

中山大学 本科生考试草稿纸 2011-2012



警告

《中山大学授予学士学位工作细则》第七条：“考试作弊者不授予学士学位。”

P.229. 6. 设 $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (5, 2, -1)$

求 (1) $2\vec{a} \cdot 3\vec{b}$; (2) $\vec{a} \cdot \vec{i}$; (3) $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

解: (1) $2\vec{a} \cdot 3\vec{b} = (2, -4, 6) \cdot (15, 6, -3) = 30 - 24 - 18 = -12$.

$\vec{a} \cdot \vec{i} = (1, -2, 3) \cdot (1, 0, 0) = 1$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$, $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{14} \sqrt{35}} = -\frac{1}{\sqrt{105}}$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \pi - \arccos \frac{1}{\sqrt{105}}$

P.229. 7. 设 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{c}|=2$, $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{17+6\sqrt{3}}$.

且 $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$, 求 $\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = ?$

解: $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2 = 17+6\sqrt{3}$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$

$$\begin{aligned} \times |\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2 &= (\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}) \cdot (\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}) \\ &= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} \\ &= 1 + 9 + 4 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{3} + 0 + 2|\vec{b}||\vec{c}|\cos\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle \\ &= 14 + 2 \times 1 \times 3 \times \frac{1}{2} + 2 \times 6 \cos\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle \\ &= 17 + 12 \cos\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = 17 + 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\cos\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = \frac{\pi}{6}$

P.229. 8. 设 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=6$, 求常数 k , 使 $\vec{a}+k\vec{b} \perp \vec{a}-k\vec{b}$.

解: $(\vec{a}+k\vec{b}) \cdot (\vec{a}-k\vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} - k\vec{a} \cdot \vec{b} - k\vec{b} \cdot \vec{a} + k^2 \vec{b} \cdot \vec{b}$
 $= 4 - 36k^2 \stackrel{?}{=} 0$

$k^2 = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$, $k = \pm \frac{1}{3}$.