

2012 年高数试题

-----by 许洋

求极限 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n + \ln 1} + \frac{1}{n + \ln 2} + \dots + \frac{1}{n + \ln n} \right)$. 1

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{x+1}$. e^2

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\tan 2x}$. $1/2$

若 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$ 中 y 看作 x 的函数, 求 $\frac{dy}{dx}$. $\frac{x+y}{x-y}$

5. 求 $\frac{d}{dx} \int_0^x (x^5 - t^5) \cos t dt$. $5x^4 \sin x$
对x求导, 对t求导

6. 求积分 $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} dx$.

$= -2\sqrt{1-x} \arcsin x + 4\sqrt{1+x} + C$

7. 求积分 $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\frac{1}{1+\sin x} + x^5 \tan^2 x) dx$. 2

8. 星形线的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 及星形线的周长. $6|a|$

9. 设 $f(x) = \begin{cases} x^4 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 求 $f''(0), f'''(0)$. 0, 0

10. 证明：若函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2a]$ 上连续且 $f(0) = f(2a)$, 那么方程 $f(x) = f(x+a)$ 在 $[0, a]$ 内至少有一个根。