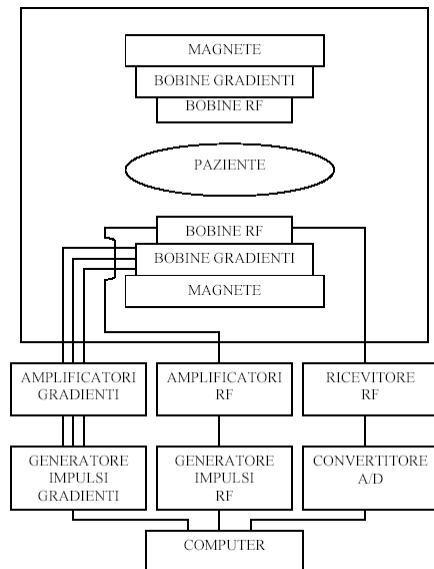


STRUMENTAZIONE RMN

Struttura dei sistemi tomografici RM



Tre gruppi di Bobine

Bobine per il campo statico (**Magneti**)

Bobine per i **Gradienti**

Bobine a **Radiofrequenza**

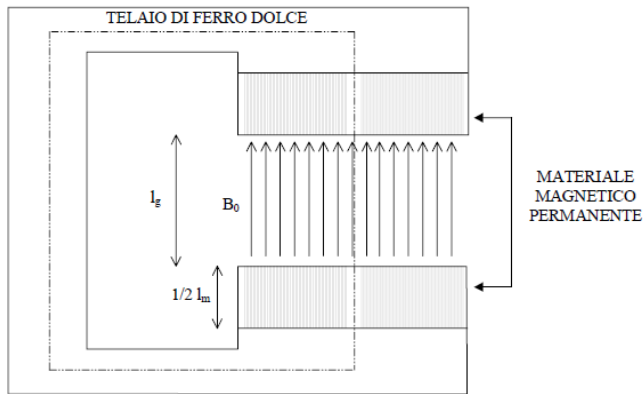
L'intero sistema è schermato da una gabbia di Faraday per eliminare tutti i disturbi a RF provenienti dall'esterno.

Tutti questi dispositivi sono collegati ad unità separate di attivazione e controllo, normalmente gestite da microprocessori e quindi con una elevata affidabilità e versatilità di impiego. Il sistema è completato da un elaboratore che ha il compito di ricostruzione dell'immagine e da un elaboratore centrale con compiti gestionali dell'intero impianto.

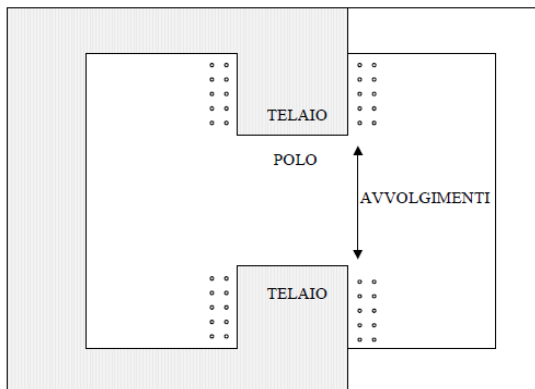
MAGNETI

Magneti permanenti ed elettromagneti (non permanenti)

- I materiali che possono essere magnetizzati sono chiamati ferromagnetici, questi includono [ferro](#), [nichel](#), [cobalto](#), alcune leghe di [terre rare](#) e alcuni minerali naturali come la [magnetite](#).
- I materiali ferromagnetici possono essere suddivisi in materiali magneticamente "**morbidi**" (come ad esempio il ferro), che posso essere magnetizzati con delle correnti ([elettromagneti](#)) ma che perdono tale stato se la corrente viene azzerata, e materiali magneticamente "**duri**" (come ad esempio la magnetite e le ferriti) che invece sono sottoposti durante la loro produzione ad un trattamento speciale in un potente campo magnetico, che allinea la loro struttura microcristallina interna, per cui rimangono a lungo magnetici ([magneti permanenti](#)).



Nella figura è mostrato lo schema di un sistema per la generazione di un campo magnetico statico per RMN utilizzando un **magnete permanente**. Come si vede il materiale magnetico permanente è utilizzato per creare il campo principale attraverso una regione detta traferro. E' poi presente un telaio di ferro dolce che serve per guidare il flusso magnetico da un polo del magnete all'altro.



Nella figura è mostrato lo schema di un sistema per la generazione di un campo magnetico statico per RMN utilizzando un **elettromagnete**.

In questo sistema sono presenti delle bobine avvolte intorno al telaio nelle quali viene fatta scorrere la corrente.

Si induce quindi nel telaio, e anche nel traferro, un campo magnetico statico.

I telai possono essere sagomati sia a forma di "C" che a forma di "H". Con questi sistemi si riesce ad avere una regione di omogeneità che è circa $1/4$ del diametro dei poli.



Nella Figura è mostrato un sistema commerciale basato su di un magnete permanente.

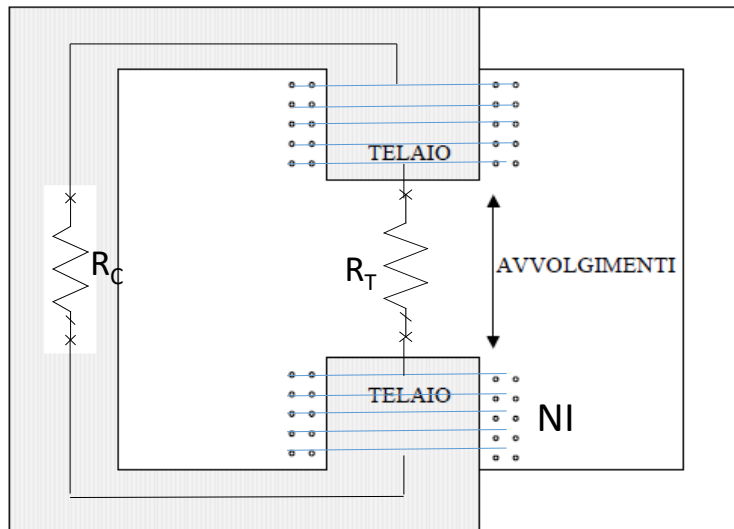
Questi magneti hanno costi bassi ma possono raggiungere intensità di campo relativamente basse ($< 0.3 \text{ T}$).

Equazioni di progetto

- Per il progetto di questi sistemi si può utilizzare l'analogia esistente tra i circuiti elettrici e quelli magnetici. In particolare nei circuiti magnetici la forza elettromotrice (f_{em}) viene sostituita dalla forza magnetomotrice (f_{mm}) la corrente dal flusso dell'induzione ($\Phi = BS$) e la resistenza dalla riluttanza ($R = (1/\mu)(l/S)$).
- La legge di Ohm è sostituita dalla legge di Hopkinson: ($f_{mm} = R\Phi$).
- Ad esempio in un semplice circuito magnetico costituito da un toro di ferro dolce su cui è avvolta una bobina con N spire percorsa da una corrente " I " risulta:

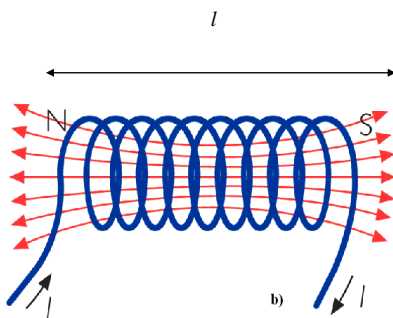
$$f_{mm} = NI = (1/\mu)(l/S) (BS)$$

- Inoltre, riluttanze in serie si sommano, mentre per il parallelo la somma degli inversi delle riluttanze dà luogo all'inverso della riluttanza totale. Per questi circuiti, infine, valgono anche le leggi di Kirchhoff.



$$NI = (B \cdot S)(R_T + R_C)$$

Magneti resistivi



- Sono costituiti da un sistema di bobine (solenoidi) in materiale conduttivo entro le quali fluisce una corrente molto elevata e stabilizzata per assicurare la massime uniformità nel tempo del campo magnetico. Il magnete resistivo è di forma cilindrica ed avvolge interamente il paziente o parte di esso.

