习题5-5

2010/2/12-5

中山大學 考试草稿纸

2011/5/24-125

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第六条："考试作弊不授予学士学位。"

P. 249. 1. 求下列曲线在指定点 P_0 的切线及法平面方程.

(1) $x=t$, $y=t^2$, $z=t^3$, $P_0(1,1,1)$

解: $P_0(1,1,1)$ 对参数 $t_0=1$, $\vec{\gamma}'(t)=(1,2t,3t^2)$

$\vec{\gamma}'(1)=(1,2,3)$

切线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$; 法平面: $1\cdot(x-1)+2(y-1)+3(z-1)=0$

$x+2y+3z-6=0$

(2) 曲面 $z=x^2$ 与 $y=x$ 的交线, $P_0=(2,2,4)$

解: $L:\begin{cases}x=x\\y=x\\z=x^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=t\\y=t\\z=t^2\end{cases}$ $\vec{\gamma}(t)=(t,t,t^2)$

$\vec{\gamma}'(t)=(1,1,2t)$, $t_0=2$, $\vec{\gamma}'(t_0)=(1,1,4)$

切线: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{4}$; 法平面: $1\cdot(x-2)+1\cdot(y-2)+4\cdot(z-4)=0$

$x+y+4z-20=0$

(3) 柱面 $x^2+y^2=R^2$ $(R>0)$ 与平面 $z=x+y$ 的交线; $P_0(R,0,R)$

解 $L:\begin{cases}x=R\cdot\cos t\\y=R\cdot\sin t\\z=R(\sin t+\cos t)\end{cases}$

$\vec{\gamma}(t)=(R\cos t,\ R\sin t,\ R(\sin t+\cos t))$

$\vec{\gamma}'(t)=(-R\sin t,\ R\cos t,\ R(\cos t-\sin t))$

$P_0(R,0,R)$, 对应 $t_0=0$. $\vec{\gamma}'(t_0)=\vec{\gamma}'(0)=(0,R,R)$

切线: $\dfrac{x-R}{0}=\dfrac{y-0}{R}=\dfrac{z-R}{R}$

法平面: $0\cdot(x-R)+R\cdot(y-0)+R\cdot(z-R)=0$

$y+z-R=0$