

平面的方向向量为: $(2, -2, 4) \times (3, 1, -2) = (0, 16, 8)$

\therefore 平面方程为: $2y + z + 3 = 0$

2-3

二. 计算题 (每小题 6 分, 共 18 分)

1. 求函数 $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$ 在点 $x_0 = 0$ 处的 n 阶泰勒公式.

$$y = \ln \frac{1-x}{1+x} = \ln(1-x) - \ln(1+x)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$\ln(1-x) = -[x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{x^n}{n} + o(x^n)]$$

$$\therefore \text{原式} = -[x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{x^n}{n} + o(x^n)] - [x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)]$$

$$= -2x - \frac{2x^3}{3} - \cdots - \frac{2x^{2n-1}}{n} + o(x^{2n})$$

2. 求函数 $z = x^3 y$ 在点 $A(1, 2)$ 沿到点 $B(1+\sqrt{3}, 3)$ 的方向 \overline{AB} 上的方向导数.

$\overline{AB} = (\sqrt{3}, 1)$, 其方向余弦为:

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \beta = \frac{1}{2},$$

$$\text{方向导数为: } z_x|_A \cos \alpha + z_y|_A \cos \beta = 3x^2 y|_A \cos \alpha + x^3|_A \cos \beta = 3\sqrt{3} + \frac{1}{2}$$

3. 求直线方程 $\begin{cases} x - y + z = 1, \\ 2x + y - 3z = 0 \end{cases}$ 的标准方程和参数方程

易得联立方程组有解: $(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, 0)$

直线的方向向量为: $(1, -1, 1) \times (2, 1, -3) = (2, 5, 3)$

$$\therefore \text{直线的标准方程为: } \frac{(x - \frac{1}{3})}{2} = \frac{(y + \frac{2}{3})}{5} = \frac{z}{3}$$

$$\therefore \text{直线的参数方程为: } \begin{cases} x = 2t + \frac{1}{3} \\ y = 5t - \frac{2}{3} \\ z = 3t \end{cases}$$

三. 完成下列各题 (每小题 4 分, 共 12 分)