

《离散数学》试题及答案

一、选择或填空

(数理逻辑部分)

1、下列哪些公式为永真蕴含式? ()

(1) $\neg Q \Rightarrow Q \rightarrow P$ (2) $\neg Q \Rightarrow P \rightarrow Q$ (3) $P \Rightarrow P \rightarrow Q$ (4) $\neg P \wedge (P \vee Q) \Rightarrow \neg P$

答: (1), (4)

2、下列公式中哪些是永真式? ()

(1) $(\neg P \wedge Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg R)$ (2) $P \rightarrow (Q \rightarrow Q)$ (3) $(P \wedge Q) \rightarrow P$ (4) $P \rightarrow (P \vee Q)$

答: (2), (3), (4)

3、设有下列公式, 请问哪几个是永真蕴涵式? ()

(1) $P \Rightarrow P \wedge Q$ (2) $P \wedge Q \Rightarrow P$ (3) $P \wedge Q \Rightarrow P \vee Q$
(4) $P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q$ (5) $\neg (P \rightarrow Q) \Rightarrow P$ (6) $\neg P \wedge (P \vee Q) \Rightarrow \neg P$

答: (2), (3), (4), (5), (6)

4、公式 $\forall x ((A(x) \rightarrow B(y, x)) \wedge \exists z C(y, z)) \rightarrow D(x)$ 中, 自由变元是(), 约束变元是()。

答: x, y , x, z

5、判断下列语句是不是命题。若是, 给出命题的真值。()

(1) 北京是中华人民共和国的首都。 (2) 陕西师大是一座工厂。
(3) 你喜欢唱歌吗? (4) 若 $7+8 > 18$, 则三角形有 4 条边。
(5) 前进! (6) 给我一杯水吧!

答: (1) 是, T (2) 是, F (3) 不是

(4) 是, T (5) 不是 (6) 不是

6、命题“存在一些人是大学生”的否定是(), 而命题“所有的人都是要死的”的否定是()。

答: 所有人都不是大学生, 有些人不会死

7、设 P: 我生病, Q: 我去学校, 则下列命题可符号化为()。

- (1) 只有在生病时,我才不去学校 (2) 若我生病,则我不去学校
 (3) 当且仅当我生病时,我才不去学校 (4) 若我不生病,则我一定去学校

答: (1) $\neg Q \rightarrow P$ (2) $P \rightarrow \neg Q$ (3) $P \leftrightarrow \neg Q$ (4) $\neg P \rightarrow Q$

8、设个体域为整数集,则下列公式的意义是()。

- (1) $\forall x \exists y (x+y=0)$ (2) $\exists y \forall x (x+y=0)$

答: (1) 对任一整数 x 存在整数 y 满足 $x+y=0$ (2) 存在整数 y 对任一整数 x 满足 $x+y=0$

9、设全体域 D 是正整数集合,确定下列命题的真值:

- (1) $\forall x \exists y (xy=y)$ () (2) $\exists x \forall y (x+y=y)$ ()
 (3) $\exists x \forall y (x+y=x)$ () (4) $\forall x \exists y (y=2x)$ ()

答: (1) F (2) F (3) F (4) T

10、设谓词 $P(x)$: x 是奇数, $Q(x)$: x 是偶数,谓词公式 $\exists x (P(x) \vee Q(x))$ 在哪个个体域中为真?()

- (1) 自然数 (2) 实数 (3) 复数 (4) (1) — (3) 均成立

答: (1)

11、命题“2 是偶数或-3 是负数”的否定是()。

答: 2 不是偶数且-3 不是负数。

12、永真式的否定是()

- (1) 永真式 (2) 永假式 (3) 可满足式 (4) (1) — (3) 均有可能

答: (2)

13、公式 $(\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ 化简为(), 公式 $Q \rightarrow (P \vee (P \wedge Q))$ 可化简为()。

答: $\neg P$, $Q \rightarrow P$

14、谓词公式 $\forall x (P(x) \vee \exists y R(y)) \rightarrow Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是()。

答: $P(x) \vee \exists y R(y)$

15、令 $R(x)$: x 是实数, $Q(x)$: x 是有理数。则命题“并非每个实数都是有理数”的符号化表示为()。

答: $\neg \forall x (R(x) \rightarrow Q(x))$

(集合论部分)

