第三章 正弦交流电路

3.1 两同频率的正弦电压，$u_1 = -10\sin(\omega t + 30°)V, u_2 = 4\cos(\omega t + 60°)V$，求出它们的有效值和相位差。

解：将两正弦电压写成标准形式

$$u_1 = 10\sin(\omega t + 30° + 180°)V$$

$$u_2 = 4\sin(\omega t + 60° + 90°)V，$$

其有效值为

$$U_1 = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07V，\quad U_2 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2.83V$$

$$\varphi_1 = 210°\text{或}-150°, \varphi_2 = 150°$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 60°$$

3.2 已知相量 $\dot{A}_1 = 2\sqrt{3} + j2, \dot{A}_2 = +2 + j2\sqrt{3}, \dot{A}_3 = \dot{A}_1 + \dot{A}_2, \dot{A}_4 = \dot{A}_1 \cdot \dot{A}_2$，试写出它们的极坐标表示式。

解：
$$\dot{A}_1 = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot e^{j30°} = 4\angle 30°$$

$$\dot{A}_2 = 4\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\angle 60°$$

$$\dot{A}_3 = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 = 2\sqrt{3} + 2 + j(2 + 2\sqrt{3}) = 2(\sqrt{3}+1)(1+j) = 2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})\angle 45°$$

$$\dot{A}_4 = \dot{A}_1 \cdot \dot{A}_2 = 4 \times 4\angle 30° + 60° = 16\angle 90° = j16$$

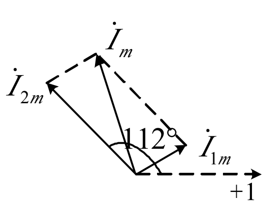
3.3 已知两电流 $i_1 = 2\sin(314t + 30°)A, i_2 = 5\cos(314t + 45°)A$,若 $i = i_1 + i_2$，求 i 并画出相图。

解：$i_2 = 5\sin(314t + 45° + 90°)A$，两电流的幅值相量为

$$\dot{I}_{1m} = 2\angle 30°A，\quad \dot{I}_{2m} = 5\angle 135°A$$

总电流幅值相量为

$$\dot{I}_m = \dot{I}_{1m} + \dot{I}_{2m} = 2(\cos 30° + j\sin 30°) + 5(\cos 135° + j\sin 135°)$$



$$=\sqrt{3}-\frac{5\sqrt{2}}{2}+j(1+\frac{5\sqrt{2}}{2})=-1.80+j4.53=4.85\angle 112°$$

$$i(t)=4.85\sin(314t+112°)A$$

相量图如右图所示。

3.4　某二端元件，已知其两端的电压相量为 $\dot{U}=220\angle 120°\text{V}$，电流相量为 $\dot{I}=5\angle 30°A$，f=50H$_Z$，试确定元件的种类，并确定参数值。

解：元件的阻抗为

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{220\angle 120°}{5\angle 30°}=44\angle 90°=j44$$

元件是电感，$\omega L=44$，

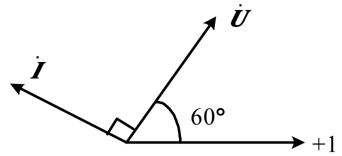
$$L=\frac{44}{\omega}=\frac{44}{2\pi\times 50}=0.14H$$

3.5　有一 10μF 的电容，其端电压为 $u=220\sqrt{2}\sin(314t+60°)\text{V}$，求流过电容的电流 i 无功功率 Q 和平均储能 W$_C$，画出电压、电流的相量图。

解：$\dot{U}=220\angle 60°$，$X_c=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\times 10\times 10^{-6}}=318\Omega$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{-jX_C}=\frac{220\angle 60°}{-j318}=0.69\angle 150°A$$

$$i(t)=0.69\sqrt{2}\sin(314t+150°)A$$



电流超前电压 90°，相量图如右图所示。

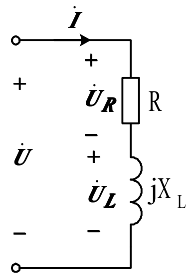
Q$_C$=−UI=−220×0.69=−152Var

$$W_C=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\times 10\times 10^{-6}\times 220^2=0.242J$$

3.6　一线圈接在 120V 的直流电源上，流过的电流为 20A，若接在 220V，50H$_Z$ 的交流电源上，流过的电流为 22A，求线圈的电阻 R 和电感 L。

解：线圈可看作是电感 L 与电阻 R 的串联，对直流电，电感的感抗等于 0，故电阻为

$$R=\frac{U}{I}=\frac{120}{20}=6\Omega$$



通以 50Hz 的交流电时，电路的相量模型如右图所示

$$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L=R\dot{I}+jX_L\dot{I}=(R+jX_L)\dot{I}$$

$$U=\sqrt{R^2+X_L^2}I$$

$$X_L = \sqrt{(\frac{U}{I})^2 - R^2} = \sqrt{(\frac{220}{22})^2 - 6^2} = 8\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{8}{314} = 0.025H = 25.5mH$$

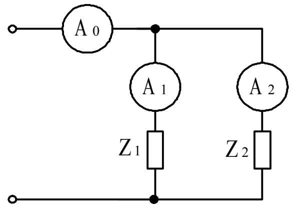
3.7　在题 3.7 图所示的电路中，电流表 A_1 和 A_2 的读数分别为 I_1=3A，I_2=4A，

（1）设 Z_1=R，Z_2=−jX_C，则电流表 A_0 的读数为多少？

（2）设 Z_1=R，则 Z_2 为何种元件、取何值时，才能使 A_0 的读数最大？最大值是多少？

（3）设 Z_1=jX_L，则 Z_2 为何种元件时，才能使 A_0 的读数为最小？最小值是多少？

解：Z_1、Z_2 并联，其上电压相同



题3.7图

（1）由于 Z_1 是电阻，Z_2 是电容，所以 Z_1 与 Z_2 中的电流相位相差 90°，故总电流为 $\sqrt{3^2+4^2}=5A$，A_0 读数为 5A。