- il campo prodotto in un punto P sull'asse di un solenoide costituito da N avvolgimenti di raggio R disposti su una lunghezza l , nell'ipotesi che la distanza fra due spire contigue sia molto minore del raggio del solenoide e che il solenoide sia "indefinito", cioè $l \gg R$ è dato da:

$$B_z = \mu_0 i \frac{N}{l}$$

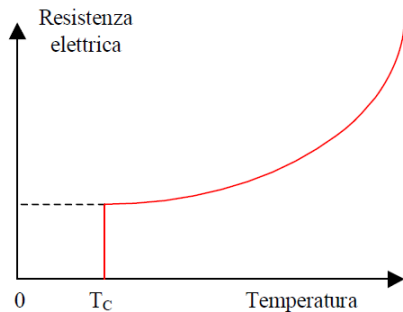


- Questo tipo di solenoide possiede una proprietà molto importante: il campo al suo interno è uniforme, cioè assume in qualsiasi punto il valore che ha sull'asse .
- Nella figura è mostrato un sistema commerciale basato su di un magnete resistivo

Magneti a superconduttore

- La superconduttività o superconduzione è un fenomeno fisico non descrivibile con la fisica classica scoperto per la prima volta dal fisico olandese [H. K. Onnes](#), nel [1911](#). Onnes riuscì a liquefare l'elio e condusse degli esperimenti nei quali notò che alcuni particolari materiali assumono [resistenza](#) nulla al passaggio di [corrente elettrica](#) al di sotto di una certa [temperatura](#).
- In uno dei suoi esperimenti Onnes fece passare una corrente in un filo chiuso raffreddato a 4 K. Un anno dopo la corrente ancora fluiva nel filo senza perdite misurabili. Onnes trovò che i superconduttori permettono l'esistenza di quelle che lui chiamò correnti persistenti, cioè correnti elettriche che continuano a fluire senza una differenza di potenziale che le sostenga.

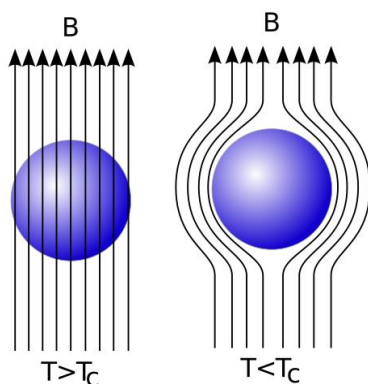
- La [resistività](#) di un conduttore elettrico convenzionale decresce proporzionalmente al decrescere della [temperatura](#). Questo è dovuto al fatto che la resistività ovvero il suo inverso, la conducibilità è legata alla mobilità (μ) dei portatori dall'equazione: $\sigma = n e \mu$ (con "n" densità dei portatori ed "e" carica dell'elettrone). Al crescere della temperatura aumentano gli urti degli elettroni con il reticolo e quindi si riduce la mobilità dei portatori. La proporzionalità lascerebbe intendere che a temperature prossime allo zero assoluto la resistività tenda a zero: questo non avviene. Anche in ottimi conduttori come l'[oro](#), il [rame](#) o l'[argento](#) permane una sensibile resistenza anche a valori prossimi allo [zero assoluto](#).



- Nei superconduttori, invece, si manifesta una improvvisa e totale caduta della resistività a zero quando il conduttore è raffreddato a temperature inferiori alla sua temperatura di transizione allo stato di superconduzione, detta anche **temperatura critica (T_c)**.

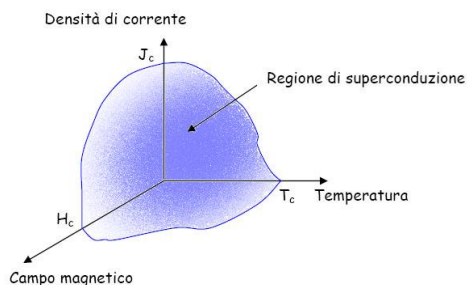
- Tale temperatura è tipica per ogni materiale superconduttore. La condizione di superconduzione permane se le condizioni che la inducono sono mantenute.
- La superconduzione si ritiene sia realizzata mediante l'appaiamento degli elettroni in coppie, dette [coppie di Cooper](#), che ad effetto della [meccanica quantistica](#) assumono un comportamento [superfluido](#) e quindi scorrono senza collisioni e senza produrre resistenza in alcuni conduttori al di sotto di una determinata temperatura, detta temperatura critica di superconduzione. Al di sopra della temperatura critica il superconduttore riceve una energia termica sufficiente per far sì che le vibrazioni del reticolo diventino così grandi da rompere le coppie di Cooper facendo ritornare il materiale allo stato di conduzione normale.

- Di seguito sono riportate le temperature critiche di alcuni metalli:
- [gallio](#) - $T_c=1,1$ K, [alluminio](#) - $T_c=1,2$ K, [indio](#) - $T_c=3,4$ K, [stagno](#) - $T_c=3,7$ K, [mercurio](#) - $T_c=4,2$ K, [piombo](#) - $T_c=7,2$ K, [niobio](#) - $T_c=9,3$ K.
- Vi sono inoltre numerosi composti metallici superconduttori (ad esempio il niobio-stagno, $T_c=17,9$ K, e il magnesio-diboruro, $T_c=42,2$ K) e vari composti ceramici le cui temperature critiche possono superare i 120 K.

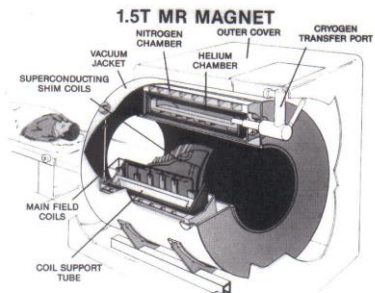


- Un'altra caratteristica importante dei superconduttori è l'effetto Meissner che consiste nel fatto che un superconduttore è un [diamagnete](#) perfetto. In particolare, se il superconduttore è immerso in un **campo magnetico** questo campo non penetra all'interno del superconduttore stesso, se non per una lunghezza dell'ordine dei [nanometri](#). ciò avviene tramite la generazione di correnti superficiali che inducono, all'interno del superconduttore, un campo magnetico uguale e contrario a quello applicato.
- Questo vale sia quando si ha un campo magnetico variabile (come per i buoni conduttori) sia quando il campo magnetico è statico in quanto la resistenza del superconduttore è nulla

- Questo fenomeno permane al crescere del **campo magnetico** finché non si raggiunge un valore **critico** (H_C) oltre il quale si ha la rottura delle coppie di Cooper con cessazione della superconduttività. Il valore di B_C varia tra 100 e 1000 G ad esempio $B_C=800$ G per il piombo e $B_C= 100$ G per l'alluminio
- Infine un superconduttore è anche caratterizzato da una **densità di corrente critica** J_C (effetto Silsbee) che indica la massima quantità di corrente trasportabile da un superconduttore. Quindi, un valore di corrente al di sopra di quello critico fa passare il superconduttore ad uno stato normale anche se al di sotto della temperatura critica.



- In conclusione Lo stato superconduttore si verifica solo in determinate condizioni e in particolar viene individuato da tre parametri critici: la temperatura critica T_C , il campo magnetico critico H_C e la densità di corrente critica J_C . Ciascuno di questi parametri è strettamente dipendente dagli altri due.
- Per mantenere lo stato di superconduzione bisogna fare in modo che le tre grandezze siano tutte al di sotto del proprio valore critico, dipendente dal materiale. Considerando contemporaneamente i tre parametri, si definisce una regione che raggruppa gli stati superconduttivi al suo interno.



I magneti a superconduttore sono costituiti da un grande numero di spire (anche maggiore di 20.000) avvolte su di un telaio cilindrico.

Le spire sono costituite da un unico filo di un materiale (senza interruzioni) che ha la proprietà di diventare superconduttore alle basse temperature.

In questo stato il materiale ha una resistenza prossima a zero per cui questi magneti non richiedono durante il funzionamento sorgenti di energia esterne.

La temperatura richiesta, in genere -269°C ($\sim 4\text{ K}$) viene ottenuta immergendo le spire conduttrici in elio liquido.

