Lou $\frac{10}{7}$ – 48

5. $\int \arctan x\,dx = x\cdot\arctan x - \int x\,d\arctan x$

$= x\cdot\arctan x - \int \frac{x}{1+x^2}dx$

$= x\cdot\arctan x - \frac{1}{2}\int\frac{1}{1+x^2}d(1+x^2) = x\cdot\arctan x - \frac{\ln(1+x^2)}{2} + C$

6. $\int e^{2x}\cos 3x\,dx = \frac{1}{2}\int \cos 3x\,de^{2x} = \frac{1}{2}[e^{2x}\cos 3x - \int e^{2x}d\cos 3x]$

$= \frac{1}{2}[e^{2x}\cdot\cos 3x + 3\int e^{2x}\cdot\sin 3x\,dx] = \frac{1}{2}e^{2x}\cos 3x + \frac{3}{4}\int \sin 3x\,de^{2x}$

$= \frac{1}{2}e^{2x}\cdot\cos 3x + \frac{3}{4}[\sin 3x\cdot e^{2x} - \int e^{2x}d\sin 3x]$

$= \frac{1}{2}e^{2x}\cos 3x + \frac{3}{4}e^{2x}\cdot\sin 3x - \frac{9}{4}\int e^{2x}\cdot\cos 3x\,dx$

$(1+\frac{9}{4})\int e^{2x}\cdot\cos 3x\,dx = \frac{1}{4}e^{2x}(2\cos 3x + 3\sin 3x)$

$\int e^{2x}\cdot\cos 3x\,dx = \frac{1}{13}e^{2x}(2\cos 3x + 3\sin 3x) + C$

7. $\int \frac{\sin 3x}{e^x}dx = -\int \sin 3x\,de^{-x} = -e^{-x}\sin 3x + \int e^{-x}d\sin 3x = -e^{-x}\sin 3x + 3\int e^{-x}\cos 3x\,dx$

$= -e^{-x}\cdot\sin 3x - 3\int \cos 3x\,de^{-x}$

$= -e^{-x}\cdot\sin 3x - 3[\cos 3x\cdot e^{-x} - \int e^{-x}d\cos 3x]$

$= -e^{-x}\cdot\sin 3x - 3e^{-x}\cos 3x + 9\int e^{-x}\cdot(-\sin 3x)\,dx$

$10\cdot\int\frac{\sin 3x}{e^x}dx = e^{-x}(-\sin 3x - \cos 3x)$

$\int\frac{\sin 3x}{e^x}dx = \frac{e^{-x}}{10}(-\sin 3x - \cos 3x).$

8. $\int e^{ax}\sin bx\,dx = \frac{1}{a}\int \sin bx\,de^{ax} = \frac{1}{a}[\sin bx\cdot e^{ax} - \int e^{ax}d\sin bx]$

$= \frac{1}{a}e^{ax}\sin bx - \frac{b}{a}\int e^{ax}\cos bx\,dx$

$= \frac{1}{a}\cdot e^{ax}\cdot\sin bx - \frac{b}{a^2}\int \cos bx\,de^{ax}$

$= \frac{1}{a}\cdot e^{ax}\cdot\sin bx - \frac{b}{a^2}[e^{ax}\cdot\cos bx - \int e^{ax}d\cos bx]$

$= \frac{1}{a}e^{ax}\sin bx - \frac{b}{a^2}e^{ax}\cdot\cos bx - \frac{b^2}{a^2}\int e^{ax}\sin bx\,dx$

$(1+\frac{b^2}{a^2})\int e^{ax}\cdot\sin bx\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}\sin bx - \frac{b}{a^2}e^{ax}\cdot\cos bx$

$\int e^{ax}\cdot\sin bx\,dx = \frac{a^2}{a^2+b^2}e^{ax}[\frac{1}{a}\sin bx - \frac{b}{a^2}\cos bx] + C$

$= \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx - b\cos bx) + C.$