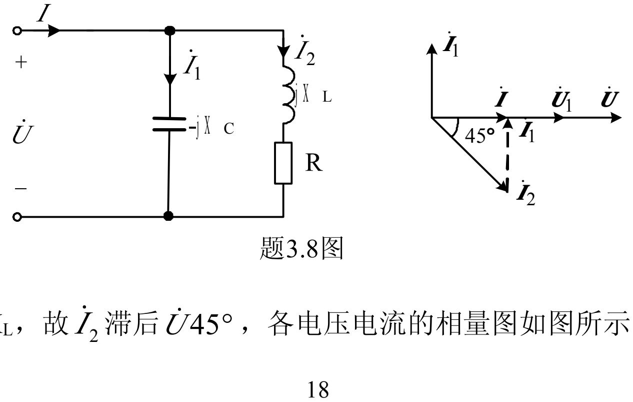
（2）Z_1、Z_2 中电流同相时，总电流最大，因此，Z_2 为电阻 R_2 时，A_0 读数最大，最大电流是 7A，且满足 $RI_1=R_2I_2$，因此

$$R_2 = \frac{I_1}{I_2}R = \frac{3}{4}R$$

（3）Z_1、Z_2 中电流反相时，总电流最小，现 Z_1 为电感，则 Z_2 为容抗为 X_C 的电容时，A_0 读数最小，最小电流是 1A，且满足 $3X_L=4X_C$，因此

$$X_C = \frac{3}{4}X_L$$

3.8　在题 3.8 图所示的电路中，I_1=5A，I_2=5$\sqrt{2}$ A，U=220V，R =X_L，求 X_C、X_L、R 和 I。



题3.8图

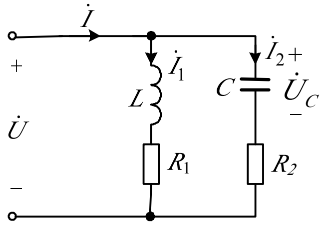
解：由于 R=X_L，故 $\dot{I}_2$ 滞后 $\dot{U}$45°，各电压电流的相量图如图所示。由于 $I_1=I_2\sin45^o$，

所以 I_1、I_2 和 I 构成直角三角形。$\dot{U}$ 与 $\dot{I}$ 同相，且 $I=I_1=5A$。

$$X_C = \frac{U}{I_1} = \frac{220}{5} = 44\Omega，\quad \sqrt{R^2 + X_L^2} = \frac{U}{I_2} = \frac{220}{5\sqrt{2}} = \frac{44}{\sqrt{2}}$$

$$R = X_L = \frac{44}{2} = 22\Omega$$

3.9　在题 3.9 图所示的电路中，已知 $R_1=R_2=10\Omega$，$L=31.8mH$，$C=318\mu F$，$f=50H_Z$,$U=10V$，求各支路电流、总电流及电容电压。



题3.9图

解：$X_L=\omega L=314\times31.8\times10^{-3}=10\Omega$，

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314\times318\times10^{-6}} = 10\Omega$$

电路的总阻抗

$Z=(R_1+jX_L)\parallel(R_2-jX_C)$

$$= \frac{(10+j10)(10-j10)}{10+j10+10-j10} = 10\Omega$$

设 $\dot{U} = 10\angle 0° V$，则

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = 1\angle 0° A，$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R_1 + jX_L} = \frac{10\angle 0°}{10 + j10} = \frac{\sqrt{2}}{2}\angle -45° A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{R_2 - jX_C} = \frac{10\angle 0°}{10 - j10} = \frac{\sqrt{2}}{2}\angle 45° A$$

$$\dot{U}_C = -jX_C\dot{I}_2 = -j10 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\angle 45° = 5\sqrt{2}\angle -45° V$$

3.10　阻抗 $Z_1=1+j\Omega$，$Z_2=3-j\Omega$ 并联后与 $Z_3=1-j0.5\Omega$ 串联。求整个电路的等效阻抗和等效导纳。若接在 $\dot{U}=10\angle 30°V$ 的电源上，求各支路电流，并画出相量图。

解：等效阻抗

$$Z = Z_1 \parallel Z_2 + Z_3 = \frac{(1+j)(3-j)}{1+j+3-j} + 1 - j0.5 = 2\Omega$$

等效导纳

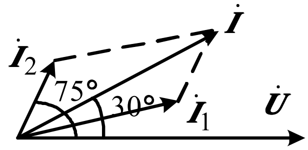
$$Y=\frac{1}{Z}=0.5S$$

接上电源后

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{10\angle 30°}{2}=5\angle 30°$$

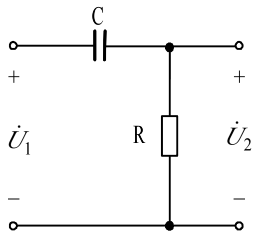
$$\dot{I}_1=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{I}=\frac{3-j}{4}\times 5\angle 30°=3.95\angle 11.6°A$$

$$\dot{I}_2=\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\dot{I}=\frac{1+j}{4}\times 5\angle 30°=1.77\angle 75°A$$



电压、电流相量图如图所示。

3.11 在题 3.11 图所示的移相电路中，若 C=0.318μF，输入电压为 $u_1=4\sqrt{2}\sin 314tV$，欲使输出电压超前输入电压 30°，求 R 的值并求出 $\dot{U}_2$ 。



题3. 11图

解：$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\times 0.318\times 10^{-6}}=10^4\Omega$

