

第3章 有穷自动机

编译原理 陈炬桦

isscjh@mail.sysu.edu.cn

作业

- 理论: Cconline.sysu.edu.cn
- 编译器构造实验: 222.200.185.45
- QQ: 597371232
- 实验报告提交: 1967074105@qq.com
- isscjh@mail.sysu.edu.cn

有穷自动机的形式定义

定义3.1 一个确定型有穷自动机DFA是一个五元组

$$\text{DFA} = (Q, \Sigma, t, q_0, F)$$

Q : 非空有穷状态集;

Σ : 有穷输入字母表;

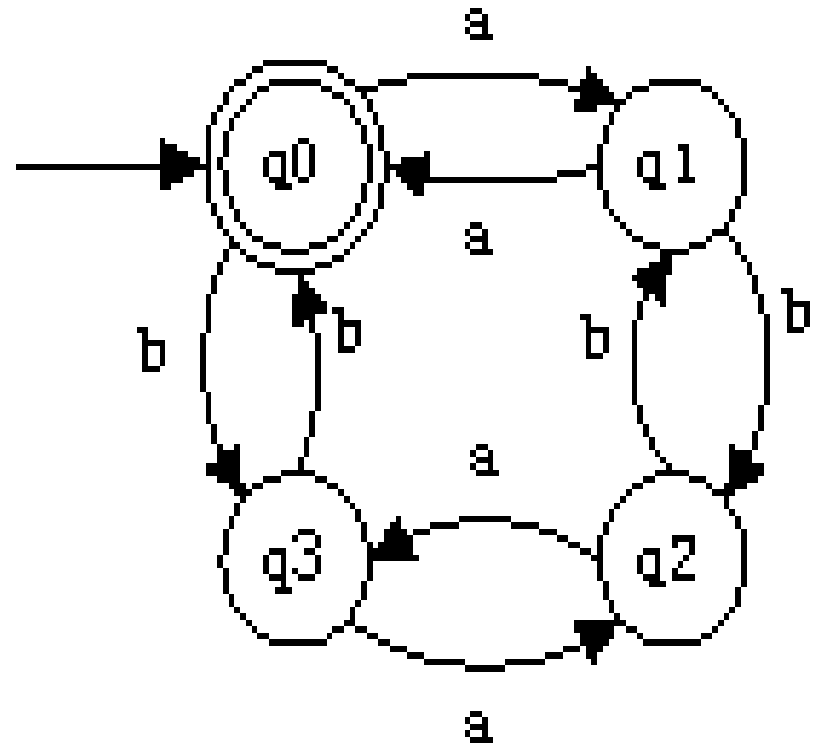
t : 是一个单值映射 $t(q, a) \rightarrow q'$

q_0 : 开始状态, $q_0 \in Q$

F : 非空终止状态集 $F \subseteq Q$

DFA状态转换(左表)图

	a	b
q0	q1	q3
q1	q0	q2
q2	q3	q1
q3	q2	q0



有穷自动机的扩充的映射

- 定义 3.2 DFA = (Q, Σ, t, q_0, F)

扩充的映射

$t: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$ 定义为

① $t(q, \varepsilon) = q$

② $t(q, a\alpha) = t(t(q, a), \alpha)$

- 定义 3.3 DFA = (Q, Σ, t, q_0, F) ,

如果 $t(q_0, \alpha) = q \in F$, 称 α 为 DFA 接收。

- 定义 3.4 两个有穷自动机 A_1 和 A_2 ,

如果 $L(A_1) = L(A_2)$, 则称自动机 A_1 与 A_2 等价。

非确定型有穷自动机NDFA

- **定义 3.5** 一个非确定型有穷自动机NDFA是一个五元组

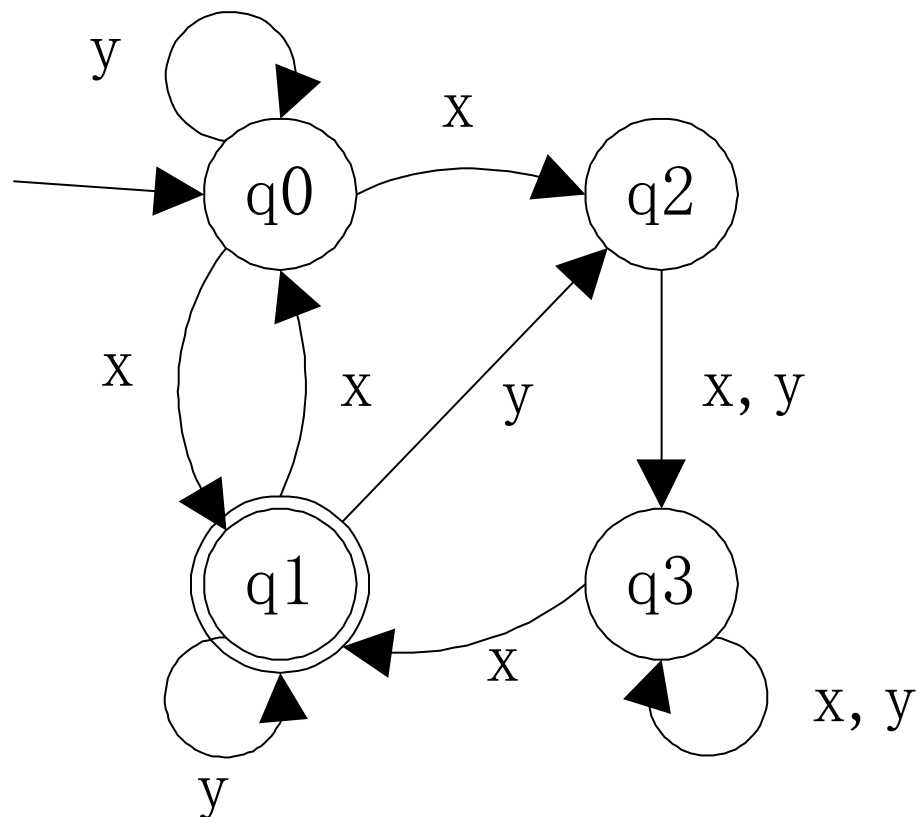
$\text{NDFA} = (Q, \Sigma, t, Q_0, F)$

t : 是一个多值映射

Q_0 : 开始状态集,

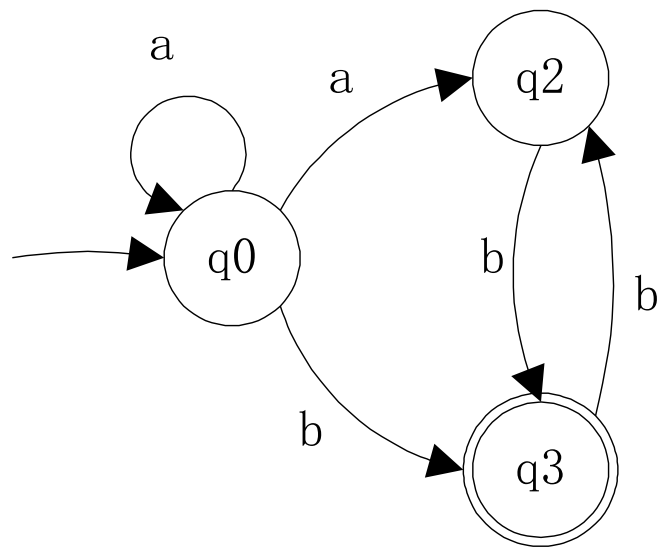
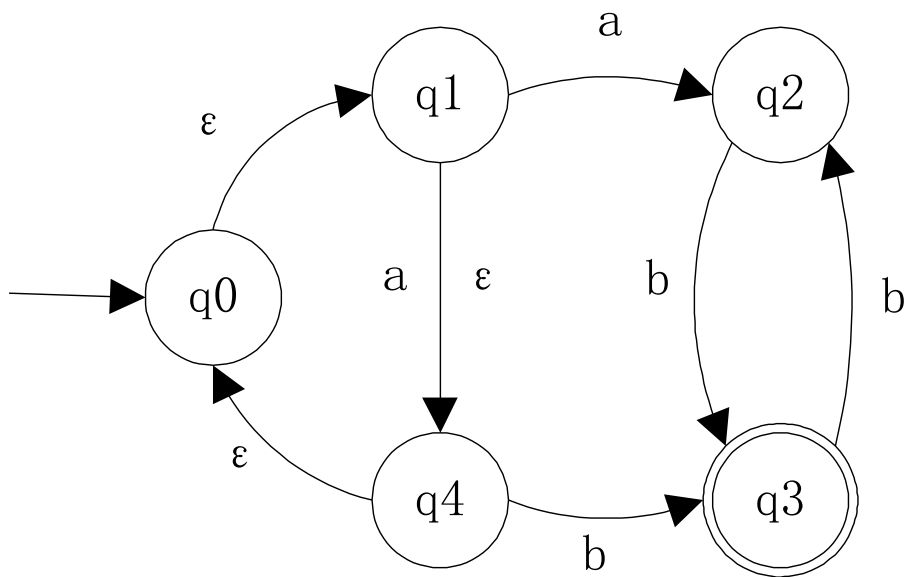
$$Q_0 \subseteq Q$$

