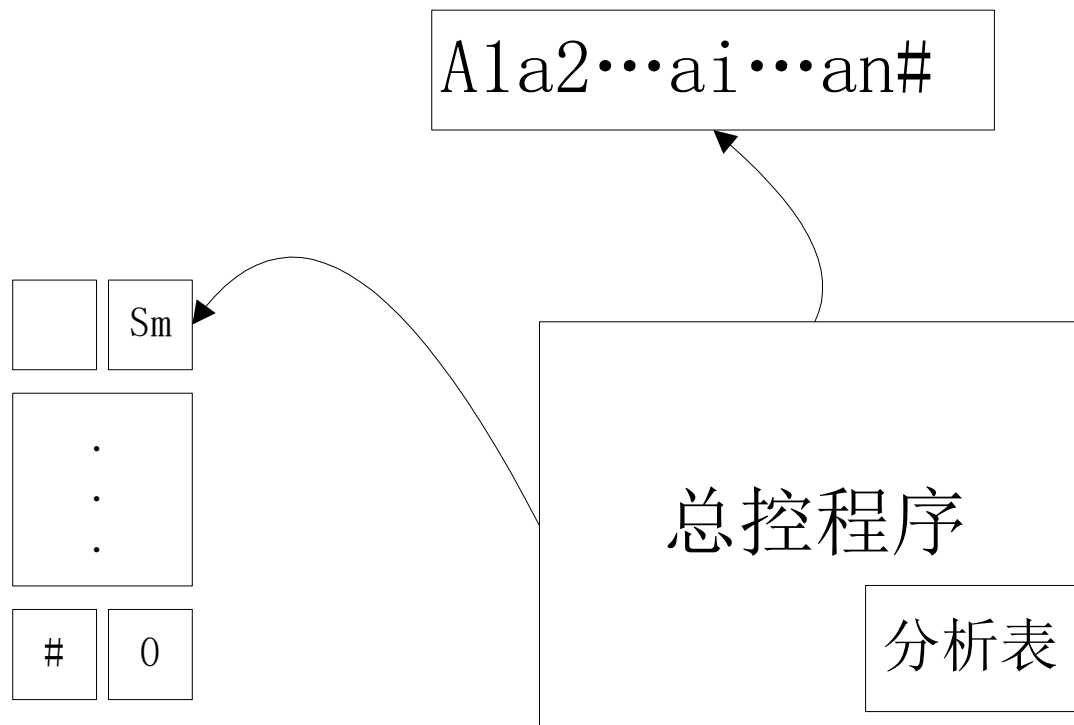


第7章 自下而上的LR(k)分析方法

LR(k)文法： 从左到右扫描输入串(**Left**)
自下而上规范归约(**Reduction**)
向前查看**k**个输入符号

7.1 LR(k)文法和LR(k)分析器

- **LR分析器**是一个确定的下推自动机，它由一个输入串，一个下推栈和一个带分析表的总控程序组成。



分析表的结构

3 列（状态、 ACTION 、 GOTO ）

- 状态：
- 分析动作表(ACTION):
 - S_m —移进符号，转 m 状态；
 - r_j —按产生式 j 归约；
 - 接收；
 - 出错；
- goto函数表(GOTO): K 转 K 状态；

- 例如：文法G(E)

1 $E \rightarrow E+T$

2 $E \rightarrow T$

3 $T \rightarrow T * F$

4 $T \rightarrow F$

5 $F \rightarrow (E)$

6 $F \rightarrow i$

SLR(1)分析表(右)

状态	ACTION						GOTO		
	i	+	*	()	#	E	T	F
0	S ₅			S ₄			1	2	3
1		S ₆				Acc			
2		r ₂	S ₇		r ₂	r ₂			
3		r ₄	r ₄		r ₄	r ₄			
4	S ₅			S ₄			8	2	3
5		r ₆	r ₆		r ₆	r ₆			
6	S ₅			S ₄				9	3
7	S ₅			S ₄					10
8		S ₅			S ₁₁				
9		r ₁	S ₇		r ₁	r ₁			
10		r ₃	r ₃		r ₃	r ₃			
11		r ₅	r ₅		r ₅	r ₅			

LR分析器识别id+id*id

- 1 $E \rightarrow E + T$ 2 $E \rightarrow T$
 3 $T \rightarrow T * F$ 4 $T \rightarrow F$
 5 $F \rightarrow (E)$ 6 $F \rightarrow id$

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	#	E	T	F
0	S5			S4			1	2	3
1		S6				Acc			
2		r2	S7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	S5			S4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	S5			S4				9	3
7	S5			S4					10
8		S5			S11				
9		r1	S7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

栈内容	输入串	栈内容	输入串
#0	id+id*id#	0E1+6T9*7F	#
#0id5	+id*id#	0E1+6T9*7F10	#
#0F	+id*id#	0E1+6T	#
#0F3	+id*id#	0E1+6T9	#
0T	+id*id#	0E	#
0T2	+id*id#	0E1	#
0E	+id*id#		
0E1	+id*id#		
0E1+6	id*id#		
0E1+6id5	*id#		
0E1+6F	*id#		
0E1+6F3	*id#		
0E1+6T	*id#		
0E1+6T9	*id#		
0E1+6T9*7	id#		
0E1+6T9*7id5	#		

分析表的构造

LR(0)项目族

- LR(0)分析表的构造
- SLR分析表的构造

LR(1)项目族

- LR(1)分析表的构造
- LALR分析表的构造

7.2 LR(0)分析表的构造

- 活前缀

前缀：指符号串的任意首部，包括 ϵ

活前缀：右边加上一些VT符号，可构成规范句型

- LR(0)项目**：每个产生式右部在某个位置加上“.”

如： $A \rightarrow xyz$ 的项目有四个

$A \rightarrow .xyz$ $A \rightarrow x.yz$ $A \rightarrow xy.z$ $A \rightarrow xyz.$

- 拓广文法**：如果开始符号S的产生式有多个右部，或S出现在产生式右部。则另外加 $S' \rightarrow S$ 产生式， S' 为开始符号。如

$G[S]: S \rightarrow A \mid B \Rightarrow G[S']: S' \rightarrow S \quad S \rightarrow A \mid B$

7.2.4 CLOSURE (I) 函数

- 项目集I属于CLOSURE (I)
- 若 $S \rightarrow \alpha . B \beta$ 属于CLOSURE (I)
则 $B \rightarrow . \gamma$ 也属于CLOSURE (I)
- 如文法G(E')

0 $E' \rightarrow E$

1 $E \rightarrow E + T$

2 $E \rightarrow T$

3 $T \rightarrow T * F$

4 $T \rightarrow F$

5 $F \rightarrow (E)$

6 $F \rightarrow i$

CLOSURE($E' \rightarrow . E$)

包括

$E' \rightarrow . E$

$E \rightarrow . E + T$

$E \rightarrow . T$

$T \rightarrow . T * F$

$T \rightarrow . F$

$F \rightarrow . (E)$

$F \rightarrow . i$

7.2.5 goto(I,X)函数

文法G(E')

$E' \rightarrow E$

$E \rightarrow E+T \mid T$

$T \rightarrow T * F \mid F$

$F \rightarrow (E) \mid i$

- $\text{goto}(I, X) = \{ \text{CLOSURE}(A \rightarrow \alpha X \cdot \beta) \mid \text{所有 } A \rightarrow \alpha \cdot X \beta \in I \}$

- 如 I0:

$E' \rightarrow \cdot E$

$E \rightarrow \cdot E + T$

$E \rightarrow \cdot T$

$T \rightarrow \cdot T * F$

$T \rightarrow \cdot F$

$F \rightarrow \cdot (E)$

$F \rightarrow \cdot i$

$\text{goto}(I0, E) = \{ E' \rightarrow E \cdot, E \rightarrow E \cdot + T \}$

$\text{goto}(I0, T) = \{ E \rightarrow T \cdot, T \rightarrow T \cdot * F \}$

$\text{goto}(I0, F) = \{ T \rightarrow F \cdot \}$

$\text{goto}(I0, ()) = \{ F \rightarrow (\cdot E), E \rightarrow \cdot E + T, E \rightarrow \cdot T, T \rightarrow \cdot T * F, T \rightarrow \cdot F, F \rightarrow \cdot (E), F \rightarrow \cdot i \}$

$\text{goto}(I0, i) = \{ F \rightarrow i \cdot \}$

7.2.6 LR(0)项目规范族

若 $S \rightarrow \alpha . B \beta$ 属于 $CLOSURE(I)$

则 $B \rightarrow . \gamma$ 也属于 $CLOSURE(I)$

$goto(I, X) = \{CLOSURE(A \rightarrow \alpha X . \beta) \mid \text{所有 } A \rightarrow \alpha . X B \in I\}$

| 所有 $A \rightarrow \alpha . X B \in I\}$

• 拓广文法 $G[Z]$:

