

东校区 2012 学年第一学期 12 级《高等数学一》期末考试题 A

学院 _____ 专业 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 评分 _____

阅卷教师签名 _____



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

解答下列各题（1-10 题每小题 8 分，11-14 题每小题 5 分）

1. 计算 $\int_0^1 x \arctan x dx$.

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \sin \frac{1}{x})^x$.

3. 求积分 $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}.$

4. 求曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围图形的面积..

5. 求极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arctan(xy)}{xy}$, 其中 $xy \neq 0$.

6. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (\sqrt{1+t^2} - 1) dt}{x^3}$.

7. 求函数 $y = \arctan x$ 在 $x = 0$ 处带皮亚诺余项的 $2n+1$ 阶泰勒公式。

8. 求过点 $(2, 0, -3)$ 且与平面 $2x - 2y + 4z + 7 = 0$, $3x + y - 2z + 5 = 0$ 都垂直的平面方程。

9. 设 $F(x, x+y, x+y+z)=0$, 且 $F \in C^1$, 求 $\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}$.

10. 求函数 $z=x^2+2y^2$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 上的最大值和最小值。

11. 设 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, 列表讨论 $f(x)$ 的 (1) 单调区间及极值点; (2) 凸凹区间及拐点;
(3) 求出渐近线。

12. 求曲线 $\begin{cases} z^2 = 2y \\ x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$ 在点 $M_0(1, \frac{1}{2}, 1)$ 处的切线方程。

13. 设 $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$, 证明: $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处连续, 且在 $(0, 0)$ 处两个一阶偏导数均存在, 但 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处不可微。

14. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上存在三阶导数, 且 $f(1) = 0$, 设函数 $F(x) = x^3 f(x)$, 证明在 $(0, 1)$ 内至少存在一点 ξ , 使得 $F'''(\xi) = 0$.