中山大學 本科生考试草稿纸 2001 3/7-31

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第七条："考试作弊者不授予学士学位。"

P.95.6 设 $y=\frac{2}{x-1}$ $(x\neq 1)$ 计算 x 由3到3.001时，函数的 Δy 与 dy。

解：$\Delta y = f(3.001)-f(3) = \frac{2}{3.001-1} - \frac{2}{3-1} = \frac{2}{2.001} - 1 = \frac{-0.001}{2.001}$

$= 0.991 - 1 = -0.001$

$y' = -\frac{2}{(x-1)^2}$，　$dy = -\frac{2dx}{(x-1)^2}$

$dy\Big|_{\substack{x=3\\ \Delta x=0.001}} = -\frac{2}{4}\times 0.001 = \frac{-0.001}{2}$

P.95.7 计算 $\sqrt[5]{32.16}$ 的近似值。

解：设 $f(x)=\sqrt[5]{x}$，　$f'(x)=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$

$f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot\Delta x$，　$x_0=32$，$\Delta x=0.16$

$\sqrt[5]{32.16}\approx\sqrt[5]{32}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\sqrt[5]{32^4}}\times 0.16 = 2+\frac{1}{5}\cdot\frac{0.16}{16} = 2+\frac{0.01}{5} = 2+0.002 = 2.002.$

P.95.8 求下列方程确定的隐函数的导数。

(1) $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ $(a>0)$.

解：$dx^{\frac{2}{3}}+dy^{\frac{2}{3}}=0 \Longrightarrow \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}dx+\frac{2}{3}y^{-\frac{1}{3}}dy=0 \Longrightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{y^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}=-\sqrt[3]{\frac{x}{y}}=-\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}}.$

(2) $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$.

解：$d(x-a)^2+d(y-b)^2=0 \Longrightarrow 2(x-a)dx+2(y-b)dy=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{x-a}{y-b}=\frac{a-x}{y-b}.$

(3) $\arctan\frac{y}{x}=\ln\sqrt{x^2+y^2}$

解：$\arctan\frac{y}{x}=\frac{1}{2}\ln(x^2+y^2)$

$\frac{1}{1+(\frac{y}{x})^2}\,d\left(\frac{y}{x}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2+y^2}\,d(x^2+y^2)$

$\frac{1}{1+(\frac{y}{x})^2}\cdot\frac{xdy-ydx}{x^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2+y^2}2(xdx+ydy) \Longrightarrow xdy-ydx=xdx+ydy$

$\frac{dy}{dx}=\frac{x+y}{x-y}.$