

中山大学 本科生考试草稿纸

16
2012/4

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第七条：“考试作弊者不授予学士学位。”

P.234. 1.(3) $\frac{1}{2 \cdot \ln 2} - \frac{1}{3 \cdot \ln 3} + \frac{1}{4 \cdot \ln 4} + \dots + (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)} + \dots$;

证法: ① $u_n = \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)}$, $u_{n+1} = \frac{1}{(n+2) \ln(n+2)}$

$$u_n > u_{n+1} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)} = 0$$

由交错级数的莱布尼兹判别法, 级数收敛.

② $\frac{1}{2 \cdot \ln 2} + \frac{1}{3 \cdot \ln 3} + \frac{1}{4 \cdot \ln 4} + \dots + \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)} + \dots$

即 $|(-1)^{n+1} \cdot u_n| = \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)}$

即 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(x+1) \ln(x+1)} = \int_2^{+\infty} \frac{1}{\ln(x+1)} d \ln(x+1) = [\ln \ln(1+x)]_2^{+\infty} = +\infty$

从而, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} |(-1)^{n+1} \cdot u_n|$ 发散.

由①、② 即级数条件收敛.