2011/6/26 −2

P.16.4 设 a 与 b 为任意实数，证明：(1) $|a+b| \geq |a| - |b|$

(2) 设 $|a-b|<1$，证明：$|a|<|b|+1$.

证：(1) $|a| = |a+b+(-b)| \leq |a+b| + |-b| = |a+b| + |b|$

从而，$|a+b| \geq |a| - |b|$

(2) 由于 $|a| = |a-b+b| \leq |a-b| + |b| \leq 1+|b|$.

从而 $|a| < 1+|b|$.

P.16.5 解下列不等式 (1) $|x+6|>0.1$ (2) $|x-a|>l$

解：(1) 由 $|x+6|>0.1$ 得 $x+6>0.1$ 或 $x+6<-0.1$

从而 $x>-5.9$ 或 $x<-6.1$

(2) 由 $|x-a|>l$ 得 $x-a>l$ 或 $x-a<-l$

由此得 $x>a+l$ 或 $x<a-l$

P.16.6 设 $a>1$，证明：$0<\sqrt[n]{a}-1<\frac{a-1}{n}$，其中 n 为自然数

证：由于 $x^n - 1 = (x-1)\cdot(x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots\cdots+x+1)$

令 $x=\sqrt[n]{a}$

得 $a-1 = (\sqrt[n]{a}-1)\cdot[(\sqrt[n]{a})^{n-1}+(\sqrt[n]{a})^{n-2}+\cdots\cdots+\sqrt[n]{a}+1]$

由 $a>1$，得 $\sqrt[n]{a}>1$

从而 $a-1=(\sqrt[n]{a}-1)\cdot[(\sqrt[n]{a})^{n-1}+(\sqrt[n]{a})^{n-2}+\cdots+1] > n\cdot(\sqrt[n]{a}-1)$

即 $0<\sqrt[n]{a}-1<\frac{a-1}{n}$.