16、设 $A = \{a, \{a\}\}$ ，下列命题错误的是 ()。

- (1) $\{a\} \in P(A)$ (2) $\{a\} \subseteq P(A)$ (3) $\{\{a\}\} \in P(A)$ (4) $\{\{a\}\} \subseteq P(A)$

答: (2)

17、在 0 () Φ 之间写上正确的符号。

- (1) $=$ (2) \subseteq (3) \in (4) \notin

答: (4)

18、若集合 S 的基数 $|S|=5$ ，则 S 的幂集的基数 $|P(S)| =$ ()。

答: 32

19、设 $P = \{x \mid (x+1)^2 \leq 4 \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{x \mid 5 \leq x^2 + 16 \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$, 则下列命题哪个正确 ()

- (1) $Q \subset P$ (2) $Q \subseteq P$ (3) $P \subset Q$ (4) $P = Q$

答: (3)

20、下列各集合中，哪几个分别相等 ()。

- (1) $A_1 = \{a, b\}$ (2) $A_2 = \{b, a\}$ (3) $A_3 = \{a, b, a\}$ (4) $A_4 = \{a, b, c\}$
(5) $A_5 = \{x \mid (x-a)(x-b)(x-c)=0\}$ (6) $A_6 = \{x \mid x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$

答: $A_1 = A_2 = A_3 = A_6$, $A_4 = A_5$

21、若 $A - B = \Phi$ ，则下列哪个结论不可能正确? ()

- (1) $A = \Phi$ (2) $B = \Phi$ (3) $A \subset B$ (4) $B \subset A$

答: (4)

22、判断下列命题哪个为真? ()

- (1) $A - B = B - A \Rightarrow A = B$ (2) 空集是任何集合的真子集
(3) 空集只是非空集合的子集 (4) 若 A 的一个元素属于 B ，则 $A = B$

答: (1)

23、判断下列命题哪几个为正确? ()

- (1) $\{\Phi\} \in \{\Phi, \{\{\Phi\}\}\}$ (2) $\{\Phi\} \subseteq \{\Phi, \{\{\Phi\}\}\}$ (3) $\Phi \in \{\{\Phi\}\}$
 (4) $\Phi \subseteq \{\Phi\}$ (5) $\{a, b\} \in \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$

答: (2), (4)

24、判断下列命题哪几个正确? ()

- (1) 所有空集都不相等 (2) $\{\Phi\} \neq \Phi$ (4) 若 A 为非空集, 则 $A \subset A$ 成立。

答: (2)

25、设 $A \cap B = A \cap C$, $\bar{A} \cap B = \bar{A} \cap C$, 则 B () C 。

答: = (等于)

26、判断下列命题哪几个正确? ()

- (1) 若 $A \cup B = A \cup C$, 则 $B = C$ (2) $\{a, b\} = \{b, a\}$
 (3) $P(A \cap B) \neq P(A) \cap P(B)$ ($P(S)$ 表示 S 的幂集)
 (4) 若 A 为非空集, 则 $A \neq A \cup A$ 成立。

答: (2)

27、 A, B, C 是三个集合, 则下列哪几个推理正确:

- (1) $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$ (2) $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \in B$ (3) $A \in B, B \in C \Rightarrow A \in C$

答: (1)

(二元关系部分)

28、设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 从 A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x = y^2\}$, 求 (1) R (2) R^{-1} 。

答: (1) $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$ (2) $R^{-1} = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$

29、举出集合 A 上的既是等价关系又是偏序关系的一个例子。()

答: A 上的恒等关系

30、集合 A 上的等价关系的三个性质是什么? ()

答: 自反性、对称性和传递性

31、集合 A 上的偏序关系的三个性质是什么? ()

答: 自反性、反对称性和传递性

32、设 $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ， A 上的关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$

求 (1) $R \circ R$ (2) R^{-1} 。

答: $R \circ R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$

$R^{-1} = \{\langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$

33、设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， R 是 A 上的整除关系，求 $R = \{(\quad)\}$ 。

答: $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 6, 6 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 1, 6 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$

34、设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ，从 A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x = 2y\}$ ，

求 (1) R (2) R^{-1} 。

答: (1) $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 6, 3 \rangle\}$ (2) $R^{-1} = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$

