
普通物理学
中山大学
余非人

第2章 质点动力学

§1 相互作用和力

§2 牛顿运动定律

§3 牛顿运动定律应用

§4 动量定理

§5 角动量定理

§6 动能定理

§7 功能原理

牛顿

§1 相互作用和力

一. 相互作用和力的概念

- 相互作用，是物体运动状态相互影响的作用关系。
- 力，是相互作用的力学表现，它是物体运动状态改变的原因。
- 基本的相互作用力只有四种，它们分别是万有引力、电磁力、强核力、弱核力。
- 万有引力和电磁力是长程力，其作用范围可达到宏观级别。
- 强核力和弱核力都是短程力，其作用范围只能达到微观级别。
- 自然界的任何相互作用力都归结为这四种相互作用力。重力由万有引力所形成；弹力由电磁力形成；摩擦力也是由电磁力所形成；日常所见的力基本都是由电磁力所形成，所以电磁力是应用最广泛的 力。
- 力是矢量，它满足叠加定理：

$$\vec{F}=\sum_{j=1}^{N}\vec{F}_j$$

一. 常见力

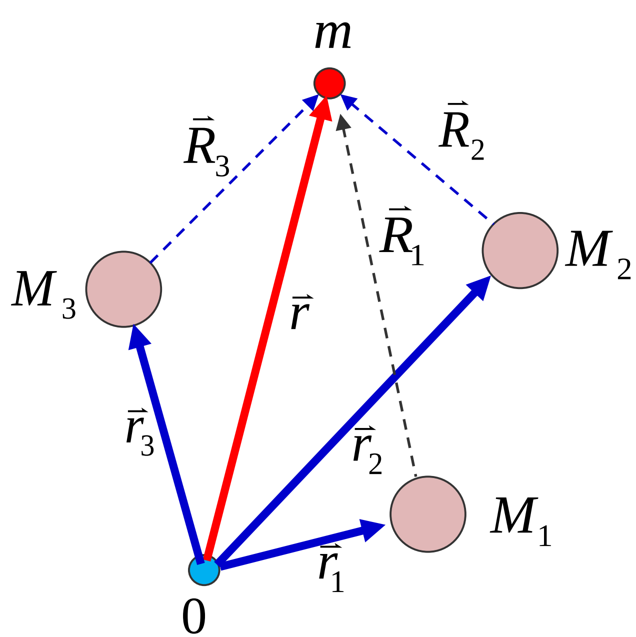
1. 万有引力

标量表示：$F_j = G\dfrac{mM_j}{R_j^2}$

矢量表示：$\vec{F}_j = -G\dfrac{mM_j}{R_j^3}\vec{R}_j$ $\begin{cases}\vec{R}_j = \vec{r} - \vec{r}_j \\ R_j = \left|\vec{r} - \vec{r}_j\right|\end{cases}$

叠加合力：$\vec{F} = \sum_{j=1}^{N}\vec{F}_j = -\sum_{j=1}^{N} G\dfrac{mM_j}{R_j^3}\vec{R}_j$

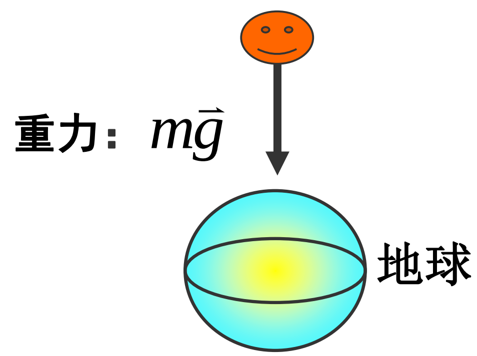
引力常数：$G = 6.67\times 10^{-11}\left(N\cdot m^2/kg^2\right)$



2. 重力

$$W = G\frac{mM_{地球}}{R_{地球}^2} = m\left(G\frac{M_{地球}}{R_{地球}^2}\right) = mg$$

$$g = G\frac{M_{地球}}{R_{地球}^2} = 9.8\left(m/s^2\right)$$



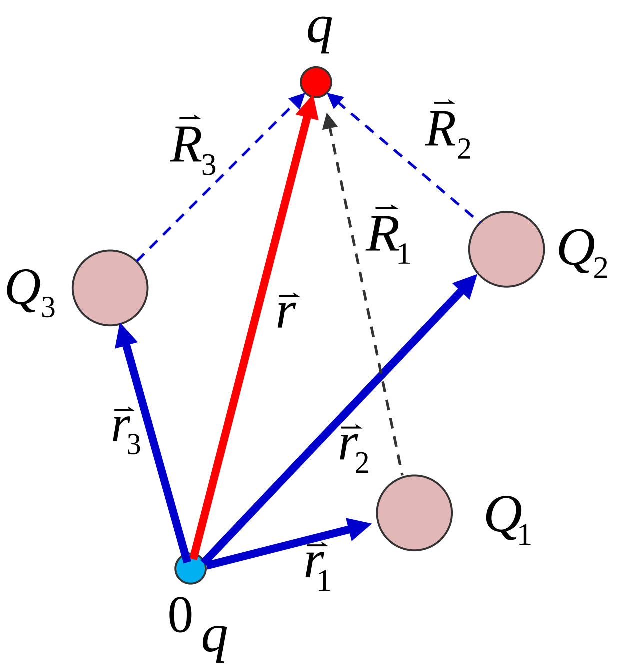
3. 静电力

标量表示：$F_j = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qQ_j}{R_j^2}$

矢量表示：$\vec{F}_j = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qQ_j}{R_j^3}\vec{R}_j$ $\quad \begin{cases} \vec{R}_j = \vec{r} - \vec{r}_j \\ R_j = \left|\vec{r} - \vec{r}_j\right| \end{cases}$