- 例3.6 NDFA



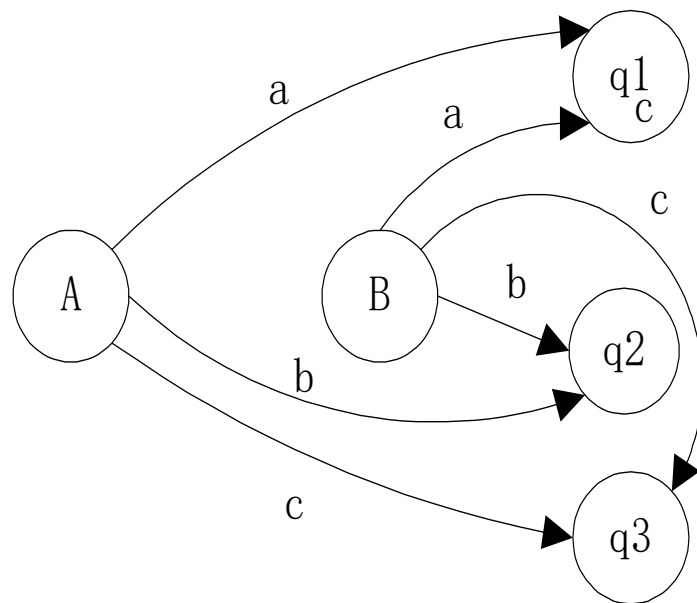
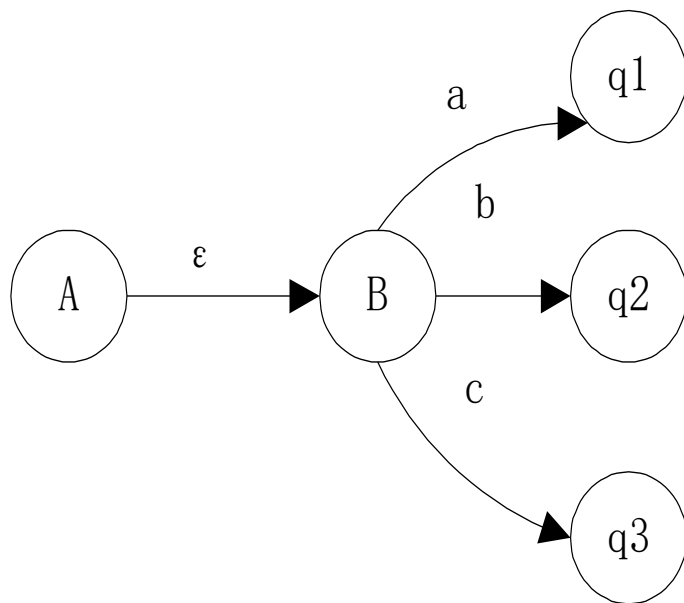
NDFA到DFA的转换

空移环路的寻找和消除



NDFA到DFA的转换

消除空移



- 如果B是终止状态，置A为终止状态；
- 如果A是开始状态，置B为开始状态；

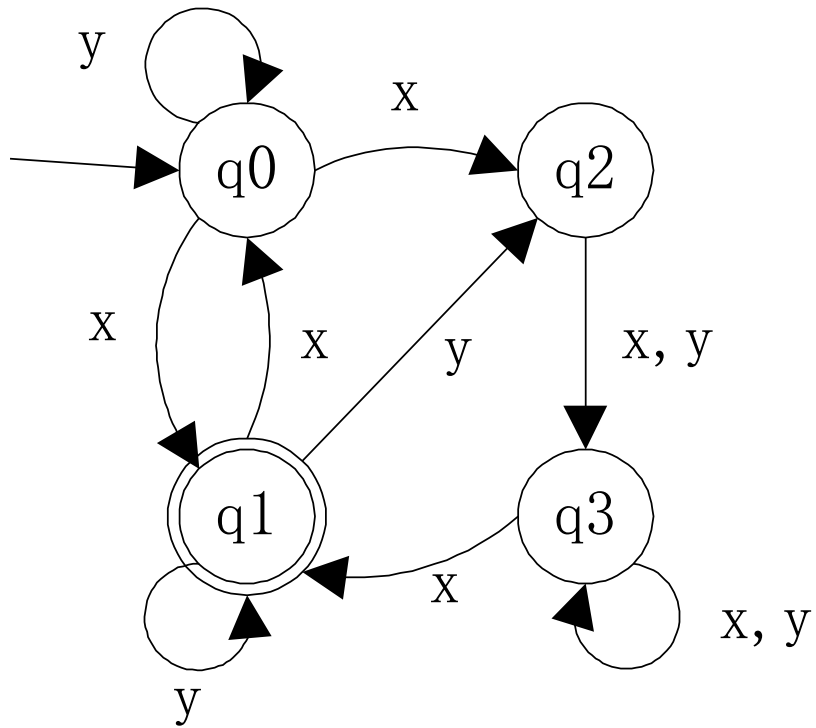
确定化——子集法

- 设NDFA $A = (Q, \Sigma, t, Q_0, F)$ 设一个非确定型有穷自动机，它的语言为 $L(A)$ ，可以构造一个与它等价的确定型有穷自动机