35、设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ，从 A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x = y^2\}$ ，

求 R 和 R^{-1} 的关系矩阵。

答: R 的关系矩阵 = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ R^{-1} 的关系矩阵 = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

36、集合 $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ 上的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x + y = 10, x, y \in A\}$ ，则 R 的性质为 ()。

(1) 自反的 (2) 对称的 (3) 传递的, 对称的 (4) 传递的

答: (2)

(代数结构部分)

37、设 $A = \{2, 4, 6\}$ ， A 上的二元运算 $*$ 定义为: $a * b = \max\{a, b\}$ ，则在独异点 $\langle A, * \rangle$ 中，单位元是 ()，零元是 ()。

答: 2, 6

38、设 $A = \{3, 6, 9\}$ ， A 上的二元运算 $*$ 定义为: $a * b = \min\{a, b\}$ ，则在独异点 $\langle A, * \rangle$ 中，单位元是 ()，零元是 ()；

答: 9, 3

(半群与群部分)

39、设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群, 则

(1) 若 $a, b, x \in G$, $a * x = b$, 则 $x = (\quad)$;

(2) 若 $a, b, x \in G$, $a * x = a * b$, 则 $x = (\quad)$ 。

答: (1) $a^{-1} * b$ (2) b

40、设 a 是 12 阶群的生成元, 则 a^2 是 (\quad) 阶元素, a^3 是 (\quad) 阶元素。

答: 6, 4

41、代数系统 $\langle G, * \rangle$ 是一个群, 则 G 的等幂元是 (\quad) 。

答: 单位元

42、设 a 是 10 阶群的生成元, 则 a^4 是 (\quad) 阶元素, a^3 是 (\quad) 阶元素。

答: 5, 10

43、群 $\langle G, * \rangle$ 的等幂元是 (\quad) , 有 (\quad) 个。

答: 单位元, 1

44、素数阶群一定是 (\quad) 群, 它的生成元是 (\quad) 。

答: 循环群, 任一非单位元

45、设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群, $a, b, c \in G$, 则

(1) 若 $c * a = b$, 则 $c = (\quad)$; (2) 若 $c * a = b * a$, 则 $c = (\quad)$ 。

答: (1) $b * a^{-1}$ (2) b

46、 $\langle H, *, * \rangle$ 是 $\langle G, *, * \rangle$ 的子群的充分必要条件是 (\quad) 。

答: $\langle H, *, * \rangle$ 是群 或 $\forall a, b \in G, a * b \in H, a^{-1} \in H$ 或 $\forall a, b \in G, a * b^{-1} \in H$

47、群 $\langle A, * \rangle$ 的等幂元有 (\quad) 个, 是 (\quad) , 零元有 (\quad) 个。

答: 1, 单位元, 0

48、在一个群 $\langle G, * \rangle$ 中, 若 G 中的元素 a 的阶是 k , 则 a^{-1} 的阶是 (\quad) 。

答: k

49、在自然数集 N 上, 下列哪种运算是可结合的? (\quad)

- (1) $a*b=a-b$ (2) $a*b=\max\{a, b\}$ (3) $a*b=a+2b$ (4) $a*b=|a-b|$

答: (2)

50、任意一个具有 2 个或以上元的半群, 它 ()。

- (1) 不可能是群 (2) 不一定是群
(3) 一定是群 (4) 是交换群

答: (1)

51、6 阶有限群的任何子群一定不是 ()。

- (1) 2 阶 (2) 3 阶 (3) 4 阶 (4) 6 阶

答: (3)

(格与布尔代数部分)

52、下列哪个偏序集构成有界格 ()

- (1) (N, \leq) (2) (Z, \geq)
(3) $(\{2, 3, 4, 6, 12\}, |)$ (整除关系) (4) $(P(A), \subseteq)$

答: (4)

53、有限布尔代数的元素的个数一定等于 ()。

- (1) 偶数 (2) 奇数 (3) 4 的倍数 (4) 2 的正整数次幂

答: (4)

(图论部分)

54、设 G 是一个哈密尔顿图, 则 G 一定是 ()。

- (1) 欧拉图 (2) 树 (3) 平面图 (4) 连通图

答: (4)

55、下面给出的集合中, 哪一个是前缀码? ()