由分压公式得

$$\dot{U}_2=\frac{R}{R-jX_C}\dot{U}_1=\frac{R}{R-j10000}\dot{U}_1$$

欲使 $\dot{U}_2$ 超前 $\dot{U}_1$ 30°，复数 R-j10000 的辐角应为-30° ，即

$$arctg\frac{10000}{R}=30°$$

$$R=\frac{10000}{tg30°}=10^4\sqrt{3}\Omega=17.3k\Omega$$

$$\dot{U}_2=\frac{10^4\sqrt{3}}{10^4\sqrt{3}-j10^4}\cdot 4\angle 0°=2\sqrt{3}\angle 30°V$$

3.12 已知阻抗 Z_1=2+j3Ω和 Z_2=4+j5Ω相串联，求等效串联组合电路和等效并联组合电路，确定各元件的值。设ω=10rad/s。

解：$Z=Z_1+Z_2$=6+j8Ω，等效串联组合电路参数为

R=6Ω，X=8Ω

电抗元件为电感，

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{8}{314}=0.0255H=25.5mH$$

等效并联组合电路参数

$$G=\frac{R}{R^2+X^2}=\frac{6}{6^2+8^2}=0.06S，\quad R=\frac{1}{G}=16.7\Omega$$

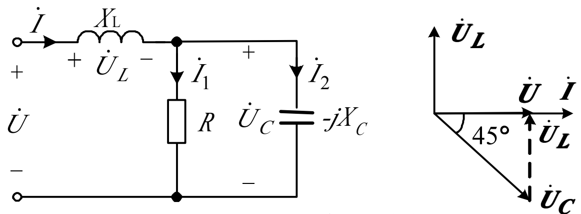
$$B=\frac{-X}{R^2+X^2}=-0.08S，$$

电抗元件为电感，

$$L=\frac{1}{\omega B}=\frac{1}{314\times0.08}=0.0398H=39.8mH$$

3.13　在题 3.13 图所示电路中，U=20V，$I_1=I_2=2$A，u 与 i 同相， 求 I、R、X_C 和 X_L。

解：$\dot I_1$ 与 $\dot I_2$ 相位相差 90°，故 $I=\sqrt{I_1^2+I_2^2}=2\sqrt{2}A$，由 $I_1=I_2$ 得，$\dot I$ 超前 $\dot U_C$ 45°，由于 $\dot U$ 与 $\dot I$ 同相，而 $\dot U_L$ 垂直 $\dot I$，所以 $\dot U_L$ 垂直 $\dot U$，又 $\dot U=\dot U_L+\dot U_C$，所以 $\dot U$、$\dot U_L$、$\dot U_C$ 构成直角三角形，相量图如图所示。



题3.13图

$$U_C=\sqrt{2}U=20\sqrt{2}V，\quad U_L=U=20V，$$

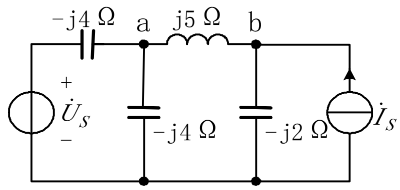
$$X_C=\frac{U_C}{I_2}=\frac{20\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}\Omega，\quad R=\frac{U_C}{I_1}=10\sqrt{2}\Omega$$

$$X_L=\frac{U_L}{I}=\frac{20}{2\sqrt{2}}=5\sqrt{2}\Omega$$

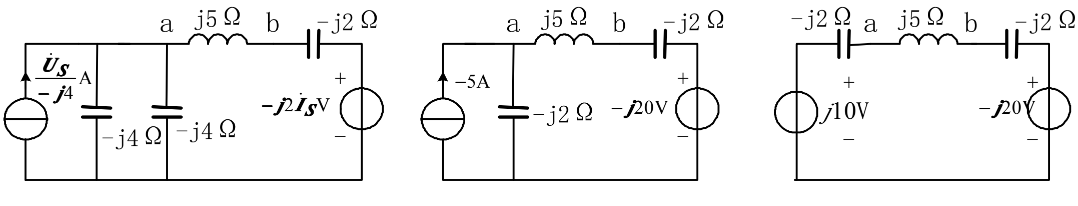
3.14　用电源等效变换的方法求题 3.14 图所示电路中的 $\dot U_{ab}$，已知 $\dot U_S=20\angle90°V,\dot I_S=10\angle0°A$。

解：等效电路如图所示

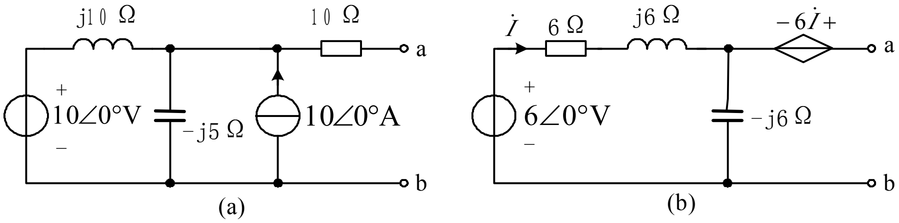
$$\dot U_{ab}=\frac{j10-(-j20)}{-j2+j5-j2}\times j5=j150V=150\angle90°V$$