DFA $A' = (Q, \Sigma, t, q_0, F)$,

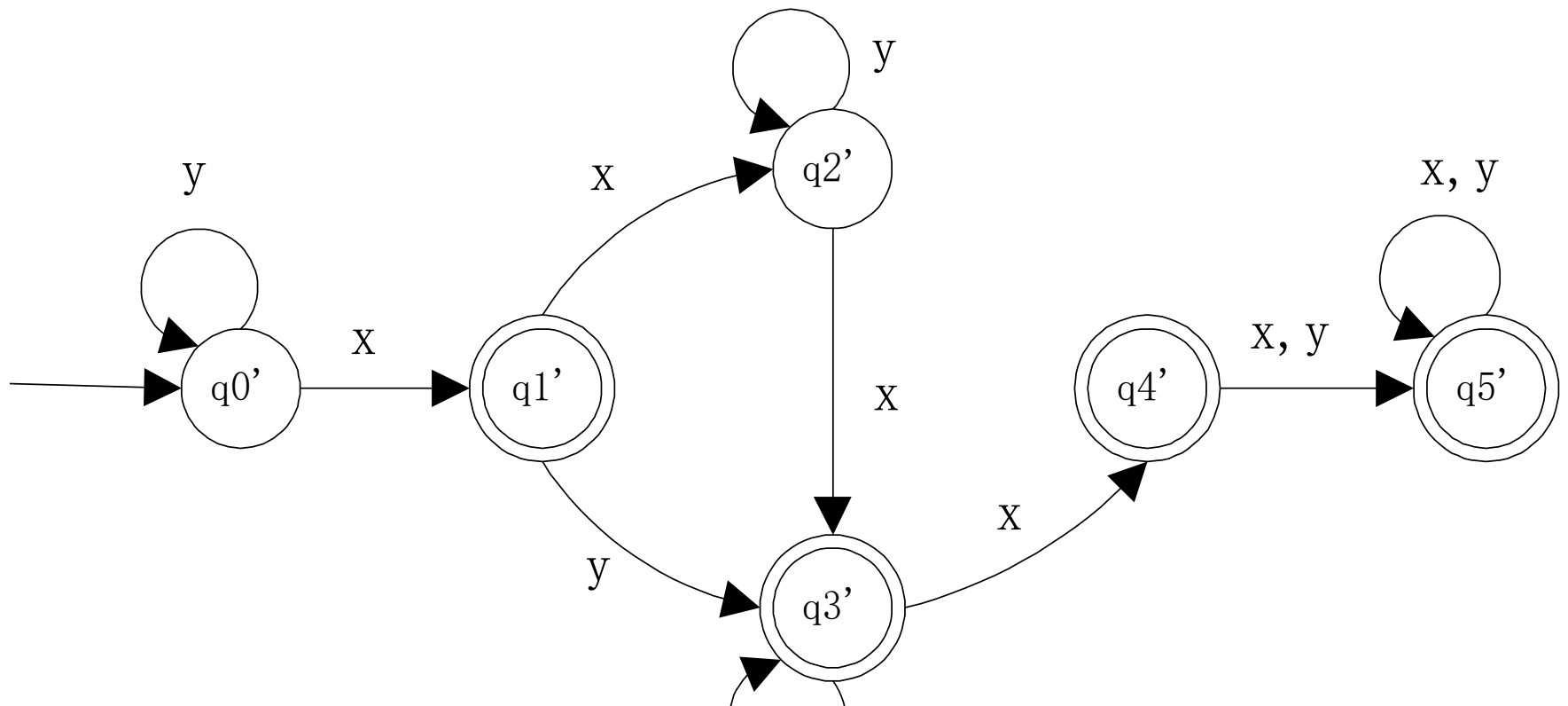
$$L(A) = L(A')$$

确定化——造表法



	x	y
[q0]	[q1,q2]	[q0]
[q1,q2]	[q0,q3]	[q1,q2,q3]
[q0,q3]	[q1,q2,q3]	[q0,q3]
[q1,q2,q3]	[q0,q1,q3]	[q1,q2,q3]
[q0,q1,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2,q3]
[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2,q3]

		x		y	
[q0]	q0'	[q1,q2]	q1'	[q0]	q0'
[q1,q2]	q1'	[q0,q3]	q2'	[q1,q2,q3]	q3'
[q0,q3]	q2'	[q1,q2,q3]	q3'	[q0,q3]	q2'
[q1,q2,q3]	q3'	[q0,q1,q3]	q4'	[q1,q2,q3]	q3'
[q0,q1,q3]	q4'	[q0,q1,q2,q3]	q5'	[q0,q1,q2,q3]	q5'
[q0,q1,q2,q3]	q5'	[q0,q1,q2,q3]	q5'	[q0,q1,q2,q3]	q5'



ϵ N DFA 的确定化

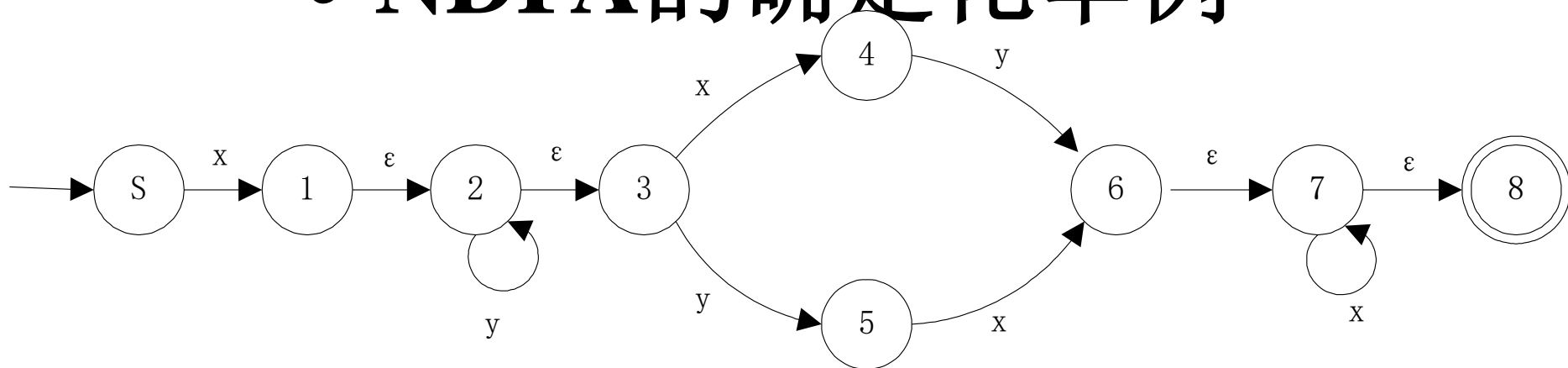
ϵ N DFA = $(Q, \Sigma \cup \{\epsilon\}, t, Q_0, F)$

- 定义 3.8 状态子集 I 的 ϵ -闭包,

$$\epsilon\text{-closure}(I) = \{q \mid t(I, \epsilon) = q\}$$

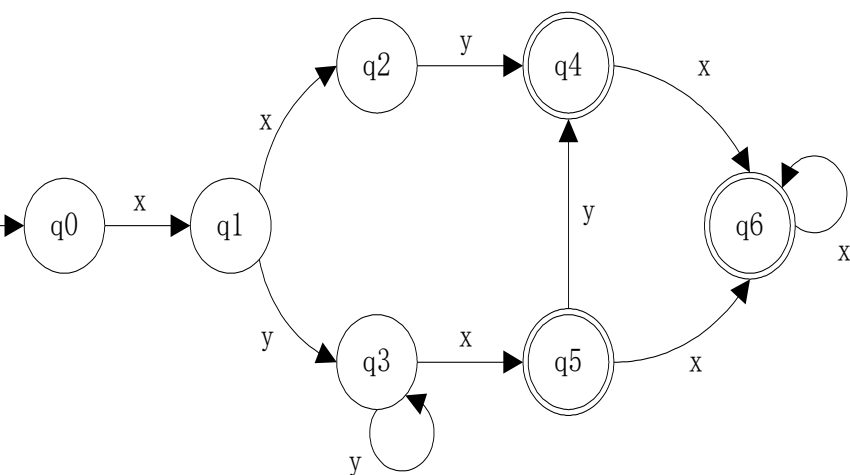
- 定义 3.9 $Ia = \epsilon\text{-closure}(J)$, 其中 $J = t(I, a)$

ϵ N DFA 的确定化举例



ϵ N DFA

			I _x		I _y
0	[S]	1	[1 ,2,3]		
1	[1,2,3]	2	[4]	3	[2 ,3, 5]
2	[4]			4	[6 ,7,8]
3	[2,3,5]	5	[4,6,7,8]	3	[2,3,5]
4	[6,7,8]	6	[7,8]		
5	[4,6,7,8]	6	[7,8]	4	[6,7,8]
6	[7,8]	6	[7,8]		