- (1) $\{0, 10, 110, 101111\}$ (2) $\{01, 001, 000, 1\}$
(3) $\{b, c, aa, ab, aba\}$ (4) $\{1, 11, 101, 001, 0011\}$

答: (2)

56、一个图的哈密尔顿路是一条通过图中()的路。

答: 所有结点一次且恰好一次

57、在有向图中, 结点 v 的出度 $\deg^+(v)$ 表示(), 入度 $\deg^-(v)$ 表示()。

答: 以 v 为起点的边的条数, 以 v 为终点的边的条数

58、设 G 是一棵树, 则 G 的生成树有()棵。

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 不能确定

答: 1

59、 n 阶无向完全图 K_n 的边数是(), 每个结点的度数是()。

答: $\frac{n(n-1)}{2}$, $n-1$

60、一棵无向树的顶点数 n 与边数 m 关系是()。

答: $m=n-1$

61、一个图的欧拉回路是一条通过图中()的回路。

答: 所有边一次且恰好一次

62、有 n 个结点的树, 其结点度数之和是()。

答: $2n-2$

63、下面给出的集合中, 哪一个不是前缀码()。

(1) $\{a, ab, 110, a1b11\}$ (2) $\{01, 001, 000, 1\}$
(3) $\{1, 2, 00, 01, 0210\}$ (4) $\{12, 11, 101, 002, 0011\}$

答: (1)

64、 n 个结点的有向完全图边数是(), 每个结点的度数是()。

答: $n(n-1)$, $2n-2$

65、一个无向图有生成树的充分必要条件是()。

答: 它是连通图

66、设 G 是一棵树, n, m 分别表示顶点数和边数, 则

(1) $n=m$ (2) $m=n+1$ (3) $n=m+1$ (4) 不能确定。

答: (3)

67、设 $T = \langle V, E \rangle$ 是一棵树，若 $|V| > 1$ ，则 T 中至少存在()片树叶。

答: 2

68、任何连通无向图 G 至少有()棵生成树，当且仅当 G 是()， G 的生成树只有一棵。

答: 1, 树

69、设 G 是有 n 个结点 m 条边的连通平面图，且有 k 个面，则 k 等于:

(1) $m-n+2$ (2) $n-m-2$ (3) $n+m-2$ (4) $m+n+2$ 。

答: (1)

70、设 T 是一棵树，则 T 是一个连通且()图。

答: 无简单回路

71、设无向图 G 有 16 条边且每个顶点的度数都是 2，则图 G 有()个顶点。

(1) 10 (2) 4 (3) 8 (4) 16

答: (4)

72、设无向图 G 有 18 条边且每个顶点的度数都是 3，则图 G 有()个顶点。

(1) 10 (2) 4 (3) 8 (4) 12

答: (4)

73、设图 $G = \langle V, E \rangle$ ， $V = \{a, b, c, d, e\}$ ， $E = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, e \rangle\}$ ，则 G 是有向图还是无向图？

答: 有向图

74、任一有向图中，度数为奇数的结点有()个。

答: 偶数

75、具有 6 个顶点，12 条边的连通简单平面图中，每个面都是由()条边围成？

(1) 2 (2) 4 (3) 3 (4) 5

答: (3)

76、在有 n 个顶点的连通图中，其边数()。

(1) 最多有 $n-1$ 条 (2) 至少有 $n-1$ 条

- (3) 最多有 n 条 (4) 至少有 n 条

答: (2)

77、一棵树有 2 个 2 度顶点, 1 个 3 度顶点, 3 个 4 度顶点, 则其 1 度顶点为()。

- (1) 5 (2) 7 (3) 8 (4) 9

答: (4)

78、若一棵完全二元(叉)树有 $2n-1$ 个顶点, 则它()片树叶。

- (1) n (2) $2n$ (3) $n-1$ (4) 2

答: (1)

79、下列哪一种图不一定是树()。

- (1) 无简单回路的连通图 (2) 有 n 个顶点 $n-1$ 条边的连通图
(3) 每对顶点间都有通路的图 (4) 连通但删去一条边便不连通的图

答: (3)

80、连通图 G 是一棵树当且仅当 G 中()。

- (1) 有些边是割边 (2) 每条边都是割边
(3) 所有边都不是割边 (4) 图中存在一条欧拉路径

答: (2)