Per ridurre al minimo le perdite di elio liquido dovute a fuoriuscite per ebollizione, si realizza un criostato in cui la camera contenente l'elio risulta completamente inclusa in una guaina contenente azoto liquido ($-196^{\circ}\text{C} \sim 77\text{ K}$), situata all'interno di un cilindro cavo nel quale è realizzato il vuoto spinto per ottenere un altissimo isolamento termico e quindi ridurre gli scambi termici con l'ambiente (vedi figura).

- In conclusione, mentre per il magnete permanente esiste una sperimentazione abbastanza limitata, i tipi resistivo e superconduttore sono attualmente utilizzati dai vari costruttori.
- Si deve rilevare una decisa tendenza verso il magnete superconduttore giustificata dalla migliore risposta che esso offre alle esigenze di carattere applicativo. Infatti, il magnete superconduttore è in grado di ottenere una maggiore intensità di campo magnetico, oltre che una maggiore omogeneità e stabilità di campo, visto che una volta attivato, il fenomeno di superconduttività rimane pressoché inalterato nel tempo senza ulteriore alimentazione elettrica.
- Per contro, il magnete resistivo richiede un elevato consumo di energia elettrica, proporzionale al campo prodotto, ed un elevato quantitativo di acqua per il raffreddamento.
- E' innegabile che il magnete superconduttore richiede superiori costi di acquisto e di installazione, ma è altrettanto vero che questi ultimi risultano ben compensati da un più alto flusso di pazienti esaminati e da una più alta efficacia diagnostica.

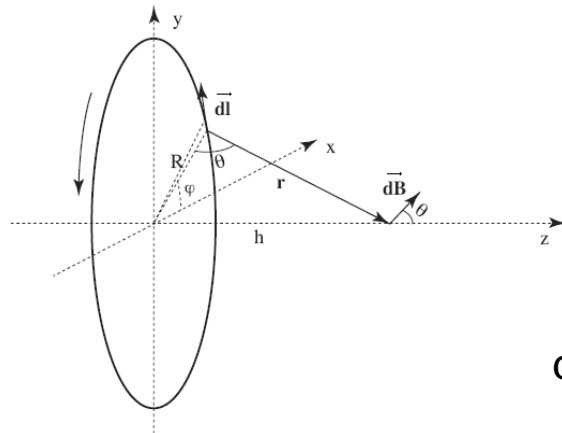
BOBINE PER I GRADIENTI

La spira e il solenoide

Per il calcolo del campo di induzione magnetica \underline{B} prodotto da una corrente i che fluisce in un elemento \underline{dl} in un generico punto P posto a distanza \underline{r} da \underline{dl} è possibile servirsi di una relazione matematica conosciuta come *prima formula di Laplace*:

$$d\underline{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{\underline{dl} \times \underline{r}}{r^3}$$

Questa formula può essere utilizzata, ad esempio, per calcolare il campo prodotto da una **spira circolare percorsa da corrente**, in un punto P che si trova sull'asse della spira, come mostrato nella figura seguente



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

Osservando preliminarmente che è sufficiente considerare soltanto le componenti del campo dirette lungo l'asse z, in quanto le altre componenti sono sicuramente nulle per ragioni di simmetria si ha:

$$\begin{aligned} dB_z &= dB \cos \vartheta = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \cos \vartheta = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl \, r}{r^3} \cos \vartheta = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl}{r^3} \frac{R}{\cos \vartheta} \cos \vartheta = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl \, R}{r^3} \end{aligned}$$

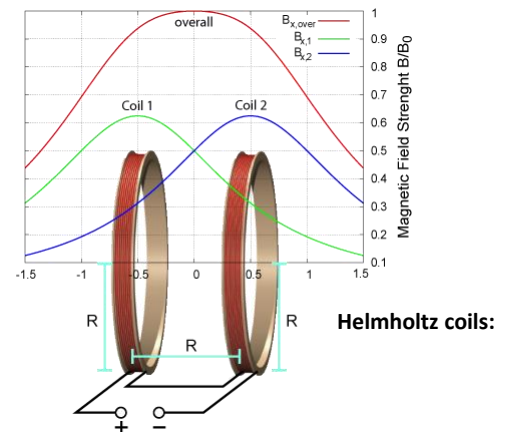
Integrando lungo la variabile l (ossia lungo il percorso della corrente della spira) si ottiene:

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{R}{r^3} \int dl = \frac{\mu_0}{2} i \frac{R^2}{r^3}$$

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} i \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Per il calcolo del campo B_z fuori dall'asse esistono espressioni analitiche semplificate, ovvero si possono utilizzare soluzioni numeriche. Lo stesso vale per le componenti B_x e B_y .

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}$$



Configurazione delle bobine di gradiente

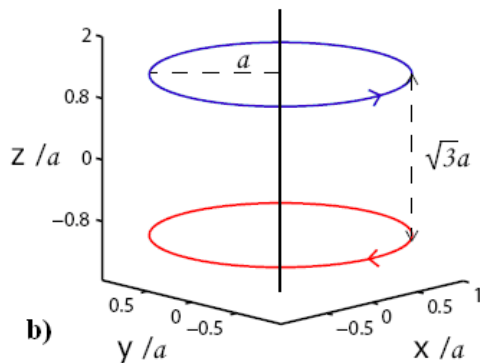
L'effetto delle bobine di gradiente è quello di generare un campo B_z dipendente dalla posizione spaziale. L'andamento di questo campo è descritto dalla seguente espressione:

$$B_{G,z} = \frac{dB_z}{dx} \hat{x} + \frac{dB_z}{dy} \hat{y} + \frac{dB_z}{dz} \hat{z} = G_x \hat{x} + G_y \hat{y} + G_z \hat{z} = \underline{G} \cdot \underline{r}$$

Le dimensioni di G sono T/m, ma più comunemente si utilizza un sottomultiplo: mT/m.

Sistemi tipici di gradiente devono essere in grado di produrre gradienti da 10 mT/m fino a 100 mT/m.

Le bobine di gradiente possono avere diverse forme. Per generare i **gradienti lungo z** si utilizzano le bobine di Maxwell o loro varianti mentre, per i gradienti lungo x e y le bobine Golay o loro varianti.



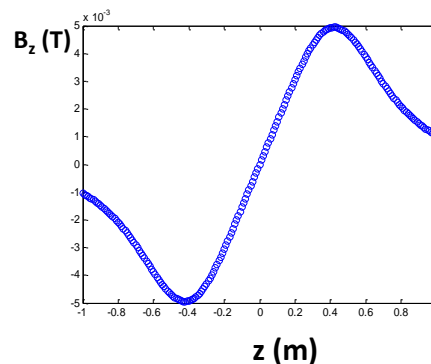
Le bobine di Maxwell sono costituite da due spire aventi lo stesso raggio R centrate su un asse comune a distanza d . Quando viene fatta fluire corrente nelle bobine per generare un campo magnetico, questa scorre in versi opposti nelle due bobine.

Il campo magnetico B , lungo l'asse z , per la bobina di Maxwell è dato da

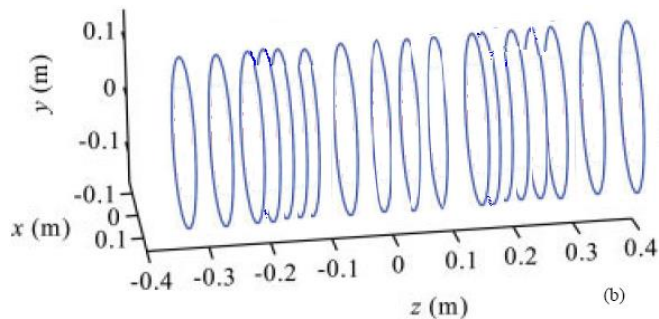
$$B_z = \frac{\mu_0 i a^2}{2[a^2 + (z - z_1)^2]^{3/2}} - \frac{\mu_0 i a^2}{2[a^2 + (z - z_2)^2]^{3/2}}$$

dove a è il raggio della bobina, z_1 e z_2 le coordinate z delle due bobine, d è la distanza fra le bobine tipicamente si sceglie $d = \sqrt{3}a$.