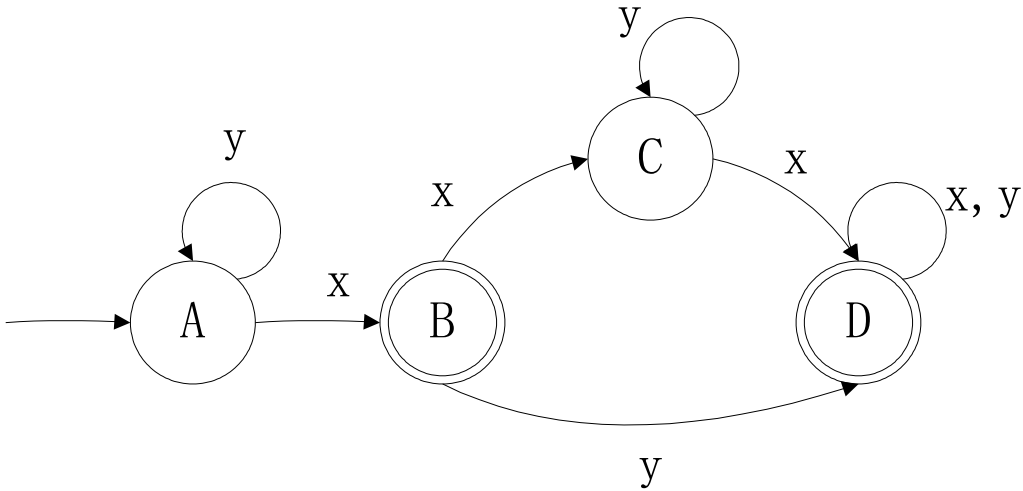
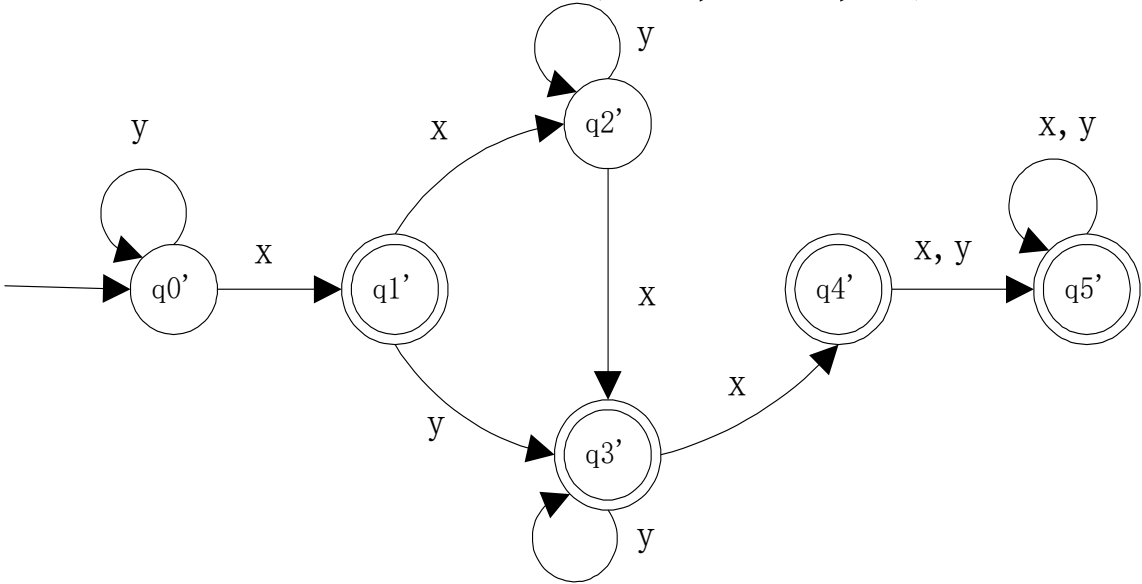


DFA的化简

- <1> 终止状态与非终止状态可区分的，分成子集
 - <2> 对所有子集对所有输入符号判断，如果可区分则分解子集
 - <3> 如果<2>有分解子集，转<2>，否则结束。
-
- 从化简的DFA到程序设计

DFA的化简举例

		x	y
A	0, 2	0,2 BB	0,2 AA
B	1,3,4,5	1,3,4,5 ABBB	
A	0, 2	0, 2 B C	
B	1		
C	3,4,5		
A	0		
B	1		
C	2		
D	3,4,5	3,4,5 DDD	3,4,5 DDD



正规文法与有穷自动机

从正规文法到FA

- $G = \{VN, VT, P, S\}$
- $FA = (Q, \Sigma, t, q_0, F)$
- $q_0 = \{S\}$
- $\Sigma = VT$
- 在FA增加一个终止状态Z, $F = \{Z\}$, $Q = VN \cup F$
- $A \rightarrow aB \Rightarrow t(A, a) = B;$
 $A \rightarrow a \Rightarrow t(A, a) = Z$

正规文法与有穷自动机举例

从正规文法到FA

- 例3.14 G19[S]:

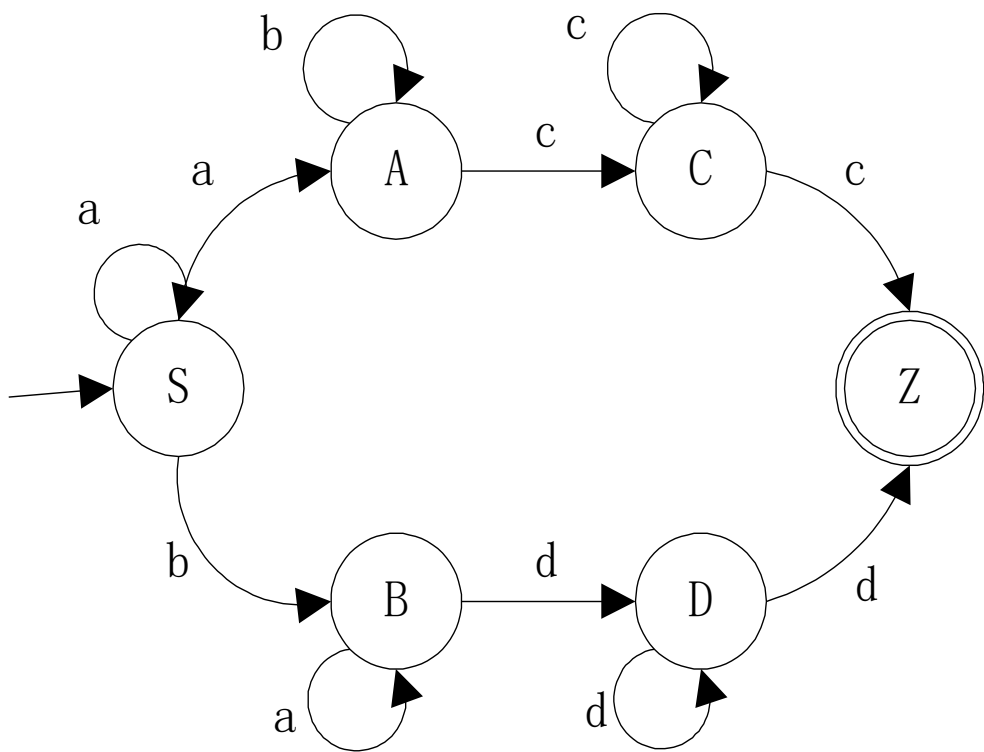
$S \rightarrow aS \mid aA \mid bB$

$A \rightarrow bA \mid cC$

$B \rightarrow aB \mid dD$

$C \rightarrow cC \mid c$

$D \rightarrow dD \mid d$



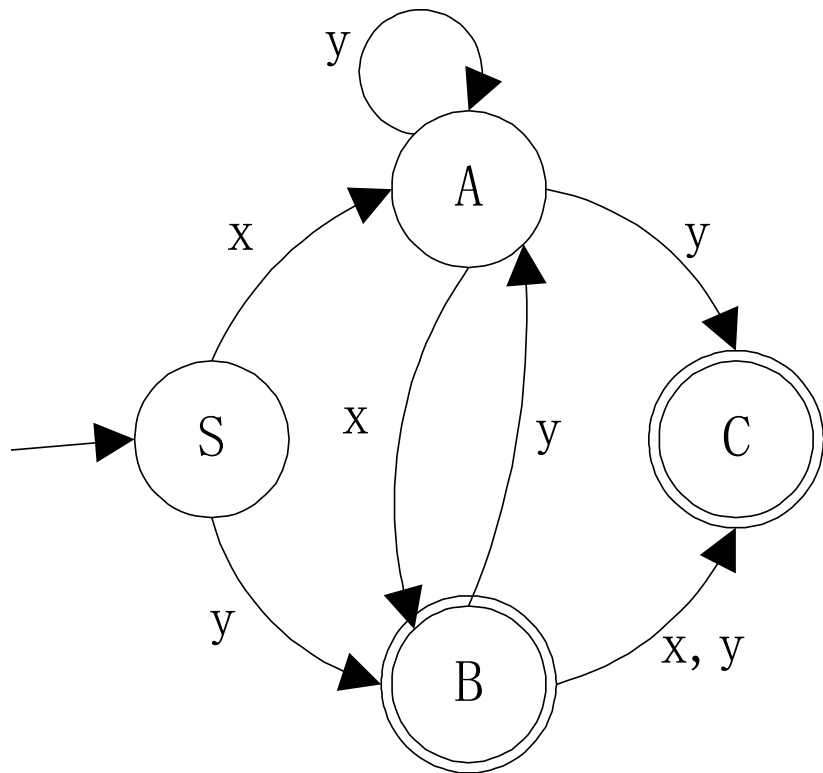
正规文法与有穷自动机

从FA到正规文法

- $FA = (Q, \Sigma, t, q_0, F)$
- $G = (VN, VT, P, S)$
- $VN = Q$
- $VT = \Sigma$
- $S = q_0$
- $t(A, a) = B \Rightarrow A \rightarrow aB,$
- 如果 $A \in F, A \rightarrow \varepsilon$

