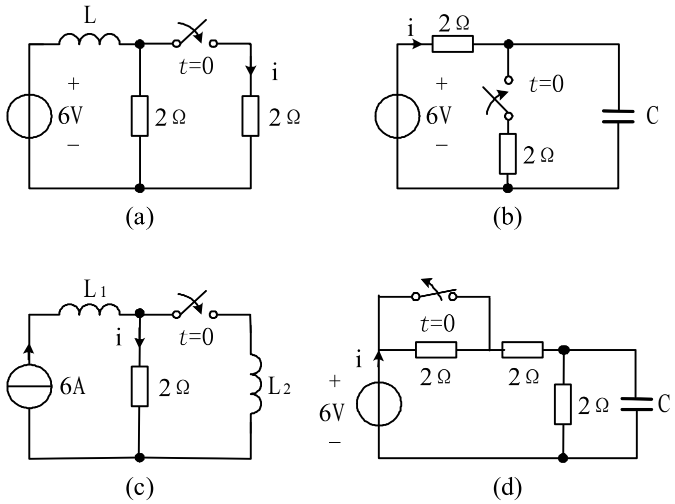
第五章　电路的暂态分析

5.1 题 5.1 图所示各电路在换路前都处于稳态，求换路后电流 i 的初始值和稳态值。



题5. 1图

解：（a）$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{6}{2}=3A$，

换路后瞬间　　$i(0_+)=\dfrac{1}{2}i_L(0_+)=1.5A$

稳态时，电感电压为 0，　$i=\dfrac{6}{2}=3A$

（b）$u_C(0_+)=u_C(0_-)=6V$，

换路后瞬间　$i(0_+)=\dfrac{6-u_C(0_+)}{2}=0$

稳态时，电容电流为 0，　$i=\dfrac{6}{2+2}=1.5A$

（c）$i_{L1}(0_+)=i_{L1}(0_-)=6A$，$i_{L2}(0_+)=i_{L2}(0_-)=0$

换路后瞬间　$i(0_+)=i_{L1}(0_+)-i_{L2}(0_+)=6-0=6A$

稳态时电感相当于短路，故　　$i=0$

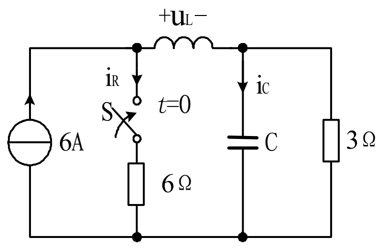
（d）$u_C(0_+)=u_C(0_-)=\dfrac{2}{2+2}\times 6=3V$

换路后瞬间　　$i(0_+)=\dfrac{6-u_C(0_+)}{2+2}=\dfrac{6-3}{4}=0.75A$

稳态时电容相当于开路，故 $i=\dfrac{6}{2+2+2}=1A$

5.2 题 5.2 图所示电路中，S 闭合前电路处于稳态，求 u_L、i_C 和 i_R 的初始值。

解：换路后瞬间 $i_L=6A$，$u_C=3\times 6=18V$



题5. 2图

$$i_R=6-i_L=0$$

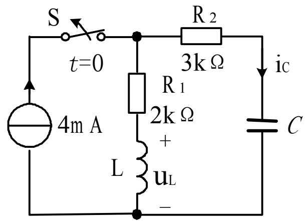
$$i_C=i_L-\frac{u_C}{3}=6-\frac{18}{3}=0$$

$$u_L+u_C=Ri_R=0，\ u_L=-u_C=-18V$$

5.3 求题 5.3 图所示电路换路后 u_L 和 i_C 的初始值。设换路前电路已处于稳态。

解：换路后，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$，

4mA 电流全部流过 R_2，即



题5. 3图

$$i_C(0_+)=4mA$$

对右边一个网孔有：

$$R_1\cdot 0+u_L=R_2\cdot i_C+u_C$$

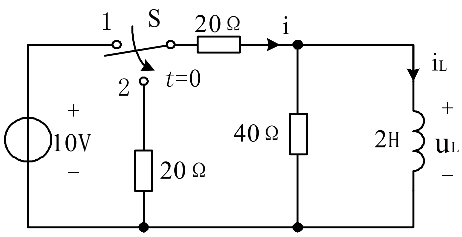
由于 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$，故