题3.14图



3.15 求题 3.15 图所示电路的戴维宁等效电路和诺顿等效电路。



题3.15 图

解：（a）由弥尔曼定理可得

$$\dot{U}_{OC}=\frac{\frac{10}{j10}+10}{\frac{1}{j10}+\frac{1}{-j5}}=(-10-j100)V$$

$$Z_O=10+j10\,\|\,(-j5)=(10-j10)\Omega$$

（b）ab 端开路时，$\dot{I}=\frac{6\angle 0^\circ}{6+j6-j6}=1\angle 0A$，故

$$\dot{U}_{OC}=6\dot{I}+(-j6)\cdot\dot{I}=(6-j6)V$$

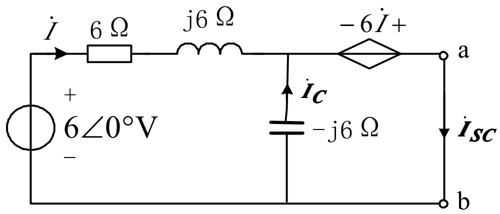
用短路电流法求等效阻抗，电路如图所示，对大回路有：

$(6+j6)\dot{I}-6\dot{I}=6\angle 0^\circ$，

$\dot{I}=-jA$，$\dot{I}_C=\frac{6\dot{I}}{-j6}=1\angle 0^\circ A$，

$$\dot{I}_{SC}=\dot{I}+\dot{I}_C=(1-j)A$$

$$Z_O=\frac{\dot{U}_{OC}}{\dot{I}_{SC}}=\frac{6-j6}{1-j}=6\Omega$$



3.16 求题 3.16 图所示电桥的平衡条件。

解：由电桥平衡条件公式得

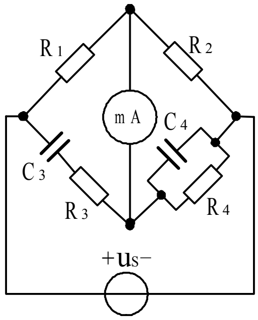
$$R_1\cdot(R_4\,\|\,\frac{1}{j\omega C_4})=R_2\cdot(R_3+\frac{1}{j\omega C_3})$$

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3+\frac{1}{j\omega C_3}}{\frac{R_4\frac{1}{j\omega C_4}}{R_4+\frac{1}{j\omega C_4}}}=\frac{R_3+\frac{1}{j\omega C_3}}{\frac{R_4}{1+j\omega R_4C_4}}=\frac{1}{R_4}\left(R_3+j\omega R_3R_4C_4-j\frac{1}{\omega C_3}+\frac{C_4R_4}{C_3}\right)$$

由复数运算规则得

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_4}+\frac{C_4}{C_3}$$

$$\omega R_3R_4C_4=\frac{1}{\omega C_3}，即\ \omega=\frac{1}{\sqrt{R_3R_4C_3C_4}}$$



题3.16图

3.17　题 3.17 图所示电路中，$\dot{U}_S=10\angle 0°V$，$\dot{I}_S=\sqrt{2}\angle 45°A$，用叠加定理求 $\dot{I}$。

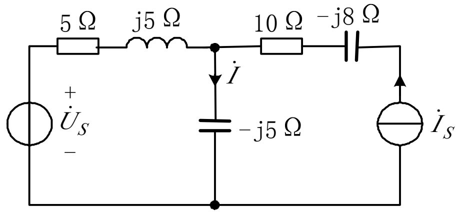
解：$\dot{U}_S$单独作用时

$$\dot{I}'=\frac{\dot{U}_S}{5+j5-j5}=\frac{10\angle 0°}{5}=2A$$

$\dot{I}_S$单独作用时，由分流公式得

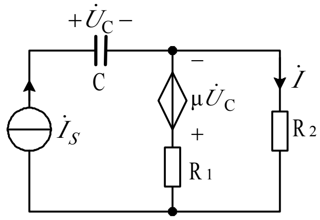
$$\dot{I}''=\frac{5+j5}{5+j5-j5}\times\dot{I}_S=\frac{5+j5}{5}\times\sqrt{2}\angle 45°=2\angle 90°A$$

$$\dot{I}=\dot{I}'+\dot{I}''=2+j2=2\sqrt{2}\angle 45°A$$



题3. 17图

3.18　题 3.18 图所示电路中，I_S=10A，ω=5000rad/s，$R_1=R_2=10\,\Omega$,C=10μF，μ=0.5，求电阻 R_2 中的电流 I。



题3. 18图

解：设 $\dot{I}_S=10\angle 0°A$，则 $\dot{U}_C=10\times\frac{1}{j\omega C}=-j200V$

对右边一个网孔，有

$$\dot{I}R_2=-\mu\dot{U}_C+(\dot{I}_S-\dot{I})R_1$$

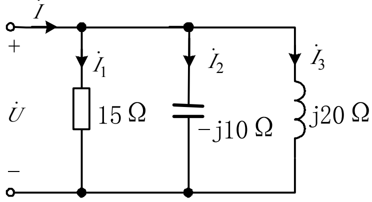
$$\dot{I}=\frac{1}{R_1+R_2}(-\mu\dot{U}_C+I_SR_1)$$

$$=\frac{-0.5\times(-j200)+10\times 10}{10+10}=5\sqrt{2}\angle 45°A$$

3.19　题 3.19 图所示电路中，U=120V，求（1）各支路电流及总电流；（2）电路的平均功率、无功功率、视在功率和功率因数。

解：设 $\dot{U}=120\angle 0°V$，则

（1）　$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}}{15}=8\angle°A$，



题3. 19图

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{-j10} = j12 = 12\angle 90^\circ A,$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{j20} = -j6 = 6\angle -90^\circ A$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 8 + j12 - j6 = 8 + j6 = 10\angle 36.9^\circ A$$

电流超前电压 36.9º，电路呈容性。

（2）$P = UI\cos\varphi = 120\times 10\times\cos(-36.9^\circ) = 960W$

$$Q = UI\sin\varphi = 120\times 10\times\sin(-36.9^\circ) = -720\,\text{var}$$

$$S = UI = 120\times 10 = 1200VA$$

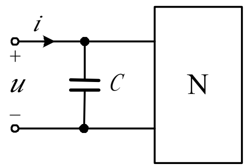
$$\lambda = \cos(-36.9^\circ) = 0.8$$

3.20 题 3.20 图所示电路中，$u = 220\sqrt{2}\sin(314t + 45^\circ)\text{V}$, $i = 5\sqrt{2}\sin(314t + 30^\circ)\text{A}$,C=20 μF，求总电路和二端电路 N 的有功功率、无功功率和功率因素。

