# 中山大學 本科生考试草稿纸 2011/6/28-7.

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第七条："考试作弊者不授予学士学位。"

P.25.4 设 $f(x)=\frac{2+x}{2-x}$，$x\neq\pm2$，求 $f(-x)$，$f(x+1)$，$f(x)+1$，$f(\frac{1}{x})$，$\frac{1}{f(x)}$.

解：$f(-x)=\frac{2-x}{2+x}$；$f(x+1)=\frac{2+(x+1)}{2-(x+1)}=\frac{x+3}{1-x}$；$f(x)+1=\frac{2+x}{2-x}+1=\frac{2+x+2-x}{2-x}=\frac{4}{2-x}$.

$f(\frac{1}{x})=\frac{2+\frac{1}{x}}{2-\frac{1}{x}}=\frac{2x+1}{2x-1}$，$\frac{1}{f(x)}=\frac{2-x}{2+x}$.

P.25.5 设 $f(x)=x^3$，求 $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

解：$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\frac{(x+\Delta x)^3-x^3}{\Delta x}=\frac{x^3+3x^2\cdot\Delta x+3x\cdot\Delta x^2+\Delta x^3-x^3}{\Delta x}$

$=3x^2+3x\cdot\Delta x+\Delta x^2$

P.25.6 设 $f(x)=\ln x$，$(x>0)$；$g(x)=x^2$，$-\infty<x<+\infty$

试求：$f[f(x)]$、$g[g(x)]$、$f[g(x)]$、$g[f(x)]$.

解：$f[f(x)]=\ln[f(x)]=\ln(\ln x)$，$(x>e)$

$g[g(x)]=g[x^2]=(x^2)^2=x^4$. $(-\infty<x<+\infty)$

$f[g(x)]=f[x^2]=\ln x^2$ $(x\neq0,\ -\infty<x<+\infty)$

$g[f(x)]=g[\ln x]=[\ln x]^2$ $(x>0)$.

P.25.7 设 $f(x)=\begin{cases}0, & x\geq0\\ -x, & x<0\end{cases}$；$g(x)=\begin{cases}x, & x\geq0\\ 1-x, & x<0\end{cases}$

解：① $f[g(x)]=\begin{cases}0, & g(x)\geq0\\ -g(x), & g(x)<0\end{cases}=\begin{cases}0, & x\geq0\\ 0 & x<0\end{cases}\equiv0$

$x\geq0$ 时，$g(x)=x\geq0$；从而 $x\geq0$ 时，$f[g(x)]=0$

$x<0$ 时，$g(x)=1-x>0$，从而 $x<0$ 时，$f[g(x)]=0$

② $g(f(x))=\begin{cases}f(x) & f(x)\geq0\\ 1-f(x) & f(x)<0\end{cases}=\begin{cases}-x & ,x<0\\ 0 & x\geq0\end{cases}\equiv f(x)=\frac{1}{2}[|x|-x]$.