Алгоритмы и структуры данных для студентов

Методы решения задач 2.

- 1. Дано дерево, отвечать на запросы «найти число ребер на пути от v до u» за $O(\log n)$.
- 2. Дано дерево, на каждом ребре написано число. Отвечать на запросы «найти сумму/min/max на пути от v до u» за $O(\log n)$.
- 3. Есть строка. Удалить минимальное число букв, чтобы получился палиндром. Время $O(n^2)$.
- 4. Есть строка. Найдите количество подстрок, которые являются полиндромами. Время
 - (a) $O(n^2)$.
 - (b)* $O(n \log n)$.
 - (c)** O(n).
- 5. Дан набор из n отрезков (l_i, r_i) , нужно выбрать как можно больше отрезков так, чтобы они были вложены друг в друга (то есть, для любой пары отрезков $l_i < l_j < r_i < r_i$ или $l_j < l_i < r_i < r_j$). Время $O(n^2)$.
- 6. Дан набор из n отрезков (l_i, r_i) , нужно выбрать как можно больше отрезков так, чтобы они не пересекались (то есть, для любой пары отрезков $r_i < l_j$ или $r_j < l_i$. Время $O(n^2)$.
- 7. У вас есть n монеток номиналом a_i рублей. Сможете ли вы заплатить N рублей без сдачи? Время $O(n\cdot 2^n)$
- 8.* Найдите n-ое число Фибоначчи. Время $O(\log n)$.
- 9.** Дан ориентированный граф из n вершин. Для каждой вершины найти количество путей из этой вершины длины k. Время $O(n^{2.371339}\log k)$.
- 10.** Дан ориентированный граф из n вершин. Для каждой вершины найти количество путей из этой вершины длины не более k.
- 11.** Однажды напившись, Петя оказался на архипилаге из n островов, где каждый остров соединён с каждым другим. В момент времени 0 Петя находится на первом острове. Будучи сильно пьяным, Петя не может полностью контролировать свои перемещения, поэтому каждую минуту он перемещается с острова i на остров j с некой вероятностью p_{ij} . Помогите друзьям Пети найти его: для каждого острова найдите вероятность, что Петя окажется на нём через t минут.