正规文法与有穷自动机举例

从FA到正规文法



• 例3.15

$G_{20}[S]:$

$S \rightarrow xA \mid yB$

$A \rightarrow yA \mid yC \mid xB$

$B \rightarrow xC \mid yC \mid yA \mid \varepsilon$

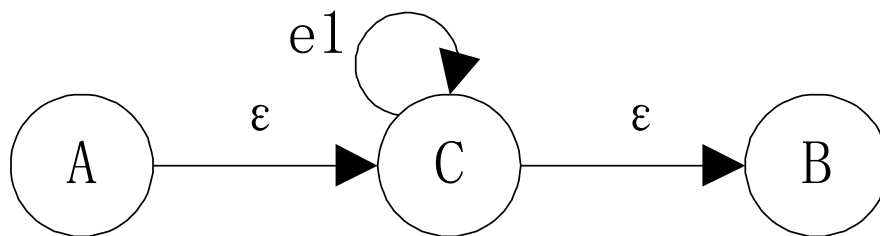
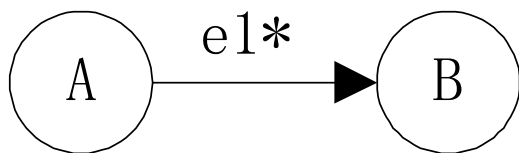
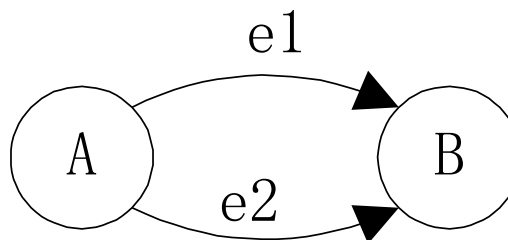
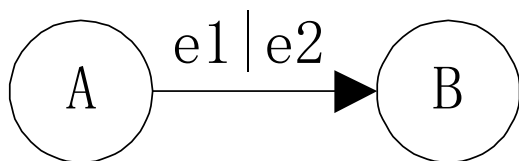
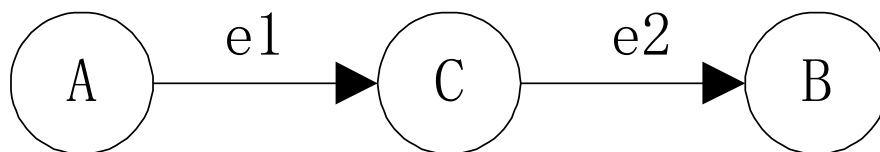
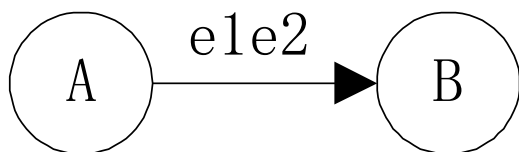
$C \rightarrow \varepsilon$

正规表达式的定义

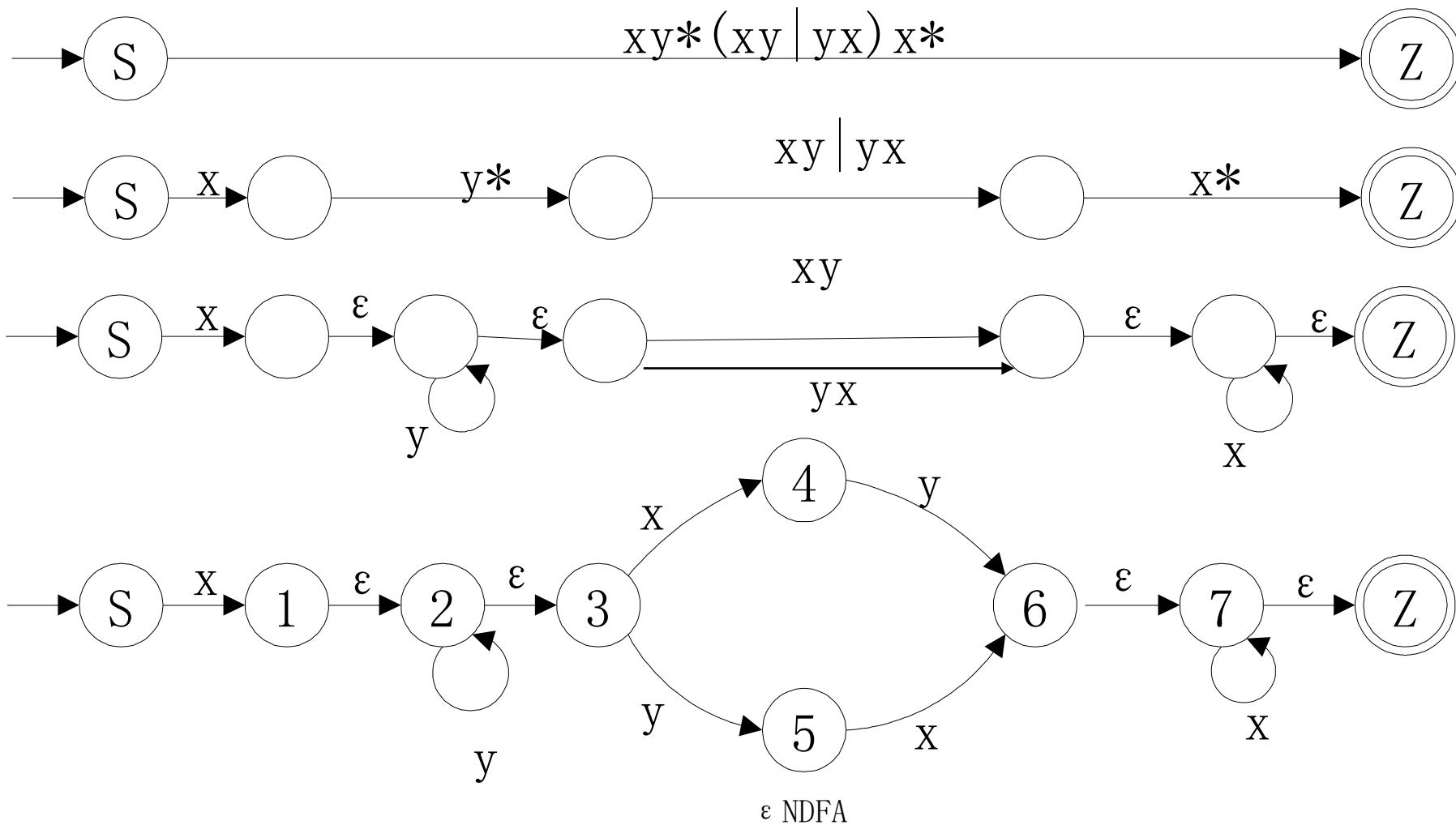
- 定义 3.12 字母表 Σ 上的正规表达式和正规集递归定义如下

符号	正规表达式	正规集
$a \in \Sigma$	a	$\{ a \}$
ε	ε	$\{\varepsilon\}$
	\varnothing	$\{\Phi\}$
	$e1$ 与 $e2$	$L(e1)$ 与 $L(e2)$
	$e1 \mid e2$	$L(e1 \mid e2) = L(e1) \cup L(e2)$
	$e1 . e2$	$L(e1 . e2) = L(e1) L(e2)$
	$(e1)^*$	$L((e1)^*) = L(e1)^*$

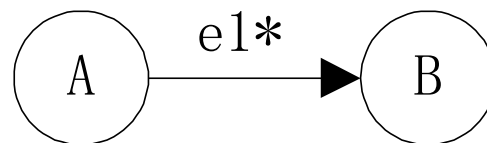
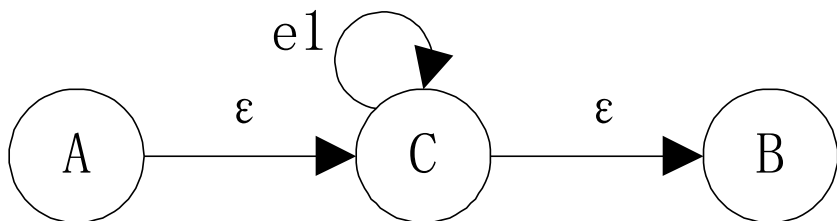
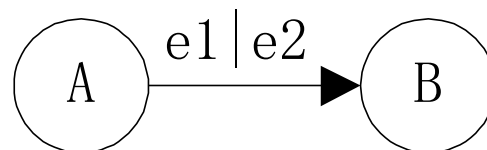
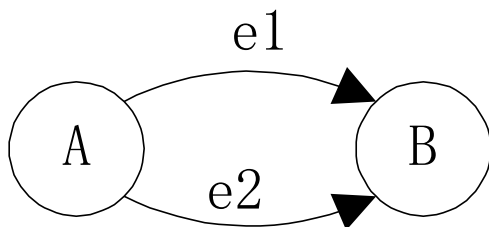
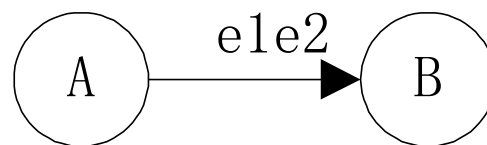
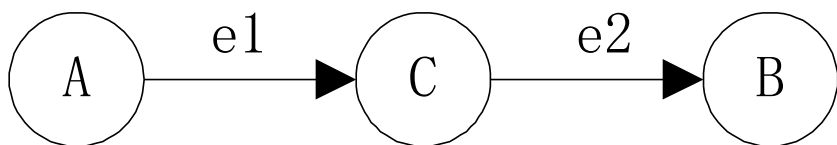
正规表达式到NDFFA的转换



