中山大學 本科生考试草稿纸 2011/7/20—95.

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第七条："考试作弊者不授予学士学位。"

P.209.4. 求常数 l 与 k，使 $f(x)=x^3+lx^2+kx$ 在 $x=-1$ 有极值 2；
并求在这样的 l 与 k 下，$f(x)$ 的极值点及 $[0,3]$ 的最大值与最小值。

解：$f'(x)=3x^2+2lx+k$

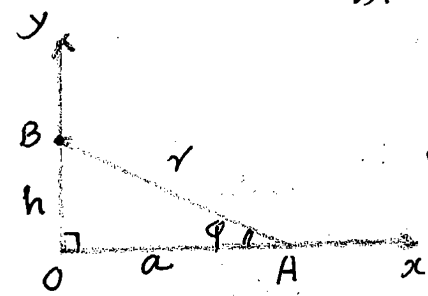
由 $\begin{cases} f(-1)=2 \\ f'(-1)=0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -1+l-k=2 \\ 3-2l+k=0 \end{cases}$ $\begin{cases} l-k=3 \\ -2l+k=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} l=0 \\ k=-3 \end{cases}$

从而 $f(x)=x^3-3x$，$f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$

令 $f'(x)=0$，驻点：$x=-1$，$x=1$.

在 $[0,3]$ 上，$f(0)=0$，$f(1)=2$，$f(3)=18$，最大值 $f(3)=18$，最小值 $f(1)=-2$.

P.209.5



设 $J=k\cdot\dfrac{\sin\varphi}{r^2}$，$\sin\varphi=\dfrac{h}{r}=\dfrac{h}{\sqrt{a^2+h^2}}$

$$J(h)=k\cdot\frac{h}{(a^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$J'(h)=k\cdot\frac{1}{(a^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}+k\cdot\frac{-\frac{3}{2}\cdot h\cdot 2h}{(a^2+h^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$=k\cdot\frac{a^2+h^2-3h^2}{(a^2+h^2)^{\frac{5}{2}}}=\frac{k(a^2-2h^2)}{(a^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

令 $J'(h)=0$，得 $a^2-2h^2=0$，$h=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$

即当 $h=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ 时，A点有最大的照明度。