叠加合力：$\vec{F} = \sum_{j=1}^{N}\vec{F}_j = \sum_{j=1}^{N}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qQ_j}{R_j^3}\vec{R}_j$

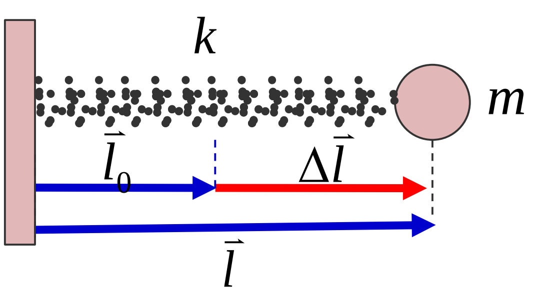
介电常数：$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\left(\mathrm{C}^2 / N\cdot m^2\right)$



4. 弹力

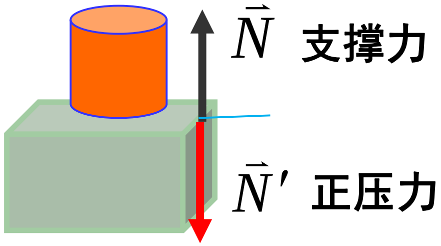
标量表示：$F = k\Delta l : \Delta l = l - l_0$

矢量表示：$\vec{F} = -k\Delta\vec{l} : \Delta\vec{l} = \vec{l} - \vec{l}_0$



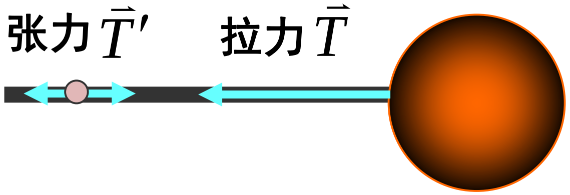
5. 正压力和支撑力

- 正压力和支撑力，是物体通过一定面积相接触而产生的相互作用力。



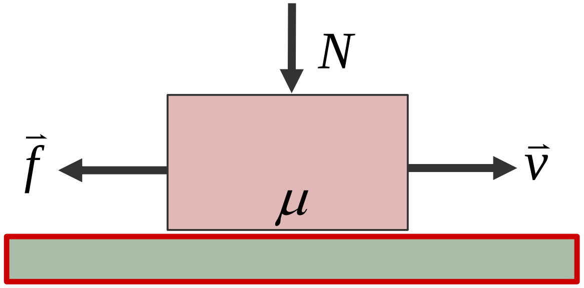
6. 拉力和张力

- 拉力，是绳或线对物体的作用力。
- 张力，是绳子内部各段之间的作用力。



7. 摩擦力

$$\vec{f} = -\mu N\left(\frac{\vec{v}}{v}\right)$$：与速率无关



$$\vec{f} = -\mu'\vec{v}$$：与速率有关

§2 牛顿运动定律

一． 牛顿三大定律

1． 牛顿第一定律

- 牛顿第一定律：任何物体，只要没有外力改变它的状态，便会永远保持静止或匀速直线运动的状态。
- 牛顿第一定律，称为惯性定律，物体具有保持静止或匀速直线运动状的特性，称为物体的惯性。
- 力是物体的运动状态改变的根本原因，没有力，物体运动状态不会改变。
- 惯性参照系，是牛顿第一定律成立的参照系，牛顿第一定律规定了一批参照系为惯性参照系，它们彼此之间作匀速直线运动。
- 惯性参照系之间的坐标变换，为伽利略坐标变换。

2. 牛顿第二定律

- 牛顿第二定律：在惯性参照系中，物体受到外力作用时，它所获得的加速度的大小与外力的大小成正比，并与物体的质量成反比，加速度的方向与外力的方向相同。
- 牛顿第二定律的质量，称为惯性质量（万有引力质量称为引力质量，虽然惯性质量等于引力质量，但这两个质量概念不相同），惯性质量的大小表示了物体惯性的大小。
- 牛顿第二定律，是二阶微分方程。

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} F_x = m\dfrac{dv_x}{dt} = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F_y = m\dfrac{dv_y}{dt} = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \\ F_z = m\dfrac{dv_z}{dt} = m\dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

3. 牛顿第三定律

- 牛顿第三定律：两个物体之间的作用与反作用力，在同一条直线上，大小相等，方向相反，
- 作用与反作用力，是成对出现的，施力者施加给物体的力称为作用力，物体反作用给施力者的力称为反作用力。
- 真实作用力，一定存在反作用力，找不到反作用力的作用力，是虚拟的作用力，虚拟力是不存在施力者的作用力。

$$\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BA} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} F_{ABx} = -F_{BAx} \\ F_{ABy} = -F_{BAy} \\ F_{ABz} = -F_{BAz} \end{cases}$$

二. 非惯性参照系

1. 惯性力

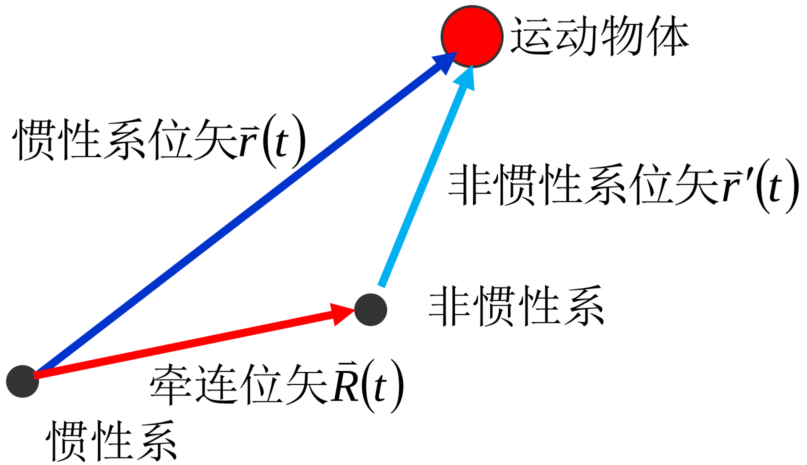
- 非惯性参照系，是相对惯性参照系作加速运动的参照系。
- 非惯性参照系与惯性参照系之间的坐标变换为非伽利略坐标变换。
- 在非惯性参照系中，物体除受到实在力的作用外，总要受到一个惯性力的作用，这个惯性力是没有施力者的虚拟力，它不存在反作用力。
- 在非惯性参照系中，要使牛顿第二定律成立，必须在物体的作用力中加入惯性力的作用。

惯性力：$\vec{F}_{\mathrm{I}} = -m\vec{a}_{\mathrm{R}}$　　$\vec{a}_{\mathrm{R}}$是非惯性参照系相对惯性参照系的牵连加速度

非惯性系中：$\vec{F} + \vec{F}_{\mathrm{I}} = m\vec{a}$　$\Rightarrow$

$$\begin{cases} F_x - ma_{Rx} = m\dfrac{dv_x}{dt} = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F_y - ma_{Ry} = m\dfrac{dv_y}{dt} = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \\ F_z - ma_{Rz} = m\dfrac{dv_z}{dt} = m\dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

2. 惯性力存在证明



惯性系与非惯性系之间的坐标变换：$\begin{cases}\vec{r}=\vec{r}'+\vec{R}\\ t=t'\end{cases}$

速度变换：$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{v}_R$（牵连速度） $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ $\vec{v}'=\dfrac{d\vec{r}'}{dt}$ $\vec{v}=\dfrac{d\vec{R}}{dt}$

加速度变换：$\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_R$（牵连加速度） $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$ $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}'}{dt}$ $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}_R}{dt}$

在惯性系中，牛顿第二定律成立：$\begin{cases}\vec{F}=m\vec{a}=m(\vec{a}'+\vec{a}_R)=m\vec{a}'+m\vec{a}_R\\ \vec{F}-m\vec{a}_R=m\vec{a}'\end{cases}$

在非惯性系中，引入惯性力：$\vec{F}_I=-m\vec{a}_R$ $\vec{F}'=\vec{F}+\vec{F}_I$

则在非惯性系中，牛顿第二定律在形式上也成立：$\vec{F}'=m\vec{a}'$

§3 牛顿运动定律应用

一. 牛顿运动定律应用方法

1. 牛顿运动定律在惯性参照系中的应用方法

- 建立惯性坐标系。
- 选取恰当的点作为代表物体运动的质点。
- 写出质点的位矢、速度和加速度的分量表达式。
- 写出质点所受力的分量表达式。
- 列出牛顿第二定律的分量表达式。
- 解微分方程。
- 写出初始条件，并根据初始条件定解。

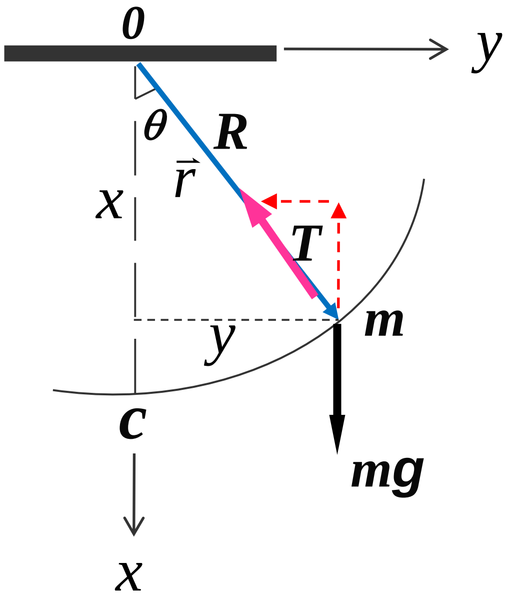
2.牛顿运动定律在惯性参照系中的应用方法

- 建立惯性坐标系和非惯性坐标系，确定牵连加速度的分量。
- 选取物体上恰当的点作为代表物体运动的质点。
- 在非惯性坐标系中，写出质点的位矢、速度和加速度的分量表达式。
- 在非惯性坐标系中，写出质点所受的力和惯性力的分量表达式。
- 在非惯性坐标系中，列出牛顿第二定律的分量表达式。
- 在非惯性坐标系中，解微分方程。
- 在非惯性坐标系中，写出初始条件，并根据初始条件定解。
- 根据坐标变换，将解从非惯性参照系变换到惯性坐标系中。