(数理逻辑部分)

二、求下列各公式的主析取范式和主合取范式:

1、 $(P \rightarrow Q) \wedge R$

解: $(P \rightarrow Q) \wedge R \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge R$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge R) \vee (Q \wedge R) \quad (\text{析取范式})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge R) \vee ((\neg P \vee P) \wedge Q \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \quad (\text{主析取范式})$$

$$\neg((P \rightarrow Q) \wedge R) \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R)$$

$$\vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \text{ (原公式否定的主析取范式)}$$

$$(P \rightarrow Q) \wedge R \Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R)$$

$$\wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \text{ (主合取范式)}$$

$$2、(P \wedge R) \vee (Q \wedge R) \vee \neg P$$

$$\text{解: } (P \wedge R) \vee (Q \wedge R) \vee \neg P \text{ (析取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge R) \vee ((P \vee \neg P) \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge (R \vee \neg R))$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$$

$$\vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \text{ (主析取范式)}$$

$$\neg ((P \wedge R) \vee (Q \wedge R) \vee \neg P)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \text{ (原公式否定的主析取范式)}$$

$$(P \wedge R) \vee (Q \wedge R) \vee \neg P \Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \text{ (主合取范式)}$$

$$3、(\neg P \rightarrow Q) \wedge (R \vee P)$$

$$\text{解: } (\neg P \rightarrow Q) \wedge (R \vee P)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (R \vee P) \text{ (合取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee (R \wedge \neg R)) \wedge (P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \text{ (主合取范式)}$$

$$\neg ((\neg P \rightarrow Q) \wedge (R \vee P))$$

$$\Leftrightarrow (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R)$$

$$\wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \text{ (原公式否定的主合取范式)}$$

$$(\neg P \rightarrow Q) \wedge (R \vee P)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R)$$

$$\text{(主析取范式)}$$

$$4、Q \rightarrow (P \vee \neg R)$$

$$\text{解: } Q \rightarrow (P \vee \neg R)$$

$$\Leftrightarrow \neg Q \vee P \vee \neg R \text{ (主合取范式)}$$

$$\neg (Q \rightarrow (P \vee \neg R))$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \\ \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R) \quad (\text{原公式否定的主合取范式})$$

$$Q \rightarrow (P \vee \neg R)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \\ \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \quad (\text{主析取范式})$$

$$5、P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$$

$$\text{解: } P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (P \wedge (\neg Q \vee P))$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee P$$

$$\Leftrightarrow T \quad (\text{主合取范式})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \quad (\text{主析取范式})$$

$$6、\neg(P \rightarrow Q) \vee (R \wedge P)$$

$$\text{解: } \neg(P \rightarrow Q) \vee (R \wedge P) \Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \vee (R \wedge P)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (R \wedge P) \quad (\text{析取范式})$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge (R \vee \neg R)) \vee (P \wedge (\neg Q \vee Q) \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \quad (\text{主析取范式})$$

$$\neg(\neg(P \rightarrow Q) \vee (R \wedge P)) \Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$$

$$\vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \quad (\text{原公式否定的主析取范式})$$

$$\neg(P \rightarrow Q) \vee (R \wedge P) \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R)$$

$$\wedge (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \quad (\text{主合取范式})$$

$$7、P \vee (P \rightarrow Q)$$

$$\text{解: } P \vee (P \rightarrow Q) \Leftrightarrow P \vee (\neg P \vee Q) \Leftrightarrow (P \vee \neg P) \vee Q$$

$$\Leftrightarrow T \quad (\text{主合取范式})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \quad (\text{主析取范式})$$

$$8、(R \rightarrow Q) \wedge P$$

$$\text{解: } (R \rightarrow Q) \wedge P \Leftrightarrow (\neg R \vee Q) \wedge P$$

$$\Leftrightarrow (\neg R \wedge P) \vee (Q \wedge P) \quad (\text{析取范式})$$

$$\Leftrightarrow (\neg R \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge P) \vee ((\neg R \vee R) \wedge Q \wedge P)$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (\neg R \wedge Q \wedge P) \vee (\neg R \wedge \neg Q \wedge P) \vee (\neg R \wedge Q \wedge P) \vee (R \wedge Q \wedge P) \\
&\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \quad (\text{主析取范式}) \\
\neg((R \rightarrow Q) \wedge P) &\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \\
&\quad \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \quad (\text{原公式否定的主析取范式}) \\
(R \rightarrow Q) \wedge P &\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \\
&\quad \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \quad (\text{主合取范式})
\end{aligned}$$