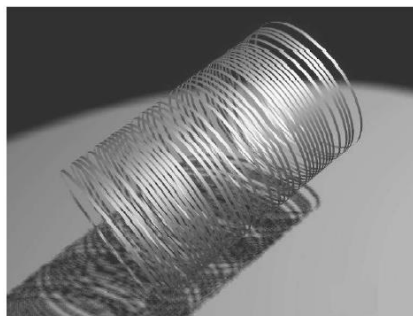
L'andamento lungo l'asse z di questo campo con $R = 0.45 \text{ m}$, $d = 0.8 \text{ m}$, $I = 100 \text{ A}$ e $N = 40$ spire è riportato nella figura. Come si vede dalla figura nella regione tra -0.4 e 0.4 m il gradiente risulta particolarmente costante e pari a circa 12 mT/m .



Al fine di aumentare l'uniformità del campo si utilizzano delle bobine formate da un grande numero di coil disposte con vari profili. In particolare, di seguito è mostrata una bobina con le spire disposte con una spaziatura di tipo quadratico

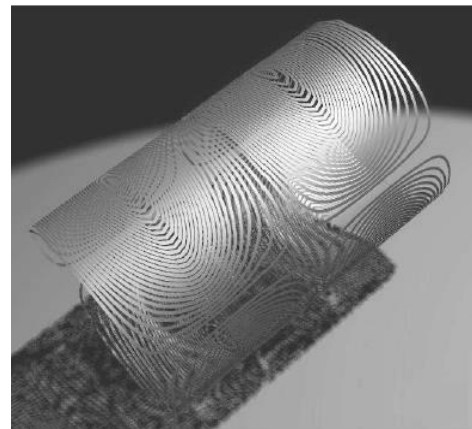
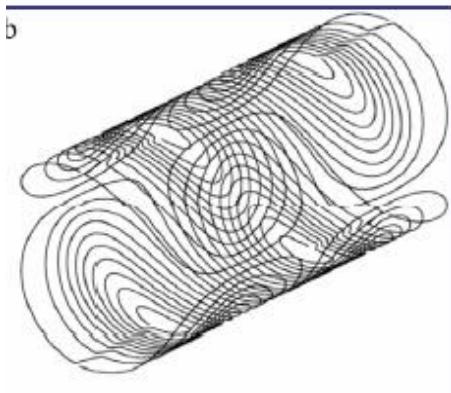
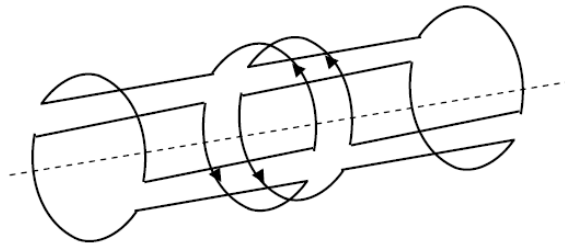


Nella figura è mostrata una foto di una bobina per gradienti lungo z di tipo commerciale. Come si vede dalla figura le bobine a gradiente sono realizzate con delle strisce di rame



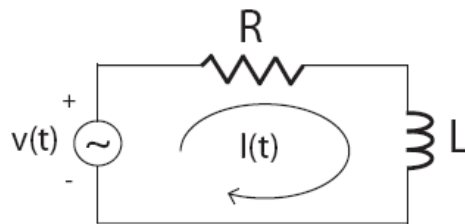
Le **“Golay coil”** o **“Saddle coil”** sono un particolare tipo di bobine a forma di sella (vedi Figura). Il calcolo del campo magnetico prodotto da queste bobine a forma di sella è molto più difficile rispetto a quello prodotto dalla bobine di Maxwell. Le **“Golay coil”** sono solitamente utilizzate per i campi di gradiente lungo le direzioni x ed y .

Anche in questo caso per aumentare l'intensità e migliorare l'uniformità del campo si utilizzano geometrie più complesse come le spirali.



L'alimentazione delle bobine di gradiente

Lo schema circuitale che modella l'eccitazione di una bobina di gradiente è presentato in figura dove L è l'induttanza della bobina ed R la sua resistenza.



La relazione tra la tensione fornita alla bobina di gradiente, V , e la corrente che vi circola, I , è data dall'espressione:

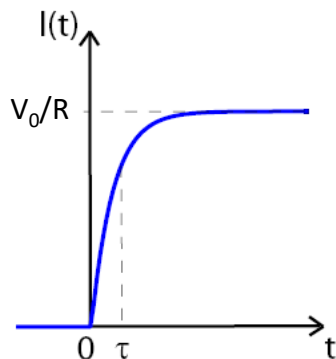
$$V = L \frac{dI}{dt} + RI$$

La risposta di questo circuito ad un gradino di tensione unitario:

$V(t) = V_0 u_{-1}(t)$, genererà una corrente $I(t)$ che avrà un andamento del tipo:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left[\left(1 - e^{-t/\tau} \right) \right] \quad \text{con } \tau = L / R$$

Il *bipolo RL* viene a trovarsi sottoposto all'azione della tensione $V(t)$ del generatore. La corrente però non può portarsi immediatamente al valore finale V_0/R , ma ad esso si porta gradatamente, impiegando un certo intervallo di tempo, con una legge esponenziale. La figura seguente chiarisce meglio quanto detto.



Il rapporto L/R viene denominato costante di tempo del circuito (simbolo τ): essa ha le dimensioni fisiche di un tempo.

Idealmente si vorrebbe far tendere a zero il valore di τ , in questo modo infatti la corrente raggiungerebbe istantaneamente il valore di regime; per fare ciò il valore dell'induttanza L (della bobina) dovrebbe tendere anch'esso a zero. Poiché la bobina deve avvolgere il corpo deve essere grande e questo comporta elevati valori di induttanza L .

Quindi nel progetto delle coil si devono operare delle scelte cercando di ottimizzare il valore dei parametri in base alle varie esigenze.

Un ruolo molto importante, quindi, nel dimensionamento di una bobina di gradiente, lo ricoprono i valori di resistenza R ed induttanza L .

La resistenza di una bobina può essere espressa nel seguente modo:

$$R = \rho \frac{2\pi R \cdot N}{S}$$

dove ρ è la resistività del materiale di cui è fatto il filo, R il raggio della coil, N il numero di spire ed S la sezione del conduttore.

Per l'induttanza, invece, a partire dalla relazione $L = \Phi / I$ si ottiene:

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{l}$$

$$B_z = \mu_0 \frac{iN}{L}$$

$$\Phi = A N B_z$$

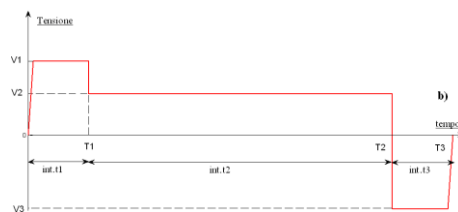
$$L = \frac{\Phi}{i}$$

dove μ_0 è la permeabilità magnetica nel vuoto e A la sezione della bobina. Questa ultima espressione è valida solo nel caso in cui la lunghezza l del solenoide sia grande rispetto alla dimensione trasversale (R).

Definite le caratteristiche geometriche di una bobina, che permettono di determinare i valori di R ed L , ed il valore di corrente I che vi deve circolare, non resta che individuare il valore di tensione con cui alimentare le bobine di gradiente.

In una sequenza MRI è richiesto che i gradienti di **campo e quindi di corrente** seguano nel tempo un **andamento trapezoidale** con una salita che avviene in tempi brevi rispetto alla costante di tempo del circuito e quindi la crescita è approssimabile con una retta.

Quindi, l'alimentazione in tensione delle bobine di gradiente sarà caratterizzata da tre parti ben distinte, schematizzate in Figura.



Mentre nella figura sottostante è riportato il corrispondente andamento della corrente.



Nel **primo tratto**, il termine induttivo è quello che influenza maggiormente il valore di tensione che deve essere applicato ai capi della bobina; il termine resistivo, viceversa, può essere in prima approssimazione trascurato e si ha.

