

АЛГОРИТМЫ И СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Графы 1.

В задачах этой серии считайте, что n – количество вершин графа, m – количество ребер, W – максимальный вес ребра во взвешанном графе.

1. Проверьте, что заданный граф – связный. $O(n + m)$.
2. Найдите все компоненты связности графа. $O(n + m)$.
3. Есть граф дружбы между всеми студентами в университете. В какой-то момент Петя решил посчитать, а сколько бы у него было друзей, если бы каждый друг друга Пети был бы другом Пети. Помогите мальчику посчитать, сколько у него было бы друзей. $O(n + m)$.
- 4.* Докажите, что если запустить DFS и оставить только ребра, по которым мы прошли, то получившийся граф будет деревом.
5. Инспектору нужно проверить состояние дорог в городе, для этого он хочет проехать по каждой дороге в каждую сторону (все дороги двусторонние). Постройте кратчайший путь. $O(n + m)$.
6. Дан неориентированный граф. Проверить, есть ли цикл. $O(n + m)$.
7. Дан ориентированный граф. Проверить, есть ли цикл. $O(n + m)$.
8. Дан граф, веса ребер равны 0 или 1. Найти кратчайший путь. Время $O(m)$.
9. Калькулятор умеет делать две операции: $a = (a + 3) \% M$ и $a = (a * 4) \% M$. За сколько операций можно получить из числа a число b ? Время $O(M)$.
10. На шахматной доске $N \cdot N$ в клетке (x_1, y_1) стоит голодный шахматный конь. Он хочет попасть в клетку (x_2, y_2) , где растет вкусная шахматная трава. Какое наименьшее количество ходов он должен для этого сделать?
11. В министерстве транспорта хотят запретить все маршруты между городами, стоимость которых больше чем C . Помогите им найти такое минимальное C , что из любого города можно будет по-прежнему добраться до любого другого (правда, возможно, теперь с пересадками). $O((n + m) \log W)$.