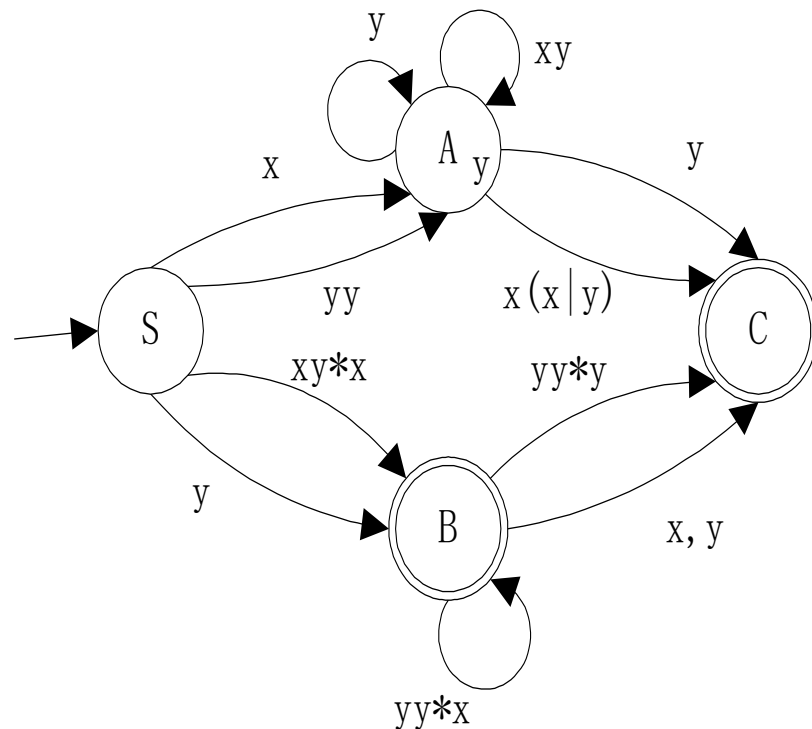
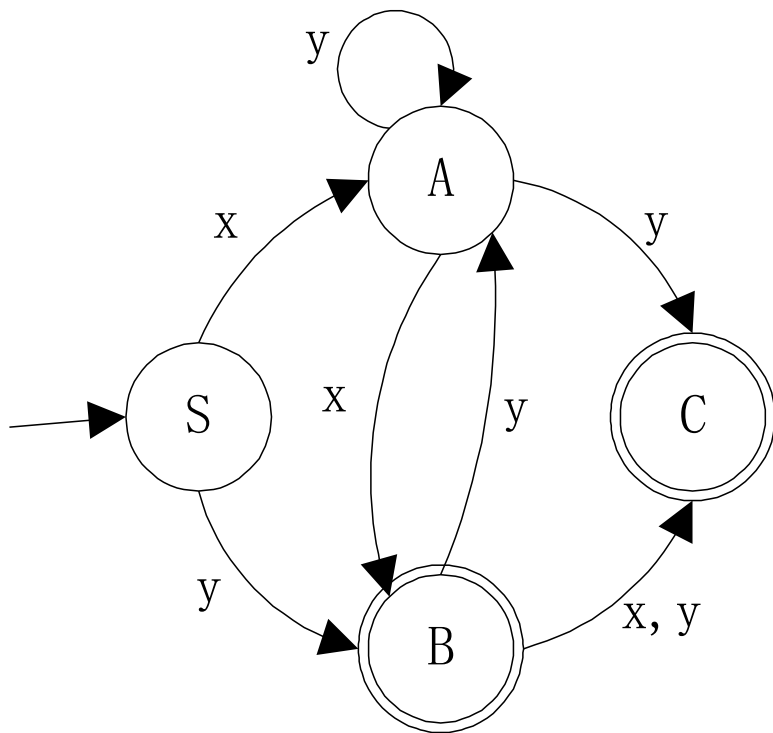
正规表达式到NDFEA的转换举例



NDFA到正规表达式的转换



NDFA到正规表达式的转换



• $[(x!yy)(y|xy)^*(y|x(x|y))][[(y|xy^*x)(yy^*x)^*(yy^*y|x|y)]$

正规文法到正规表达式

规则:

$U \rightarrow \alpha V, V \rightarrow \beta$ 转换为 $U \rightarrow \alpha\beta$

$U \rightarrow \alpha U | \beta$ 转换为 $U \rightarrow \alpha^* \beta$

$U \rightarrow \alpha | \beta$ 转换为 $U \rightarrow \alpha | \beta$

正规文法到正规表达式举例

- $S \rightarrow aS \mid aA \mid bB$
- $A \rightarrow bA \mid cC$
- $B \rightarrow aB \mid dD$
- $C \rightarrow cC \mid c$
- $D \rightarrow dD \mid d$
- $S \rightarrow aS \mid (a b^* c c^* c \mid b a^* d d^* d)$
 $\rightarrow a^* a b^* c c^* c \mid a^* b a^* d d^* d$
- $A \rightarrow bA \mid c c^* c$
 $\rightarrow b^* c c^* c$
- $B \rightarrow aB \mid d d^* d$
 $\rightarrow a^* d d^* d$
- $C \rightarrow c^* c$
- $D \rightarrow d^* d$

举例

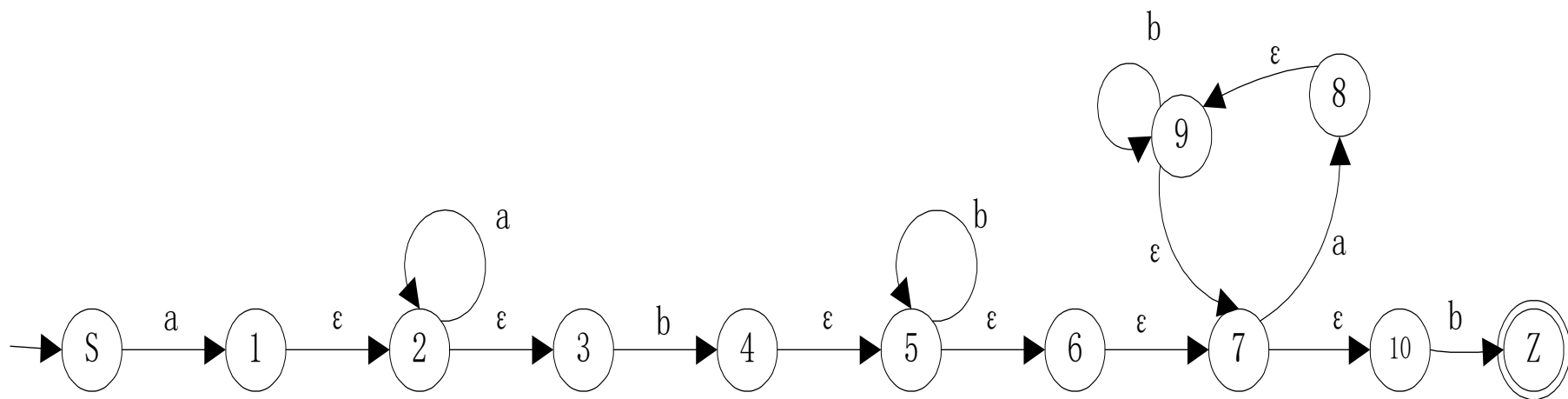
①构造该正则式所对应的NFA(画出转换图)

