

C-2

6 求 $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx = \int \frac{2d\sqrt{x}}{1+(\sqrt{x})^2} = 2 \arctan \sqrt{x} + c.$

7. 求 $\int x \ln(1+x) dx$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln(1+x) - \frac{1}{2} \ln(1+x) - \frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{2} x + c.$$

8. 求 $\int_{-1}^1 (x^2 + \arctan x) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}.$

9. 已知 $\vec{a} = i + j + 3k, \vec{b} = 2i + 3j - k$, 求一个同时垂直于 \vec{a}, \vec{b} 的向量。

$$\vec{a} \times \vec{b} = -10i + 7j + k$$

10. 求 $f(x) = \ln(x-1)$ 在 $x=2$ 处的 n 阶泰勒公式。

$$\ln(x-1) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{(x-2)^k}{k} + o((x-2)^n).$$

二. 完成下列各题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 求过直线 $L: \begin{cases} x+2y-z+1=0, \\ 2x-3y+z=0 \end{cases}$ 和点 $P_0(1,2,3)$ 的平面方程。

$$7x - 7y + 2z + 1 = 0$$

2. 设 $u = f(x, xy, xyz)$, 其中 f 有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f'_1 + yf'_2 + yzf'_3$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = f'_2 + zf'_3 + xf''_{12} + xzf''_{13} + xyf''_{22} + xyzf''_{23} + xyzf''_{32} + xyz^2 f''_{33}$$

3. 求函数 $z = xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处的沿从点 $P(1,0)$ 到点 $Q(2,-1)$ 方向的方向导数。

$$\frac{\partial z}{\partial l} = (z_x(1,0), z_y(1,0)) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,2) \cdot (1,-1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$