9、 $P \rightarrow Q$

解: $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$ (主合取范式)

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (\neg P \wedge (Q \vee \neg Q)) \vee ((\neg P \vee P) \wedge Q) \\
&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge Q) \\
&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \quad (\text{主析取范式})
\end{aligned}$$

10、 $P \vee \neg Q$

解: $P \vee \neg Q$ (主合取范式)

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (P \wedge (\neg Q \vee Q)) \vee ((\neg P \vee P) \wedge \neg Q) \\
&\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge \neg Q) \\
&\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \quad (\text{主析取范式})
\end{aligned}$$

11、 $P \wedge Q$

解: $P \wedge Q$ (主析取范式) $\Leftrightarrow (P \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge ((P \wedge \neg P) \vee Q)$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q) \wedge (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q) \\
&\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q) \quad (\text{主合取范式})
\end{aligned}$$

12、 $(P \vee R) \rightarrow Q$

解: $(P \vee R) \rightarrow Q$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \neg(P \vee R) \vee Q \\
&\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg R) \vee Q \\
&\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q) \quad (\text{合取范式}) \\
&\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee (R \wedge \neg R)) \wedge ((\neg P \wedge P) \vee Q \vee \neg R) \\
&\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \\
&\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \\
&\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \quad (\text{主合取范式})
\end{aligned}$$

$$\neg (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \quad (\text{原公式否定的主析取范式})$$

$$(P \vee R) \rightarrow Q$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \quad (\text{主析取范式})$$

$$13. (P \rightarrow Q) \rightarrow R$$

$$\text{解: } (P \rightarrow Q) \rightarrow R$$

$$\Leftrightarrow \neg (\neg P \vee Q) \vee R$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee R \quad (\text{析取范式})$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge (R \vee \neg R)) \vee ((P \vee \neg P) \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$$

$$\vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \quad (\text{主析取范式})$$

$$(P \rightarrow Q) \rightarrow R$$

$$\Leftrightarrow \neg (\neg P \vee Q) \vee R$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee R \quad (\text{析取范式})$$

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \quad (\text{合取范式})$$

$$\Leftrightarrow (P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee R) \wedge ((P \wedge \neg P) \vee \neg Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \quad (\text{主合取范式})$$

$$14. (P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$$

$$\text{解: } (P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \vee (\neg Q \wedge \neg R))$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee \neg R) \quad (\text{合取范式})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee (R \wedge \neg R)) \wedge (\neg P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee (R \wedge \neg R)) \wedge (P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee \neg R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$$

$$\begin{aligned}
& \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \\
& \Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \\
& \quad \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \text{ (主合取范式)} \\
& \neg (P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R)) \\
& \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R) \text{ (原公式否定的主合取范式)} \\
& (P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R)) \\
& \Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \text{ (主析取范式)}
\end{aligned}$$

$$15. P \vee (\neg P \rightarrow (Q \vee (\neg Q \rightarrow R)))$$

$$\text{解: } P \vee (\neg P \rightarrow (Q \vee (\neg Q \rightarrow R)))$$

$$\Leftrightarrow P \vee (P \vee (Q \vee (Q \vee R)))$$

$$\Leftrightarrow P \vee Q \vee R \text{ (主合取范式)}$$

$$\neg (P \vee Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R)$$

$$\wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R)$$

$$\text{(原公式否定的主合取范式)}$$

$$(P \vee Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$$

$$\vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \text{ (主析取范式)}$$

$$16. (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$$

$$\text{解: } (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \text{ (合取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee (R \wedge \neg R)) \wedge (\neg P \vee (\neg Q \wedge Q) \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \text{ (主合取范式)}$$

$$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (Q \wedge R) \text{ (合取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge (R \vee \neg R)) \vee ((\neg P \vee P) \wedge Q \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$$

$$\begin{aligned} & \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \\ \Leftrightarrow & (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \\ & \text{(主析取范式)} \end{aligned}$$

三、证明:

