P.95.5 要使 $y=e^{\lambda x}$ 满足：$y''+p\cdot y'+q=0$

问 λ 应取何值？

2011 5/7 —36.

解：$y'=\lambda e^{\lambda x}$，$y''=\lambda^2 e^{\lambda x}$

代入：$y''+p\cdot y'+q=\lambda^2 e^{\lambda x}+p\lambda e^{\lambda x}+q e^{\lambda x}=0$

由 $e^{\lambda x}\neq 0$，则有 $\lambda^2+p\lambda+q=0$

P.95.6 $\theta=t^3-2t^2+3t-1$，$\frac{d\theta}{dt}=3t^2-4t+3$，$\frac{d^2\theta}{dt^2}=6t-4$.

P.99.7 设 $f(x)=\frac{1}{(1-x)^n}$，其中 n 为一正整数。求 $f^{(k)}(0)$，k 为某一正整数。

解：$f(x)=\frac{1}{(1-x)^n}=(1-x)^{-n}$.

$f'(x)=(-n)\cdot(1-x)^{-n-1}\cdot(-1)$

$f''(x)=(-n)\cdot(-n-1)\cdot(1-x)^{-n-2}(-1)^2=(-1)^{2\times 2}\cdot n\cdot(n+1)(1-x)^{-n-2}$

$\cdots\quad\cdots\quad\cdots$

$f^{(k)}(x)=(-1)^{2k}\cdot n(n+1)(n+2)\cdots(n+k-1)\cdot\frac{1}{(1-x)^{n+k}}$

$f^{(k)}(0)=n\cdot(n+1)\cdots\cdots(n+k-1)=(n+k-1)(n+k-2)\cdots\cdots(n+1)\cdot n.$

P.99.8 设 $y=x^2\cdot\ln(1+x)$，求 $y^{(50)}$.

解：设 $f(x)=\ln(1+x)$，$g(x)=x^2$，$g'(x)=2x$，$g''(x)=2$，$g^{(3)}(x)=0$

$f'(x)=\frac{1}{1+x}$.

$f''(x)=(-1)\cdot\frac{1}{(1+x)^2}$

$f^{(3)}(x)=(-1)^2\cdot\frac{2!}{(1+x)^3}$

$f^{(4)}(x)=(-1)^3\cdot\frac{3!}{(1+x)^4}$

$\cdots\quad\cdots\quad\cdots$

$f^{(n)}(x)=(-1)^{n-1}\cdot\frac{(n-1)!}{(1+x)^n}$.

$[\ln(1+x)]^{(50)}=(-1)^{49}\cdot\frac{49!}{(1+x)^{50}}$

$[\ln(1+x)]^{(49)}=(-1)^{48}\cdot\frac{48!}{(1+x)^{49}}$

$[\ln(1+x)]^{(48)}=(-1)^{47}\cdot\frac{47!}{(1+x)^{48}}$

$y^{(50)}=(x^2)\cdot[\ln(1+x)]^{(50)}+50\cdot[\ln(1+x)]^{(49)}\cdot(2x)+\frac{50\times 49}{2!}\cdot[\ln(1+x)]^{(48)}\cdot 2+0$

$=x^2\cdot\frac{(-49)!}{(1+x)^{50}}+100x\cdot\frac{48!}{(1+x)^{49}}+50\times 49\times\frac{(-47)!}{(1+x)^{48}}$.