 2012 16/4

P.234. 1.(3) $\frac{1}{2\cdot\ln 2}-\frac{1}{3\cdot\ln 3}+\frac{1}{4\cdot\ln 4}+\cdots\cdots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}+\cdots\cdots$;

解: ① $u_n=\frac{1}{(n+1)\cdot\ln(n+1)}$, $u_{n+1}=\frac{1}{(n+2)\ln(n+2)}$

$u_n>u_{n+1}$, 又 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}=0$

由交错级数的莱布尼兹判别法，级数收敛.

② $\frac{1}{2\cdot\ln 2}+\frac{1}{3\ln 3}+\frac{1}{4\ln 4}+\cdots\cdots+\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}+\cdots\cdots$

即 $|(-1)^{n-1}\cdot u_n|=\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$

而 $\int_2^{+\infty}\frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}=\int_2^{+\infty}\frac{1}{\ln(x+1)}d\ln(x+1)=\left[\ln\ln(1+x)\right]_2^{+\infty}=+\infty$

所以，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|(-1)^{n-1}\cdot u_n|$ 发散。

由①.② 即级数条件收敛。