P.229.9. 设知 $\vec{a}=(1,-2,1)$, $\vec{b}=(1,-1,3)$, $\vec{c}=(2,5,-3)$,求: 2011 $\frac{22}{4}$—110.

(1) $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -2 & 1\\ 1 & -1 & 3\end{vmatrix}=-5\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}=(-5,-2,1)$.

(2) $\vec{c}\times\vec{j}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 5 & -3\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=3\vec{i}+2\vec{k}=(3,0,2)$.

(3) $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=(-5,-2,1)\cdot(2,5,-3)=-10-10-3=-23$.

(4) $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -5 & -2 & 1\\ 2 & 5 & -3\end{vmatrix}=\vec{i}-13\vec{j}-21\vec{k}=(1,-13,-21)$.

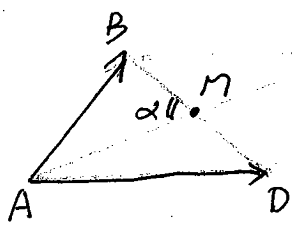
(5) $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$;

$\vec{b}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -1 & 3\\ 2 & 5 & -3\end{vmatrix}=-12\vec{i}+9\vec{j}+7\vec{k}=(-12,9,7)$

$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -2 & 1\\ -12 & 9 & 7\end{vmatrix}=-23\vec{i}-19\vec{j}-15\vec{k}=(-23,-19,-15)$

P.229.10. 在平行四边形ABCD中, $\vec{AB}=(2,1,0)$, $\vec{AD}=(0,-1,2)$

求对角线夹角 $\langle\vec{AC},\vec{BD}\rangle$.



C

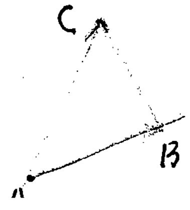
解: $\vec{MC}=\frac{1}{2}(\vec{AB}+\vec{AD})=\frac{1}{2}(2,0,2)=(1,0,1)$

$\vec{MD}=\frac{1}{2}(\vec{AD}-\vec{AB})=\frac{1}{2}(-2,-2,2)=(-1,-1,1)$

$\cos\alpha=\dfrac{\vec{MC}\cdot\vec{MD}}{|\vec{MC}|\cdot|\vec{MD}|}=\dfrac{(1,0,1)\cdot(-1,-1,1)}{|\vec{MC}|\cdot|\vec{MD}|}=0$

从而 $\langle\vec{AC},\vec{BD}\rangle=\frac{\pi}{2}$.

P.229.11. 设知:三角形的三个顶点 A(3,4,1)、B(2,3,0)、C(3,5,1),求 $S_{\Delta ABC}$.



解: $\vec{AB}=(-1,-1,-1)$ $\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & -1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=\vec{i}-\vec{k}$

$\vec{AC}=(0,1,0)$

$|\vec{AB}\times\vec{AC}|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}|\vec{AB}\times\vec{AC}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$.