中山大學 本科生考试草稿纸 2011 21/5—103

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第七条："考试作弊者不授予学士学位。"

P.202.4 作图 $y=x+\frac{1}{x}$, $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

解: $y'=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}=\frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$, 令 $y'=0$, 驻点 $x=-1$, $x=1$.

$y''=(-1)\cdot(-2)\cdot\frac{1}{x^3}=\frac{2}{x^3}$

$a=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\frac{1}{x}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}(1+\frac{1}{x^2})=1$

$b=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-ax]=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+\frac{1}{x}-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$

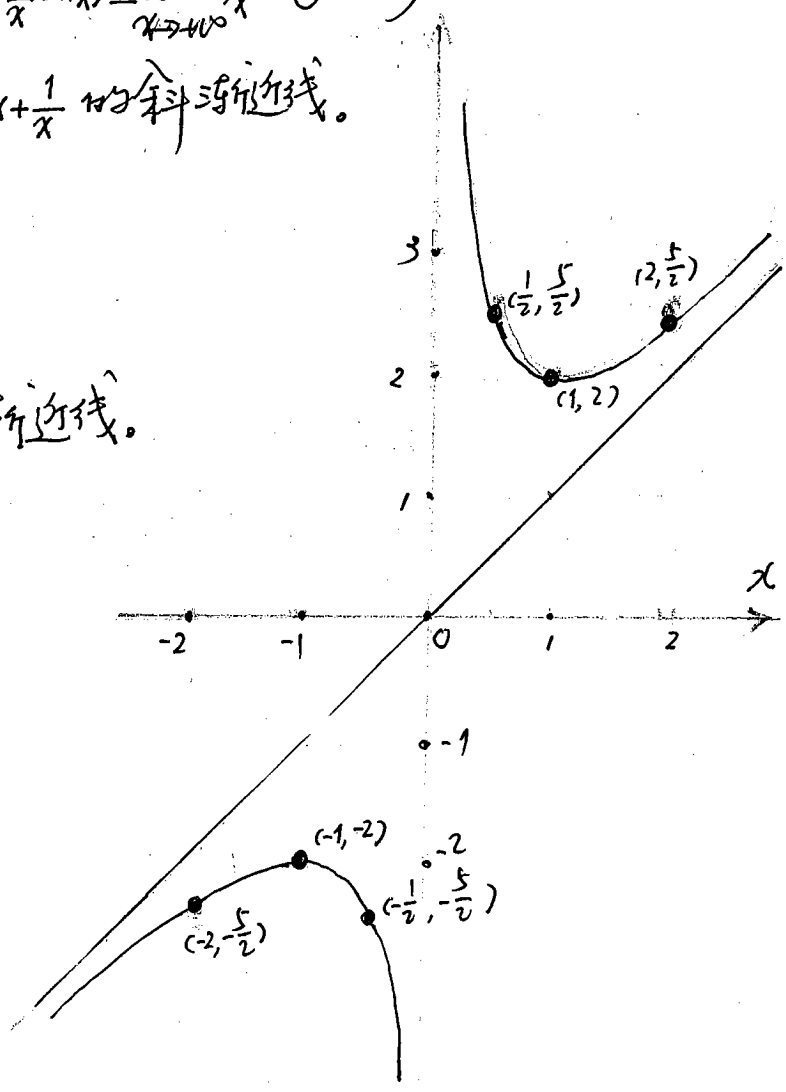
∴ $y=ax+b=x$ 是 $y=x+\frac{1}{x}$ 的斜渐近线。

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to0-0}y=\lim\limits_{x\to0-}(x+\frac{1}{x})=-\infty\\ \lim\limits_{x\to0+0}y=\lim\limits_{x\to0+0}(x+\frac{1}{x})=+\infty\end{cases}$

∴ $x=0$ (y轴) 是铅直渐近线。

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-1}{x}=-\infty$



x	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,0)$	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	−	0	+
$f''(x)$	−	−	−	+	+	+
$f(x)$	↗	极大 $(-1,-2)$	↘	↘	极小 $(1,2)$	↗

极点: $(-2,-\frac{5}{2})$, $(-\frac{1}{2},-\frac{5}{2})$, $(\frac{1}{2},\frac{5}{2})$, $(2,\frac{5}{2})$