- 设字母表 Σ : $\{a, b\}$, 给出 Σ 上的一个正则式 $aa^*bb^*(ab^*)^*b$ 。

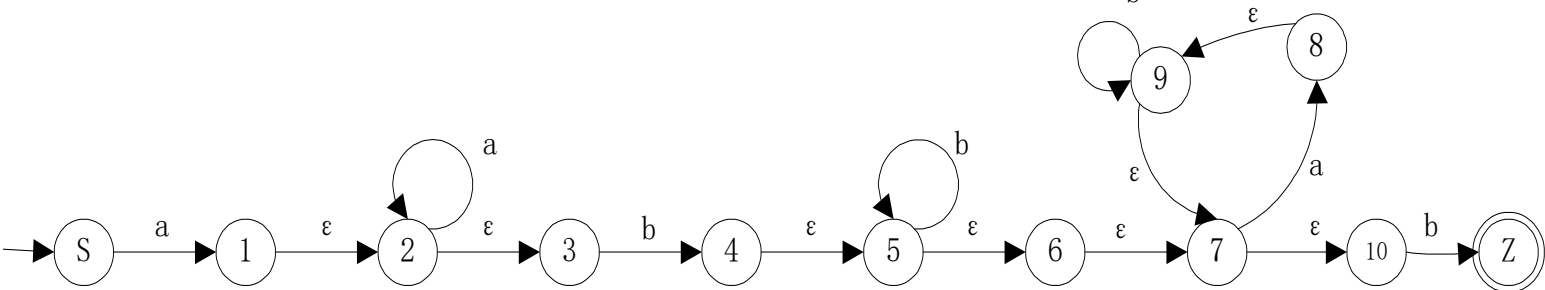
①构造该正则式所对应的NFA(画出转换图)

②将所求的NFA确定化(画出DFA的转换图)

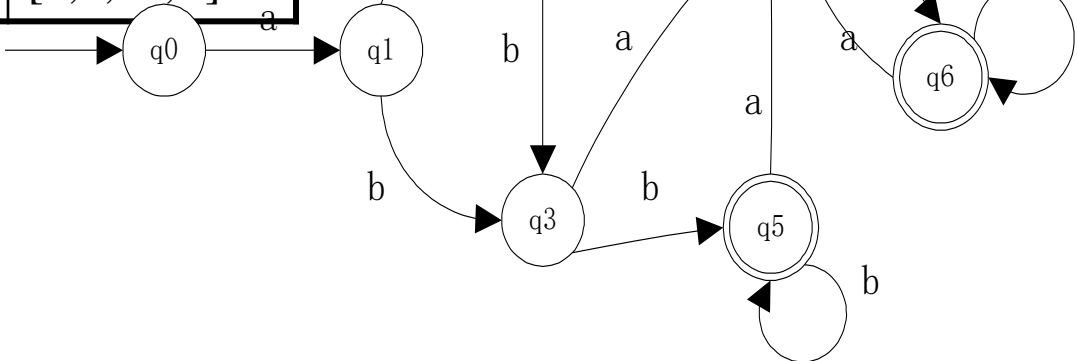
③将所求的DFA最小化(画出极小化后的转换图);



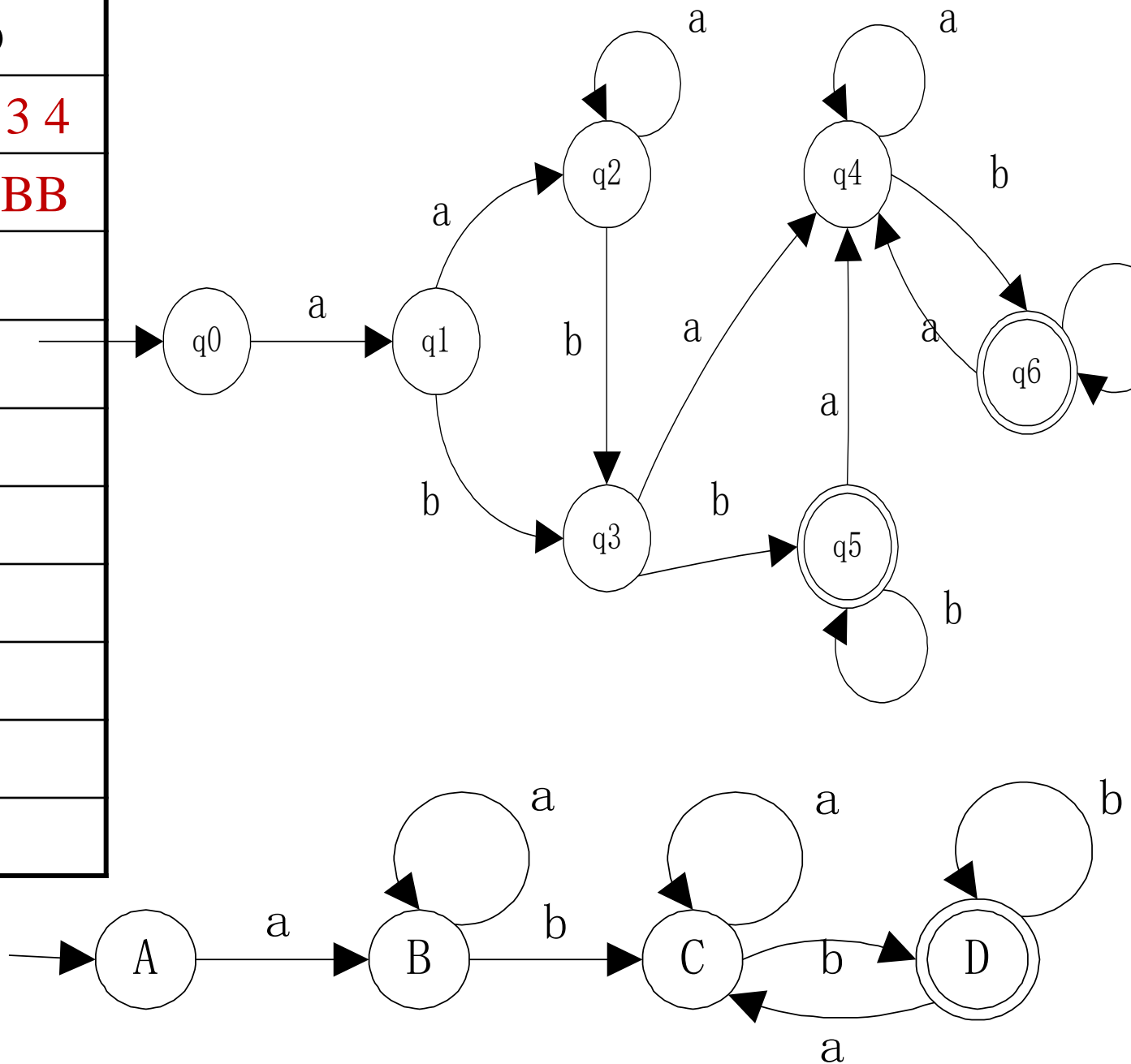
②将所求的NFA确定化(画出DFA的转换图)



		a		b	
q0	[S]	q1	[1,2,3]		
q1	[1,2,3]	q2	[2,3]	q3	[4,5,6,7,10]
q2	[2,3]	q2	[2,3]	q3	[4,5,6,7,10]
q3	[4,5,6,7,10]	q4	[8,9,7,10]	q5	[5,6,7 10,Z]
q4	[8,9,7,10]	q4	[8,9,7,10]	q6	[9,7,10,Z]
q5	[5,6,7 10,Z]	q4	[8,9,7,10]	q5	[5,6,7 10,Z]
q6	[9,7,10,Z]	q4	[8,9,7,10]	q6	[9,7,10,Z]



	a	b
A	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
	AAAAA	XAABB
B	5 6	
A	0	
B	1 2	1 2
	BB	CC
C	3 4	3 4
	CC	DD
D	5 6	5 6
	CC	DD