$$u_L(0_+)=R_2 i_C(0_+)=3\times 4=12V$$

5.4 题 5.4 图所示电路中，换路前电路已处于稳态，求换路后的 i、i_L 和 u_L。

解：对 RL 电路，先求 $i_L(t)$，再求其它物理量。

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{10}{20}=0.5A$$



题5. 4图

电路换路后的响应为零输入响应

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{2}{40\,||\,(20+20)}=0.1S，故$$

$$i_L(t)=i_L(0_+)e^{-t/\tau}=0.5e^{-10t}A$$

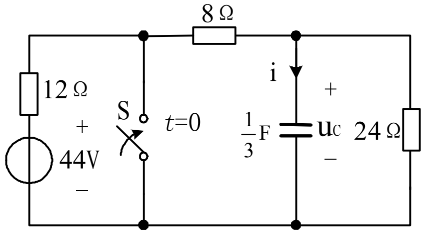
换路后两支路电阻相等，故

$$i(t)=\frac{1}{2}i_L(t)=0.25e^{-10t}A，$$

$$u_L(t)=-i(t)(20+20)=-10e^{-10t}\text{ V}$$

5.5 题 5.5 图所示电路中，换路前电路已处于稳态，求换路后的 u_C 和 i。

解：对 RC 电路，先求 u_C(t)，再求其它物理量



题5. 5图

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=\frac{44}{12+8+24}\times 24=24V$$

S 合上后，S 右边部分电路的响应为零输入响应

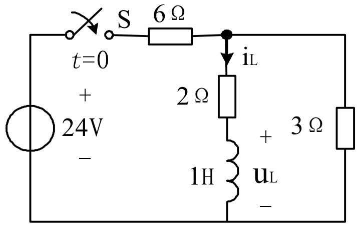
$$\tau=RC=(8\parallel 24)\times\frac{1}{3}=2S$$

$$u_C(t)=u_C(0_+)e^{-t/\tau}=24e^{-\frac{t}{2}}$$

$$i(t)=C\frac{du_C}{dt}=\frac{1}{3}\times 24\times(-\frac{1}{2})e^{-\frac{t}{2}}=-4e^{-\frac{t}{2}}A$$

5.6 题 5.6 图所示电路中，已知开关合上前电感中无电流，求 $t\geq 0$ 时的$i_L(t)$和$u_L(t)$。

解：由题意知，这是零状态响应，先求 i_L



题5. 6图

$$i_L(\infty)=\frac{24}{6+2\parallel 3}\times\frac{3}{2+3}=2A$$

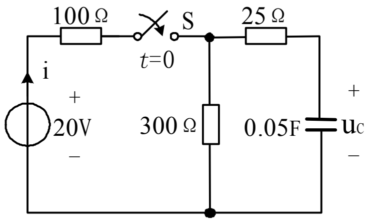
$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{1}{2+3\parallel 6}=\frac{1}{4}s$$

故 $$i_L(t)=i_L(\infty)(1-e^{-t/\tau})=2(1-e^{-4t})A$$

$$u_L(t)=L\frac{di_L}{dt}=1\times 2\times 4e^{-4t}=8e^{-4t}V$$

5.7 题 5.7 图所示电路中，t=0 时，开关 S 合上。已知电容电压的初始值为零，求 u_C(t) 和 i(t)。

解：这也是一个零状态响应问题，先求 u_C 再求其它量



题5. 7图

$$u_C(\infty)=\frac{300}{100+300}\times 20=15V$$

$$\tau=RC=(25+100\parallel 300)\times 0.05=5S$$

$$u_C(\infty)=\frac{300}{100+300}\times 20=15V$$
$$\tau = RC=(25+100\,||\,300)\times 0.05=5S$$