1、 $P \rightarrow Q, \neg Q \vee R, \neg R, \neg S \vee P \Rightarrow \neg S$

证明:

- | | | |
|-----|-------------------|----------|
| (1) | $\neg R$ | 前提 |
| (2) | $\neg Q \vee R$ | 前提 |
| (3) | $\neg Q$ | (1), (2) |
| (4) | $P \rightarrow Q$ | 前提 |
| (5) | $\neg P$ | (3), (4) |
| (6) | $\neg S \vee P$ | 前提 |
| (7) | $\neg S$ | (5), (6) |

2、 $A \rightarrow (B \rightarrow C), C \rightarrow (\neg D \vee E), \neg F \rightarrow (D \wedge \neg E), A \Rightarrow B \rightarrow F$

证明:

- | | | |
|------|--|----------|
| (1) | A | 前提 |
| (2) | $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ | 前提 |
| (3) | $B \rightarrow C$ | (1), (2) |
| (4) | B | 附加前提 |
| (5) | C | (3), (4) |
| (6) | $C \rightarrow (\neg D \vee E)$ | 前提 |
| (7) | $\neg D \vee E$ | (5), (6) |
| (8) | $\neg F \rightarrow (D \wedge \neg E)$ | 前提 |
| (9) | F | (7), (8) |
| (10) | $B \rightarrow F$ | CP |

3、 $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S \Rightarrow R \vee S$

证明:

- | | | |
|-----|----------|------|
| (1) | $\neg R$ | 附加前提 |
|-----|----------|------|

- (2) $P \rightarrow R$ 前提
- (3) $\neg P$ (1), (2)
- (4) $P \vee Q$ 前提
- (5) Q (3), (4)
- (6) $Q \rightarrow S$ 前提
- (7) S (5), (6)
- (8) $R \vee S$ CP, (1), (8)

4、 $(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S), (Q \rightarrow W) \wedge (S \rightarrow X), \neg (W \wedge X), P \rightarrow R \Rightarrow \neg P$

证明:

- (1) P 假设前提
- (2) $P \rightarrow R$ 前提
- (3) R (1), (2)
- (4) $(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)$ 前提
- (5) $P \rightarrow Q$ (4)
- (6) $R \rightarrow S$ (5)
- (7) Q (1), (5)
- (8) S (3), (6)
- (9) $(Q \rightarrow W) \wedge (S \rightarrow X)$ 前提
- (10) $Q \rightarrow W$ (9)
- (11) $S \rightarrow X$ (10)
- (12) W (7), (10)
- (13) X (8), (11)
- (14) $W \wedge X$ (12), (13)
- (15) $\neg (W \wedge X)$ 前提
- (16) $\neg (W \wedge X) \wedge (W \wedge X)$ (14), (15)

5、 $(U \vee V) \rightarrow (M \wedge N), U \vee P, P \rightarrow (Q \vee S), \neg Q \wedge \neg S \Rightarrow M$

证明:

- (1) $\neg Q \wedge \neg S$ 附加前提
- (2) $P \rightarrow (Q \vee S)$ 前提

- | | | |
|-----|---------------------------------------|----------|
| (3) | $\neg P$ | (1), (2) |
| (4) | $U \vee P$ | 前提 |
| (5) | U | (3), (4) |
| (6) | $U \vee V$ | (5) |
| (7) | $(U \vee V) \rightarrow (M \wedge N)$ | 前提 |
| (8) | $M \wedge N$ | (6), (7) |
| (9) | M | (8) |

6、 $\neg B \vee D, (E \rightarrow \neg F) \rightarrow \neg D, \neg E \Rightarrow \neg B$

证明:

- | | | |
|-----|---|----------|
| (1) | B | 附加前提 |
| (2) | $\neg B \vee D$ | 前提 |
| (3) | D | (1), (2) |
| (4) | $(E \rightarrow \neg F) \rightarrow \neg D$ | 前提 |
| (5) | $\neg (E \rightarrow \neg F)$ | (3), (4) |
| (6) | $E \wedge \neg F$ | (5) |
| (7) | E | (6) |
| (8) | $\neg E$ | 前提 |
| (9) | $E \wedge \neg E$ | (7), (8) |

7、 $P \rightarrow (Q \rightarrow R), R \rightarrow (Q \rightarrow S) \Rightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow S)$