0: $Z \rightarrow A$

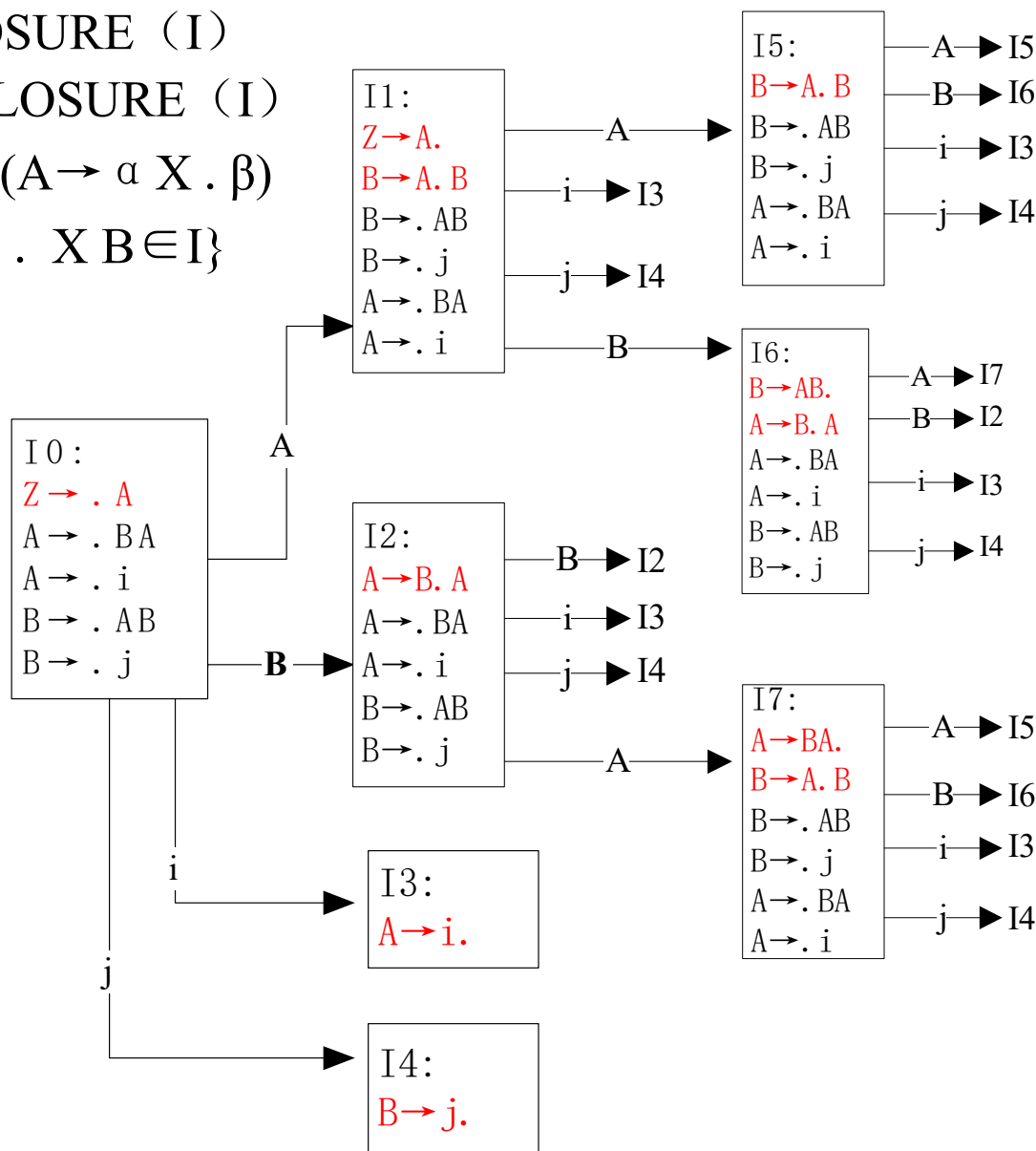
1: $A \rightarrow BA$

2: $A \rightarrow i$

3: $B \rightarrow AB$

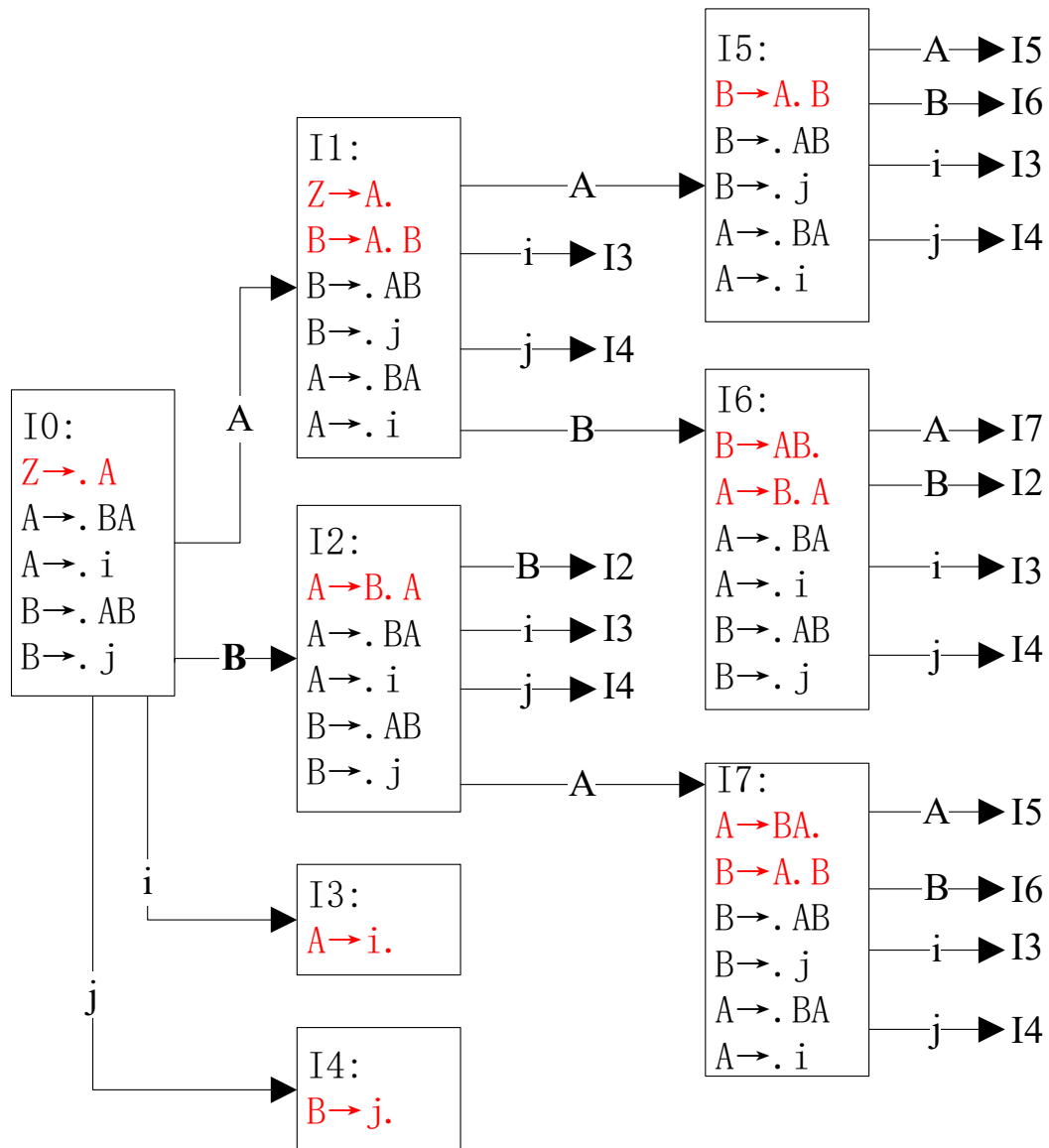
4: $B \rightarrow j$

LR(0)项目族



LR(0)项目分析表

- 拓广文法为:
- 0: $Z \rightarrow A$
- 1: $A \rightarrow BA$
- 2: $A \rightarrow i$
- 3: $B \rightarrow AB$
- 4: $B \rightarrow j$
- LR(0)项目族



状态	ACTION			GOTO	
	i	j	#	A	B
I0	S3	S4		1	2
I1	S3	S4	Acc	5	6
I2	S3	S4		7	2
I3	r2	r2	r2		
I4	r4	r4	r4		
I5	S3	S4		5	6
I6	S3/r3	S4/r3	r3	7	2
I7	S3/r1	S4/r1	r1	5	6

7.2.7 有效项目

- 一个项目 $[A \rightarrow_x \cdot y]$ 称为对某个活前缀是有效的(valid), 当且仅当存在某个规范推导:

$$S \xRightarrow{*} uAv \Rightarrow uxyv$$

其中, xy 是句型 $uxyv$ 的句柄, v 是 V_T 串

LR(0) 文法

- 移进项目与归约项目不能并存同一项目集。
- 多个归约项目不能并存同一项目集。

LR(0)项目分析表的构造

- $A \rightarrow \alpha \ . \ X \beta \in I_i, \text{ goto}(I_i, X) = I_j,$
如果 $X \in V_T$, 则 $\text{ACTION}[I_i, X] = S_j$
- $A \rightarrow \alpha \ . \ X \beta \in I_i, \text{ goto}(I_i, X) = I_j,$
如果 $X \in V_N$, 则 $\text{GOTO}[I_i, X] = j$
- $S' \rightarrow S \ . \in I_i$, 则 $\text{ACTION}[I_i, \#] = \text{Acc}$
- $A \rightarrow \alpha \ . \in I_i$, 该项目为 k 产生式的,
则 $\text{ACTION}[I_i, v] = rk, v \in V_T$

7.3 SLR分析表的构造

- 在LR(0)中，每个项目集，如果有归约项目 $[A \rightarrow \alpha.]$ ，则不能与归约与移进冲突；
- SLR中，每个项目集，如果有归约项目 $[A \rightarrow \alpha.]$ ，有移进项目 $[D \rightarrow \alpha.b\gamma]$
- 要求：FOLLOW (A)、FOLLOW (B) 互不相同，且不含b。
- 例1：文法G(E)

$E \rightarrow E+T \mid T$

$T \rightarrow T * F \mid F$

$F \rightarrow (E) \mid i$

- 0 $E' \rightarrow E$
- 1 $E \rightarrow E + T$
- 2 $E \rightarrow T$
- 3 $T \rightarrow T * F$
- 4 $T \rightarrow F$
- 5 $F \rightarrow (E)$
- 6 $F \rightarrow i$

	FIRST	FOLLOW
E'	$i, ($	$\#$
E	$i, ($	$), +, \#$
T	$i, ($	$*,), +, \#$
F	$i, ($	$*,), +, \#$

例1：文法G(E')

FIRST(α)的构造

- ① $\alpha \in VT$, $FIRST(\alpha) = \{\alpha\}$
- ② $\alpha \in VN$, $\alpha \rightarrow a\dots$, $a \in FIRST(\alpha)$;
 $\alpha \rightarrow \varepsilon$, $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$
- ③ $\alpha \in VN$, $\alpha \rightarrow XY\dots$,
 $FIRST(X) - \{\varepsilon\} \subset FIRST(\alpha)$,
 若 $X \xrightarrow{*} \varepsilon$, 则 $FIRST(Y) - \{\varepsilon\} \subset FIRST(\alpha)$

• FOLLOW (U) 的构造

- ① U是开始符号, 则 $\# \in FOLLOW(U)$
- ② $A \rightarrow xUy$,
 则 $FIRST(Y) - \{\varepsilon\} \subset FOLLOW(U)$
- ③ $A \rightarrow xUy$, $y \xrightarrow{*} \varepsilon$, (包括 $A \rightarrow xU$)
 则 $FOLLOW(A) \supset FOLLOW(U)$

