东校区 2010 学年度第一学期 10 级《高等数学一》期末考试题[redacted]

D-1

专业______________学号______________姓名____________评分_________

警示 **《中山大学授予学士学位工作细则》第六条："考试作弊不授予学士学位。"**

一．完成下列各题（每小题 7 分，共 70 分）

1. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2n}\right)^n$　　2. 求 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\ln(1+xy)}{\sin(2xy)}$　　3. $y=x\arccos x^2$，求 y'

4. 已知 $y=y(x)$ 满足 $e^{xy}+\sin(x^2y)=y^2$，求 $y'(0)$　　5. $y=x^2e^{3x}$，求 $y^{(20)}$ $y^{(2)}$

6 求 $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx$　　7. 求 $\int x\ln(1+x)dx$　　8. 求 $\int_{-1}^{1}\left(x^2+\arctan x\right)dx$

9. 已知 $\vec{a}=4\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$，$\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$，求一个同时垂直于 $\vec{a},\vec{b}$ 的向量。答：$\boldsymbol{-8\vec{i}+10\vec{j}+14\vec{k}}$

10. 求 $f(x)=\ln x$ 在 $x=2$ 处的 n 阶泰勒公式。

解：$\ln x=\ln(2+x-2)=\ln 2+\ln\left(1+\dfrac{x-2}{2}\right)$　$\therefore \ln x=\ln 2+\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^k(x-2)^k}{k\cdot 2^k}+o\left((x-2)^n\right).$

二．完成下列各题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 证明不等式 $\dfrac{b-a}{b}<\ln\dfrac{b}{a}<\dfrac{b-a}{a}\quad(b>a>0)$

证：$\ln\dfrac{b}{a}=\ln b-\ln a=\dfrac{1}{\xi}(b-a)$，其中 $b>\xi>a>0$。

由于 $\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{\xi}<\dfrac{1}{a}$，所以 $\dfrac{b-a}{b}<\ln\dfrac{b}{a}<\dfrac{b-a}{a}$

2. 求过直线 $L:\begin{cases}x+2y-z+1=0,\\ 2x-3y+z=0\end{cases}$ 和点 $P_0(1,2,3)$ 的平面方程。

3. 设 $u=f(x,xy,xyz)$，其中 f 有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}$.

答：$\dfrac{\partial u}{\partial x}=f_1'+yf_2'+yzf_3'$　　$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=xy\left(f_{13}''+yf_{23}''+yzf_{33}''\right)+yf_3'$