等效电阻的几种计算方法

朱 卫萍*
(武汉电力职业技术学院电力工程系, 湖北 武汉 430079)

摘 要: 归纳介绍并讨论了串联、并联电路的等效电阻计算方法; 按两种情况介绍了复杂混联电路等效电阻的计算步骤; 对于星形与三角形联接的电路介绍了星形三角形等效变换公式与方法; 讨论了平衡电桥的等效电阻计算; 进而引申出具有对称结构的电路等效电阻的简化计算方法。

关键词: 电工; 等效电阻; 简化; 计算方法
中图分类号: TM 11　　文献标识码: B　　文章编号: 2076/ZY(2010)03-0022-05

在电路分析中, 最基本的电路就是电阻电路。而分析电阻电路常常要将电路化简, 求其等效电阻。由于实际电路形式多种多样, 电阻之间联接方式也不尽相同, 因此等效电阻计算方法也有所不同。本文就几种常见的电阻联接方式, 谈谈等效电阻的计算方法和技巧。

一、电阻的串联

以 3个电阻联接为例, 电路如图 1所示。

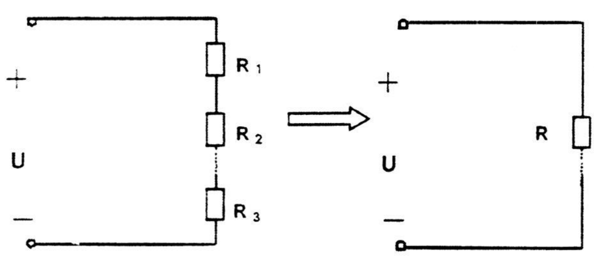

图 1 串联电路图

根据电阻串联特点可推得, 等效电阻等于各串联电阻之和, 即:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

(n为电阻个数)

由此可见:

(1)串联电阻越多, 等效电阻也越大;

(2)如果各电阻阻值相同, 则等效电阻为 $R = nR_1$。

二、电阻的并联

电路如图 2所示。

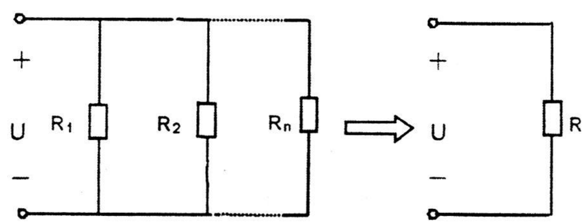

图 2 并联电路图

根据电阻并联特点可推得, 等效电阻的倒数等于各并联电阻倒数之和, 即:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

说明:

(1)并联电阻越多, 等效电阻越小, 且等效电阻比其中最小的电阻还要小;

(2)如果各电阻阻值相同, 则等效电阻

$$R = \frac{R_1}{n} \quad (n为电阻个数);$$

(3)如果两个电阻并联, 则等效电阻

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

从此式可以引伸出:

(1)如果一个电阻是另一个电阻的两倍, 则等效电阻等于较大的电阻除以 3, 即:

$$R = \frac{大电阻}{3},$$

例如, $R_1 = 12\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, 则

$$R = \frac{大电阻}{3} = \frac{12}{3} = 4\ \Omega。$$

* 收稿日期: 2010-09-02
作者简介: 朱 卫萍 (1960-), 女, 大学, 武汉电力职业技术学院电力工程系副教授。

上述结论能否推广使用呢? 即如果一个电阻是另一个电阻的 3倍、4倍……n倍。

例如, 12 Ω电阻分别与 4 Ω、3 Ω、2 Ω、1 Ω电阻并联 (它们的倍数分别是 3、4、6和 12倍), 等效电阻如何计算?

