

P.239.12. 将下列直线化为标准方程及参数方程:

Len 23/118

$$(1) \begin{cases} 2x+y-z+1=0 \\ 3x-y+2z-8=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ 2x+y=-1 \\ 3x-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ 5x=7, x=\frac{7}{5} \\ y=-1-2x=-1-\frac{14}{5}=-\frac{19}{5} \end{cases}$$

直线的方向 $\vec{S} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = (2, 1, -1) \times (3, -1, 2) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i} - 7\vec{j} - 5\vec{k}$

$$\frac{x-\frac{7}{5}}{1} = \frac{y+\frac{19}{5}}{-7} = \frac{z-0}{-5}, \quad \begin{cases} x=t+\frac{7}{5} \\ y=-7t-\frac{19}{5} \\ z=-5t \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x-3z+5=0 \\ y-2z+18=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+5}{3} = \frac{z}{1} \\ \frac{y+18}{2} = \frac{z}{1} \end{cases} \Rightarrow \frac{x+5}{3} = \frac{y+18}{2} = \frac{z}{1} \Rightarrow \begin{cases} x=3t-5 \\ y=2t-18 \\ z=t \end{cases}$$

P.239.13. 求通过点 $(3, 2, -5)$ 且与由的平面 $5y+2z=0$ 与平面 $3x-y-7z+9=0$ 的交线的方程。

解: 过 xy 由的平面: $By+Cz=0$

此平面过 $(3, 2, -5)$, $2B-5C=0$, $B=\frac{5}{2}C \Rightarrow \frac{5}{2}C \cdot y + Cz=0$
 $\Rightarrow 5y+2z=0$

两平面的交线 $\begin{cases} 5y+2z=0 \\ 3x-y-7z+9=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5y+2z=0 \\ y+7z=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5y+2z=0 \\ 5y+35z=45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ z=\frac{15}{11} \\ y=-\frac{2z}{5}=-\frac{6}{11} \end{cases}$

交线上一点 $(0, -\frac{6}{11}, \frac{15}{11})$

交线方向: $\vec{S} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = (0, 5, 2) \times (3, -1, -7) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & -7 \end{vmatrix} = -33\vec{i} + 6\vec{j} - 15\vec{k}$

交线方程: $\frac{x-0}{-33} = \frac{y+\frac{6}{11}}{6} = \frac{z-\frac{15}{11}}{-15}$
 $\Rightarrow \frac{x}{-11} = \frac{y+\frac{6}{11}}{2} = \frac{z-\frac{15}{11}}{-5}$