

1. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$

2. 求 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+xy)}{\sin(2xy)}$

3. $y = x \arccos(x^2)$, 求 y'

4. 设 $z + \cos(xy) = e^z$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

5. 设 $f(x, y, z) = \sqrt[3]{\frac{x}{y}}$, 求 $df(1, 1)$.

6 求 $\int \frac{1}{\sqrt{x(1+x)}} dx$

7. 求 $\int x \ln(1+x) dx$

8. 求 $\int_{-1}^1 (x^2 + \arctan x) dx$

9. 已知 $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, 求一个同时垂直于 \vec{a}, \vec{b} 的向量。 XXXXXXXXXX

10. 求 $f(x) = \ln(x-1)$ 在 $x=2$ 处的 n 阶泰勒公式。

二. 完成下列各题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 求过直线 $L: \begin{cases} x+2y-z+1=0, \\ 2x-3y+z=0 \end{cases}$ 和点 $P_0(1,2,3)$ 的平面方程。

2. 设 $u = f(x, xy, xyz)$, 其中 f 有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

3. 求函数 $z = xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处的沿从点 $P(1,0)$ 到点 $Q(2,-1)$ 方向的方向导数。

4. 求函数 $u = \sin x \sin y \sin z$ 在条件 $x + y + z = \frac{\pi}{2}$ ($x > 0, y > 0, z > 0$) 下的极值和极值点。

5. 证明函数 $f(x,y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$
的偏导函数 $f_x(x,y), f_y(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 不连续, 但它在该点可微。

6. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 连续, 在 (a,b) 二阶可导, 证明存在 $\eta \in (a,b)$, 使得下式成立

$$f(b) + f(a) - 2f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 f''(\eta).$$