解：$\dot{U} = 220\angle 45^\circ V$，$\dot{I} = 5\angle 30^\circ A$，$\varphi = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

由于电容的有功功率等于 0，无功功率

$$Q_C = -\frac{U^2}{X_C} = -\frac{220^2}{\dfrac{1}{314\times 20\times 10^{-6}}} = -304\,var,$$



题3. 20图

故 $P_N = P = UI\,cos\varphi = 220\times 5\times cos15^\circ = 1062W$

$$Q = UI\,sin\varphi = 220\times 5\times sin15^\circ = 285\,var$$

$$Q_N = Q - Q_C = 285 - (-304) = 589\,var$$

$$\lambda = \cos 15^\circ = 0.966,\quad \lambda_N = \frac{P_N}{\sqrt{P_N^2 + Q_N^2}} = 0.875$$

3.21 三个负载并接在 220V 的正弦电源上，其功率和电流分别为 P_1=4.4kW，I_1=44.7A(感性),P_2=8.8kW，I_2=50A(感性)，P_3=6.6kW，I=66A(容性)。求各负载的功率因数、整个电路的功率因数及电源输出的电流。

解：设各负载的视在功率为 S_1、S_2 和 S_3，则

$$\lambda_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1}{UI_1} = \frac{4.4\times 10^3}{220\times 44.7} = 0.447,\quad \varphi_1 = \arccos 0.447 = 63.4^\circ$$

$$\lambda_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_2}{UI_2} = \frac{8.8\times10^3}{220\times50} = 0.80\text{，}\quad \varphi_2 = \arccos 0.8 = 36.9°$$

$$\lambda_3 = \frac{P_3}{S_3} = \frac{P_3}{UI_3} = \frac{6.6\times10^3}{220\times66} = 0.454$$

负载为容性，故

$$\varphi_3 = -arccos\,0.454 = -63°$$

各负载的无功功率为

$$Q_1 = P_1 tg\varphi_1 = 8.8\times10^3\ var\text{，}\ Q_2 = P_2 tg\varphi_2 = 6.6\times10^3\ var$$

$$Q_3 = P_3 tg\varphi_3 = -13\times10^3\ var\text{，}$$

根据有功功率守恒和无功功率守恒，得：

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2.4\times10^3\ var \qquad P = P_1 + P_2 + P_3 = 19.8\times10^3\,W$$

$$\lambda = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} = 0.993\text{，}$$

总电流即电源电流为

$$I = \frac{P}{U\,cos\varphi} = \frac{19.8\times10^3}{220\times0.993} = 90.6A$$

3.22　一额定容量为 10kAV，额定电压为 220V，额定频率为 50H$_Z$ 的交流电源，如向功率为 8kW、功率因数数为 0.6 的感性负载供电，电源电流是否超过额定电流值？如要将功率因数提高到 0.95，需并联多大的电容？并联电容后，电源电流是多少？还可以接多少只 220V，40W 的灯泡？

解：电源额定电流为 $\frac{10\times10^3}{220} = 45.45A$，负载电流为 $\frac{8\times10^3}{220\times0.6} = 60.6A$，超过电源额定电流。

将负载的功率因数从 0.6 提高到 0.95，需并联的电容容量为

$$\begin{aligned} C &= \frac{P}{\omega U^2}(tg\varphi_0 - tg\varphi) \\ &= \frac{8\times10^3}{314\times220^2}[tg(arccos\,0.6) - tg(arccos\,0.95)] \\ &= 528\mu F \end{aligned}$$

并联电容后，电源电流为

$$I=\frac{P}{U\times 0.95}=\frac{8\times 10^3}{220\times 0.95}=38.3A$$

设并联电容后还可接入 n 只 40W 灯泡，接入 n 只灯泡后的功率因数角为φ，则

有功功率　$8000+40n\leqslant 10^4\cos\varphi$

无功功率　$8000\sin(\arccos 0.95)=10^4\sin\varphi$

解得　$\varphi=14.5°$，$n\leqslant 42.07$

故还可接 42 只灯泡。

3.23　有一 RLC 串联电路，与 10V、50Hz 的正弦交流电源相连接。已知 R=5Ω，L=0.2H，电容 C 可调。今调节电容，使电路产生谐振。求（1）产生谐振时的电容值。（2）电路的品质因数。（3）谐振时的电容电压。

解：（1）由$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$,得

$$C=\frac{1}{\omega_0^2L}=\frac{1}{314^2\times 0.2}F=50.7\mu F$$

（2）$Q=\dfrac{\omega_0 L}{R}=\dfrac{314\times 0.2}{5}=12.56$

（3）$U_C=QU_0=12.56\times 10=125.6V$

3.24　一个电感为 0.25mH，电阻为 13.7Ω的线圈与 85pF 的电容并联，求该并联电路的谐振频率、品质因数及谐振时的阻抗。

解：由于$\sqrt{\dfrac{L}{C}}=\sqrt{\dfrac{0.25\times 10^3}{85\times 10^{-12}}}>>R=13.7\Omega$，故谐振频率为

$$f_0\approx\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\times 3\sqrt{0.25\times 10^{-3}\times 85\times 10^{-12}}}=1.09MHz$$

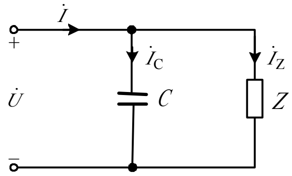
品质因数　$Q=\dfrac{\omega_0 L}{R}=\dfrac{2\times 3.14\times 1.09\times 10^6\times 0.25\times 10^{-3}}{13.7}=125$

