

1、某商店对某种家用电器的销售采用先使用后付款的方式.记使用寿命为 X (以年记), 规定:

$X \leq 1$, 一台付款1500元; $1 < X \leq 2$, 一台付款2000元;
 $2 < X \leq 3$, 一台付款2500元; $X > 3$, 一台付款3000元.

设寿命 X 服从指数分布, 概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} e^{-\frac{x}{10}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

试求该商店一台电器收费 Y 的数学期望.

2、设 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2x^3 y^2}, & \frac{1}{x} < y < x, x > 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求数学期望 $E(Y)$, $E(1/XY)$.

3、 设随机变量 X 具有概率密度

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0, \\ 1-x, & 0 \leq x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求 $D(X)$.

4、 设 $X \sim \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$, 求 $D(2X^3 + 5)$.

5、 设 (X,Y) 具有概率密度

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \leq x \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它。} \end{cases}$$

求 $Cov(X, Y)$.

6、 已知随机变量 X 与 Y 分别服从 $N(1, 3^2)$ 和 $N(0, 4^2)$,
且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$,

设 $Z = \frac{X}{3} - \frac{Y}{2}$,

(1) 求 Z 的数学期望 $E(Z)$ 和方差 $D(Z)$;

(2) 求 X 与 Z 的相关系数;

(3) 问 X 与 Z 是否相互独立? 为什么?