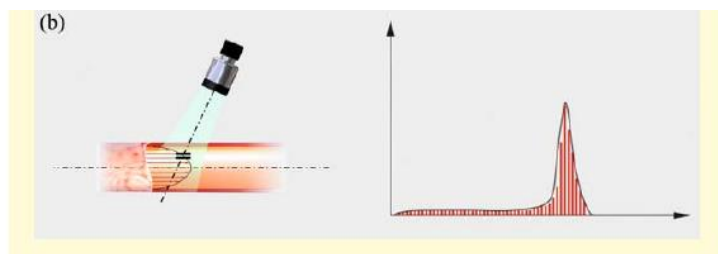
- 
- Procedendo in tale modo, all'uscita del SH vi è un segnale discontinuo a gradini, come rappresentato nella figura e, la cui ampiezza è indicativa del numero dei globuli nei sample volume 1', 2', ..., 100' dove si sono prodotti gli echi.
  - Tale segnale è successivamente **filtrato**, cioè sono eliminate tutte le alte frequenze contenute negli "spigoli" dei gradini: ciò che rimane è l'andamento del segnale Doppler ricostruito, rappresentato nella figura f.

- Nel Doppler in onda continua CW il volume di misura è di grande estensione e per tale motivo l'aspetto della risposta spettrale è rappresentato da una distribuzione pressoché continua di righe (spettrali) la cui ampiezza massima è dipendente, istante per istante nel corso del ciclo cardiaco, dalla massima velocità rilevata, mentre l'ampiezza minima coincide con il valore zero poiché, tra tutti i possibili valori delle velocità, certamente esistono globuli rossi fermi (aderenti alla parete) o pressoché fermi.
- Nel caso del Doppler pulsato, la possibilità di posizionare un volume di prova di dimensioni ristrette in un ben determinato sito del flusso sanguigno cambia notevolmente l'aspetto della registrazione dello spettro e lo arricchisce di informazioni diagnostiche.

- Nel caso di **flusso laminare**, al profilo parabolico delle velocità delle particelle che scorrono in un condotto, è associato uno spettro di tipo rettangolare, cioè sono presenti tutte le velocità nel campo  $0 \div v_{\max}$  e la velocità media è pari a  $v_{\max}/2$ .
- Ciò è vero assumendo l'ipotesi che il fascio ultrasonoro investa l'intero campo fluidodinamico, in modo che possa essere rilevato l'intero campo di velocità (figura a).



Si supponga ora che il fascio ultrasonoro, assimilato a un raggio acustico, interessi solo una frazione dell'intera sezione utile, in modo che il segnale Doppler sia relativo solo a essa (figura b); il corrispondente spettro mostrerà un andamento che si approssima alla *riga* singola, che si manifesterebbe solo se le velocità nel gate fossero tutte identiche.





Nella figura c è riportato il fascio ultrasonoro che interessa l'intera sezione di un vaso nel quale si manifesta un **moto turbolento**. In questo caso l'andamento del profilo delle velocità è generalmente piatto nella zona centrale, ma varia fortemente nella zona prossima alle pareti,

Ciò si traduce in uno spettro che presenta una zona con una parte grosso modo piatta, corrispondente al valore pressoché uguale del numero di particelle aventi velocità diverse, e un picco corrispondente al gran numero di particelle aventi velocità massima

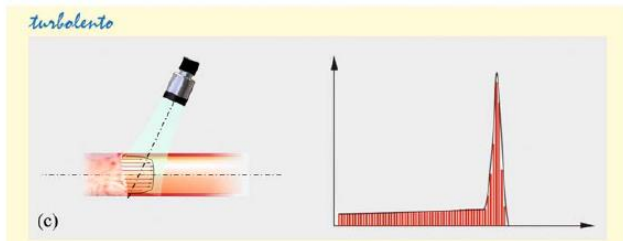


Figura 11.33. Codifica in livelli di grigio dello spettro di velocità relativo a un flusso laminare: la riga spettrale, costituita nell'esempio da 12 pixel corrispondenti a valori delle velocità crescenti da sinistra verso destra, assume un colore uniforme (bianco nel caso in cui l'ampiezza del segnale sia pari a quella massima codificata dalla scala di grigi).

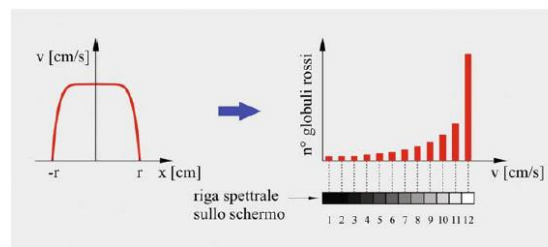


Figura 11.34. Codifica in livelli di grigio dello spettro di velocità relativo a un flusso turbolento: la corrispondente riga spettrale assume gradazioni di grigio differenti a seconda dell'intensità della riga spettrale corrispondente.