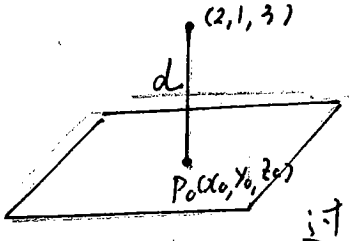
P.239. 17. 求点 (2,1,3) 到平面 $2x-2y+z-3=0$ 的距离与投影。 2021年4月—120.



$$d=\frac{|2\times2-2\times1+3-3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{2}{3}.$$

过 (2,1,3) 点作已知平面的垂线: $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-3}{1}=t$

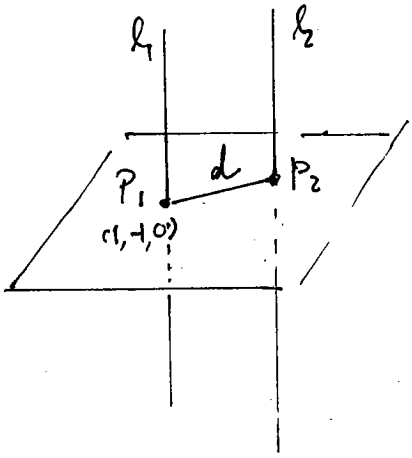
$$\begin{cases}x=2+2t\\y=1-2t\\z=3+t\end{cases}$$ 代入平面求交点 (投影点) $P_0(x_0,y_0,z_0)$,

$2(2+2t)-2(1-2t)+(3+t)-3=0$, $9t=-2$, $t=-\frac{2}{9}$.

$x_0=2+2\times(-\frac{2}{9})=2-\frac{4}{9}=\frac{18-4}{9}=\frac{14}{9}$.

$$\begin{cases}y_0=1+\frac{4}{9}=\frac{13}{9}\\z_0=3-\frac{2}{9}=\frac{25}{9}\end{cases}$$ 投影点 $(\frac{14}{9},\frac{13}{9},\frac{25}{9})$.

P.239. 18. 求两平行直线: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{3}$ 与 $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{3}$ 的距离。



解: l_1 上有点 $P_1(1,-1,0)$, 求 P_1 到 l_2 的距离. (l_1 与 l_2 的距离)

过 $P_1(1,-1,0)$ 作 l_1、l_2 的垂平面:

$1\cdot(x-1)+(-2)\cdot(y+1)+3(z-0)=0$

$x-2y+3z-3=0$

l_2 化为: $\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=1+3t\end{cases}$ 代入平面, 求 l_2 与平面的交点 $P_2(x_2,y_2,z_2)$

$t-2(-1-2t)+3(1+3t)-3=0$

$14t=-2$, $t=-\frac{1}{7}$

$$\begin{cases}x_2=-\frac{1}{7}\\y_2=-\frac{5}{7}\\z_2=\frac{4}{7}\end{cases}$$ $d=\sqrt{(-\frac{1}{7}-1)^2+(-\frac{5}{7}+1)^2+(\frac{4}{7}-0)^2}=\sqrt{\frac{64+4+16}{49}}$

$=\frac{2\sqrt{21}}{7}=2\sqrt{\frac{3}{7}}$.