例1：文法G(E')项目族的构造

0 $E' \rightarrow E$

1 $E \rightarrow E+T$

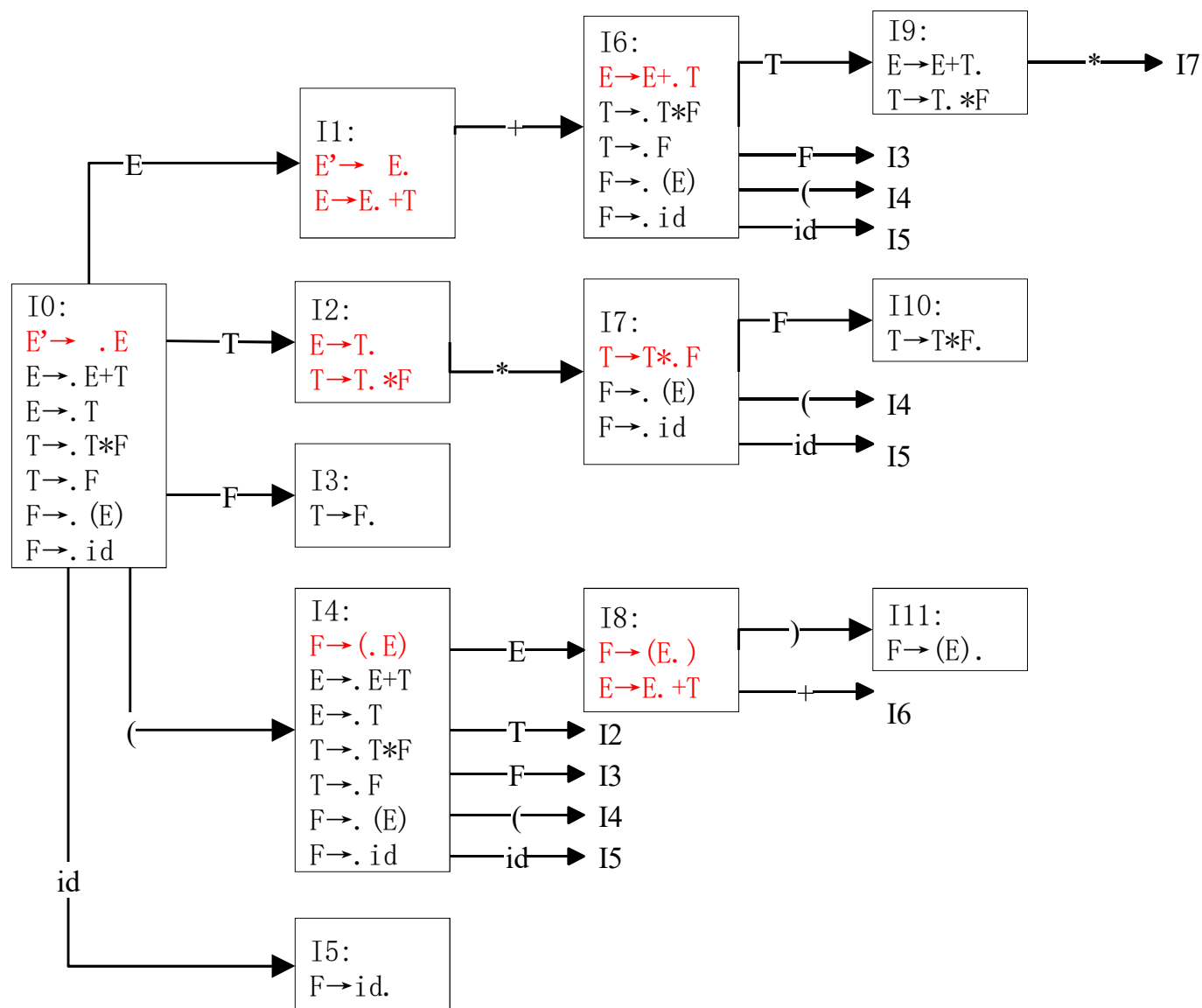
2 $E \rightarrow T$

3 $T \rightarrow T * F$

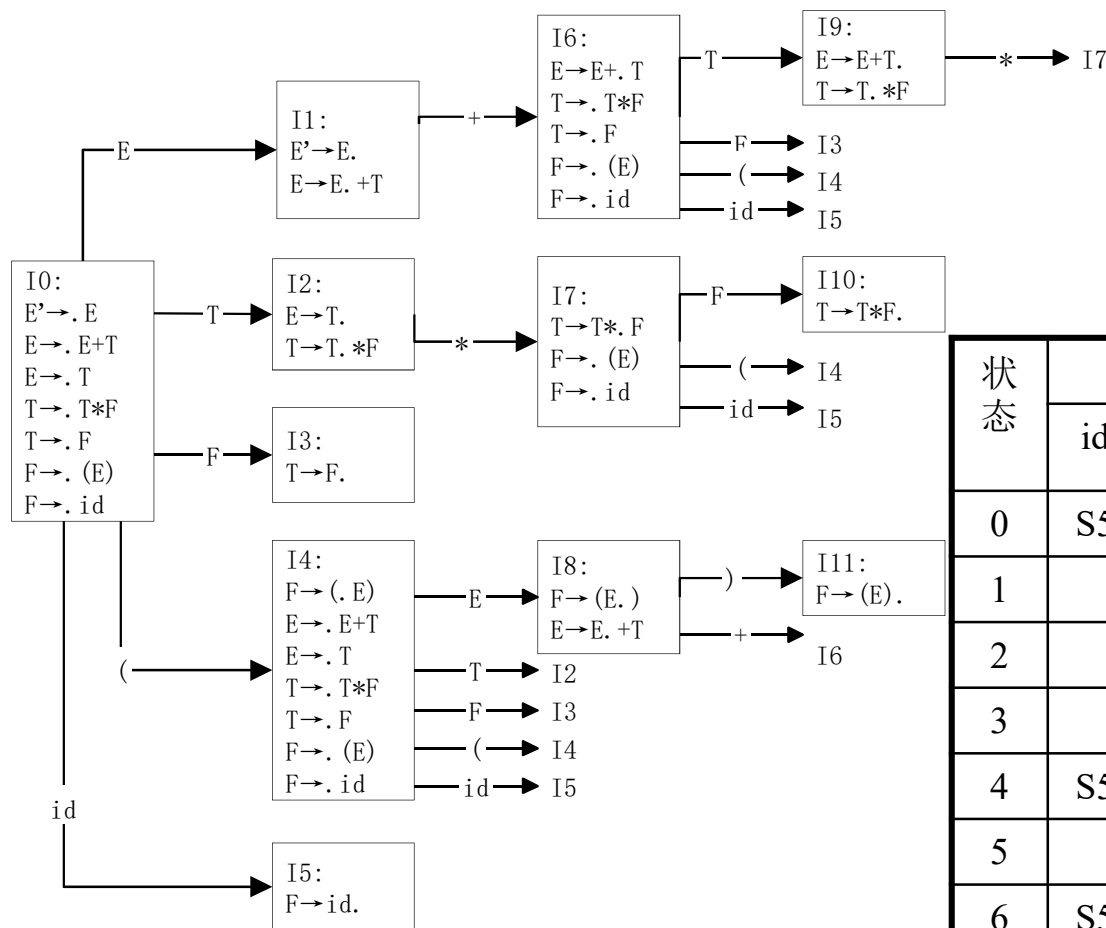
4 $T \rightarrow F$

5 $F \rightarrow (E)$

6 $F \rightarrow id$



例1：文法G(E')SLR分析表



	FIRST	FOLLOW
E'	Id,(#
E	Id,(),+,#
T	Id,(*,),+,#
F	Id,(*,),+,#

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	#	E	T	F
0	S5			S4			1	2	3
1		S6				Acc			
2		r2	S7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	S5			S4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	S5			S4				9	3
7	S5			S4					10
8		S6			S11				
9		r1	S7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

0 $E' \rightarrow E$ 1 $E \rightarrow E+T$ 2 $E \rightarrow T$
 3 $T \rightarrow T*F$ 4 $T \rightarrow F$ 5 $F \rightarrow (E)$
 6 $F \rightarrow id$

SLR项目分析表的构造

- $A \rightarrow \alpha . X \beta \in I_i$, $\text{goto}(I_i, X) = I_j$,
如果 $X \in V_T$, 则 $\text{ACTION}[I_i, X] = S_j$
- $A \rightarrow \alpha . X \beta \in I_i$, $\text{goto}(I_i, X) = I_j$,
如果 $X \in V_N$, 则 $\text{GOTO}[I_i, X] = j$
- $S' \rightarrow S . \in I_i$, 则 $\text{ACTION}[I_i, \#] = \text{Acc}$
- $A \rightarrow \alpha . \in I_i$, 该项目为 k 产生式的,
则 $\text{ACTION}[I_i, v] = r_k, v \in \text{FOLLOW}(A)$

例2: $G[R]$:

$R \rightarrow rFe$

$F \rightarrow Y; F \mid Y$

$Y \rightarrow \varepsilon \mid i: t$

(1) $R \rightarrow rFe$

(2) $F \rightarrow Y; F$

(3) $F \rightarrow Y$

(4) $Y \rightarrow \varepsilon$

(5) $Y \rightarrow i: t$

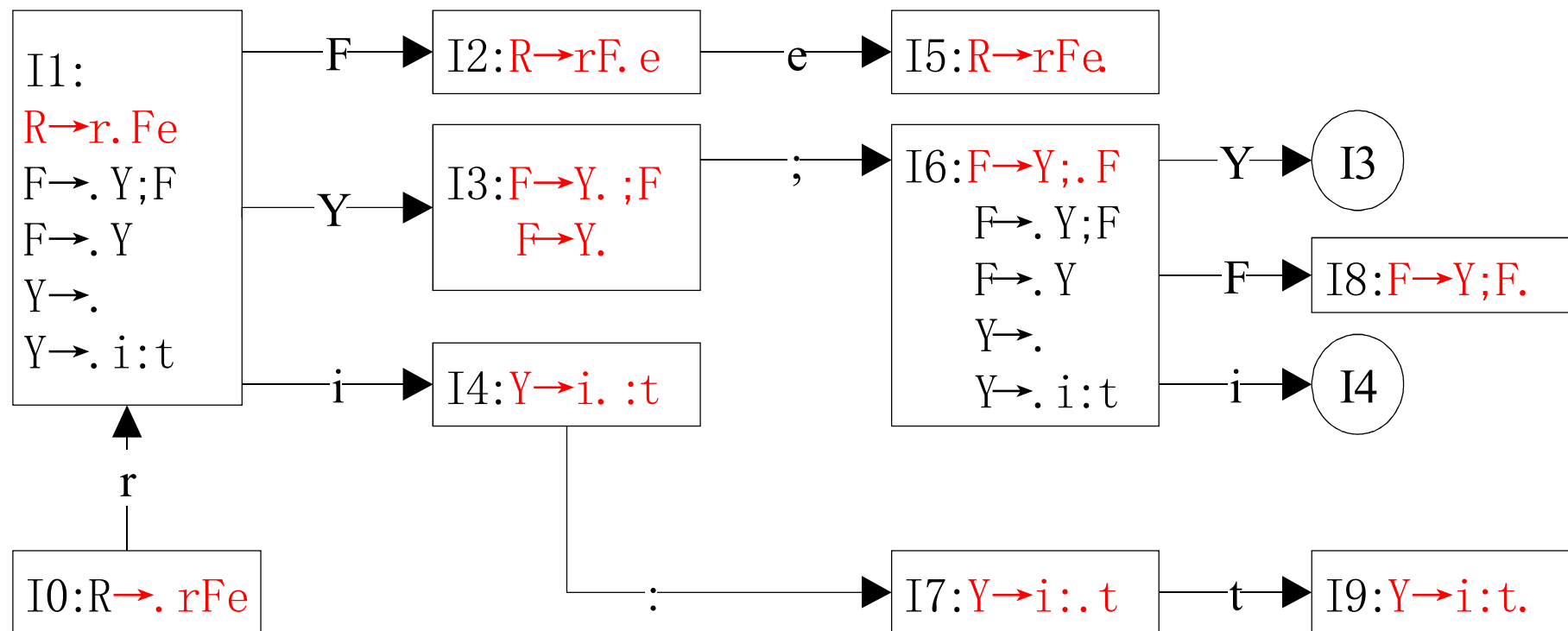
若 $S \rightarrow \alpha . B \beta$ 属于 $CLOSURE(I)$

则 $B \rightarrow . \gamma$ 也属于 $CLOSURE(I)$

$goto(I, X) = \{CLOSURE(A \rightarrow \alpha X . \beta)$

$\mid \text{所有 } A \rightarrow \alpha . XB \in I\}$

LR(0)项目族:



例2: $G[R]$

$R \rightarrow rFe$

$F \rightarrow Y; F \mid Y$

$Y \rightarrow \varepsilon \mid i: t$

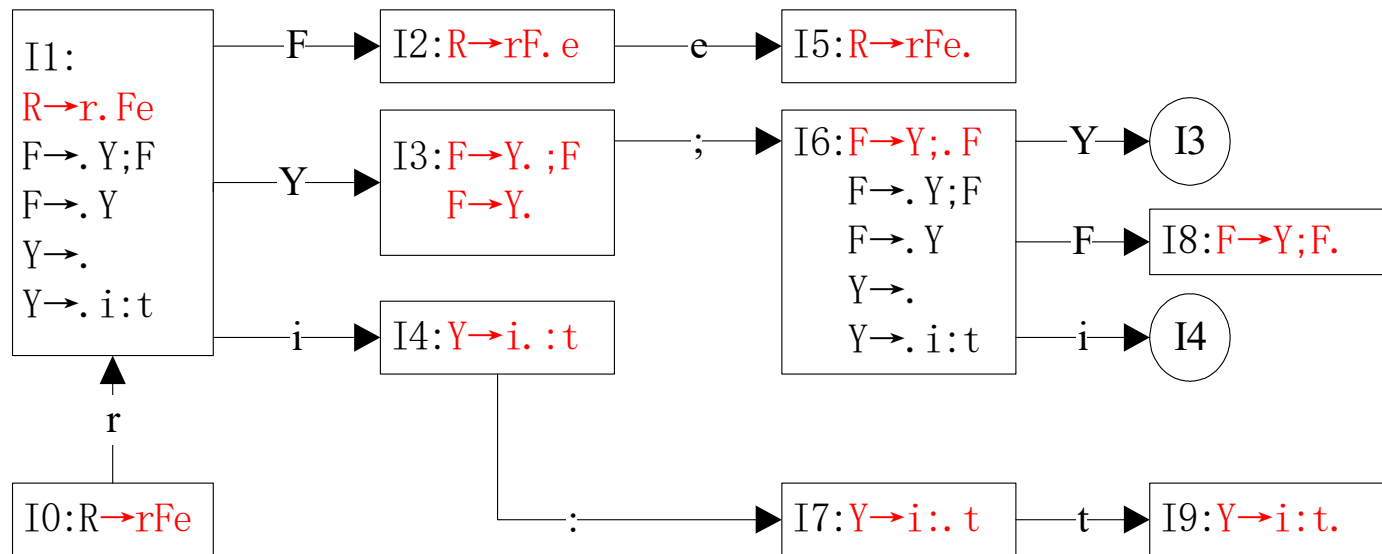
解: (1) $R \rightarrow rFe$

(2) $F \rightarrow Y; F$

(3) $F \rightarrow Y$

(4) $Y \rightarrow \varepsilon$

(5) $Y \rightarrow i: t$



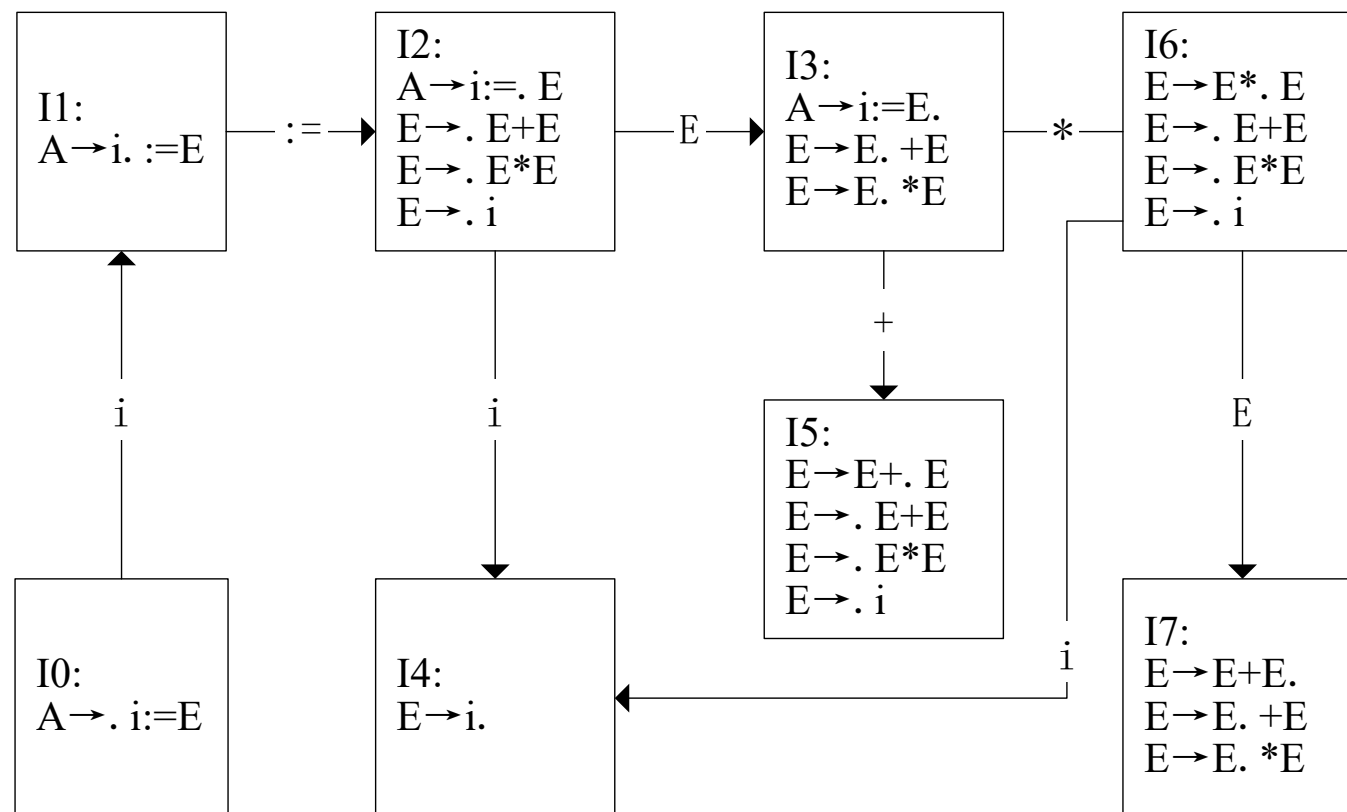
	FIRST	FOLLOW
R	r	#
F	i, ;, ε	e
Y	i, ε	;, e

状态	ACTION							GOTO	
	r	i	e	t	;	:	#	F	Y
0	S1								
1		S4	r4		r4			2	3
2			S5						
3			r3		S6				
4						S7			
5							acc		
6		S4	r4		r4			8	3
7				S9					
8			r2						
9			r5		r5				

例3 $G[A]$ 不是SLR(1)文法

	FIRST	FOLLOW
A	i	#
E	i	#, +, *

$G[A]$
 $A \rightarrow i := E$
 $E \rightarrow E + E$
 $E \rightarrow E * E$
 $E \rightarrow i$



7.4 规范LR(1)分析表的构造

- LR(1) 的项目: $A \rightarrow \alpha.\beta, b$
- LR(1) 的闭包: $A \rightarrow \alpha.B\beta, b$
 $B \rightarrow \cdot \gamma, \text{FIRST}(\beta b)$

- **LR(1) 的项目:** $A \rightarrow \alpha.B\beta$, b
- **LR(1) 的闭包:** $A \rightarrow \alpha.B\beta$, b $B \rightarrow \cdot\gamma$, $\text{FIRST}(\beta b)$

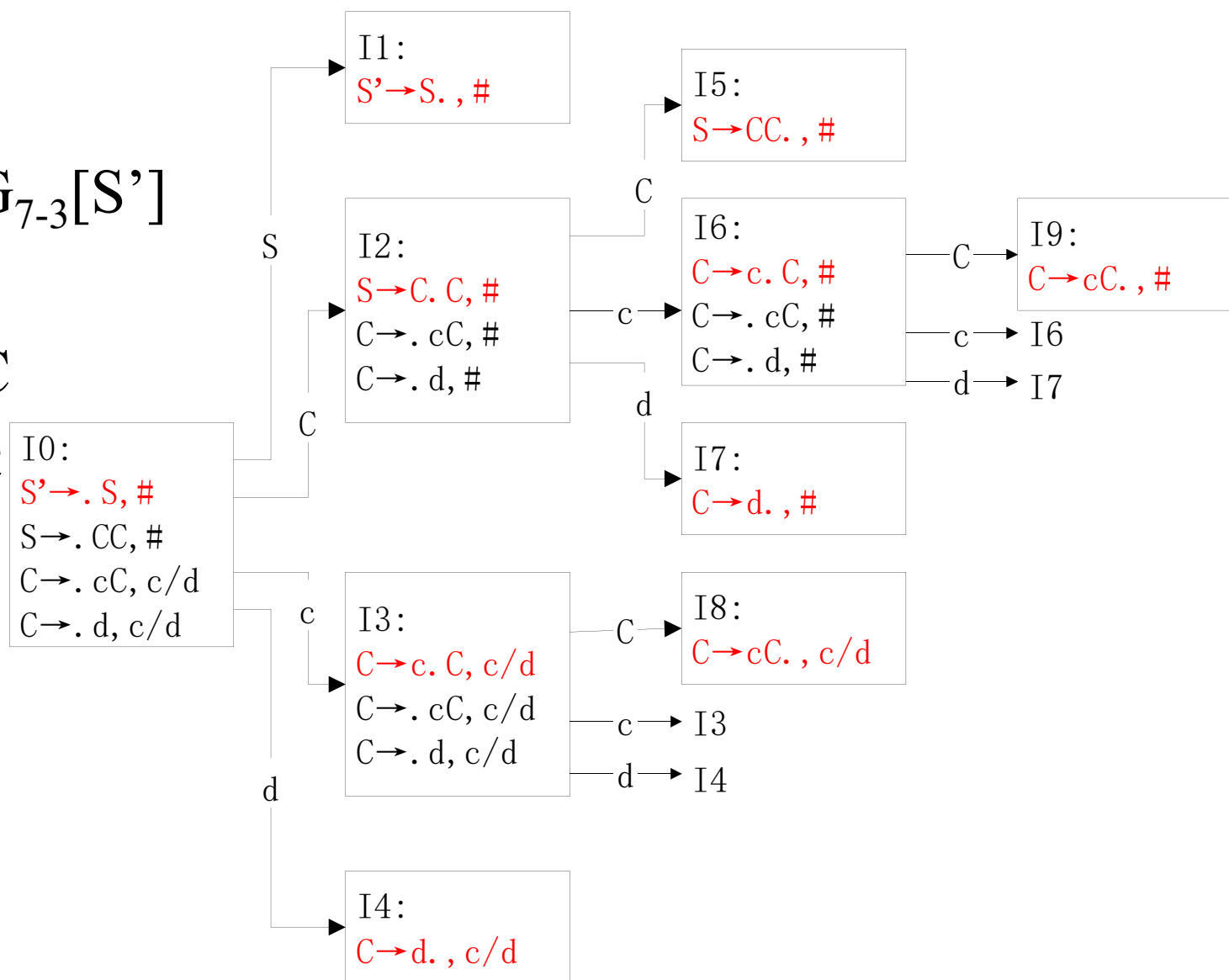
• 例: $G_{7-3}[S']$

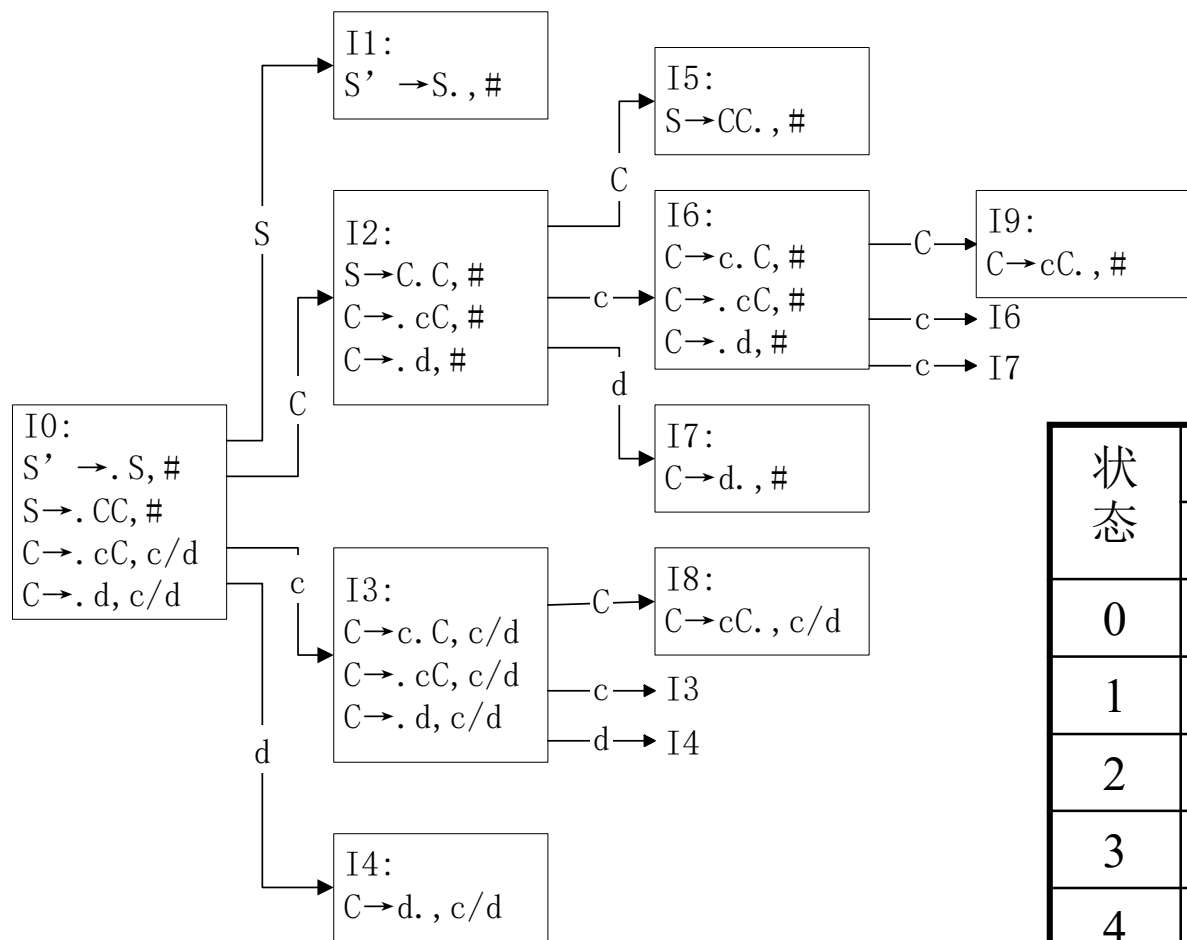
0 $S' \rightarrow S$

1 $S \rightarrow CC$

2 $C \rightarrow cC$

3 $C \rightarrow d$





- 0 $S' \rightarrow S$
- 1 $S \rightarrow CC$
- 2 $C \rightarrow cC$
- 3 $C \rightarrow d$

