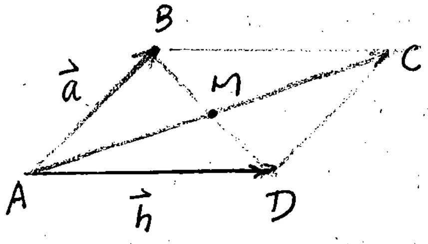
习题5-1 **中山大學 本科生考试草稿纸** 2011/7/21 —105

**警示** 《中山大学授予学士学位工作细则》第七条："考试作弊者不授予学士学位。"

P.225.1. 设 ABCD 为平行四边形，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$

试用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{MA}$；（M 为平行四边形对角线的中点。）



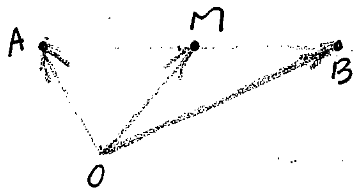

如图 $\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$

$\overrightarrow{BD}=\vec{b}-\vec{a}$

$\overrightarrow{MA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$

P.225.2. 设 M 为线段 $\overline{AB}$ 的中点，O 为空间任意一点。

证明：$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$




证：$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{OM}$

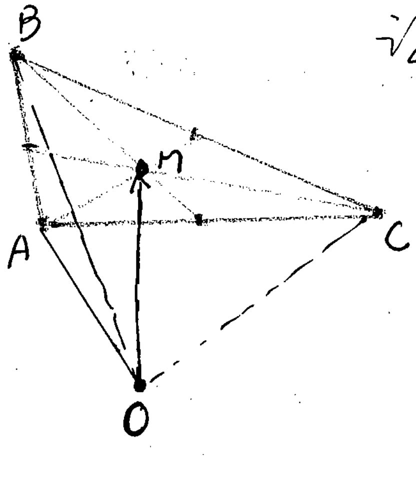
而 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{BM}$

从而 $2\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AM}+(-\overrightarrow{AM})$

$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$

P.225.3 设 M 为三角形 ABC 的重心，

O 为空间任意一点，证明：$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$




证：如图：$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}$. $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC})=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BM}$. $\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{CM}=\frac{2}{3}(-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB})=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=0$

从而，$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$.