二. 牛顿运动定律应用举例

1. 单摆问题

(1)运动物体的位矢、速度和加速度的分量



$$\begin{cases} x = R\cos\theta(t) \approx R \\ y = R\sin\theta(t) \approx R\theta(t) \end{cases} : \theta << 1$$

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \approx 0 \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \approx R\dfrac{d\theta}{dt} \end{cases} \qquad \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} \approx 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} \approx R\dfrac{d^2\theta}{dt^2} \end{cases}$$

(2)运动物体所受力的量

$$\begin{cases} T_x = -T\cos\theta \approx -T \\ T_y = -T\sin\theta \approx -T\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} W_x = mg \\ W_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} F_x = T_x + W_x \approx mg - T \\ F_y = T_y + W_y \approx -T\theta \end{cases}$$

(3)牛顿第二定律的分量式

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg - T = 0 \\ -T\theta = mR\dfrac{d^2\theta}{dt^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{R}\theta$$

(4)解微分方程

令：$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}} \Rightarrow \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta \Rightarrow \begin{cases} \theta = \theta_0\cos(\omega t + \varphi_0) \\ \dfrac{d\theta}{dt} = -\omega\theta_0\sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$

(5)由初始条件定解

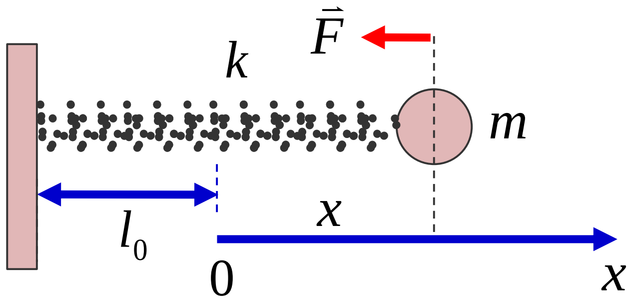
设：当$t = 0$时，$\theta = \theta_{\max}$和$\begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = Rd\theta/dt = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_{\max} = \theta_0\cos(\varphi_0) \\ 0 = -\omega\theta_0\sin(\varphi_0) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 0 \\ \theta_0 = \theta_{\max} \end{cases} \Rightarrow \theta = \theta_{\max}\cos\omega t \Rightarrow y = y_{\max}\cos\omega t : (y \approx R\theta)$$

2. 弹簧谐振子问题

(1)运动物体的位矢、速度和加速度的分量

$$x = x(t) \qquad v_x = \frac{dx}{dt} \qquad a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$$



(2)运动物体所受力的量

$$F_x = -kx$$

(3)牛顿第二定律的分量式

$$F_x = ma_x \quad \Rightarrow \quad -kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

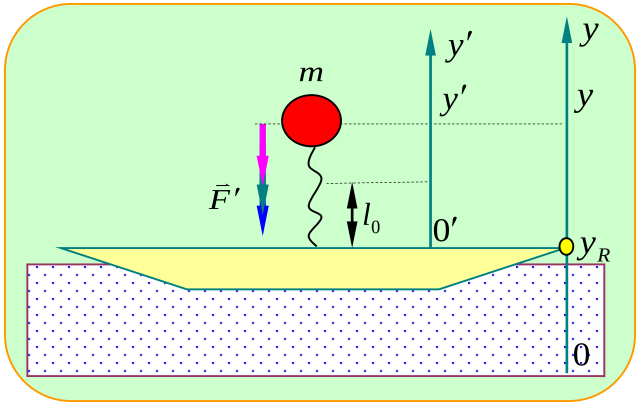
(4)解微分方程

$$令：\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = A_0\cos(\omega t + \varphi_0) \\ \dfrac{dx}{dt} = -\omega A_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$$

(5)由初始条件定解

$$设当 t = 0 时，\ x = x_{max} 和 \vec{v} = \frac{dx}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = x_{max}\cos\omega t$$

3. 非惯性系问题（船上的弹簧振子）



惯性系为$0y$，非惯性系为$0'y'$

设船是波动的：$y_R = h_0 + A_0 \cos \omega t$

牵连加速度：$a_{Ry} = \dfrac{dy_R}{dt} = -A_0\omega^2 \cos \omega t$

(1)在非惯性系中，物体的位矢、速度和加速度

$$y' = y'(t) \qquad v_y = \frac{dy'}{dt} \qquad a_y = \frac{d^2y'}{dt^2}$$

(2)在非惯性系中，物体所受的力

$$F'_y = F'_{弹力y} + F'_{重力y} + F_{Iy} = -k(y' - l_0) - mg + m\omega^2 A_0 \cos \omega t$$

(3)在非惯性系中，牛顿第二定律

$$F'_y = ma'_y \quad \Rightarrow \quad -k(y' - l) - mg + m\omega^2 A_0 \cos \omega t = m\frac{d^2y'}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y'}{dt^2} + \left(\frac{k}{m}\right)y' = (\omega^2 A_0)\cos \omega t + \frac{k}{m}\left(l - \frac{mg}{k}\right)$$

(3)在非惯性系中，解微分方程

$$y' = -\frac{1}{1-\omega_0^2/\omega^2} A_0 \cos\omega t + B_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \left(l_0 - \frac{g}{\omega_0^2} \right) \qquad \omega_0 = \frac{k}{m}$$

$$v'_y = \frac{1}{1-\omega_0^2/\omega^2} \omega A_0 \sin\omega t - \omega_0 B_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

(4)在非惯性系中，可由初始条件y_0和v_{y0}确定B_0和φ_0

$$y' = -\frac{1}{1-\omega_0^2/\omega^2} A_0 \cos\omega t + B_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \left(l_0 - \frac{g}{\omega_0^2} \right) \qquad \omega_0 = \frac{k}{m}$$

(5)从非惯性系到惯性系的坐标变换

$$y = y' + y_R$$

$$y = \left(\frac{A_0}{1-\omega^2/\omega_0^2} \right) \cos\omega t + B_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \left(h_0 + l_0 - \frac{g}{\omega_0^2} \right)$$

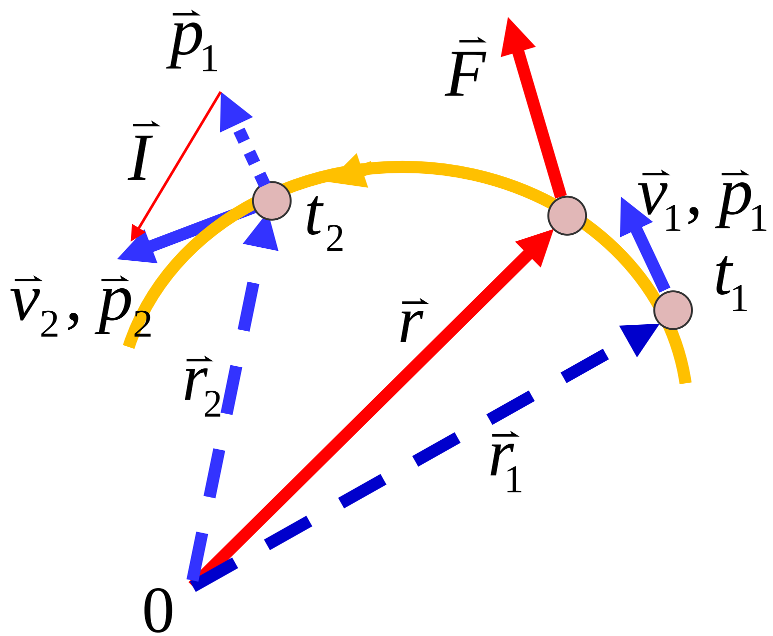
$$y \approx \left(\frac{A_0}{1-\omega^2/\omega_0^2} \right) \cos\omega t + \left(h_0 + l_0 - \frac{g}{\omega_0^2} \right) \qquad \left(\omega \approx \omega_0 = \sqrt{k/m}\text{时} \right)$$

§4 动量定理

一. 力的时间积累效应

$$\vec{F}=m\vec{a}=m\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt=\int_{t_1}^{t_2}dm\vec{v}=(m\vec{v}_2)-(m\vec{v}_1)$$



二. 动量定理

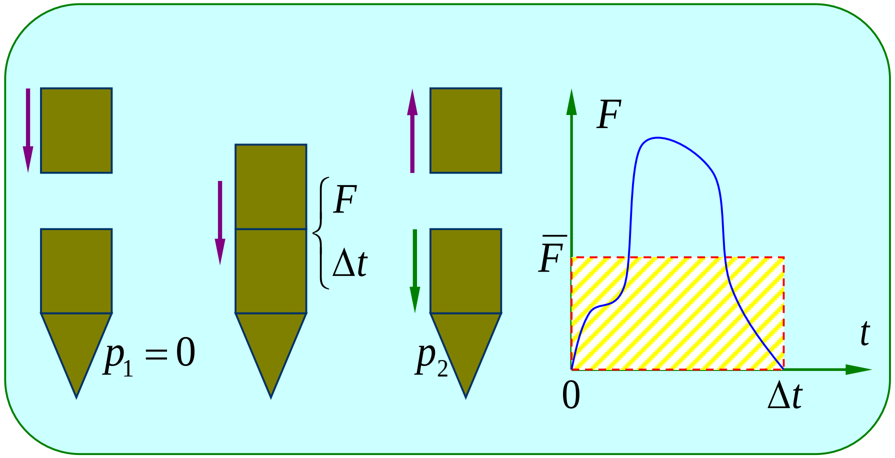
定义动量：$\vec{p}=m\vec{v}$　　状态量

定义冲量：$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt$　　过程量

动量定理：
- 微分形式：$\vec{F}=\dfrac{d\vec{p}}{dt}$　　力与动量时间变化率的关系
- 积分形式：$\vec{I}=\vec{p}_2-\vec{p}_1$　　过程与状态的关系

三. 冲力问题

- 冲力，是一个复杂的随时间变化的力，并且作用时间非常短。
- 冲力的描述，可以用其平均力来描述，它可由动量定理求出。



$$I = \Delta t\overline{F} = \int_{\Delta t} F dt = \Delta p$$

$$\overline{F} = \frac{\int_{\Delta t} F dt}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2}{\Delta t} = \frac{mv_2}{\Delta t}$$

