符 号 说 明

为节省篇幅和简化排版,在不致引起混淆的情况下,采用以下省略符号:

m,n,k,j,n_k 等表示自然数(不包括数 0),a,b,c,x,y 等表示实数,z,ω,ζ 等表示复数,$z=x+iy$,$\bar{z}=x-iy$,$i^2=-1$,$|z|=\sqrt{x^2+y^2}$,$\mathrm{Re}z=x$,$\mathrm{Im}z=y$,$\arg z$ 为 z 的辐角主值,即 $-\pi<\arg z\leqslant\pi$;$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数,$\{x\}=x-[x]$.

$\sum a_k$ 表示 $\sum_{k=1}^{n}a_k$ 或 $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$,$\sum a_{jk}$ 表示 $\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}a_{jk}$ 或 $\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}a_{jk}$,$\prod a_k$ 表示 $\prod_{k=1}^{n}a_k$ 或 $\prod_{k=1}^{\infty}a_k$,其中 j,k 的变化范围由上下文判别,在一个不等式中含有 a,b,c 等字母时,$\sum$、$\prod$ 分别表示循环和、积.例如,$\sum f(a)=f(a)+f(b)+f(c)$,$\sum f(a,b)=f(a,b)+f(b,c)+f(c,a)$,$\prod f(a)=f(a)f(b)f(c)$ 等,(第 3 ~ 4 章用得最多).

$\exp x$ 表示 e^x,$\log x$ 表示 $\ln x$(以 e 为底).

$$\log^+|f(x)|=\begin{cases}\log|f(x)|, & 若\ |f(x)|\geqslant 1,\\ 0, & 若\ |f(x)|<1.\end{cases}$$

x 的符号函数 $\mathrm{sgn}x=\begin{cases}1, & 若\ x>0\\ 0, & 若\ x=0\\ -1, & 若\ x<0.\end{cases}$ $\varphi_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A\\ 0, & x\notin A\end{cases}$ 表示 A 的特征函数.

$R^n=\{x=(x_1,\cdots,x_n):-\infty<x_k<\infty,1\leqslant k\leqslant n\}$ 表示 n 维欧氏空间,对于 $x=(x_1,\cdots,x_n)\in R^n$.$\|x\|=(\sum_{k=1}^{n}|x_k|^2)^{1/2}$.$\alpha=(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)$ 为多重指标,其中 $\alpha_k(1\leqslant k\leqslant n)$ 为非负整数,$|\alpha|=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k$,$\alpha!=\prod_{k=1}^{n}\alpha_k!$,$D^\alpha=\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1}\cdots\partial x_n^{\alpha_n}}$ 表示微分算子.

$\binom{\alpha}{k}=\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-k+1)}{k!}$ $(\alpha\in R^1,k\in N)$,$\binom{\alpha}{0}=1$,特别当 $\alpha=n$ 为自然数时,

$$\binom{n}{k}=C_n^k=\begin{cases}\frac{n!}{k!(n-k)!}, & 若\ n\geqslant k,\\ 0 & ,若\ n<k.\end{cases}$$

C^n 表示 n 维酉空间.即 $x=(x_1,\cdots,x_n)\in C^n$ 时,$x_1,\cdots,x_n$ 均为复数,$y=(y_1,\cdots,y_n)\in C^n$,$(x,y)=\sum_{k=1}^{n}x_k\bar{y}_k$ 为 x,y 的内积.

若无特别声明,本书出现的集 E 均为测度空间$(X,\sum,\mu)$中可测集.$\mu(E)$表示集 E

的测度，$f\in C(E)$ 表示 f 在 E 上连续；$\int f$ 表示积分 $\int_E f(x)\mathrm{d}\mu$ 或 $\int_{R^n} f(x)\mathrm{d}x$，积分区域由上下文判别，当 f 是周期为 $T=2\pi$ 的一元函数时，$\int f$ 表示 $\int_T f(x)\mathrm{d}x$ 或 $\int_0^{2\pi} f(x)\mathrm{d}x$. $f\in L^p(E)$ 表示 f 在 E 上 p 次(L)可积，当 f 是周期 2π 的函数时，记为 $f\in L_{2\pi}^p(1\leqslant p\leqslant\infty)$.

$$\|f\|_X=\begin{cases}\|f\|_C=\sup\{|f(x)|:x\in E\}, & \text{若 } f\in C(E),\\ \|f\|_p=\left(\int_E|f(x)|^p\mathrm{d}\mu\right)^{1/p}, & \text{若 } f\in L^p(E),1\leqslant p<\infty,\end{cases}$$

$\|f\|_\infty=\inf\limits_{\mu(A)=0}\{\sup\limits_{x\in E-A}|f(x)|\}$，$\|f\|_{p,\omega}=\left(\int_E|f(x)|^p\omega(x)\mathrm{d}\mu\right)^{1/p}\quad(1\leqslant p<\infty)$，其中 $\omega(x)$ 是 E 上非负权函数. 而 $\|f\|$ 表示泛函 f 的范数. $f\in BV[a,b]$ 表示 f 是 $[a,b]$ 上有界变差函数，$f\in AC[a,b]$ 表示 f 是 $[a,b]$ 上绝对连续函数. 数列 $a=(a_1,\cdots,a_n,\cdots)\in l^p(1\leqslant p<\infty)$ 的加权范数记为 $\|a\|_{p,\omega}=\left(\sum|a_k|^p\omega_k\right)^{1/p}$，式中 $\omega=(\omega_1,\cdots,\omega_n,\cdots,)$，$\forall\,\omega_k>0$. $\{f>\alpha\}=\{x\in E:f(x)>\alpha\}$ 为 f 的水平集，$\alpha\in R^1$.

题号“N.2－2－18”表示第二章第 2 节第 18 题，“N.3－28(1)”表示第 3 章第 28 题第 1 小题，题号后“MC”表示数学竞赛试题(Mathematical Competition)，其中“MCM”表示中学生数学竞赛试题，“MCU”表示大学生数学竞赛试题或研究生入学试题，“IMO”表示数学奥林匹克试题，算术几何平均不等式记为 AG 不等式.

引用期刊文献时，按期刊名. 年份，卷号(期号)：页码次序；外文期刊按国际标准缩写，例如[305]1986，93(6)：466－468；表示“美国数学月刊”，1986 年第 93 卷第 6 期，第 466－468 页.