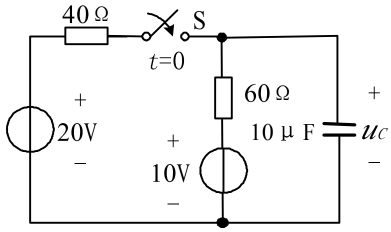
$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-t/\tau})=15(1-e^{-0.2t})V$$

$$i_C(t)=C\frac{du_C}{dt}=0.05\times 15\times 0.2e^{-0.2t}=0.15e^{-0.2t}A$$

$$i=i_C+\frac{u_C+25i_C}{300}=0.15e^{-0.2t}+\frac{15(1-e^{-0.2t})+25\times 0.15e^{-0.2t}}{300}$$

$$=(0.05+0.1125e^{-0.2t})A$$

5.8 题 5.8 图所示电路中，已知换路前电路已处于稳态，求换路后的 $u_C(t)$。



题5. 8图

解：这是一个全响应问题，用三要素法求解

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=10V$$
$$u_C(\infty)=\frac{20-10}{40+60}\times 60+10=16V$$

$$\tau = RC=40\,||\,60\times 10\times 10^{-6}=2.4\times 10^{-4}s$$

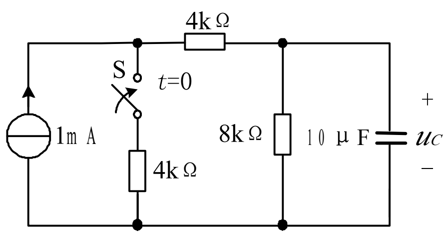
$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]e^{-t/\tau}$$

$$=(16-6e^{-t/\tau})V$$

5.9 题 5.9 图所示电路中，换路前电路已处于稳态，求换路后 $u_C(t)$的零输入响应、零状态响应、暂态响应、稳态响应和完全响应。

解：电路的时间常数

$$\tau = RC=8000\,||\,(4000+4000)\times 10\times 10^{-6}=$$



题5. 9图

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=1\times 10^{-3}\times 8\times 10^{3}=8V$$

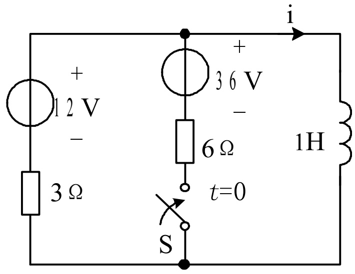
零输入响应为：$8e^{-25t}$ V

$$u_C(\infty)=\frac{4\times 1}{4+4+8}\times 8=2V$$

零状态响应为：$2(1-e^{-25t})V$

稳态响应为：2V，

暂态响应为：$8e^{-25t}-2e^{-25t}=6e^{-25t}V$



题5.10图

全响应为：

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]e^{-t/\tau}=(2+6e^{-25t})V$$

5.10 题 5.10 图所示电路中，换路前电路已处于稳态，求换路后的 i(t)。

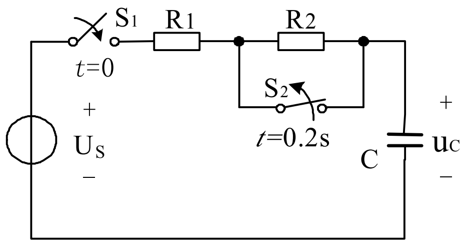
解：用三要素求解

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{12}{3}=4A$$

由弥尔曼定理可求得

$$i_L(\infty)=\frac{12}{3}+\frac{36}{6}=10A$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{1}{3\parallel 6}=\frac{1}{2}s$$



题5.11图

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]e^{-t/\tau}=(10-6e^{-2t})A$$

5.11 题 5.11 图所示电路中，U_S=100V，R_1=5kΩ，R_2=20kΩ，C=20μF，t=0 时 S_1 闭合，t=0.2S 时，S_2 打开。设 $u_C(0\text{-})=0$，求 $u_C(t)$。

解：$0<t\le 0.2s$ 为零状态响应，$\tau_1=R_1C=0.1s$

$$u_C(t)=U_S(1-e^{-t/\tau_1})=100(1-e^{-10t})V$$

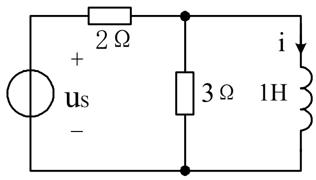
$t>0.2s$ 为全响应，$\tau_2=(R_1+R_2)C=0.5s$，

$$u_C(0.2)=100(1-e^{-2})V，\quad u_C(\infty)=100V$$

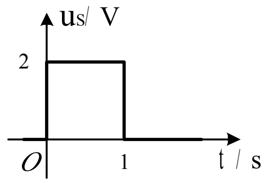
$$u_C(t)=100+\left[100(1-e^{-2})-100\right]e^{-2(t-0.2)}$$