§ 5 角动量定理

一. 横向力的时间积累效应

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

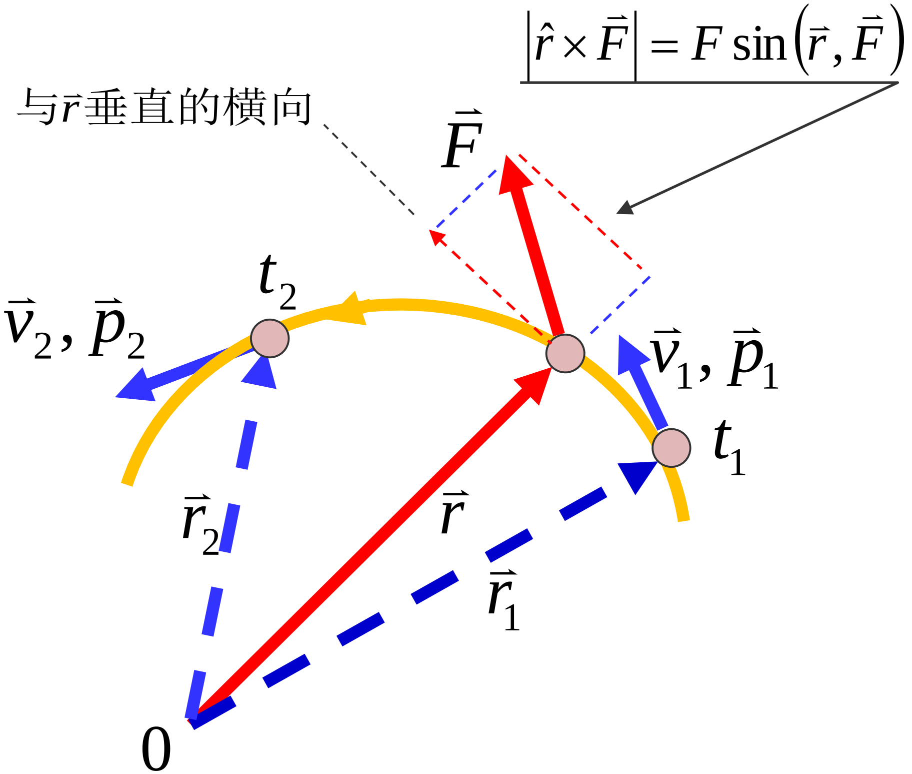
$$\vec{r}\times\vec{F} = m\left(\vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt}\right)$$

$$= m\left(\vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\times\vec{v}\right)$$

$$= m\left(\vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{v}\right)$$

$$= m\frac{d(\vec{r}\times\vec{v})}{dt} = \frac{d(\vec{r}\times m\vec{v})}{dt} = \frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt}$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\vec{r}\times\vec{F}dt = \int_{t_1}^{t_2} d(\vec{r}\times\vec{p}) = (\vec{r}_2\times\vec{p}_2) - (\vec{r}_1\times\vec{p}_1)$$



二. 角动量定理

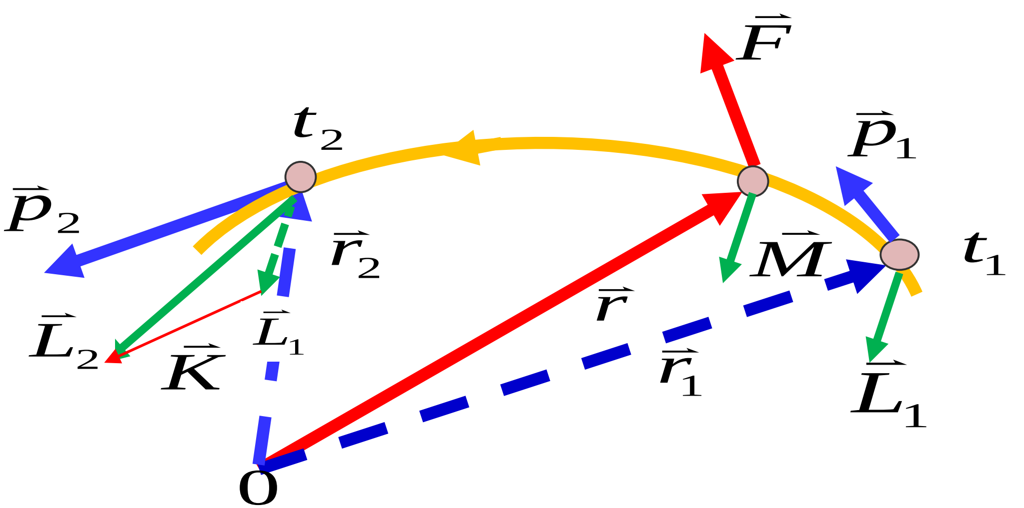
定义力矩：$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$　　转动作用量

定义角动量：$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$　　状态量

定义角冲量：$\vec{K}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}dt=\int_{t_1}^{t_2}\vec{r}\times\vec{F}dt$　　过程量