不难看出: 当一电阻为另一电阻的 n倍时, 等效电阻的计算通式为:

$$R = \frac{\text{大电阻}}{n+1} \quad (n\text{为两电阻的倍数})$$

利用此式, 很容易得出上述问题的答案。

(2)如果一个电阻远大于另一电阻, 则等效电阻约等于小电阻。

例如, $R_1 = 1\,\Omega$, $R_2 = 100\,\Omega$, 则

$$R = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{1\times 100}{1+100} = \frac{100}{101} = 0.99 \approx 1\,\Omega$$

三、电阻的混联

在实际电路中, 单纯的电阻串联或并联是不多见的, 更常见的是既有串联, 又有并联, 即电阻的混联电路。

对于混联电路等效电阻计算, 分别可从以下两种情况考虑。

1. 电阻之间联接关系比较容易确定

求解方法是: 先局部, 后整体, 即先确定局部电阻串联、并联关系, 根据串、并联等效电阻计算公式, 分别求出局部等效电阻, 然后逐步将电路化简, 最后求出总等效电阻。

例如图 3所示电路, 从 a、b两端看进去, R_1与 R_2并联, R_3与 R_4并联, 前者等效电阻与后者等效电阻串联, R_5的两端处于同一点 (b点)而被短接, 计算时不须考虑, 所以, 等效电阻:

$$R_{ab} = R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4$$

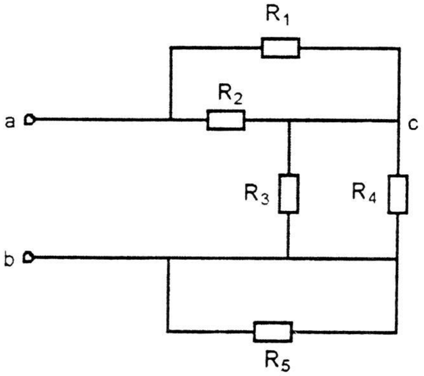

图 3　混联电路图

值得注意的是: 等效电阻的计算与对应端点有关, 也就是说不同的两点看进去, 等效电阻往往是不一样的, 因为对应点不同, 电阻之间的联接关系可能不同。

例如图 3, 若从 a、c两点看进去, R_1与 R_2并联, R_3与 R_4就不是并联, 而是串联 (但此时 $R_3 + R_4$被短接), 这样, 等效电阻为:

$$R_{ac} = R_1 \parallel R_2$$

同理, 从 b、c看进去, R_1与 R_2串联 (被短接), R_3与 R_4并联, 等效电阻:

$$R_{bc} = R_3 \parallel R_4$$

2 电阻之间联接关系不太容易确定

例如图 4所示, 各电阻的串、并联关系不是很清晰, 对初学者来说, 直接求解比较困难。所以, 可将原始电路进行改画, 使之成为电阻联接关系比较明显的电路, 然后再进行计算。

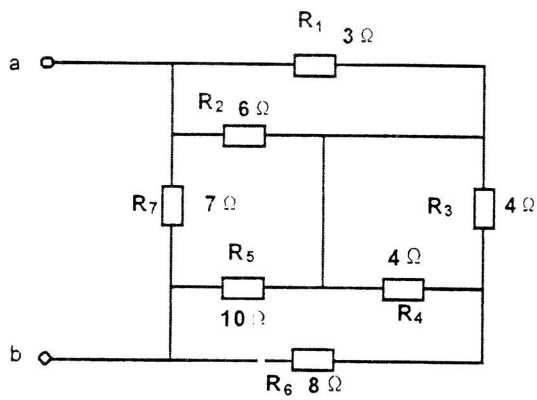

图 4　复杂的串、并联电路图

具体方法步骤如下:

(1)找出电路各节点, 并对其进行命名, 如图 5所示。

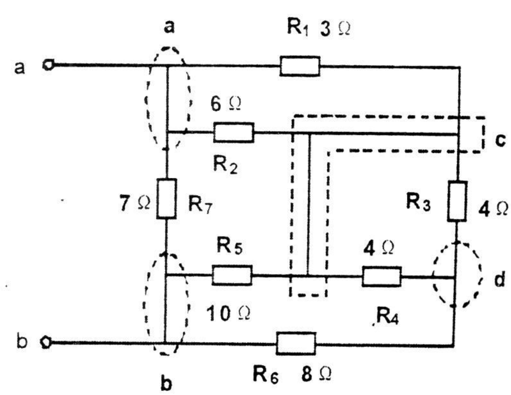

图 5　寻找节点

在找节点时需注意:

等电位点属于同一点, 故不能重复命名, 如上图的 c点, 它是由三个等电位点构成的, 命名时必须将它们看成一点。

(2) 将各节点画在一条水平线上, 如图 6 所示。

图 6　各节点画在一水平线上

布局各节点时需注意: 为方便计算, 最好将两端点分别画在两头, 如图 6的 a、b两点。

(3) 对号入座各电阻, 画出新电路。即将各电阻分别画在对应节点之间, 这样, 就构成了一个与原始电路实质相同, 而形式比较简单明了的新电路了, 如图 7所示。最后再求等效电阻。

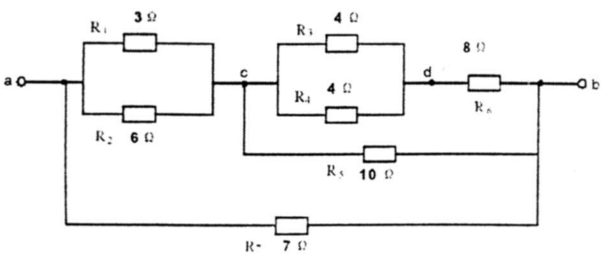

图 7　节点命名法的新电路图

此方法可称为节点命名法。它是分析电阻联接关系比较复杂电路的一种实用的方法。

四、电阻的星形 (Y) 与三角形 (△) 联接电路

求解这类电路等效电阻的基本思路, 就是将电路作星形与三角等效互换, 使之变成电阻串、并联电路。

例如图 8所示电路。

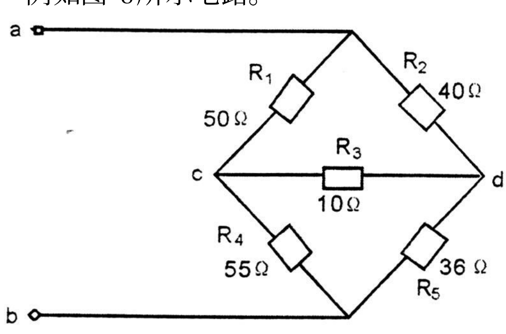

图 8　星形与三角形联接电路图

等效变换时, 可以将 R_1、R_2、R_3 的△联接变成 Y联接, 如图 9所示。

根据电阻的△ - Y等效变换公式可算得:

$$R_a = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{40 \times 50}{40 + 10 + 50} = 20\,\Omega$$

$$R_c = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{50 \times 10}{40 + 10 + 50} = 5\,\Omega$$

$$R_d = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{40 \times 10}{40 + 10 + 50} = 4\,\Omega$$

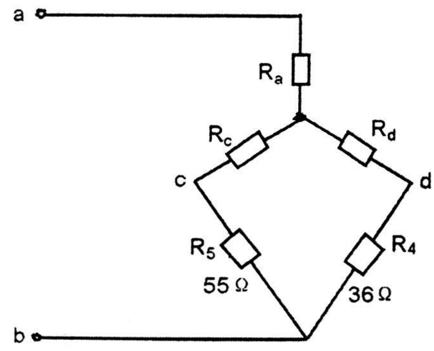

图 9　等效互换后的新电路图

则 a、b两点等效电阻:

$$R_{ab} = R_a + (R_c + R_5 \parallel (R_d + R_4$$

$$= 20 + \frac{60 \times 40}{60 + 40} = 44\,\Omega$$

此题还可以将 R_3、R_4、R_5 变成 Y 形, 或者将 R_1、R_3、R_4 变成△ (也可将 R_2、R_3、R_5 变成△) 等方法化简进行计算。

五、平衡电桥的等效电阻

1. 电桥的概念

电桥电路的构成特点是: 4个节点, 5条支路。图 8所示电路就是一个电桥电路, 其中, a- c、c- b、b- d和 d- a节点间所接支路为桥臂电阻, c- d间所接支路为桥电阻。

对于一般电桥电路, 只能按上述方法求等效电阻。而当电桥平衡时, 计算则大为简化。

2 电桥平衡及平衡条件

在电桥电路中, 如图 10所示, 如果桥支路两端的电位值相等, 即 $V_c = V_d$, 则电桥就处于平衡状态。

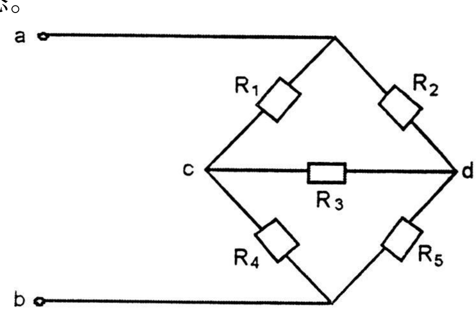

图 10　电桥电路图

那么, 在什么情况下电桥可以达到平衡?

