

P.238. 2.(3) 垂直于  $x-4y+5z=1$ , 且过点  $(-2, 7, 3)$  及  $(0, 0, 0)$ .

23/7 — 114,

解: 平面过  $(0, 0, 0)$ , 设其为  $Ax + By + Cz = 0$

平面垂直于  $x-4y+5z=1$ , 从而  $(A, B, C) \cdot (1, -4, 5) = 0$

平面过  $(-2, 7, 3)$ , 从而有  $\begin{cases} A-4B+5C=0 \\ -2A+7B+3C=0 \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2A-8B+10C=0 \\ -2A+7B+3C=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B=13C \\ A=4B-5C=52C-5C=47C \end{cases}$$

$$\Rightarrow 47 \cdot Cx + 13 \cdot Cy + Cz = 0 \Rightarrow C \neq 0, 47x + 13y + z = 0$$

(4) 垂直于  $Oyz$  平面且通过点  $(5, -4, 3)$  及  $(-2, 1, 8)$ . 或设平面为  $By + Cz + D = 0$

解:  $Oyz$  面法方向  $(1, 0, 0)$ , 设平面为:  $Ax + By + Cz + D = 0$

垂直于  $Oyz$  面, 从而  $(A, B, C) \cdot (1, 0, 0) = 0 \Rightarrow A = 0$

即平面为:  $By + Cz + D = 0$

又平面过  $(5, -4, 3)$  及  $(-2, 1, 8)$  两点, 从而  $\begin{cases} -4B+3C+D=0 \\ B+8C+D=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4B+3C+D=0 \\ 4B-3C+D=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow 35C = -5D \Rightarrow C = -\frac{1}{7}D, B = -8C + D = \frac{8}{7}D - D = \frac{D}{7}$$

$$\text{从而, } \frac{D}{7}y - \frac{D}{7}z + D = 0, D \neq 0, y - z + 7 = 0$$

P.238. 3 求通过三点  $A(2, 4, 8)$ ,  $B(-3, 1, 5)$ ,  $C(6, -2, 7)$  的平面方程。

解: 所求平面为:  $\begin{vmatrix} x-2 & y-4 & z-8 \\ -3-2 & 1-4 & 5-8 \\ 6-2 & -2-4 & 7-8 \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y-4 & z-8 \\ -5 & -3 & -3 \\ 4 & -6 & -1 \end{vmatrix} = -15(x-2) - 17(y-4) + 42(z-8) = 0 \Rightarrow 15x + 17y - 42z + 238 = 0$$