状态	ACTION			GOTO	
	c	d	#	S	C
0	S3	S4		1	2
1			Acc		
2	S6	S7			5
3	S3	S4			8
4	r3	r3			
5			r1		
6	S6	S7			9
7			r3		
8	r2	r2			
9			r2		

G[S'] LR(1)分析表

例2: $G[Z]$

0 $Z \rightarrow S$

1 $S \rightarrow L=R$

2 $S \rightarrow R$

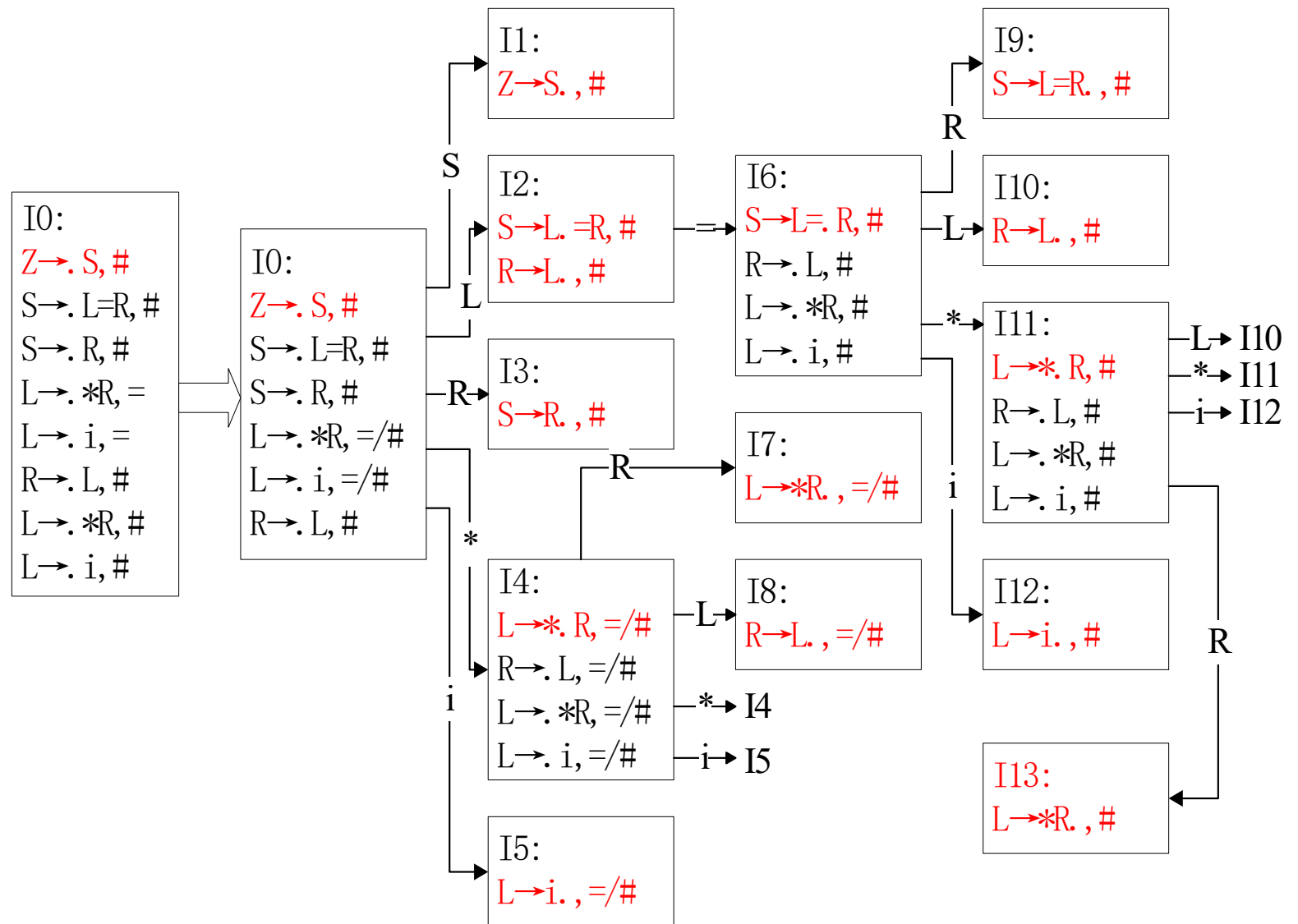
3 $R \rightarrow L$

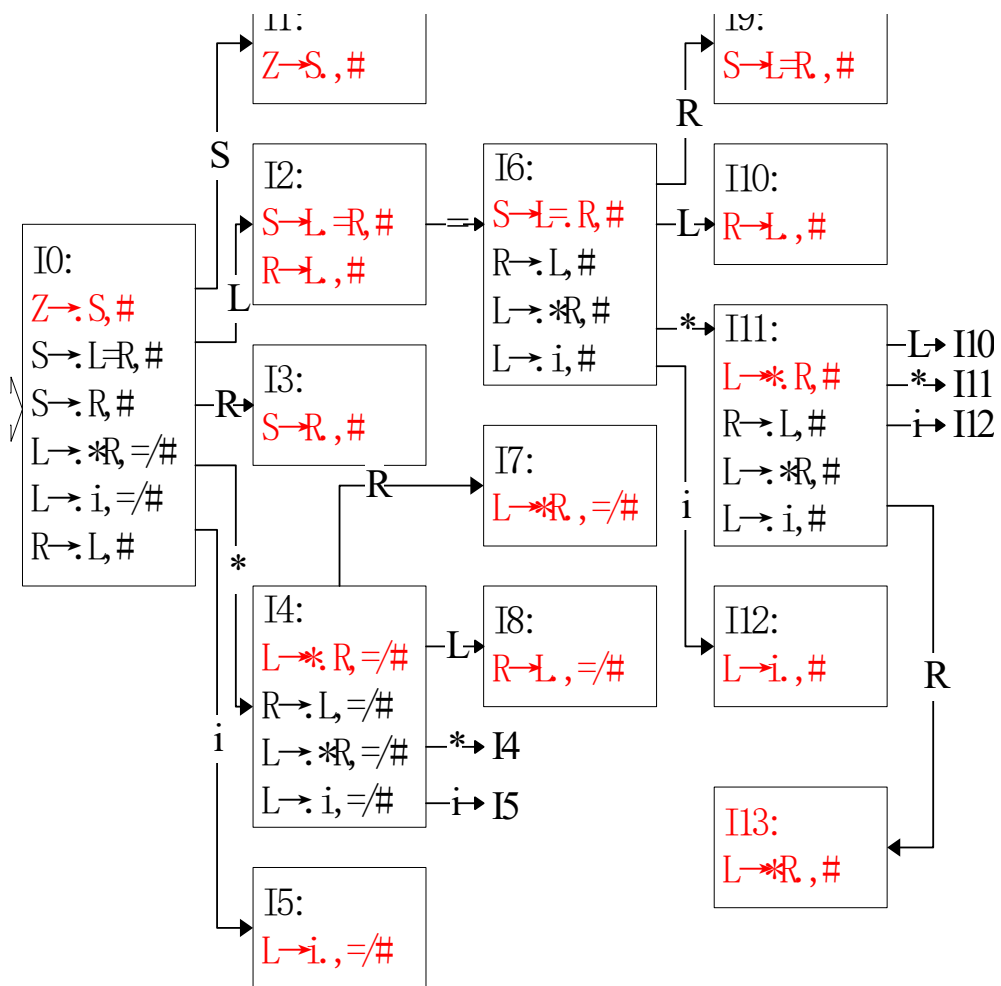
4 $L \rightarrow *R$

5 $L \rightarrow i$

• LR(1) 的项目: $A \rightarrow \alpha.B\beta, b$

• LR(1) 的闭包: $A \rightarrow \alpha.B\beta, b \quad B \rightarrow .\gamma, \text{FIRST}(\beta b)$





- 0 $Z \rightarrow S$
- 1 $S \rightarrow L=R$
- 2 $S \rightarrow R$
- 3 $R \rightarrow L$
- 4 $L \rightarrow *R$
- 5 $L \rightarrow i$

状态	ACTION				GOTO		
	=	*	i	#	S	L	R
0		S4	S5		1	2	3
1				Acc			
2	S6			r3			
3				r2			
4		S4	S5			8	7
5	r5			r5			
6		S11	S12			10	9
7	r4			r4			
8	r3			r3			
9				r1			
10				r3			
11		S11	S12			10	13
12				r5			
13				r4			