谐振时，等效电导为　$G_0=\dfrac{R}{R^2+\omega_0^2L^2}$

等效阻抗为

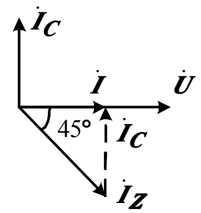
$$R_0=\frac{1}{G_0}=\frac{R^2+\omega_0^2L^2}{R}=R+R\frac{\omega^2L^2}{R^2}=R(1+Q^2)=13.7\times(1+125^2)=214k\Omega$$

3.25　题 3.25 图电路中，$Z=22\angle45°\Omega$，电源电压为 110V，频率为 50H_Z，$\dot{I}$ 与 $\dot{U}$ 同相。求：（1）各支路电流及电路的平均功率，画出相量图。（2）电容的容量 C。



题3.25图

解：由于 Z 的阻抗角为 45°，故 $\dot{I}_2$ 滞后 $\dot{U}$ 45°，各支路电流及电压的相量图如图所示。



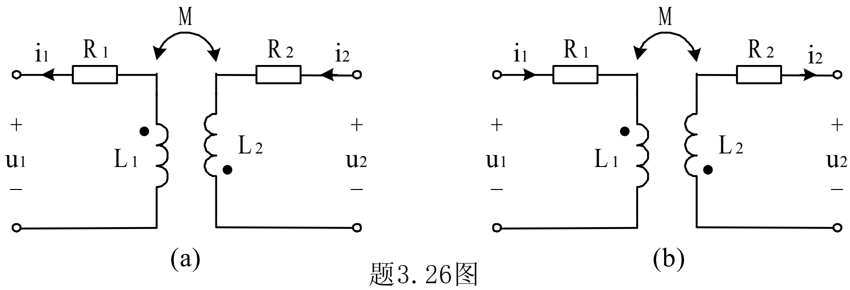
（1）$I_Z=\frac{U}{|Z|}=\frac{110}{22}=5A$，$I=I_Z\cos45°=5\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=3.5A$

$I_C=I=3.5A$，

$P=P_Z=UI_2\cos45°=110\times5\times\frac{\sqrt{2}}{2}=385W$

（2）由 $I_C=\omega CU$ 得：　　$C=\frac{I_C}{\omega U}=\frac{3.5}{314\times110}F=102\mu F$

3.26　写出题 3.26 图所示电路两端的伏安关系式。



题3.26图

解：（a）图中，i_1 与 u_1 为非关联参考方向，故线圈 1 的自感电压取负号，又 i_1、i_2 均从同名端流出，故两线圈中互感电压与自感电压符号相同。

$$u_1=-L_1\frac{di_1}{dt}-M\frac{di_2}{dt}，$$

$$u_2=L_2\frac{di_2}{dt}+M\frac{di_1}{dt}$$

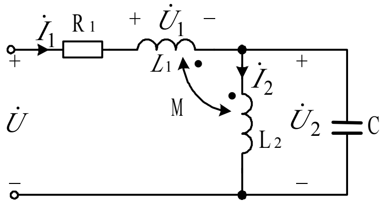
（b）图中 i_2 与 u_2 为非关联参考方向，故线圈 2 中的自感电压取负号，又 i_1、i_2 均从同名端流入，故两线圈中互感电压与自感电压符号相同。

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt},$$

$$u_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

3.27　求题 3.27 图所示电路的等效阻抗。已知 R_1=18Ω，$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C} = 12\Omega$，$\omega L_2$=10Ω，$\omega M$=6Ω。

解：各支路电压、电流如图所示，由于 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$ 一个从同名端流出，一个从同名端流入，故两线圈中互感电压与自感电压符号相反



题3.27图

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2,$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$$

又：$$\dot{U} = \dot{I}_1 R_1 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

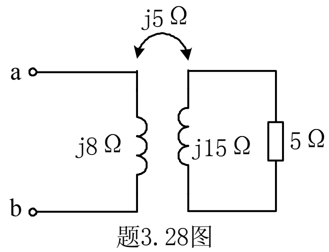
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + j\omega C \dot{U}_2$$

代入数据可解得　$U = 18(1+j)\dot{I}_1$

电路的等效阻抗

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_1} = 18(1+j) = 18\sqrt{2}\angle 45°\Omega$$

3.28　求题 3.28 图所示电路的等效阻抗 Z_{ab}。



题3.28图

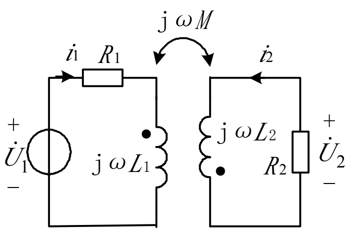
解：$Z_{11} = j8\Omega$，$Z_{22} = (5+j15)\Omega$

反映阻抗

$$Z_{ref} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = \frac{5^2}{5+j15} = \frac{5}{1+j3}\Omega$$

$$Z_{ab} = Z_{11} + Z_{ref} = j8 + \frac{5}{1+j3} = (0.5+j6.5)\Omega$$

3.29　题 3.29 图所示电路中，R_1=R_2=10Ω，ωL_1=30Ω，ωL_2=ωM=20Ω，$\dot{U}_1 = 100\angle 0° V$，求输出电压 $\dot{U}_2$ 和 R_2 的功率 P_2。



