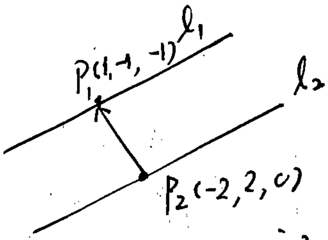
中山大學 本科生考试草稿纸 2011 23/7—11/7

P.239-10. 求过 l_1：$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{1}$

和 l_2：$\frac{x+2}{-4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ 的平面方程。



解：这里 $l_1 \parallel l_2$，l_1上有点 $P_1(1,-1,1)$，l_2上有点 $P_2(-2,2,0)$.

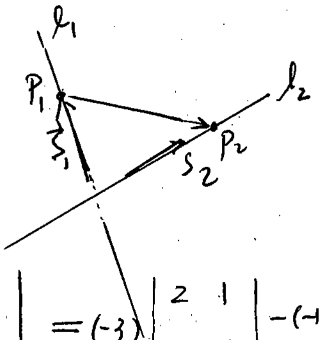
$\overrightarrow{P_2P_1}=(3,-3,-1)$

过 l_1, l_2 的平面的法方向 $\vec{n}=\overrightarrow{P_2P_1}\times\vec{S_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -3 & -1\\ -4 & 2 & -2\end{vmatrix}=8\vec{i}+10\vec{j}-6\vec{k}$

所求平面：$4(x+2)+5(y-2)-6(z-0)=0$.

$4x+5y-6z-2=0$

P.239-11 证明：l_1：$\frac{x-1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$ 与 l_2：$\frac{x+2}{0}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-2}$ 是异面直线。



证：l_1：$\vec{S_1}=(-1,2,1)$，$P_1(1,0,-1)$

l_2：$\vec{S_2}=(0,1,-2)$，$P_2(-2,1,2)$

$\overrightarrow{P_1P_2}=(-3,1,3)$

$\overrightarrow{P_1P_2}\cdot(\vec{S_1}\times\vec{S_2})=\begin{vmatrix}-3 & 1 & 3\\ -1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{vmatrix}=(-3)\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -2\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}1 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}=-3\times(-5)+(-2-3)$

$=10\neq 0$

所以 l_1 与 l_2 异面。

方法二. 由于 $l_1 \nparallel l_2$，将 l_2 化为：$\begin{cases}x=-2\\ y=1+t\\ z=2-2t\end{cases}$ 代入 l_1 得：$\frac{-3}{-1}=\frac{1+t}{2}=\frac{3-2t}{1}$

$t=5 \neq t=1$

即 l_1 与 l_2 无交点，故异面。