P.206.2 求最大值与最小值。

$f(x)=2x^3-9x^2+12x+2$, $[-1,3]$

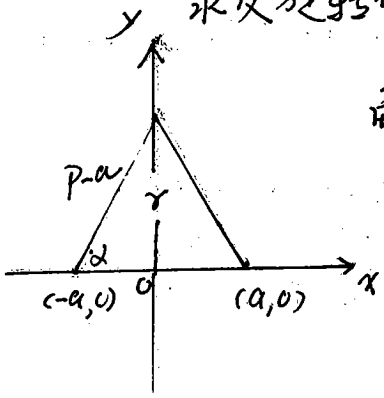
$f'(x)=6x^2-18x+12=6(x^2-3x+2)=6(x-1)\cdot(x-2)$

令 $f'(x)=0$, 驻点 $x=1$, $x=2$.

$f(-1)=21$, $f(1)=7$, $f(2)=6$, $f(3)=11$, 最大值 $f(3)=11$; 最小值 $f(-1)=21$.

P.206.3 将周长为 $2p$ 的等腰三角形绕其底边旋转一周。

求使旋转体体积最大的等腰三角形底边长度。



解: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 a$, $r=\sqrt{(p-a)^2-a}$

$=\frac{1}{3}\pi[(p-a)^2-a^2]\cdot a$

$=\frac{\pi}{3}(p^2-2pa)\cdot a=\frac{\pi}{3}(p^2a-2pa^2)$

$V'(a)=\frac{\pi}{3}(p^2-4pa)$

令 $V'(a)=0$, $a=\frac{p}{4}$, $2a=\frac{p}{2}$.

方法2. $\tan\alpha=\frac{\sqrt{(p-a)^2-a^2}}{a}$, 右腰方程: $y=\frac{\sqrt{(p-a)^2-a^2}}{a}\cdot(x+a)=\frac{\sqrt{p^2-2pa}}{a}(x+a)$

$V=2\int_0^a \pi\cdot\frac{p^2-2pa}{a^2}(x+a)^2\,dx$

$=2\pi\cdot\frac{p^2-2pa}{a^2}\int_0^a (x-a)^2\,d(x-a)$

$=2\pi\cdot\frac{p^2-2pa}{a^2}\cdot\left[\frac{(x-a)^3}{3}\right]_0^a=2\pi\cdot\frac{p^2-2pa}{a^2}\cdot\frac{0+a^3}{3}$

$=\frac{2\pi}{3}(p^2a-2pa^2)$

$V'(a)=\frac{2\pi}{3}(p^2-4pa)$

令 $V'(a)=0$, 则 $p^2=4pa$, $p=4a$, $2a=\frac{p}{2}$