题3.29图

解：$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 = (10+j30)\Omega$，

$$Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 = (10+j20)\Omega,$$

$$Z_{ref}=\frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}=\frac{20^2}{10+j20}=(8-j16)\Omega$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{Z_{11}+Z_{ref}}=\frac{100}{10+j30+8-j16}=4.4\angle-37.9°A$$

$$\dot{I}_2=\frac{j\omega M\dot{I}_1}{Z_{22}}=\frac{j20\times4.4\angle-37.9°}{10+j20}=\frac{88\angle52.1°}{10\sqrt{5}\angle63.40}=3.93\angle-11.3°A$$

$$\dot{U}_2=-R_2\dot{I}_2=-10\times3.93\angle-11.3=39.3\angle168.7°V$$

$$P=\frac{U^2}{R_2}=\frac{39.3^2}{10}=154W$$

3.30　题 3.30 图所示电路中，理想变压器的变比为 10:1，$u_S=10\sin\omega t$,求 u_2。

解：各电流、电压如图所示，其关系如下：

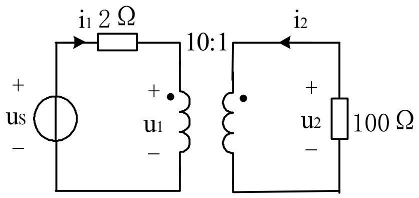
$$u_s=2i_1+u_1，\ u_2=-100i_2，\ u_1=10u_2，\ i_2=-10i_1$$

由此解得

$$u_s=2(-\frac{i_2}{10})+10u_2$$

$$=-\frac{1}{5}(-\frac{u_2}{100})+10u_2\approx10u_2$$

$$u_2\approx0.1u_s=\sin\omega tV$$

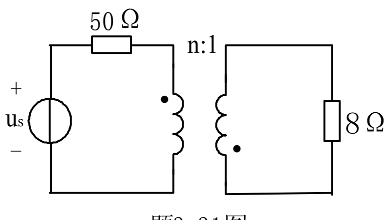


题3.30图

3.31　题 3.31 图所示电路中，如要使 8Ω 的负载电阻获得最大功率，理想变压器的变比应为多少？

解：8Ω 负载折合至一次侧后的阻抗为 $8n^2$Ω，根据最大功率传输原理，当其等于 50Ω 时，负载得到最大功率，即有 $8n^2=50$，故

$$n=\sqrt{\frac{50}{8}}=2.5$$



题3.31图

3.32　对称星形连接的三相负载 Z=6+j8Ω，接到线电压为 380V 的三相电源上，设 $\dot{U}_{AB}=380\angle0°V$，求各相电流、相电压（用相量表示）。

解：线电压为 380V，相电压为 220V，各相电压为：

$$\dot{U}_U=220\angle-30°V,\ \dot{U}_V=220\angle-150°V,\ \dot{U}_w=220\angle90°V$$

各相电流为

$$\dot{I}_U=\frac{\dot{U}_U}{Z}=\frac{220\angle-30°}{6+j8}=22\angle-83.1°A$$

$$\dot{I}_V=22\angle-203.10=22\angle156.9°A,$$

$$\dot{I}_W=22\angle36.9°A$$

3.33 对称三角形连接的三相负载 Z=20+j34.6Ω，接到线电压为 380V 的三相电源上，设 $\dot{U}_{UV}=380\angle30°V$，求各相电流和线电流（用相量表示）。

解：$Z=20+j34.6=40\angle60°\Omega$

各相电流为

$$\dot{I}_{UV}=\frac{\dot{U}_{UV}}{Z}=\frac{380\angle30°}{40\angle60°}=9.5\angle-30°A$$

$$\dot{I}_{VW}=9.5\angle-150°A,$$

$$\dot{I}_{WU}=9.5\angle90°A$$

各线电流为

$$\dot{I}_U=\sqrt{3}\dot{I}_{UV}\angle-30°=16.5\angle-60°A$$

$$\dot{I}_V=16.5\angle-180°A,$$

$$\dot{I}_W=16.5\angle60°A$$

3.34 两组三相对称负载，Z_1=10Ω，星形连接，Z_2=10+j17.3Ω，三角形连接，接到相电压为 220V 的三相电源上，求各负载电流和线电流。

解：设 $\dot{U}_U=220\angle0°V$，则 $\dot{U}_{UV}=380\angle30°V$

连接 Z_1 的线电流为

$$\dot{I}_{1U}=\frac{\dot{U}_U}{Z_1}=22\angle0°A$$ 亦为 Z_1 中的电流。

三角形联结负载 Z_2 中的电流为

$$\dot{I}_{2UV}=\frac{\dot{U}_{UV}}{Z_2}=\frac{380\angle30°}{10+j17.3}=\frac{380\angle30°}{20\angle60°}=19\angle-30°A,$$

连接 Z_2 的线电流

$$\dot{I}_{2U}=\sqrt{3}\dot{I}_{2UV}\angle-30°=19\sqrt{3}\angle-60°A$$

总线电流

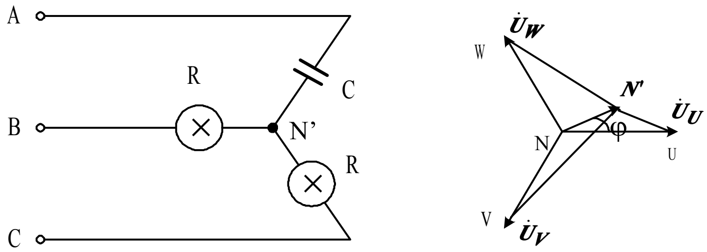
$$\dot{I}_U=\dot{I}_{1U}+\dot{I}_{2U}=22\angle0°+19\sqrt{3}\angle-60°=47.9\angle-36.5°A$$

3.35 题 3.35 图所示电路是一种确定相序的仪器，叫相序指示仪，$\frac{1}{\omega C}=R$。证明：在线电压对称的情况下，假定电容器所连接的那相为 U 相，则灯泡较亮的为 V 相，较暗的为 W 相。

解：设电源中点为 N，负载中点为 N′，由弥尔曼定理得

$$\dot{U}_{N'N}=\frac{j\omega C\dot{U}_U+\frac{\dot{U}_V}{R}+\frac{\dot{U}_W}{R}}{j\omega C+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}}=\frac{j\omega RC\dot{U}_U+\dot{U}_V+\dot{U}_W}{2+j\omega RC}$$

$$=\frac{j\dot{U}_U+\dot{U}_V+\dot{U}_W}{2+j}=\frac{(j-1)\dot{U}_U}{2+j}=\sqrt{\frac{2}{5}}\dot{U}_U\angle\varphi$$