举例

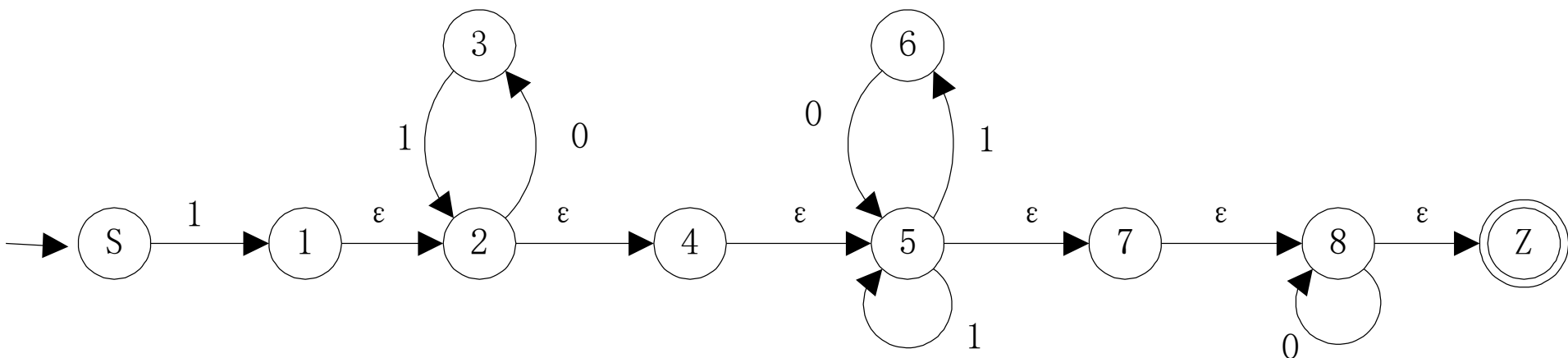
①构造该正则式所对应的NFA(画出转换图)

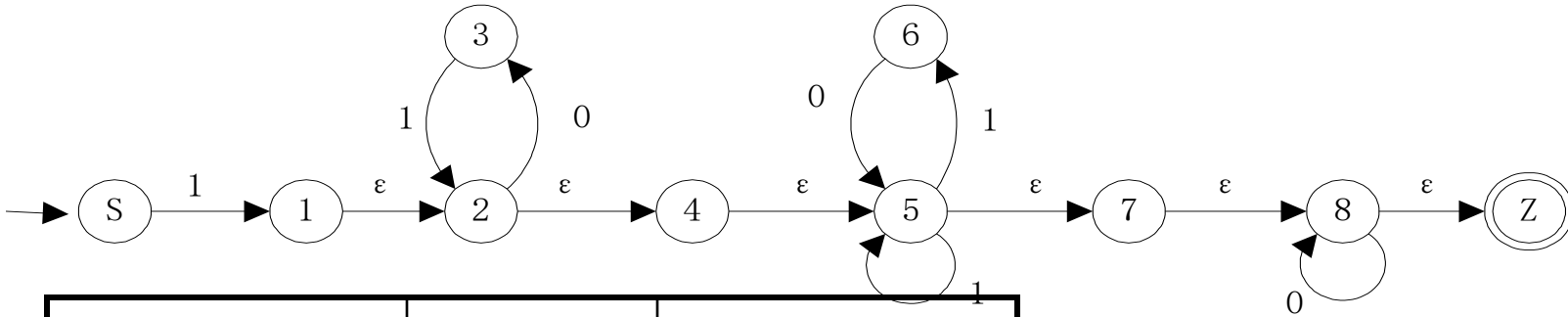
- 设字母表 $\Sigma: \{0, 1\}$, 给出 Σ 上的一个正则式
 $1(01)^*(10|1)^*0^*$ 。

①构造该正则式所对应的NFA(画出转换图);

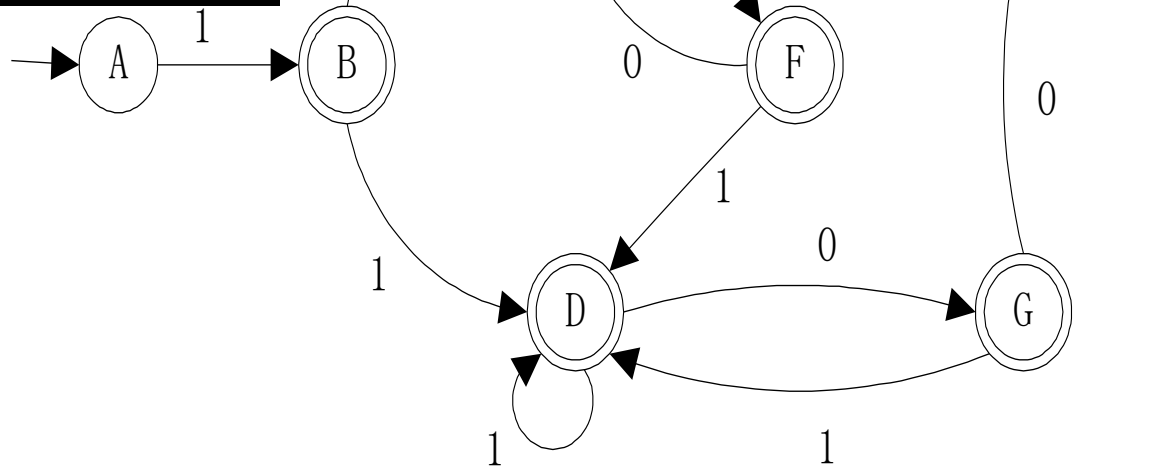
②将所求的NFA确定化(画出DFA的转换图);

③将所求的DFA最小化(画出极小化后的转换图);

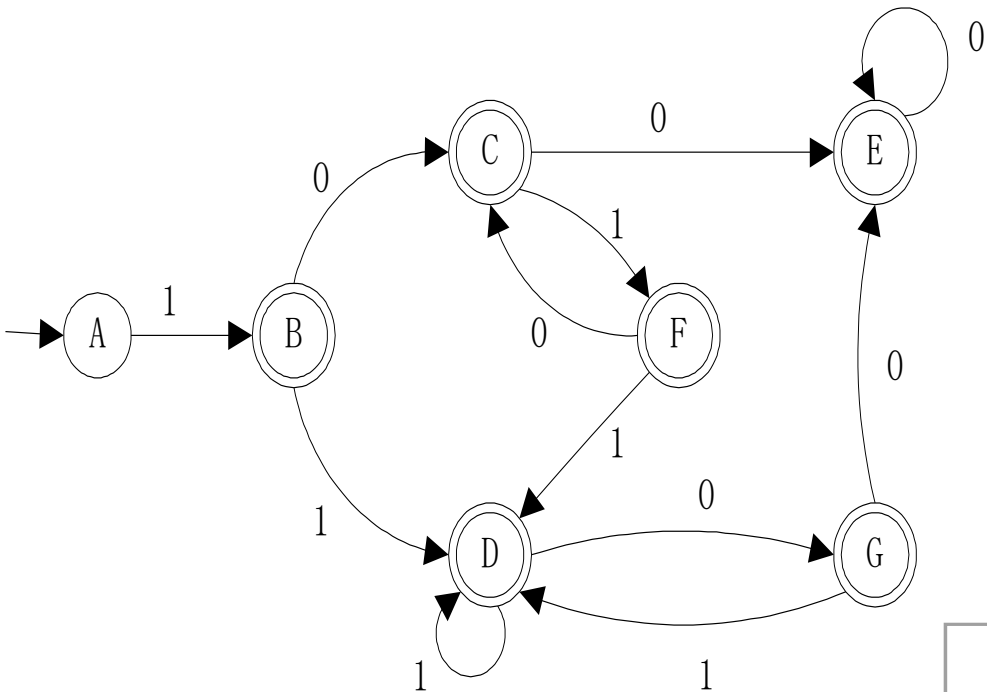




		0		1	
A	[S]			B	[1,2,4,5,7,8,Z]
B	[1,2,4,5,7,8,Z]	C	[3,8,Z]	D	[5,6,7,8,Z]
C	[3,8,Z]	E	[8,Z]	F	[2,4,5,7,8,Z]
D	[5,6,7,8,Z]	G	[5,7,8,Z]	D	[5,6,7,8,Z]
E	[8,Z]	E	[8,Z]		
F	[2,4,5,7,8,Z]	C	[3,8,Z]	D	[5,6,7,8,Z]
G	[5,7,8,Z]	E	[8,Z]	D	[5,6,7,8,Z]



②确定化



		0		1	
a	[A]			b	[B,D,F]
b	[B,D,F]	c	[C,G]	b	[B,D,F]
c	[C,G]	e	[E]	b	[B,D,F]
e	[E]	e	[E]		

③ 最小化