角动量定理：

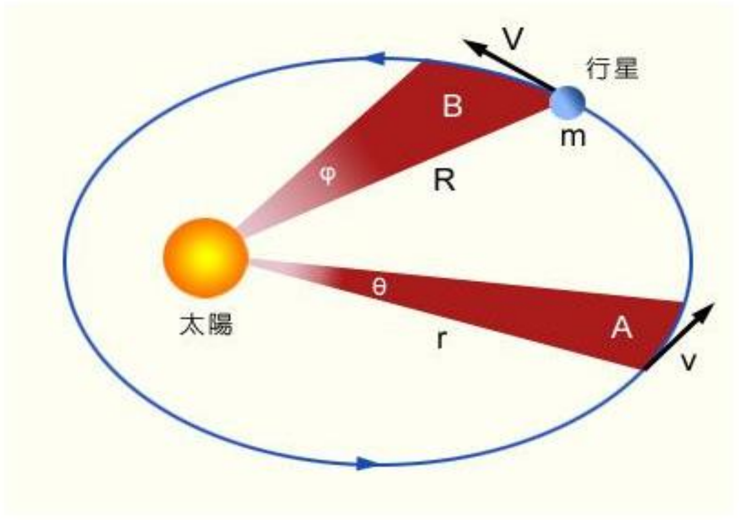
- 微分形式：$\vec{M}=\dfrac{d\vec{L}}{dt}$　　力矩与角动量时间变化率的关系
- 积分形式：$\vec{K}=\vec{L}_2-\vec{L}_1$　　过程量与状态量的关系



三. 开普勒定律

$$\vec{F} = -G\frac{mM}{r^2}\vec{r}$$

$$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F} = \vec{r}\times\left(-G\frac{mM}{r^2}\vec{r}\right) = 0$$



$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{L} = m\vec{r}\times\vec{v} = \vec{L}_0$$

$$\Rightarrow rv\sin\theta = L_0/m$$

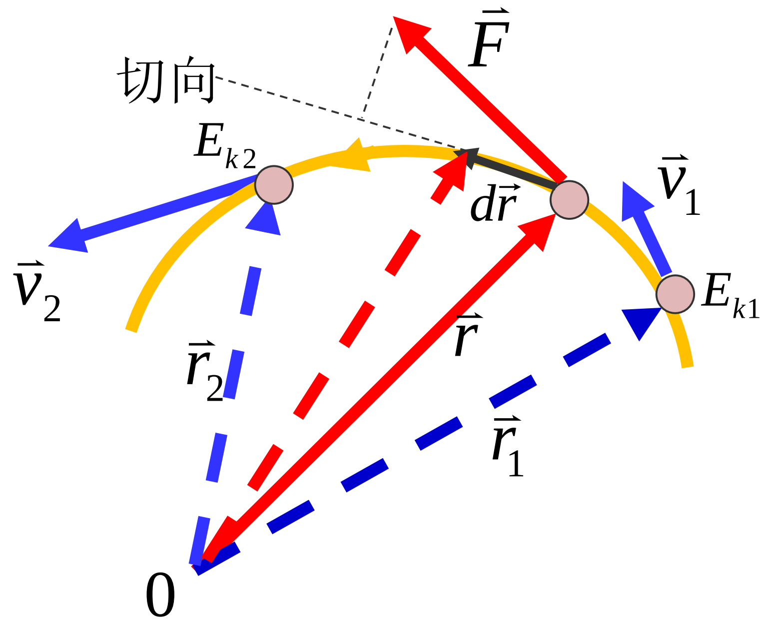
$$\Rightarrow r\frac{ds}{dt}\sin\theta = \frac{rds\sin\theta}{dt} = \frac{dS}{2dt} = L_0/m$$

$$\Rightarrow \frac{dS}{dt} = 2L_0/m = C$$

$\Rightarrow \Delta S = C\Delta t$ 时间间隔相同，行星与太阳的连线扫过的面积相同

§6 动能定理

一. 力的空间积累效应



$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\int_{l_{12}} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{l_{12}} m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{l_{12}} m d\vec{v}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = \int_{l_{12}} m\vec{v}\cdot d\vec{v} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d\left(\frac{1}{2}mv_2^2\right) = \left(\frac{1}{2}mv_2^2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2\right)$$

二. 动能定理

定义功：$A = \int_{l_{12}} \vec{F}\cdot d\vec{r}$　　过程量

定义动能：$E_k = \frac{1}{2}mv^2$　　状态量

动能定理：$A = E_{k2} - E_{k1}$　　过程与状态的关系

三. 自由落体问题

$$F_y = mg$$

$$A = \int_{l_{0h}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{l_{0h}} F_y dy = \int_0^h mgdy = mgh$$

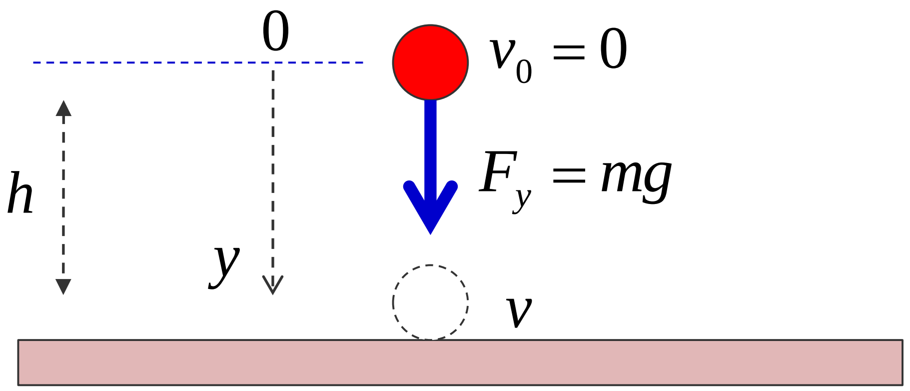
$$E_{k0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$A = E_k - E_{k0}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$



