

P.238.7. 过点 $P(9, -4, -2)$ 且与平面 $9x - 4y - 2z + 3 = 0$ 垂直的平面.

2011/5/11b.

解: 设过点 P 的平面为: $By + Cz = 0$ (注: 过点 P 必过 $(0, 0, 0)$, $D=0$)
又与 $9x - 4y - 2z + 3 = 0$ 垂直, 过点 P 必与 $9x - 4y - 2z + 3 = 0$ 垂直, $(A, B, C) \cdot (9, -4, -2) = 0, A=0$

从而 $(9, -4, -2) \cdot (0, B, C) = 0 \Rightarrow -4B - 2C = 0 \Rightarrow C = -2B$

$By - 2Bz = 0 \Rightarrow B \neq 0, y - 2z = 0$

P.238.8. 求过直线 $l_1: \begin{cases} x + 2z - 4 = 0 \\ 3y - z + 8 = 0 \end{cases}$ 且与直线 $l_2: \begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ y - z - 6 = 0 \end{cases}$ 平行的平面方程.

—— l_2

l_1
 $(4, -\frac{8}{3}, 0)$

解: l_1 的方向 $\vec{S}_1 = (1, 0, 2) \times (0, 3, -1) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -6\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} = (-6, 1, 3)$

l_1 上一点 $(4, -\frac{8}{3}, 0)$

l_2 的方向 $\vec{S}_2 = (1, -1, 0) \times (0, 1, -1) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = (1, 1, 1)$

所求平面的法方向 $\vec{n} = \vec{S}_1 \times \vec{S}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -6 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 9\vec{j} - 7\vec{k}$

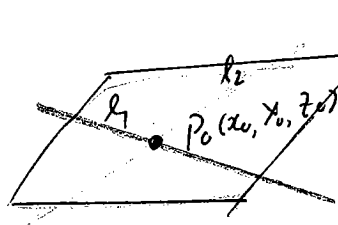
从而 $-2(x - 4) + 9(y + \frac{8}{3}) - 7(z - 0) = 0$

$-2x + 8 + 9y + 24 - 7z = 0 \Rightarrow 2x - 9y + 7z - 32 = 0$

P.238.9. 求直线 $l_1: \frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$ 与直线 $l_2: \begin{cases} x = 3t + 8 \\ y = t + 1 \\ z = 2t + 6 \end{cases}$ 的交点坐标, 并求通过此两条直线的平面.

解: l_2 代入 l_1 , $\frac{3t+11}{3} = \frac{t+2}{2} \Rightarrow 6t+22 = 3t+6 \Rightarrow 3t = -16 \Rightarrow t = -\frac{16}{3}$

l_1 与 l_2 的交点: $x_0 = -16 + 8 = -8, y_0 = -\frac{16}{3} + 1 = -\frac{13}{3}, z_0 = -\frac{32}{3} + \frac{18}{3} = -\frac{14}{3}$



过 l_1, l_2 的平面的法方向 $\vec{n} = \vec{S}_1 \times \vec{S}_2 = (3, 2, 4) \times (3, 1, 2) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k} = (0, 6, -3)$

所求平面:

$0 \cdot (x + 8) + 6 \cdot (y + \frac{13}{3}) - 3 \cdot (z + \frac{14}{3}) = 0$

$2(y + \frac{13}{3}) - 1 \cdot (z + \frac{14}{3}) = 0 \Rightarrow 2y - z + 4 = 0$