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

Da cui si ottiene:

$$I = \frac{1}{L} \int V dt$$

Quindi applicando una tensione (V_1) costante, la corrente salirà con una pendenza costante per arrivare al valore di regime. Dopo il tempo T_1 la corrente avrà raggiunto il valore I_{max} dato da:

$$I_{max} = \frac{V_1}{L} T_1$$

La **tensione** necessaria per raggiungere I_{max} nel tempo T_1 sarà quindi:

$$V_1 = \frac{L I_{max}}{T_1}$$

Il picco di potenza fornito alla fine della rampa è:

$$P_1 = V_1 I_{max} = \frac{L (I_{max})^2}{T_1}$$

Il picco di potenza è un parametro importante nella progettazione della bobina, in quanto determina il prezzo dell'amplificatore di gradiente.

Nel secondo tratto, è richiesto che la corrente mantenga il suo valore per un intervallo di tempo t_2 necessario all'acquisizione dell'immagine. Il termine resistivo è quello che caratterizza il valore della tensione in questo tratto, dal momento che la corrente non presenta variazioni nel tempo ($di/dt = 0$). La tensione è legata da una proporzionalità diretta nei confronti della corrente per mezzo della resistenza R

$$V_2 = RI_{\max}$$

Anche la potenza dissipata sarà proporzionale ad R e si ha:

$$P_2 = RI_{\max}^2$$

Questo vuol dire che al crescere di R , crescerà sia la tensione V_2 che la potenza P_2 . L'unico modo per diminuire il valore della resistenza, sarebbe quello di aumentare la sezione S del conduttore, in quanto una modifica del numero di spire N e/o della lunghezza l della bobina, comporterebbe una contemporanea variazione dell'induttanza L .

La situazione che caratterizza **il terzo ed ultimo tratto**, è la medesima del primo. L'equazione 4 si ridurrà al termine induttivo, solo che questa volta la corrente deve diminuire di valore e tornare a zero. Quindi si considererà solamente il differenziale di/dt , che avrà segno negativo. La tensione da applicare, quindi, sarà uguale in modulo alla V_1 , solo che sarà di segno negativo:

$$V_3 = -L \frac{I_{\max}}{T_3}$$

Vediamo ora di valutare i parametri introdotti con un esempio pratico.

Facciamo riferimento all'esempio studiato in precedenza delle bobine di Maxwell realizzate con 40 spire con raggio di 0.45 m. Come si è visto in precedenza, per avere un gradiente di 12 mT/m deve scorrere una corrente di circa 100 A. Per supportare queste correnti servono dei fili con un diametro di 7,348 mm (gauge 1). Se realizziamo con questo filo una bobina di 40 spire essa sarà lunga circa 30 cm. Poiché abbiamo due di queste induttanze in serie il valore dell'induttanza risultante sarà di:

$$L = 2 \cdot \mu_0 \frac{AN^2}{l} = 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\pi \cdot (0.45)^2 \cdot (40)^2}{0.3} = 8.53 \text{ mH}$$

Per la resistenza R , invece, considerando che il materiale di cui sono costituite è rame si ottiene:

$$R = 2 \cdot \rho \frac{2\pi R \cdot N}{S} = \frac{2}{5.96 \cdot 10^7} \frac{2\pi 0.45 \cdot 40}{\pi (3,675 \cdot 10^{-3})^2} = 0.09 \Omega$$

implementando le espressioni precedenti si possono valutare i tre diversi valori di tensione, ognuno specifico di ogni regione in cui è stato diviso l'impulso trapezoidale.

Le regioni 1 e 3 saranno caratterizzate dallo stesso tempo di salita/discesa con cui la corrente deve arrivare a regime. Posto per questo parametro $T_1 = T_3 = 0.6 \text{ ms}$ si trova:

$$V_1 = \frac{LI_{\max}}{T_1} = \frac{8.55 \cdot 10^{-3} \cdot 100}{0.6 \cdot 10^{-3}} = 1425 \text{ V}$$

E quindi si avrà $V_3 = -1425 \text{ V}$. Il picco di potenza fornito alla fine della rampa sarà:

$$P = V_1 I = \frac{L(I_{\max})^2}{T_1} = \frac{8.553 \cdot 10^{-3} \cdot (100)^2}{0.6 \cdot 10^{-3}} = 142.5 \text{ kW}$$

Nel secondo tratto, dove il valore di corrente è costante, ciò che prevale è l'effetto resistivo, essendo nulla la variazione della corrente nel tempo.

$$V_2 = RI_{\max} = 0.09 \cdot 100 = 9 \text{ V}$$

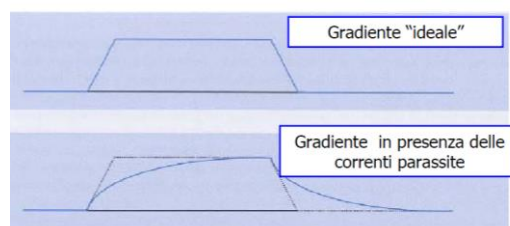
In questo tratto la potenza dissipata sarà: $P = R I^2 = 0.09 (100)^2 = 900 \text{ W}$

Ogni bobina di gradiente è alimentata dalla *corrente* durante il tempo necessario affinché il segnale richiesto si formi lungo l'asse corrispondente. Mentre il flusso di corrente transita nelle bobine, la forza esercitata dal campo B_0 sui cavi dove sta transitando questo flusso, produce delle vibrazioni nei supporti. Questa è la causa del forte rumore acustico che i pazienti avvertono durante l'esecuzione di un esame MRI, anche se le bobine di gradiente sono saldamente fissate all'interno delle pareti della macchina.

Correnti parassite

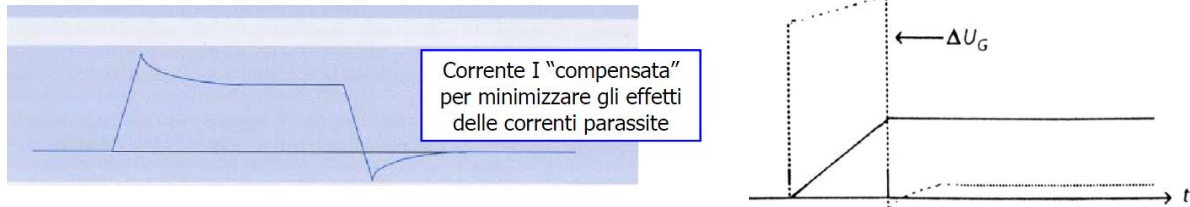
La variazione della corrente che scorre nelle bobine per i gradienti, determina anche delle correnti parassite (dette in inglese eddy currents) che scorrono sui conduttori circostanti.

Queste correnti, oltre a riscaldare il conduttore in cui scorrono, vanno anche a generare un ulteriore campo magnetico che modifica quello desiderato (vedi Figura). E' importante notare che le correnti parassite decadono con una costante di tempo che dipende dalla geometria e dalla resistenza dei conduttori in cui le correnti sono indotte. Queste costanti di tempo possono arrivare a valori di 1-100 ms.



G_z in un punto
all'interno delle bobine

Un modo per ridurre l'effetto delle correnti parassite è quello di anticipare la loro azione modellando la tensione applicata (vedi Figura), ovvero la corrente che scorre nelle bobine in modo che il campo magnetico risultante, dovuto quindi sia alla corrente nelle bobine per i gradienti che alle correnti parassite, abbia la forma desiderata. Quindi in pratica si applica una sovracorrente che compensa l'effetto delle correnti parassite.



Un'altra possibilità per ridurre l'effetto delle correnti parassite è quello di realizzare delle bobine schermate attivamente con un secondo solenoide avvolto intorno ad esse. Questo secondo solenoide è percorso da una corrente in verso opposto che cancella i campi prodotti dalla bobina fuori da essa. Tuttavia la riduzione delle correnti parassite produce anche una riduzione del campo prodotto all'interno della bobina stessa.

Effetti biologici

E' importante infine osservare che nell'esempio riportato agli estremi della bobina si avrebbe una variazione di 5 mT in 0.6 ms che corrisponde ad un gradiente di circa 8 T/s.

I gradienti di induzione magnetica sono in grado di indurre delle correnti all'interno del corpo e quindi produrre una **stimolazione nervosa**. Studi teorico-sperimentali hanno mostrato che vi è nell'uomo una soglia di percezione data da:

$$\frac{dB}{dt} = 20\left(1 + \frac{0.36}{\tau}\right) T / s$$

Dove τ rappresenta la durata dello stimolo in ms.