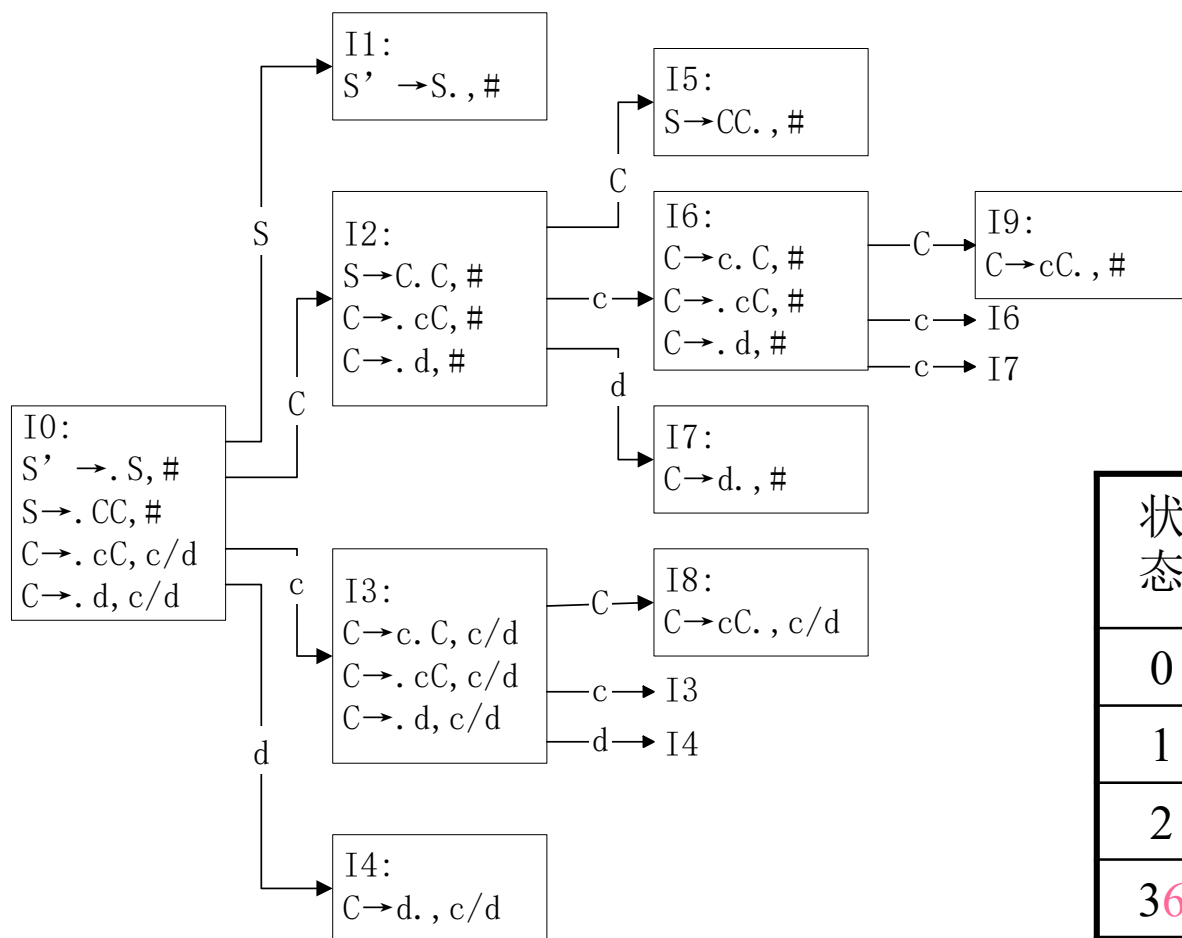
$G[Z]$ LR(1) 分析表

7.5 LALR分析表的构造

LR (1) 的项目集同心：除向前看符号外，项目集内容相同；

同心合并：

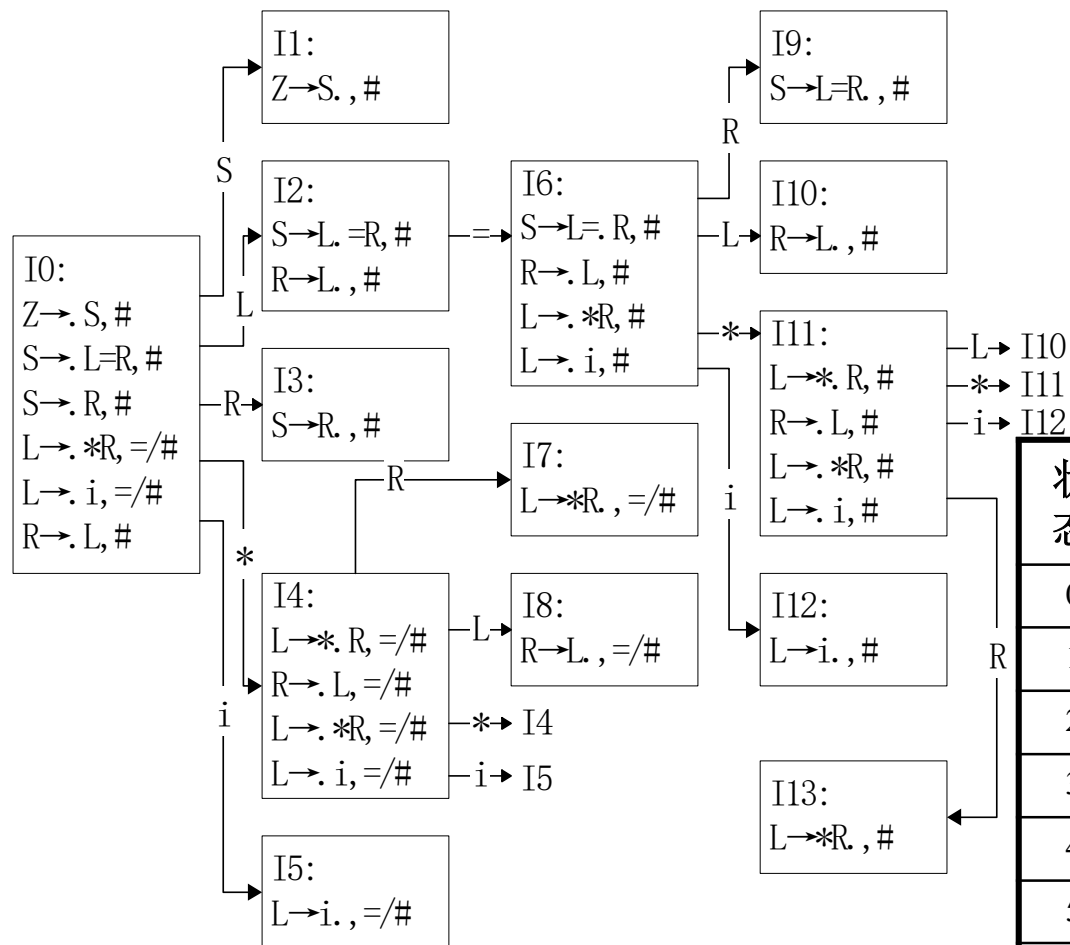
- 不含“移进—归约”冲突；
- 可能“归约—归约”冲突；



0 $S' \rightarrow S$
 1 $S \rightarrow CC$
 2 $C \rightarrow cC$
 3 $C \rightarrow d$

状态	ACTION			GOTO	
	c	d	#	S	C
0	S36	S47		1	2
1			Acc		
2	S36	S47			5
36	S36	S47			89
47	r3	r3	r3		
5			r1		
6	S6	S7			9
7			r3		

例1: $G[S']$
 LALR文法



状态	ACTION				GOTO		
	=	*	i	#	S	L	R
0		S4	S5		1	2	3
1				Acc			
2	S6			r3			
3				r2			
4		S4	S5			8	7
5	r5			r5			
6		S11 ⁴	S12 ⁵			10 ⁸	9
7	r4			r4			
8	r3			r3			
9				r1			
10				r3			
11		S11	S12			10	13
12				r5			
13				r4			

例：LR(0)分析表

(0) $S' \rightarrow S$

(1) $S \rightarrow A$

(2) $S \rightarrow B$

(3) $A \rightarrow aAb$

(4) $A \rightarrow c$

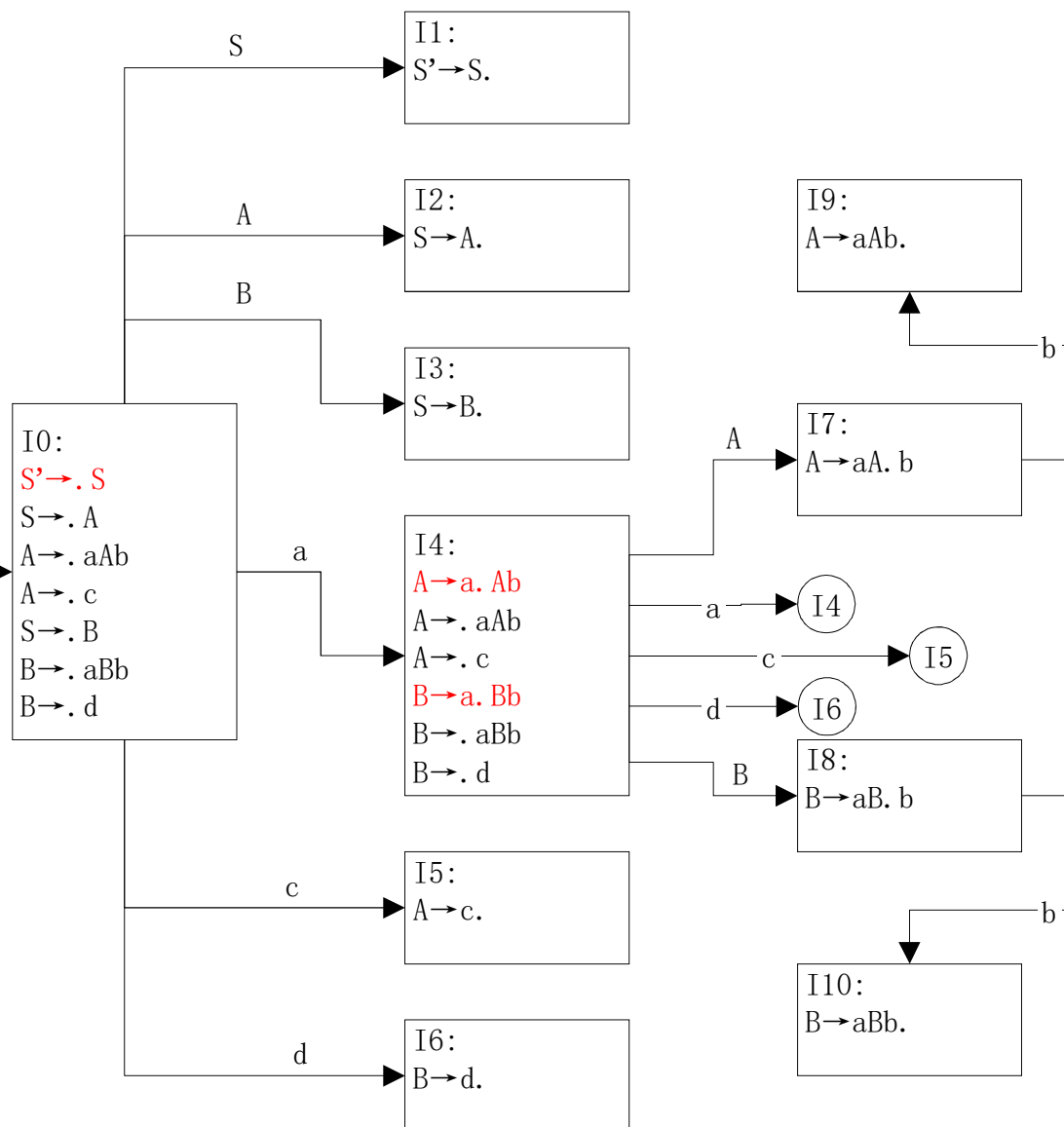
(5) $B \rightarrow aBb$

(6) $B \rightarrow d$

LR(0)分析表

状态	ACTION					GOTO		
	a	b	c	d	#	S	A	B
I0	S4		S5	S6		1	2	3
I1					Ac			
I2	r1	r1	r1	r1	r1			
I3	r2	r2	r2	r2	r2			
I4	S4		S5	S6			7	8
I5	r4	r4	44	r4	r4			
I6	r6	r6	r6	r6	r6			
I7		S9						
I8		S10						
I9	r3	r3	r3	r3	r3			
I10	r5	r5	r5	r5	r5			