根据电桥平衡概念, 很容易推得电桥平衡条件是当相邻电阻成比例, 或对臂电阻乘积相等时, 电桥达到平衡状态。

由此可知, 图 8所示电桥不满足平衡条件。但

是, 如果将 R_4 和 R_5 分别改为 25 Ω 和 20 Ω(如图 11所示), 此时, $R_1 \times R_5 = R_2 \times R_4$, 或者 $\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_5}$, 该电桥达到平衡条件, 就是平衡电桥。

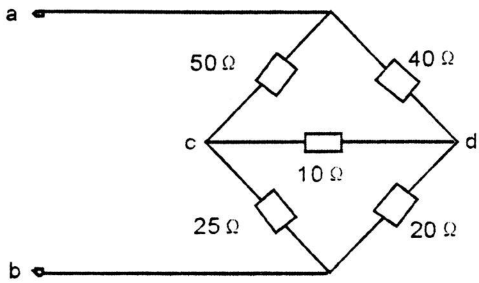

图 11　平衡电桥电路图

3. 平衡电桥电阻计算

电桥平衡时, 可以不必用上述电阻星形三角形变换方法计算等效电阻, 而是利用电桥平衡特点来计算, 具体可以采用以下两种方法:

(1) 由于 c、d等电位 (即 $U_{cd} = 0$), 因此可用一根导线将两点直接短接, 如图 12所示,

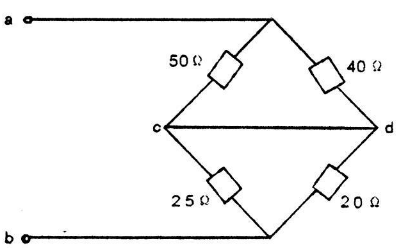

图 12　等电位点短接后的电路图

则等效电阻为

$R_{ab} = 50 \parallel 40 + 25 \parallel 20 = 33.3\,\Omega$

(2) 由于 c、d等电位, 则 $I_{cd} = 0$, 所以, 可以将桥支路断开, 如图 13所示,

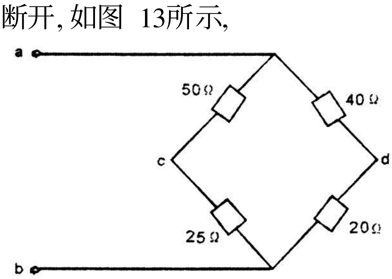

图 13　桥支路断开后的电路图

则等效电阻为

$R_{ab} = (50 + 25 \parallel (40 + 20 = 33.3\,\Omega$

说明:

如果电路中含有几个平衡电桥, 同样可以根据平衡特点, 将各等电位点短接或者断开。例如, 图 14所示电路, 其中就含有四个平衡电桥, 计算时可将等电位点全部短接, 如图 15所示。

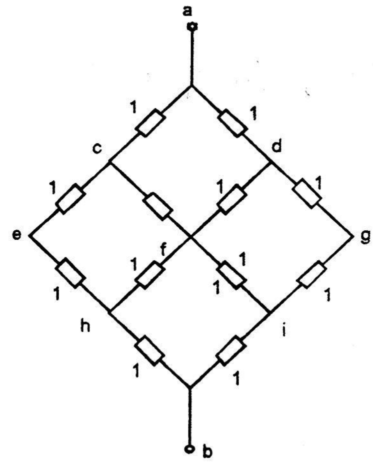

图 14　四个平衡电桥电路图

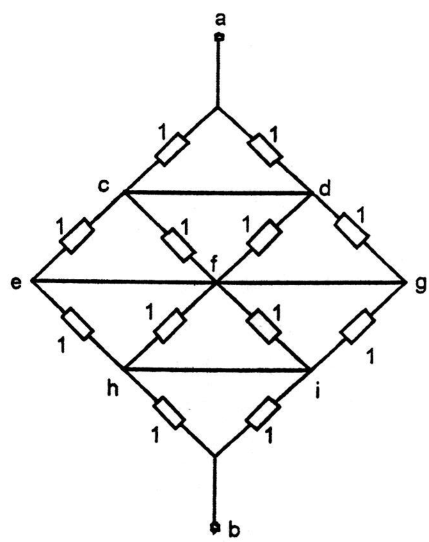

图 15　等电位点全部短接后的电路图

其等效电阻:

$R_{ab} = 1 \parallel 1 + 1 \parallel 1 \parallel 1 \parallel 1 + 1 \parallel 1 \parallel 1 \parallel 1 + 1 \parallel 1$

$= 0.5 + 0.25 + 0.25 + 0.5 = 1.5\,\Omega$

六、具有对称结构的电路

观察可知, 图 14所示就是一个具有左右对称、上下也对称的电路。计算这种电路时, 还可以利用电路对称特点, 使计算变得更简便。

(1)如果只考虑左右对称, 则用一假想平面将电路沿对称轴分成左右两部分, 如图 16所示, 然后求出其中一半的等效电阻, 即:

$R'_{ab'} = 1 + (1 + 1 \parallel (1 + 1 + 1 = 3\,\Omega$

最后, 求得总等效电阻为:

$$R_{ab} = \frac{R'_{ab'}}{2} = 1.5\,\Omega$$

(2)如果同时还考虑该电路上 (下转第 32页)

[10]王颖娴. 高职院校精品课建设的思考[J]. 新课程研究. 2009, (1).

[11]何树全. 高校精品课程建设创新体系初探[J]. 福建论坛. 2009, (2).

Practice & Feedback of Computer Network Quality Course Construction

LIU Hairong

(Huanggang Polytechnic College, Huanggang 438002)

Abstract Network Quality Courses promotion and application are the main content of teaching reform of higher universities and colleges. Combined with course construction, this thesis has put forward Computer Network Quality Courses teaching tasts after careful teaching analysis and systematic design, and it also has discusses such relavant issues as course teaching competence system, teaching methods, practical teaching designing concepts, website construction and teachig staff resources composing and so on, which has positive influence to computer basis teaching.

Key words computer; network; higher education; quality course

(审稿: 黄逵中　编辑: 杨上游)

(上接第 25页)

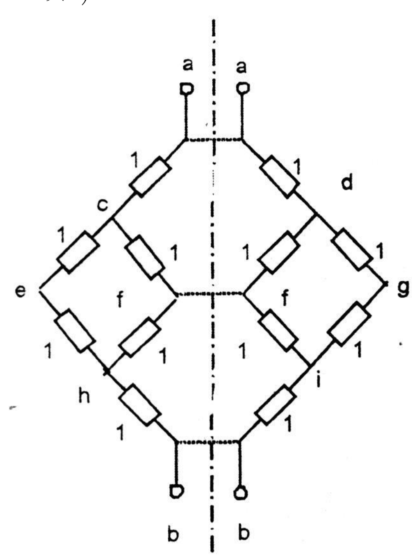

图 16　取$\frac{1}{2}$部分的电路图

下也对称的特点,那么计算就更简单了,计算时只需取四分之一部分即可,如图 17所示。

$$R_{ab} = R_{ae} = 1 + 1 // 1 = 1.5\ \Omega$$

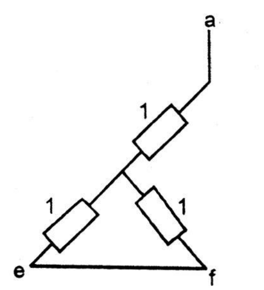

图 17　取$\frac{1}{4}$部分的电路图

综上所述,在实际等效电阻计算中,只有根据电路的具体形式及电阻之间的联接关系,选择正确、恰当的计算方法,掌握灵活、简便的运算技巧,才能准确而又快速地进行分析和计算。当然熟练掌握和运用这些方法和技巧不是一蹴而就的,需要花一定的时间,下一番功夫,加强训练,不断总结,才能逐步积累经验,真正掌握等效电阻的计算方法和技巧。

(审稿: 李火元　编辑: 朱德康)