Effetti di fibrillazione ventricolare si hanno per gradienti dell'ordine di 2700 T/s per durate maggiori di 0.5 ms **valori mai presenti nei sistemi RMN**. Quello della stimolazione nervosa comunque è un altro importante parametro da tenere in conto quando si progetta un sistema per la RMN.

LE BOBINE A RADIOFREQUENZA

Le bobine a radiofrequenza (RF coils) hanno due funzioni: quella di **generare impulsi alla frequenza di Larmor** per l'eccitazione dei nuclei nel campione in esame (bobina RF trasmittente) e quella di **captare il segnale emesso dai nuclei** alla stessa frequenza (bobina RF ricevente).

Per ottenere immagini MRI di alta qualità, le bobine RF devono possedere dei requisiti fondamentali:

-quando è utilizzata in trasmissione (TX), una bobina deve generare un campo B_1 omogeneo nel volume di interesse (campo di vista = FOV) elevato poiché spesso la regione di interesse non è perfettamente nota a priori;

-quando utilizzata in ricezione (RX), una bobina deve avere un elevato rapporto segnale-rumore (SNR) e deve poter ricevere il segnale RF con lo stesso guadagno per ogni punto del volume in esame.

Con riferimento al **rapporto segnale rumore** questo è definito come:

$$\text{SNR} = \frac{\text{segnale alla bobina di ricezione}}{\text{rumore alla bobina di ricezione}} = \frac{S}{N}$$

Per quel che riguarda il segnale esso è dato da:

$$S = -N \frac{d\phi}{dt} = -N\mu_0 A \frac{dM}{dt} = -N\mu_0 A \frac{dM_{\text{eq}} \cos \omega_0 t}{dt} =$$

$$N\mu_0 A M_{\text{eq}} \omega_0 \sin \omega_0 t = N\mu_0 A M_{\text{eq}} \gamma B_0 \sin \omega_0 t$$

Dalla fisica quantistica sappiamo che:

$$M_{\text{eq}} = \frac{N\gamma\hbar}{2V} \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{\hbar\gamma B_0}{KT}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{\hbar\gamma B_0}{KT}\right)} \right) = \frac{N\gamma\hbar}{2V} \left(\frac{1 - 1 + \frac{\hbar\gamma B_0}{KT}}{1 + 1 - \frac{\hbar\gamma B_0}{KT}} \right) = \frac{N\gamma\hbar}{2V} \frac{\frac{\hbar\gamma B_0}{KT}}{2} = \frac{N\gamma^2 \hbar^2}{4VKT} B_0$$

Dove “V” è il volume del campione che contiene “N” nuclei

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ è la costante di Plank

γ il rapporto giromagnetico.

Quindi il segnale S sarà proporzionale a B_0^2 ovvero ad ω_0^2

Per quel che riguarda il rumore sia il corpo che le parti metalliche dell'antenna danno luogo ad un rumore termico che può essere espresso come:

$$N = \sqrt{\langle v_n^2 \rangle} = \sqrt{4KTBR_T}$$

Dove $R_T = R_{\text{coil}} + R_{\text{soggetto}}$. Alla frequenza di 64 MHz prevale l'effetto del soggetto e, sperimentalmente, si è visto che si ha:

$$R_{\text{soggetto}} = b\sigma\omega^2 B_1^2$$

Quindi il rumore N risulta proporzionale a B_0 ovvero a ω_0

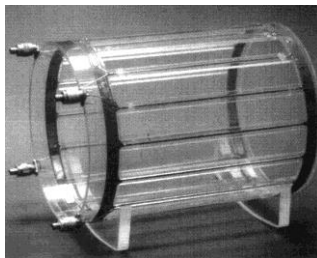
In conclusione il rapporto segnale rumore risulta proporzionale a B_0 ovvero a ω_0

Quindi al crescere di B_0 ad esempio passando da sistemi ad 1.5 T a sistemi a 3 T si ha un miglioramento del rapporto segnale rumore.

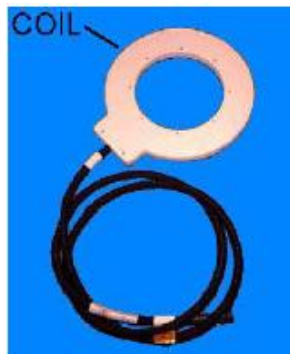
RF Coils

Secondo la loro forma, le RF coils si possono classificare in due gruppi:

-volume coils, che comprendono **birdcage** coils e TEM coils le quali sono in grado di produrre dei campi magnetici polarizzati circolarmente.



surface coils, che comprendono single-loop e multiple-loop coils di varie forme. Queste bobine, come quella mostrata in figura, sono molto più piccole delle volume coils ed hanno un valore di SNR più grande poiché ricevono il rumore solo da zone vicine.



Infatti se la bobina ha dimensioni elevate in modo da produrre un campo B_1 il più uniforme possibile, valendo il **teorema di reciprocità** dei campi elettromagnetici, riceverà anche una maggior quantità di rumore dal volume in esame e quindi il SNR dell'immagine sarà significativamente ridotto.

Il problema può essere risolto mediante l'utilizzo di **due bobine separate**: una per la trasmissione, tipicamente una birdcage coil, che garantisce un'eccitazione uniforme della zona interessata, ed un'altra per la ricezione, in genere una surface coil, posizionabile molto vicino alla regione di interesse, che ha la caratteristica di avere un piccolo campo di vista (FOV).

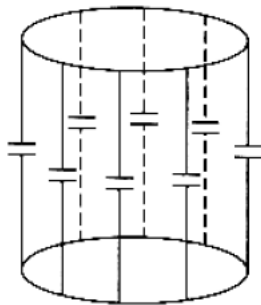
Quando vengono utilizzate due bobine separate per la trasmissione e per la ricezione è importante garantire il loro **disaccoppiamento elettronico** in modo da minimizzare la mutua induttanza che deriva dal fatto che le due bobine sono accordate sulla stessa frequenza.

Bobine Birdcage

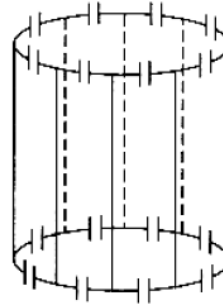
Le bobine birdcage sono costituite da due anelli conduttori, detti end-rings (ERs), connessi a un certo numero di sbarre conduttrici, dette legs, tutte equidistanti e disposte lungo il perimetro degli end-rings.

Vi sono inoltre dei condensatori, che vengono inseriti nelle legs e/o negli end-rings, variando i quali si va a modificare la frequenza di risonanza della bobina.

A seconda di dove sono posizionati i condensatori le birdcage possono essere di tipo **passa-basso** (condensatori sulle legs figura (a)) o **passa-alto** (condensatori sugli end-rings figura (b)). Ci sono anche le birdcage passa-banda in cui i condensatori sono posizionati sia sugli end-rings sia sulle legs.



(a)

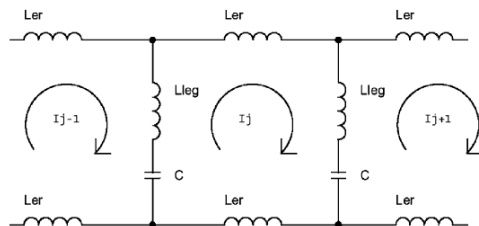


(b)

Le birdcage sono dei risonatori caratterizzati da diversi modi risonanti. Per individuarne i modi risonanti si può utilizzare il **metodo dei circuiti equivalenti**.

Questo consiste nel modellare ogni conduttore con un'induttanza in modo da poter rappresentare la bobina attraverso la ripetizione di un segmento di rete elettrica. Così facendo si utilizza la legge di Kirchhoff per determinare le correnti che scorrono nei rami e nelle maglie del risonatore.

Applicando il metodo dei circuiti elettrici equivalenti una **birdcage passa-basso** può essere descritta tramite la ripetizione del segmento di rete elettrica mostrato in figura.



Nella figura L_{leg} rappresenta l'autoinduttanza di una leg, L_{er} quella di un segmento di end-ring, C la capacità di un condensatore posto lungo le legs e I_j è la corrente che scorre nella maglia racchiusa dalla leg j -esima e la successiva $(j+1)$ -esima. In questa fase si trascurano le mutue induttanze tra i vari conduttori.