证明:

- | | | |
|-----|-----------------------------------|--------------|
| (1) | P | 附加前提 |
| (2) | Q | 附加前提 |
| (3) | $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ | 前提 |
| (4) | $Q \rightarrow R$ | (1), (3) |
| (5) | R | (2), (4) |
| (6) | $R \rightarrow (Q \rightarrow S)$ | 前提 |
| (7) | $Q \rightarrow S$ | (5), (6) |
| (8) | S | (2), (7) |
| (9) | $Q \rightarrow S$ | CP, (2), (8) |

(10) $P \rightarrow (Q \rightarrow S)$ CP, (1), (9)

8、 $P \rightarrow \neg Q, \neg P \rightarrow R, R \rightarrow \neg S \Rightarrow S \rightarrow \neg Q$

证明:

- (1) S 附加前提
- (2) $R \rightarrow \neg S$ 前提
- (3) $\neg R$ (1), (2)
- (4) $\neg P \rightarrow R$ 前提
- (5) P (3), (4)
- (6) $P \rightarrow \neg Q$ 前提
- (7) $\neg Q$ (5), (6)
- (8) $S \rightarrow \neg Q$ CP, (1), (7)

9、 $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$

证明:

- (1) $P \rightarrow Q$ 附加前提
- (2) P 附加前提
- (3) Q (1), (2)
- (4) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ 前提
- (5) $Q \rightarrow R$ (2), (4)
- (6) R (3), (5)
- (7) $P \rightarrow R$ CP, (2), (6)
- (8) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$ CP, (1), (7)

10、 $P \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg R), Q \rightarrow \neg P, S \rightarrow R, P \Rightarrow \neg S$

证明:

- (1) P 前提
- (2) $P \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg R)$ 前提
- (3) $\neg Q \rightarrow \neg R$ (1), (2)
- (4) $Q \rightarrow \neg P$ 前提
- (5) $\neg Q$ (1), (4)
- (6) $\neg R$ (3), (5)

(7) $S \rightarrow R$ 前提

(8) $\neg S$ (6), (7)

11、 $A, A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow (D \rightarrow \neg C) \Rightarrow \neg D$

证明:

(1) A 前提

(2) $A \rightarrow B$ 前提

(3) B (1), (2)

(4) $A \rightarrow C$ 前提

(5) C (1), (4)

(6) $B \rightarrow (D \rightarrow \neg C)$ 前提

(7) $D \rightarrow \neg C$ (3), (6)

(8) $\neg D$ (5), (7)

12、 $A \rightarrow (C \vee B), B \rightarrow \neg A, D \rightarrow \neg C \Rightarrow A \rightarrow \neg D$

证明:

(1) A 附加前提

(2) $A \rightarrow (C \vee B)$ 前提

(3) $C \vee B$ (1), (2)

(4) $B \rightarrow \neg A$ 前提

(5) $\neg B$ (1), (4)

(6) C (3), (5)

(7) $D \rightarrow \neg C$ 前提

(8) $\neg D$ (6), (7)

(9) $A \rightarrow \neg D$ CP, (1), (8)

13、 $(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$

证明、

$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg R) \vee Q$

$\Leftrightarrow \neg (P \vee R) \vee Q$

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14. P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15. (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16. P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17. \text{用真值表法证明 } P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14. P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15. (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16. P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17. \text{用真值表法证明 } P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表:

$$\Leftrightarrow (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$14、P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

证明、

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee P)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$15、(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), \neg(Q \wedge R), S \vee P \Rightarrow S$$

证明、

(1)	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	前提
(2)	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	(1)
(3)	$\neg(Q \wedge R)$	前提
(4)	$\neg P$	(2), (3)
(5)	$S \vee P$	前提
(6)	S	(4), (5)

$$16、P \rightarrow \neg Q, Q \vee \neg R, R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$$

证明、

(1)	P	附加前提
(2)	$P \rightarrow \neg Q$	前提
(3)	$\neg Q$	(1), (2)
(4)	$Q \vee \neg R$	前提
(5)	$\neg R$	(3), (4)
(6)	$R \wedge \neg S$	前提
(7)	R	(6)
(8)	$R \wedge \neg R$	(5), (7)

$$17、用真值表法证明 $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$$

证明、

列出两个公式的真值表: