A

东校区 2009 学年度第一学期 09 级《高等数学一》期末考试 A 题答案

A-1

专业____________学号____________姓名__________评分________

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第六条："考试作弊不授予学士学位。"

一．完成下列各题（每小题 7 分，共 70 分）

1. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(a^n+b^n\right)^{\frac{1}{n}}$.　　其中：$0<a<b$.

解：$\because b^n \le a^n+b^n \le 2b^n$

$\therefore b \le \left(a^n+b^n\right)^{\frac{1}{n}} \le 2^{\frac{1}{n}}b$

$\lim\limits_{n\to\infty} 2^{\frac{1}{n}}b=b$

$\therefore \lim\limits_{n\to\infty}\left(a^n+b^n\right)^{\frac{1}{n}}=b$

2. 求 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)}\dfrac{\ln(1+xy)}{\sin 3xy}$,

$$\lim_{(x,y)\to(0,2)}\frac{\ln(1+xy)}{\sin 3xy}=\lim_{u\to 0}\frac{\ln(1+u)}{\sin 3u}=\frac{1}{3},$$

3. 设 $y=y(x)$ 由方程 $xy-e^x+e^y=0$ 确定，求 y'.

方程两边对 x 求导得

$y+xy' - e^x+e^y y'=0$

$\therefore y'=\dfrac{e^x-y}{e^y+x}$

4. 设三个正数的和为 12，求 xy^2z^3 的最大值.

条件极值：

令：$L(x,y,z,\lambda)=xy^2z^3+\lambda(x+y+z-12)$

$$\begin{cases} L_x=y^2z^3+\lambda=0 \\ L_y=2xyz^3+\lambda=0 \\ L_z=3xy^2z^2+\lambda=0 \\ L_\lambda=x+y+z-12=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=6 \end{cases}$$

唯一驻点，由实际意义可得最大值为：$2\cdot 4^2\cdot 6^3$=6912