Scrivendo l'equazione di Kirchoff alla maglia in cui scorre la corrente I_j si ha:

$$\left(j\omega L_{leg} + \frac{1}{j\omega C} \right) (I_j - I_{j+1}) + \left(j\omega L_{leg} + \frac{1}{j\omega C} \right) (I_j - I_{j-1}) + 2j\omega L_{er} I_j = 0$$

Dividendo per $j\omega$ e raggruppando si ottiene:

$$\left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg} \right) (I_{j+1} + I_{j-1}) - 2 \left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg} - L_{er} \right) I_j = 0$$

Detto N il numero totale di leg deve risultare $I_{j+N} = I_j$

Questa condizione è soddisfatta se si suppone che l'ampiezza della corrente (supposta uniforme lungo la leg) vari con la leg j secondo una legge del tipo

$$I_{jk} = \begin{cases} \cos \frac{2\pi jk}{N} & k=0,1,2,\dots,N/2 \\ \sin \frac{2\pi jk}{N} & k=1,2,\dots,(N/2)-1 \end{cases}$$

K ordina i MODI, j ordina le LEG

Si noti che in totale abbiamo $(N/2 + 1 + N/2 - 1 = N$ soluzioni)
Sviluppando ad esempio il primo termine si ha:

$$I_{jk} = \cos \frac{2\pi jk}{N}$$

$$I_{j+1k} = \cos \frac{2\pi k(j+1)}{N} = \cos \left(\frac{2\pi k j}{N} + \frac{2\pi k}{N} \right)$$

$$I_{j-1k} = \cos \frac{2\pi k(j-1)}{N} = \cos \left(\frac{2\pi k j}{N} - \frac{2\pi k}{N} \right)$$

$$I_{j+1k} + I_{j-1k} = \cos \left(\frac{2\pi k j}{N} + \frac{2\pi k}{N} \right) + \cos \left(\frac{2\pi k j}{N} - \frac{2\pi k}{N} \right) = 2 \cos \left(\frac{2\pi k j}{N} \right) \cos \left(\frac{2\pi k}{N} \right)$$

Quindi si avrà:

$$\left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg}\right) 2 \cos\left(\frac{2\pi k j}{N}\right) \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) - 2 \left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg} - L_{er}\right) \cos\frac{2\pi k j}{N} = 0$$

Semplificando si ottiene:

$$\left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg}\right) \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) - \left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg} - L_{er}\right) = 0$$

Che può essere riscritta come:

$$L_{er} + \left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg}\right) \left(\cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) - 1\right) = 0$$

$$L_{er} + \left(\frac{1}{\omega^2 C} - L_{leg}\right) \left(1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi k}{N}\right) - 1\right) = 0$$

Dividendo per $2\sin^2\left(\frac{\pi k}{N}\right)$ ed isolando ω si ottiene:

$$\omega_k^2 \left[C \left(L_{leg} + \frac{L_{er}}{2 \sin^2 \frac{\pi k}{N}} \right) \right] = 1 \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N/2)$$

$$\omega_k = [C(L_{leg} + L_{er} / 2 \sin^2 \frac{\pi k}{N})]^{-1/2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N/2)$$

Sviluppando il secondo termine della (quello con il seno) si arriva alla stessa equazione ma questa volta con $k = 1, 2, (N/2) - 1$.

Questo risultato ci dice che nel nostro risonatore ci sono frequenze di risonanza di cui $N/2 - 1$ doppie degeneri (stessa frequenza con correnti diverse).

Il modo $k = 0$ ha frequenza di risonanza pari a zero (dunque la più bassa). La successiva frequenza di risonanza è quella del modo $k = 1$ che, come sarà più chiaro nel seguito, **è un modo che presenta un campo particolarmente uniforme all'interno della Birdcage e quindi adatto all'applicazione di RMN.**

L'analisi circuitale può essere ripetuta per le **Birdcage passa alto**. In questo caso si ottiene:

$$\omega_k^2 \left[C \left(L_{er} + 2L_{leg} \cdot \sin^2 \frac{\pi k}{N} \right) \right] = 1 \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N/2)$$

$$\omega_k = [C (L_{er} + 2L_{leg} \sin^2 \frac{\pi k}{N})]^{-1/2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N/2)$$

La frequenza di risonanza più alta è $\omega_0 = 1/\sqrt{C L_{er}}$ (per $k=0$) che produce correnti uguali e opposte negli end-rings e nulle nelle legs. A questa frequenza la birdcage si comporta come una bobina di Maxwell con correnti uguali e opposte nei due end-rings (modo antirisonante – AR).

Vi sono $N/2 - 1$ modi degeneri con la stessa frequenza di risonanza.

Vi è inoltre un'ulteriore modo risonante, che non risulta dall'analisi appena fatta, caratterizzato da correnti uguali e con la stessa direzione nei due end-rings, in questo caso la birdcage si comporta come una bobina di Helmholtz e il modo si chiama modo di Helmholtz (modo co-risonante – CR).

Il modo con distribuzione uniforme di campo è quello con $k=1$ (secondo da destra).

Calcolo delle induttanze

Come si è appena visto, per calcolare la frequenza di risonanza di una birdcage occorre conoscere le autoinduttanze e, per un calcolo più preciso, le mutue induttanze dei conduttori che la compongono.

se il conduttore che si considera è “piatto” (strip conductor) o “filiforme” (wire conductor) esistono delle formule semplificate per il calcolo dell’induttanza.

Strip conductor: consideriamo un conduttore di larghezza w , lunghezza l e spessore trascurabile e assumiamo che la corrente sia uniforme su tutta la sua superficie, si ha che l’autoinduttanza del conduttore sarà:

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{w} + \frac{1}{2} \right)$$

Il risultato sarà tanto più attendibile quanto più w sarà minore di l e quindi è adatta per calcolare l’autoinduttanza di una strip leg di una birdcage perché in questo caso è $w \ll l$.

Wire conductor: in questo caso si considerano conduttori a simmetria cilindrica. Assumendo che la corrente sia uniformemente distribuita sulla superficie del conduttore, l'autoinduttanza di un conduttore di raggio a e lunghezza l può essere approssimata come

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{a} - 1 \right)$$

la cui precisione aumenta quanto più a è minore di l . Questa formula si può quindi usare per il calcolo dell'autoinduttanza delle leg (per le quali è $a \ll l$).

Il caso della bobina con wire conductors si può studiare usando le formule della bobina con strip conductors. Infatti uguagliando le equazioni trovate si ha:

$$w = 4.482 a$$

che è la condizione per cui una bobina con strip conductors risulta equivalente a una con wire conductors (supponendo che abbiano entrambe la stessa lunghezza l).

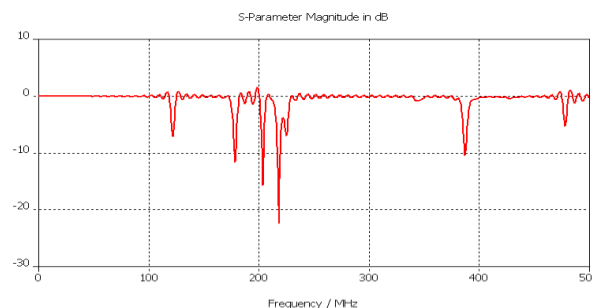
Affinché la trattazione svolta sia valida, le **dimensioni della bobina devono essere molto minori della lunghezza d'onda del segnale trattato** (il che equivale a dire che le frequenze non devono raggiungere valori troppo elevati ai quali gli elementi radianti non possono più essere considerati discreti) in modo da poter considerare il campo magnetico localmente statico.

Questa condizione è comunque sempre verificata alle frequenze solitamente usate nelle applicazioni MRI.