LR(0)项目族



例：构造LR(0)分析表

(1) $S \rightarrow E$

(2) $E \rightarrow aA$

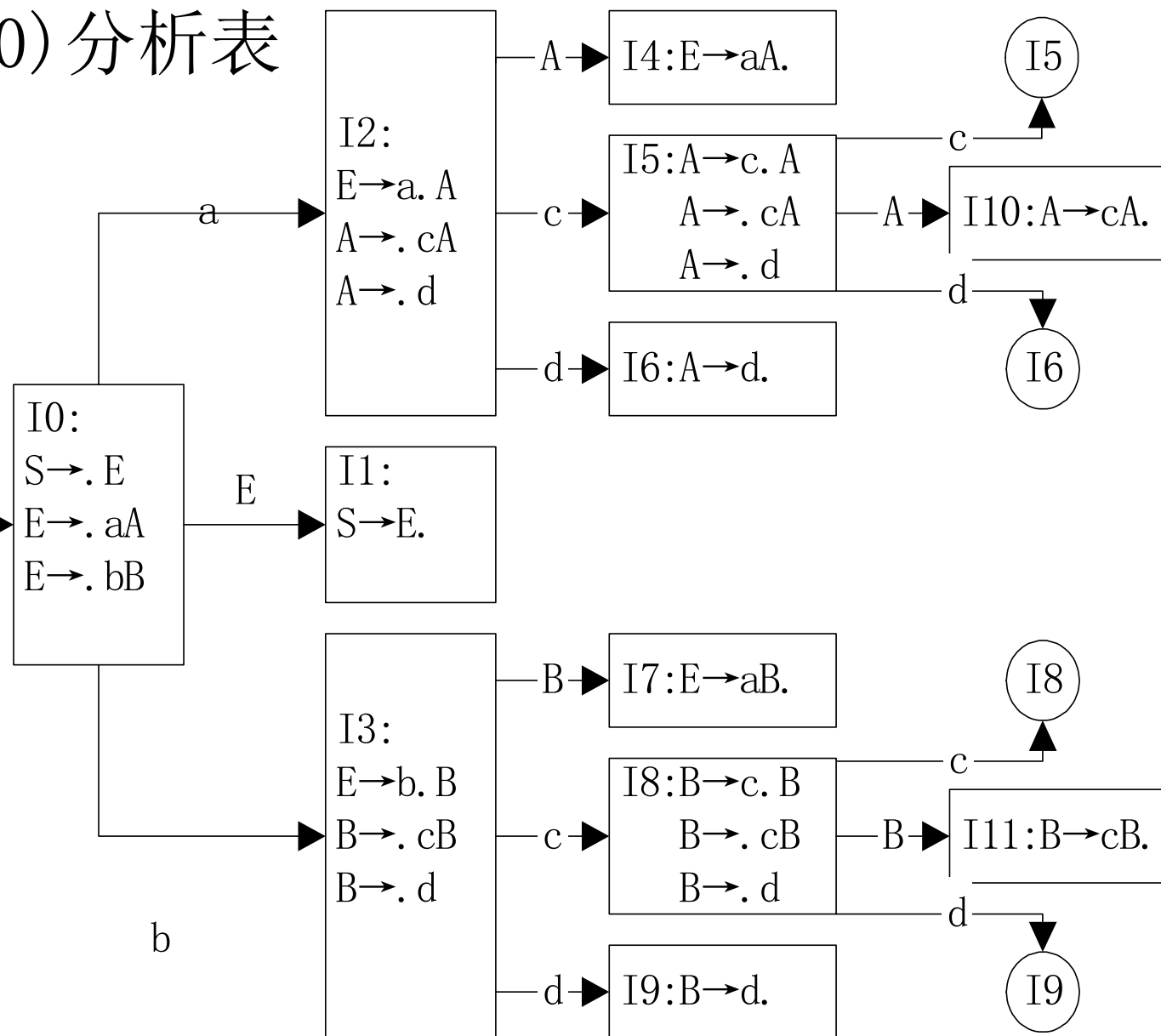
(3) $E \rightarrow bB$

(4) $A \rightarrow cA$

(5) $A \rightarrow d$

(6) $B \rightarrow cB$

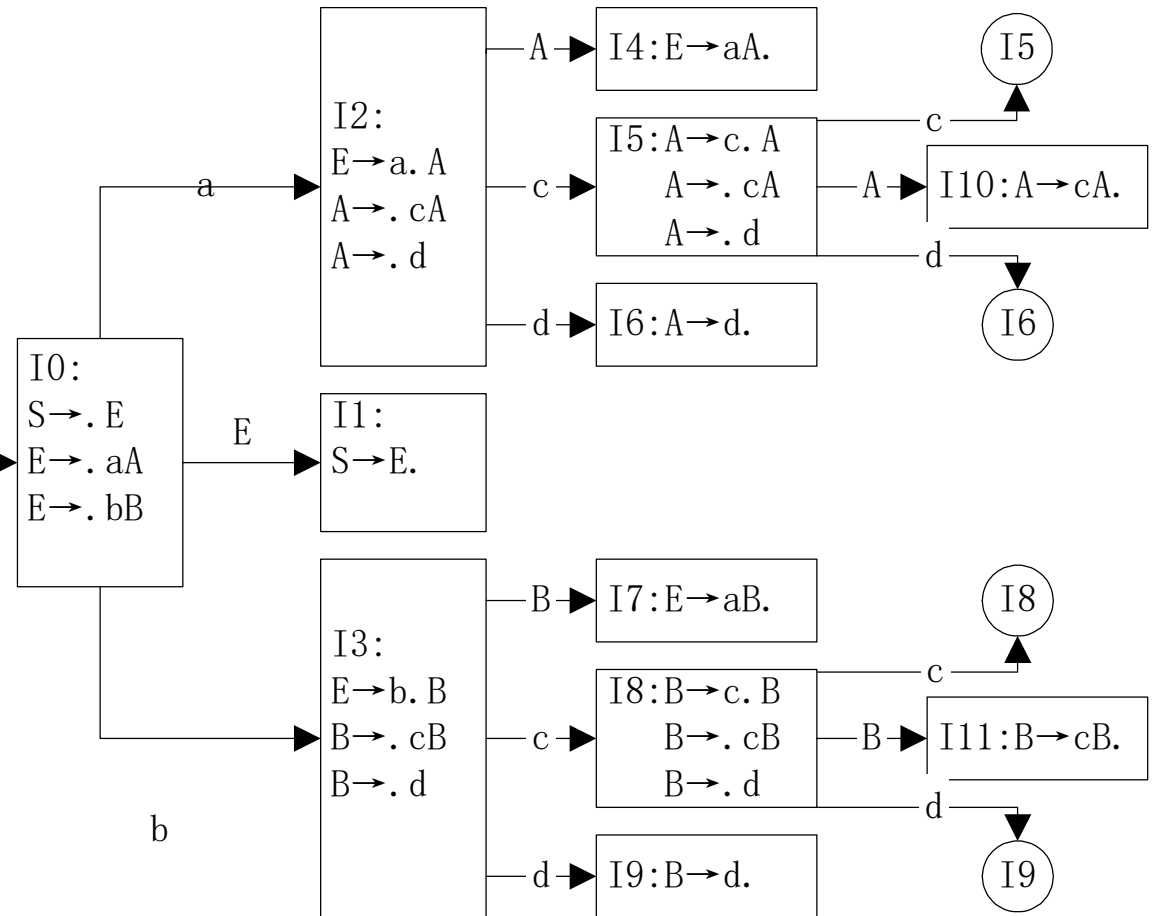
(7) $B \rightarrow d$



例：构造LR(0)分析表

状态	ACTION					GOTO		
	a	b	c	d	#	E	A	B
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								

- (1) $S \rightarrow E$ (2) $E \rightarrow aA$
 (3) $E \rightarrow bB$ (4) $A \rightarrow cA$
 (5) $A \rightarrow d$ (6) $B \rightarrow cB$
 (7) $B \rightarrow d$



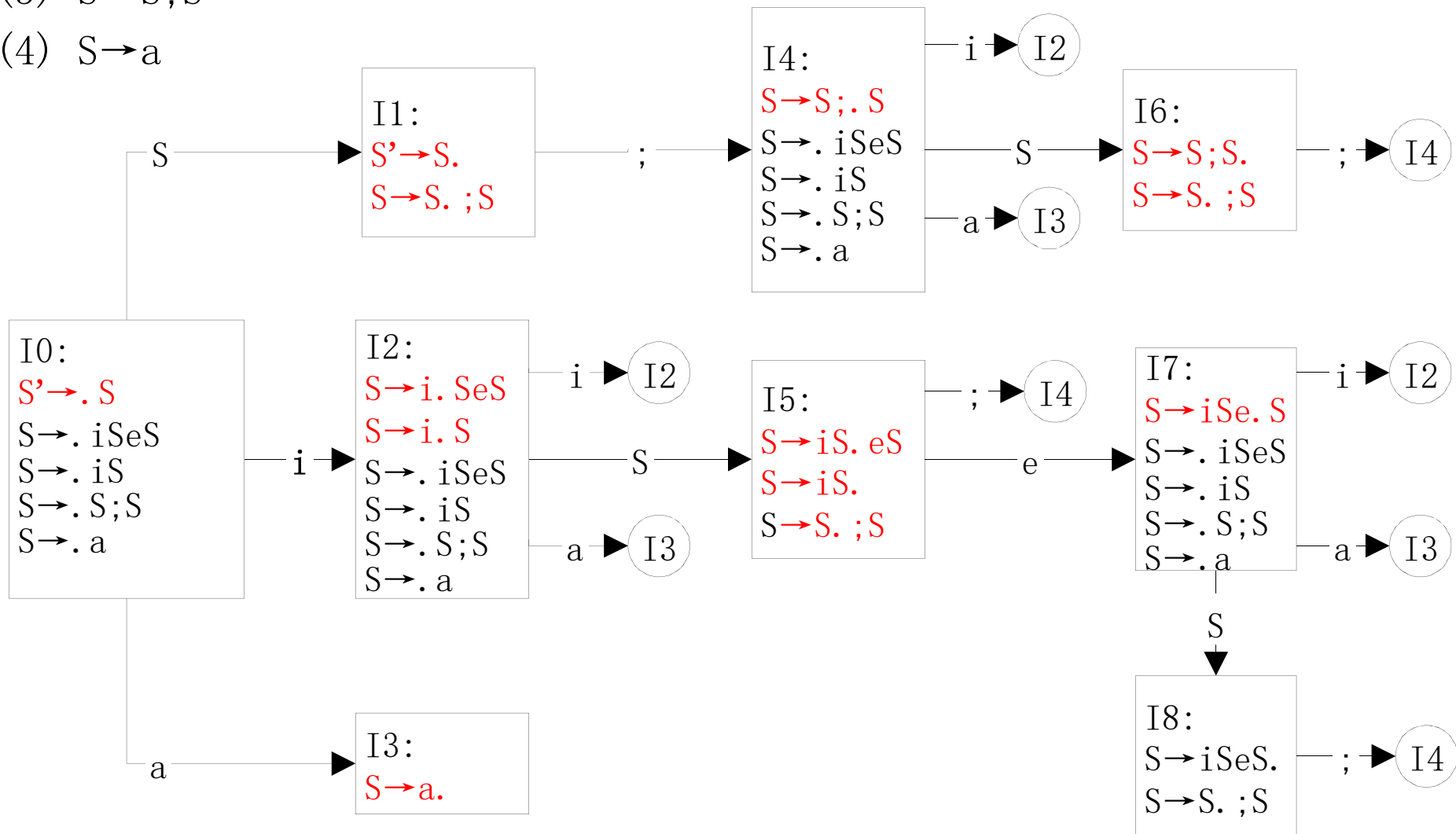
7.6 无二义性规则的使用

- 简单的无二义规则
 1. “移进-归约”冲突，移进优先。
 2. “归约-归约”冲突，序号优先

- 文法 $G[S]$
 - (1) $S \rightarrow IF\ S\ ELSE\ S$
 - (2) $S \rightarrow IF\ S$
 - (3) $S \rightarrow S;S$
 - (4) $S \rightarrow a$
 - 拓广 $G[S']$ ，简化
 - (0) $S' \rightarrow S$
 - (1) $S \rightarrow iSeS$
 - (2) $S \rightarrow iS$
 - (3) $S \rightarrow S;S$
 - (4) $S \rightarrow a$
- $Follow(S) = \{\#, e, ;\}$

- (0) $S' \rightarrow S$
- (1) $S \rightarrow iSeS$
- (2) $S \rightarrow iS$
- (3) $S \rightarrow S;S$
- (4) $S \rightarrow a$