$$=100-100e^{-2(t+0.8)}\text{V}$$

5.12 题 5.12 图(a)所示电路中，$i(0_-)=0$，输入电压波形如图(b)所示，求 $i(t)$。

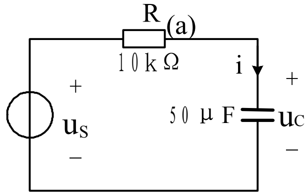


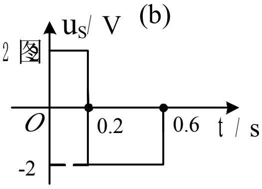
(a)



(b)

题5.12图





(a) (b)

题5.13图

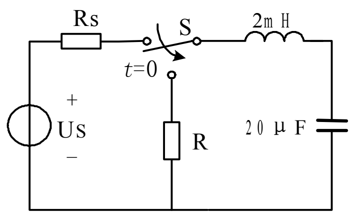
解：$u_S(t)=2\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-1)V$，$\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{5}{6}s$，

$u_S=2V$ 时，$i(\infty)=\dfrac{2}{2}=1A$

$$i'(t)=(1-e^{-\frac{6}{5}t})A$$

故 $$i(t)=(1-e^{-\frac{6}{5}t})\varepsilon(t)-(1-e^{-\frac{6}{5}(t-1)})\varepsilon(t-1)$$

5.13 题 5.13 图(a)所示电路中，电源电压波形如图(b)所示，$u_C(0-)=0$，求 $u_C(t)$和 $i(t)$。



题5.14图

解 ： $u_S(t)=2\varepsilon(t)-4\varepsilon(t-0.2)+2\varepsilon(t-0.6)V$ ，

$\tau=RC=0.5s$

单位阶跃响应为

$$S(t)=(1-e^{-2t})V$$

$$u_C(t)=2(1-e^{-2t})\varepsilon(t)-4[1-e^{-2(t-0.2)}]\varepsilon(t-0.2)+2[1-e^{-2(t-0.6)}]\varepsilon(t-0.6)V$$

5.14 要使题 5.14 图所示电路在换路呈现衰减振荡，试确定电阻 R 的范围，并求出当 R=10Ω 时的振荡角频率。

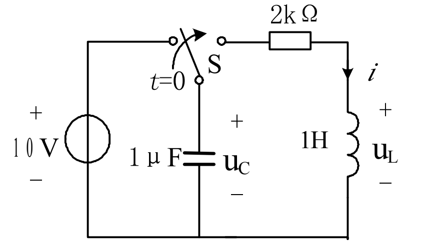
解：临界电阻

$$R=2\sqrt{\frac{L}{C}}=2\sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{20\times10^{-6}}}=20\Omega，$$

即 R<20 时，电路在换路后呈现衰减振荡，R=10 Ω 时

$$\delta = \frac{R}{2L} = \frac{10}{2\times 2\times 10^{-3}} = 2.5\times 10^{3}\, rad/s\,,$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2\times 10^{-3}\times 20\times 10^{-3}}} = 2.5\times 10^{3}\, raa$$



题5.15图

故衰减振荡角频率

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = 4.33\times 10^{3}\, rad/s$$

5.15 题 5.15 图所示电路中，换路前电路处于稳态，求换路后的 u_C、i、u_L 和 i_{max}。

解：由于 $2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\times\sqrt{\frac{1}{10^{-6}}} = 2000 = R$

故换路后电路处于临界状态

$$\delta = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{2000}{2\times 1} = 10^{3}\, rad/s$$

$$u_C(t) = U_0(1+\delta t)e^{-\delta t} = 10(1+1000t)e^{-1000t}V$$

$$i(t) = -c\frac{du_C}{dt} = 10te^{-1000t}A$$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = 10(1-1000t)e^{-1000t}V$$

$1000t-1=0$ 时，即 $t=10^{-3}$S 时，i 最大

$$I_{\max} = 10\times 10^{-3}e^{-1} = 3.68\times 10^{-3}A$$