Ad esempio per un campo a 64 MHz la lunghezza d'onda è 4.7 m e la condizione rimane valida per una birdcage di qualunque tipo. A 6 T (frequenza 255 MHz, lunghezza d'onda 1.7 m) l'equazione di Biot-Savart si può ancora usare per piccole birdcage

Spettro delle frequenze di risonanza

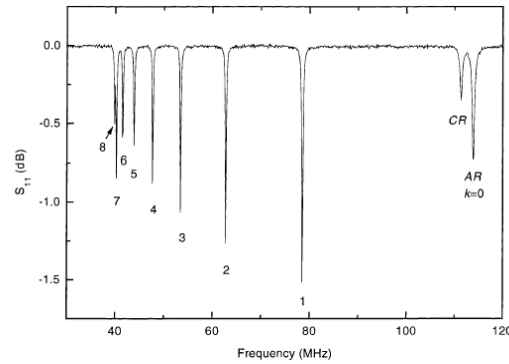
In Figura è mostrato lo spettro dei modi di una **birdcage passa basso** con 16 leg. Si evidenziano $N/2 = 8$ modi. In una birdcage passa-basso i modi AR e CR diventano un modo degenerare a frequenza zero ($k = 0$).



Quello più importante è il cosiddetto “modo dominante” o “working mode” corrispondente a $k = 1$ (circa 128 MHz in Figura); la sua importanza è dovuta al fatto che è caratterizzato da una distribuzione di campo omogenea.

In Figura è invece mostrato lo spettro dei modi di una **birdcage passa alto**. Nella birdcage passa-alto i modi AR e CR sono distinti e il modo AR corrisponde alla frequenza di risonanza più alta che si ha per $k = 0$

Nella configurazione passa-alto il modo dominante è quello associato a $k=1$ cioè alla seconda frequenza di risonanza partendo dalle alte frequenze (nello spettro è la terza da destra).

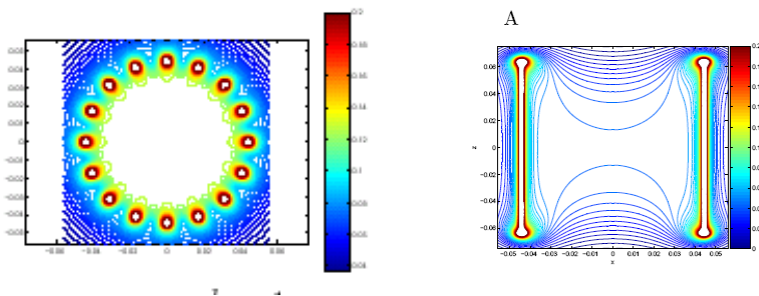


In conclusione, osservando gli spettri, si comprende perché le PB avendo il modo $k=1$ alle basse frequenze si usano nelle birdcage a 64 MHz mentre le PA avendo il modo $k=1$ alle alte frequenze si usano nelle birdcage a 128 MHz.

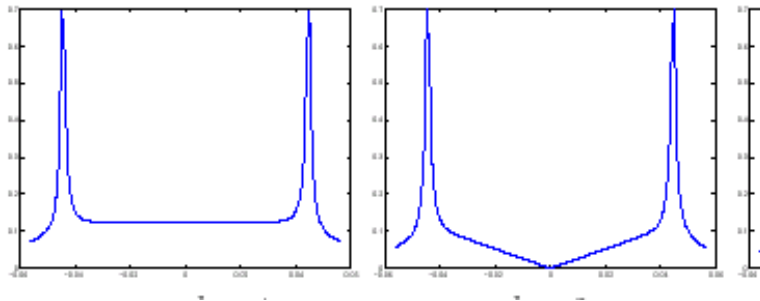
Distribuzioni di campo

L'analisi svolta ci consente di calcolare oltre alle frequenze di risonanza anche le distribuzioni di campo all'interno della birdcage. Infatti, a partire dagli andamenti delle correnti sulle leg, utilizzando l'equazione di Laplace è possibile valutare la distribuzione di campo dei vari modi.

A titolo di esempio in Figura è mostrata la distribuzione di campo relativa al modo dominante sia su di una sezione trasversale che longitudinale



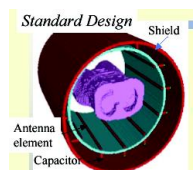
In Figura è mostrato l'andamento del campo per il modo fondamentale $k=1$ e per il modo con $k=2$ lungo un asse trasversale.



Osservando le figure si nota che il primo modo ha una distribuzione di campo omogenea nell'area centrale mentre il modo con $k=2$ (e tutti gli altri modi) hanno un campo magnetico che va a zero nella regione centrale.

Shield

In un sistema MRI, come detto, sono utilizzati vari set di bobine. Quando viene applicato il campo magnetico a radio frequenza generato dalla bobina RF, l'interazione con le gradient e le shim coils può alterare le prestazioni della bobina RF in termini di SNR e si possono generare frequenze di risonanza spurie indesiderate. Al fine di evitare questi problemi, di solito la bobina RF viene parzialmente schermata con un cosiddetto shield.



Ovviamente lo schermo di protezione modifica le frequenze di risonanza e la distribuzione del campo all'interno della bobina. Bisogna dunque studiare il comportamento della bobina anche in presenza dello shield in modo tale da poter sapere di quanto si sposta la frequenza di risonanza in base alla posizione dello schermo rispetto alla bobina stessa. Effettuando delle simulazioni si vede come l'uso di uno shield porti a una riduzione dell'auto e della mutua induttanza e, quindi, a un aumento della frequenza di risonanza.

Eccitazione e rivelazione in quadratura

Come visto in precedenza per far sì che i nuclei emettano il segnale di risonanza magnetica FID devono essere eccitati da un campo a radiofrequenza B_1 generato dalla bobina di trasmissione. Generalmente questo campo è polarizzato circolarmente poiché, rispetto a un campo polarizzato linearmente in trasmissione dimezza la potenza necessaria.

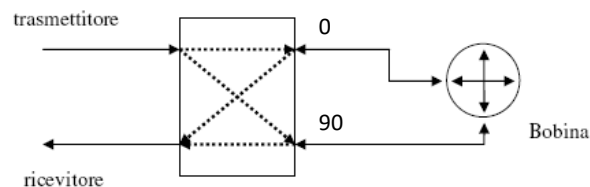
Infatti qualunque campo polarizzato linearmente lungo x del tipo: $\underline{B}_1(t) = \underline{x}_0 B_1 \cos(\omega t)$ si può spezzare nella somma di un campo polarizzato circolarmente destro e uno polarizzato circolarmente sinistro ciascuno di ampiezza pari alla metà di quella del campo che si vuole ottenere:

$$\underline{B}_1(t) = (B_1/2) (\underline{x}_0 \cos(\omega t) + \underline{y}_0 \sin(\omega t)) + (B_1/2) (\underline{x}_0 \cos(\omega t) - \underline{y}_0 \sin(\omega t))$$

Delle due componenti del campo, l'unica in grado di eccitare i nuclei è quella polarizzata circolarmente sinistra poiché ruota nello stesso verso in cui i nuclei precessono attorno al campo magnetico statico B_0 . L'altra componente rappresenta invece potenza persa. Dunque generando la sola componente utile all'eccitazione si dimezza la potenza fornita.

A loro volta i nuclei emettono un segnale RF nella forma di un campo polarizzato circolarmente che può essere scomposto nella somma di due campi polarizzati linearmente, ortogonali fra loro e sfasati temporalmente di 90° .

Per generare un campo polarizzato circolarmente sinistro si usa una tecnica di eccitazione in quadratura. In Figura sono mostrati i procedimenti di eccitazione (e di rivelazione) in quadratura



In trasmissione un circuito separatore divide la potenza fornita in due canali sfasando i segnali temporalmente di 90° . I segnali così ottenuti vengono mandati ad alimentare la bobina in due punti spazialmente sfasati di 90° . Il risultato ottenuto dalla combinazione dei due segnali polarizzati linearmente e opportunamente sfasati spazialmente e temporalmente è così un segnale di trasmissione che genera un campo polarizzato circolarmente nel verso desiderato e che va ad eccitare i nuclei.

In ricezione (per semplicità nella figura la bobina di trasmissione e di ricezione coincidono) avviene il procedimento inverso: la bobina raccoglie i segnali (polarizzati circolarmente) in punti sfasati spazialmente di 90° (ricezione in quadratura) che vengono a loro volta sfasati temporalmente attraverso un circuito sfasatore per poi essere opportunamente ricombinati.