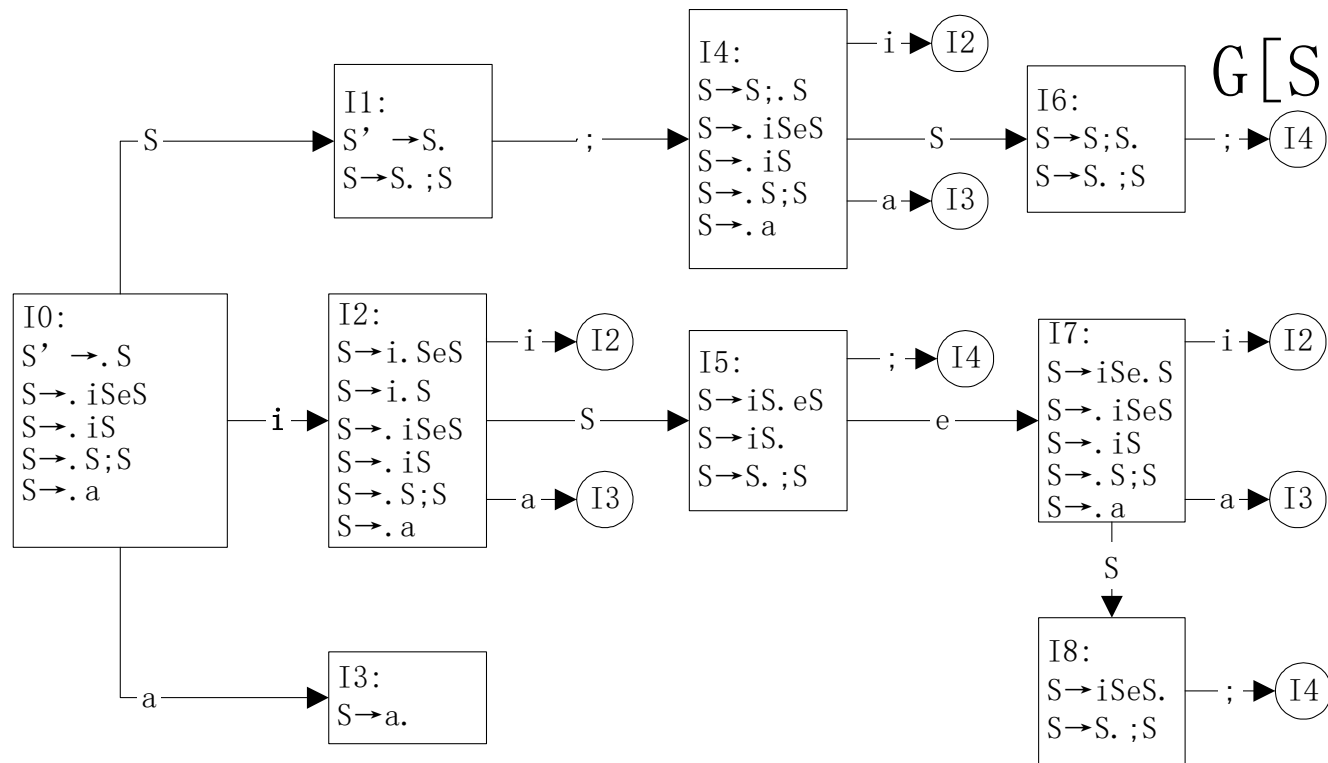
G[S'] 的LR(0) 项目族



G[S']的SLR(1)分析表

- (0) $S' \rightarrow S$
- (1) $S \rightarrow iSeS$
- (2) $S \rightarrow iS$
- (3) $S \rightarrow S;S$
- (4) $S \rightarrow a$

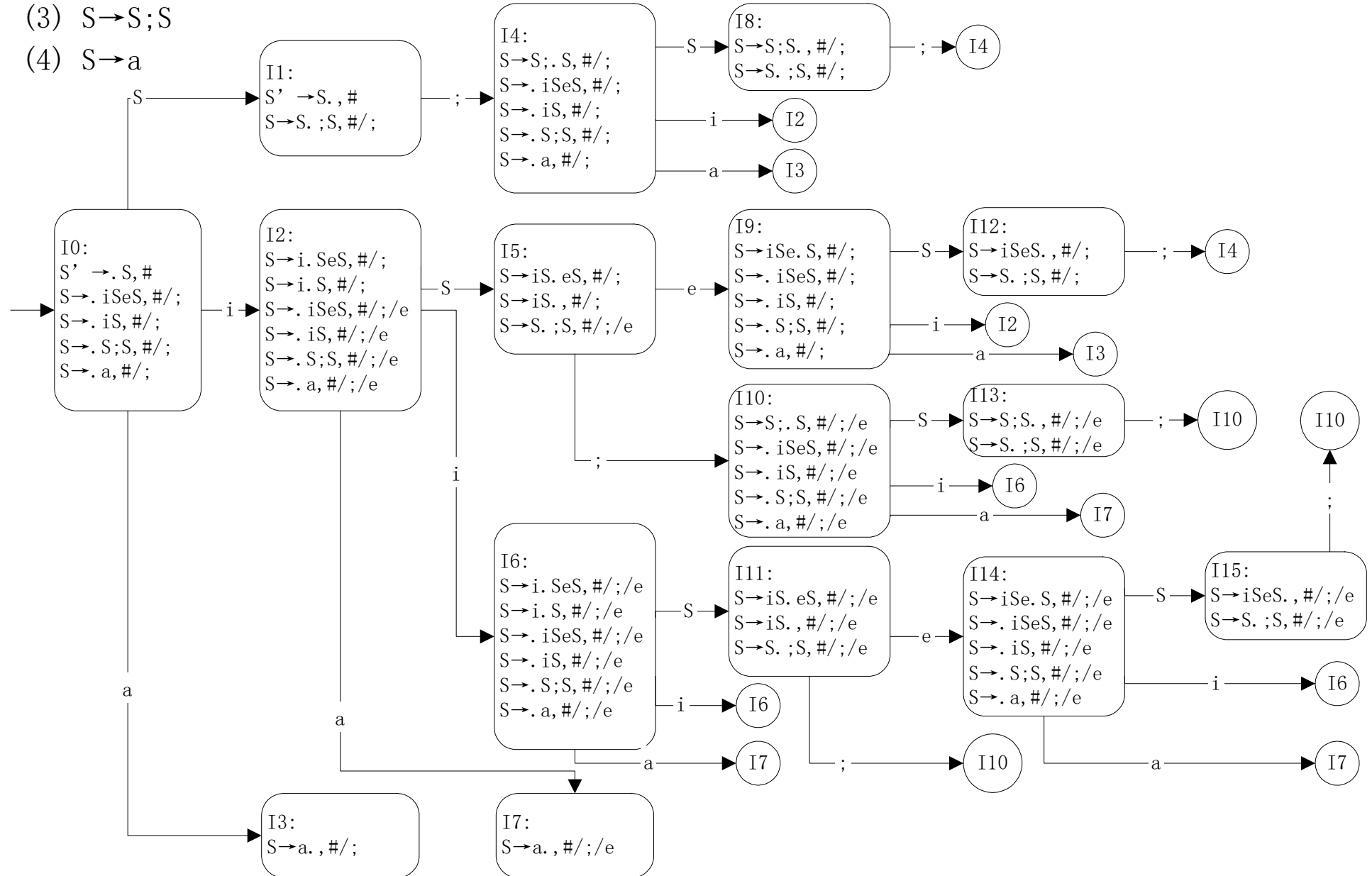
Follow(s) = {#, e, ;}

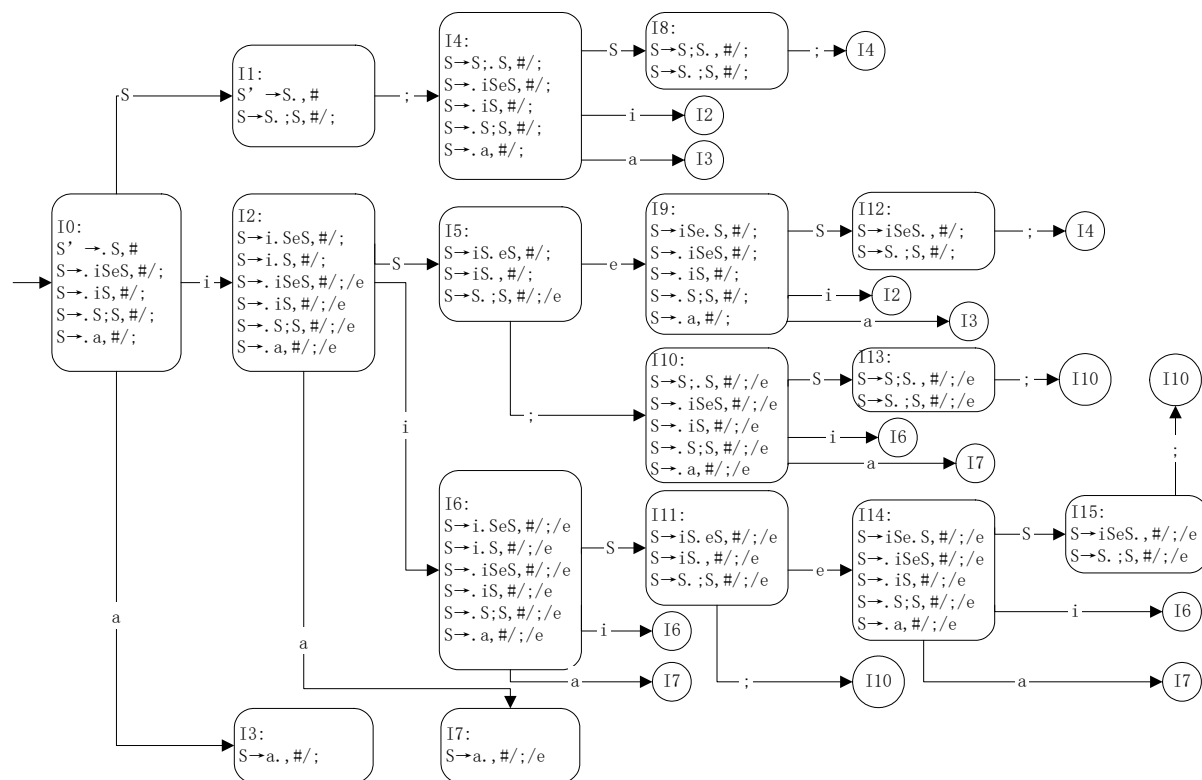


状态	ACTION						状态	ACTION					
	a	e	i	;	#	S		a	e	i	;	#	S
0	s3		s2			1	5		s7		s4	r2	
1				s4	acc		6		r3		s4	r3	
2	s3		s2			5	7	s3		s2			8
3		r4		r4	r4		8		r1		s4	r1	
4	s3		s2			6							

G[S']的LR(1)项目族

- (0) $S' \rightarrow S$
- (1) $S \rightarrow iSeS$
- (2) $S \rightarrow iS$
- (3) $S \rightarrow S;S$
- (4) $S \rightarrow a$





(0) $S' \rightarrow S$

(1) $S \rightarrow iSeS$

(2) $S \rightarrow iS$

(3) $S \rightarrow S;S$

(4) $S \rightarrow a$

• 同心:

2-6 3-7

4-10 5-11

8-13 9-14

12-15

状态	ACTION					
	a	e	i	;	#	S
0	S3		S2			1
1				S4	Acc	
2	S7		S6			5
3				r4	r4	
4	S3		S2			8
5		S9		S10 r2	r2	
6	S7		S6			11
7		r4		r4	r4	
8				S4 r3	r3	
9	S3		S2			12
10	S7		S6			13
11		S14 r2		S10 r2	r2	
12				S4 r1	r1	
13				S4 r3	r3	
14	S7		S6			15
15		r1		S10 r1	r1	

7.7 小结

1. LR分析程序
2. LR分析表的自动构造
3. 文法间的关系
4. LR文法的几个结论

作业

LR (1) 项目族和分析表;

$$(0) S' \rightarrow S$$

$$(1) S \rightarrow Aa$$

$$(2) S \rightarrow dAb$$

$$(3) S \rightarrow Bb$$

$$(4) S \rightarrow dBa$$

$$(5) A \rightarrow c$$

$$(6) B \rightarrow c$$