题3.35图

$\varphi=135°-arctg2$,即$0<\varphi<90°$，由此得各电压的相量图。从图中可看出，只要

$0<\varphi<90°$，则$U_{N'V}>U_{N'W}$，即 V 相负载电压大于 W 相负载电压，因此，较亮的是 V 相，较暗的是 W 相。

3.36 题 3.36 所示电路中，三相对称电源相电压为 220V，白炽灯的额定功率为 60W，日光灯的额定功率为 40W，功率因数为 0.5，日光灯和白炽灯的额定电压均为 220V，设 $\dot{U}_U=220\angle0°V$，求各线电流和中线电流。

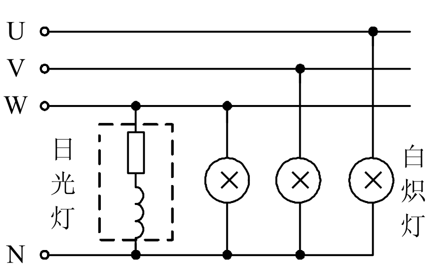
解：为简便计，设中线上压降可忽略，这样，各相负载电压仍对称，故三个灯炮中的电流相等，均为$\frac{60}{220}=0.27A$，因此

$$\dot{I}_U=0.27\angle0°A,\ \dot{I}_V=0.27\angle-120°A;$$

W 相灯泡电流

$$\dot{I}'_W=0.27\angle120°A,$$

日光灯中电流



题3.36图

$$I''_W = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{40}{20 \times 0.5} = 0.36A,$$

由于是感性负载，电流滞后 W 相电压 $\arccos 0.5 = 60°$，即

$$I''_W = 0.36\angle 120° - 60° = 0.36\angle 60° A$$

W 相线电流

$$\dot{I}_W = \dot{I}'_W + \dot{I}''_W = 0.27\angle 120° + 0.36\angle 60° = 0.55\angle 85.3° A$$

中线电流

$$\dot{I}_N = \dot{I}_U + \dot{I}_V + \dot{I}_W = 0.27\angle 0° + 0.27\angle -120° + 0.27\angle 120° + 0.36\angle 60° = 0.36\angle 60° A$$

3.37　阻抗均为 10Ω 的电阻、电容、电感，分别接在三相对称电源的 U 相、V 相和 W 相中，电源相电压为 220V，求（1）各相电流和中线电流；（2）三相平均功率。

解：由题意知，负载是星形联结，设 $\dot{U}_U = 220\angle 0° V$

（1）　$\dot{I}_U = \frac{\dot{U}_U}{10} = 22\angle 0° A$，

$$\dot{I}_V = \frac{\dot{U}_V}{-jX_C} = \frac{220\angle -120°}{-j10} = 22\angle -30° A$$

$$\dot{I}_W = \frac{\dot{U}_W}{jX_L} = \frac{220\angle 120°}{j10} = 22\angle 30° A$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_U + \dot{I}_V + \dot{I}_W = 22(1 + \angle -30° + \angle 30°)$$

$$= 22(1 + \cos 30° - j\sin 30° + \cos 30° + j\sin 30°) = 60\angle 0° A$$

（2）由于电容、电感不消耗功率，故三相平均功率等于电阻的功率，即

$$P = P_R = \frac{220^2}{10} = 4.84kW$$

3.38　功率为 3kW，功率因数为 0.8（感性）的三相对称负载，三角形连接在线电压为 380V 的电源上，求线电流和相电流。

解：由 $P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi$ 得

$$I_l = \frac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi} = \frac{3000}{\sqrt{3}\times 380\times 0.8} = 5.68A$$

$$I_P = \frac{I_l}{\sqrt{3}} = 3.28A$$

3.39　求题 3.34 电路的总功率和功率因数。

解：由 3.34 题知，$\dot{U}_U = 220\angle 0°V$ 时，$\dot{I}_U = 47.9\angle -36.5°A$，即阻抗角为 $-36.5°$，线电流为 47.9A，因此

总功率：　$P = \sqrt{3}I_lU_l\cos\varphi = \sqrt{3}\times 47.9\times 380\cos(-36.5°) = 25.4kW$

功率因数：　$\lambda = \cos(-36.5°) = 0.8$

3.40　证明：如果电压相等，输送功率相等，距离相等，线路功率损耗相等，则三相输电线（设负载对称）的用铜量为单相输电线用铜量的 3/4。

证明：设电压为 U，输送功率为 P，负载的功率因数为 cos ϕ, 距离为 l，铜的电阻率为ρ，三相输电线的截面为 S，单相输电线的截面为 S′，则三相输电线中的电流

$$I_l = \frac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi} = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi},$$

线路功率损耗

$$P_{cu} = 3I_1^{\ 2}R = 3(\frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi})^2\rho\frac{l}{S} = \frac{P^2\rho l}{U^2\cos^2\varphi}\frac{1}{S}$$

单相输电线中的电流：$I_l' = \dfrac{P}{U\cos\varphi}$，线路功率损耗为

$$P_{cu}' = 2I_l'^2R' = 2I_l'^2\rho\frac{l}{S'} = \frac{P^2\rho l}{U^2\cos^2\varphi}\frac{2}{S'}$$

现要求功率损耗相等，即：

$$P_{Cu} = P_{Cu}',$$

由此得　　$S' = 2S$

三相输电线的用铜量为 3Sl，单相输电线的用铜量为 $2S'l = 4Sl$，即三相输电线的用铜量为单相输电线用铜量的 3/4。