§7 功能原理

一. 保守力

- 保守力，是所作的功与路径无关的力。物体在保守力的作用下，从一点运动到另一点，保守力所作的功只与物体的始末位置有关，与物体走什么路径无关。万有引力、重力、弹力、静电力等是保守力。
- 非保守力，是所作的功与路径有关的力。当物体在非保守力的作用下，从一点运动到另一点时，非保守力所作的功不但与物体的始末位置有关，还与物体走什么路径有关。摩擦力以及各种耗散力等都是非保守力。

保守力$\vec{F}_c$：
$$\oint_l \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \int_{l_{ab}} \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{F}_c \cdot d\vec{r}$$

非保守力$\vec{F}_d$：
$$\oint_l \vec{F}_d \cdot d\vec{r} \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \int_{l_{ab}} \vec{F}_d \cdot d\vec{r} \neq \int_a^b \vec{F}_d \cdot d\vec{r}$$

二. 动能定理对保守力的应用

设物体所受的总力：$\vec{F}_{总}=\vec{F}+\vec{F}_c$：$\begin{cases}\vec{F}_c:保守力\\ \vec{F}:其他力\end{cases}$

应用动能定理：$A_{总}=\int\limits_{l_{12}}\vec{F}_{总}\cdot d\vec{r}=\int\limits_{l_{12}}\vec{F}\cdot d\vec{r}+\int\limits_{l_{12}}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}$

$$=\int\limits_{l_{12}}\vec{F}\cdot d\vec{r}+\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}=\int\limits_{l_{12}}\vec{F}\cdot d\vec{r}+\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}+\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_2}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}$$

$$=\int\limits_{l_{12}}\vec{F}\cdot d\vec{r}+\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}-\int_{\vec{r}_2}^{\vec{r}_0}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}=E_{k2}-E_{k1}$$

因此有：$\int\limits_{l_{12}}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\left[E_{k2}+\left(\int_{\vec{r}_2}^{\vec{r}_0}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}\right)\right]-\left[E_{k1}+\left(\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}\right)\right]$

三. 功能原理

力所做的功：$A=\int_{l_{12}}\vec{F}\cdot d\vec{r}$　　过程量

动能：$E_k=\frac{1}{2}mv^2$　　状态量

势能定义：$E_p=\int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}$　　状态量($\vec{r}_0$是任意选择的参考点)

机械能定义：$E=E_k+E_p$

功能原理：$A=\left[E_{k2}+E_{p_2}\right]-\left[E_{k1}+E_{p_2}\right]=E_2-E_1=\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_p$

- 势能是保守力所作的功，空间一点的势能，是物体从该点运动到参考点保守力所做的功。
- 势能，是状态量，它只与位置有关，在空间任意点都有确定的值。
- 动能，是状态量，它只与速率有关，在任意时刻都有确定的值。
- 功，是过程量，过程有一个时间间隔和空间路径。
- 功能原理，说明物体机械能的增减，决定于力对物体所做功的正负。

四. 势能举例

万有引力：$\vec{F}=-G\dfrac{mM}{r^3}\vec{r}$ $\quad o$为引力中心：$\vec{r}=xi+yj+zk$

引力势能：$E_p=\int_{\vec{r}}^{+\infty}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_{\vec{r}}^{+\infty}\left(-G\dfrac{mM}{r^3}\vec{r}\right)\cdot d\vec{r}=\int_{\vec{r}}^{+\infty}\left(-G\dfrac{mM}{r^2}dr\right)=-G\dfrac{mM}{r}$

重力：$\vec{F}=-mgj$ $\quad oy$轴由下指向上

重力势能：$E_p=\int_{\vec{r}}^{+\infty}F\cdot d\vec{r}=\int_{\vec{r}}^{0}(-mgj)\cdot d\vec{r}=\int_{y}^{0}(-mgdy)=mgy$

弹力：$\vec{F}=-kxi$ $\quad ox$轴与弹簧平行

弹力势能：$E_p=\int_{\vec{r}}^{+\infty}F\cdot d\vec{r}=\int_{\vec{r}}^{0}(-kxi)\cdot d\vec{r}=\int_{x}^{0}(-kxdx)=\dfrac{1}{2}kx^2$

五. 势能的特性

保守力与势能的关系：
$$\begin{cases} E_p = \int_{\vec r}^{\vec r_0} \vec F_c \cdot d\vec r \\ F_c = -\nabla E_p = -\dfrac{\partial E_p}{\partial x} i - \dfrac{\partial E_p}{\partial y} j - \dfrac{\partial E_p}{\partial z} k \\ A_c = \int_{\vec r_1}^{\vec r_2} \vec F_c \cdot d\vec r = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} \end{cases}$$

- **保守力的方向是指向势能下降的方向，势能变化越大的地方力越大。**
- **保守力所做的功，等于保守力势能的下降量。**

六. 机械能守恒

不受力作用的物体，其机械能守恒：$E_2 - E_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad E_k + E_p = E = C$常数