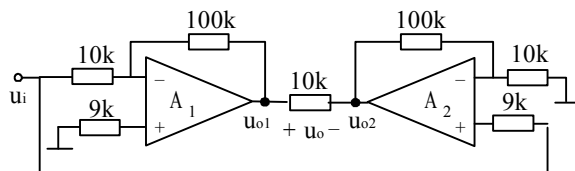


第九章 信号的运算与处理电路

9.1 求题 9.1 图所示电路中的 u_{o1} 、 u_{o2} 和 u_o 。



题9.1图

解：A₁ 构成反相比例电路

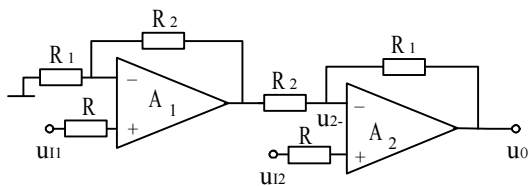
$$u_{o1} = -\frac{100}{10} u_i = -10u_i = -10u_i$$

A₂ 构成同相比例电路

$$u_{o2} = \left(1 + \frac{100}{10}\right) u_i = 11u_i$$

$$u_o = u_{o1} - u_{o2} = -21u_i$$

9.2 试证明题 9.2 图所示电路的输出电压 $u_o = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)(u_{i2} - u_{i1})$ 。



题9.2图

解：A₁ 构成同相比例电路

$$u_{o1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_{i1}$$

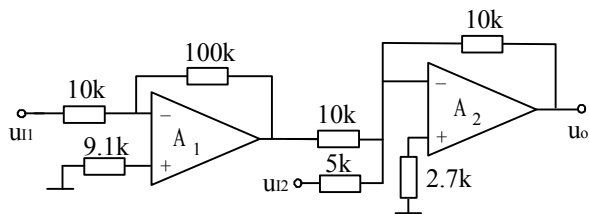
由虚短可得 $u_{2-} = u_{i2}$,

由虚断可得
$$\frac{u_{o1} - u_{2-}}{R_2} = \frac{u_{2-} - u_o}{R_1}$$

将前二式代入上式可得

$$u_o = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)(u_{i2} - u_{i1})$$

9.3 求题 9.3 图所示运算电路的输入输出关系。



题9.3图

解 A₁ 构成反比例电路, A₂ 则构成反相加法电路

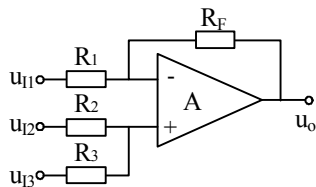
$$u_{01} = -\frac{100}{10} u_{I1} = -10u_{I1}$$

$$u_o = -\left(\frac{10}{10} u_{01} + \frac{10}{5} u_{I2}\right) = 10u_{I1} - 2u_{I2}$$

9.4 求题 9.4 图所示运算电路的输出电压。设 $R_1 = R_2 = 10k\Omega$, $R_3 = R_F = 20k\Omega$ 。

解: 由虚断可得

$$u_+ = \frac{\frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{R_3 u_{I2} + R_2 u_{I3}}{R_2 + R_3} = \frac{2u_{I2} + u_{I3}}{3}$$



题9.4图

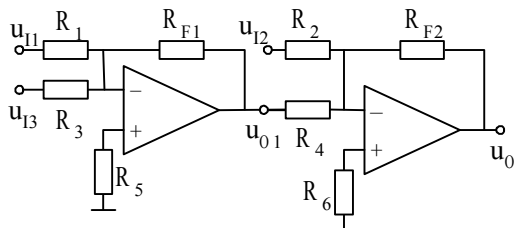
$$u_- = \frac{R_F u_{I1} + R_1 u_o}{R_1 + R_F} = \frac{2u_{I1} + u_o}{3}$$

由虚短 $u_+ = u_-$ 得

$$u_o = -2u_{I1} + 2u_{I2} + u_{I3}$$

9.5 用二个运放设计一个实现 $u_o = 3u_{I1} - 5u_{I2} + 8u_{I3}$ 的运算电路, 画出电路图, 标出各电阻值, 电阻的阻值限在 (1~500) $k\Omega$ 之间。

解: 运算可通过二级反相加法电路实现, 如图所示



$$u_{01} = -R_{F1} \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right),$$

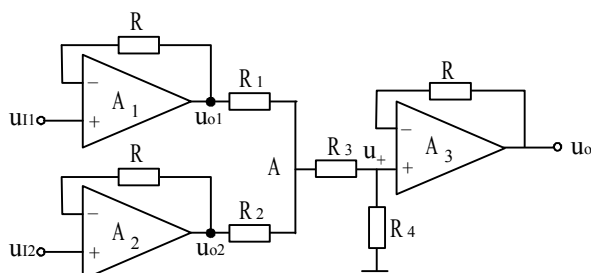
$$u_0 = -R_{F2}(\frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{01}}{R_4}) = \frac{R_{F1}R_{F2}}{R_1R_4}u_{I1} - \frac{R_{F2}}{R_2}u_{I2} + \frac{R_{F1}R_{F2}}{R_3R_4}u_{I3}$$

$$u_{o2} = \left(1 + \frac{R_{F2}}{R_3}\right) u_{f2}$$

A₃ 为减法电路

$$u_{o3} = \frac{R_6}{R_5} (u_{o2} - u_{o1}) = \frac{R_6}{R_5} \left[\left(1 + \frac{R_{F2}}{R_3}\right) u_{f2} + \frac{R_{F1}}{R_1} u_{f1} \right]$$

9.8 求题 9.8 图所示电路中的 u_{o1} 、 u_{o2} 和 u_o 。设 $R_1=R_2=10\text{ k}\Omega$ ， $R_3=R_4=5\text{ k}\Omega$ 。



题9.8图

解：A₁、A₂ 均成电压跟随器，因此， $u_{o1}=u_{I1}$ ， $u_{o2}=u_{I2}$

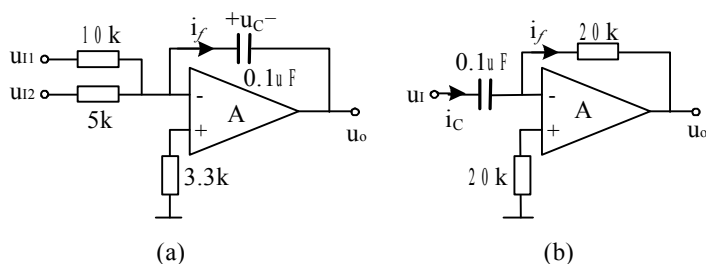
同相输入端虚断，由弥曼定理可得

$$u_A = \frac{\frac{u_{f1}}{R_1} + \frac{u_{f2}}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}} = \frac{u_{f1} + u_{f2}}{3}$$

由虚短和虚断得

$$u_o = u_+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4} u_A = \frac{u_{f1} + u_{f2}}{6}$$

9.9 求题 9.9 图所示电路输出电压与输入电压的关系式。



题9.9图

解：(a) 图电路是一积分加法电路，由虚短可得 $u_- = 0$

由虚断得

$$\frac{u_{I1}}{10 \times 10^3} + \frac{u_{I2}}{5 \times 10^3} = i_f = C \frac{du_C}{dt} = -C \frac{du_o}{dt} = -0.1 \times 10^{-6} \frac{du_o}{dt}$$

$$-\frac{du_o}{dt} = 1000u_{I1} + 2000u_{I2}$$

$$u_o = -1000 \int (u_{I1} + 2u_{I2}) dt \text{ V}$$

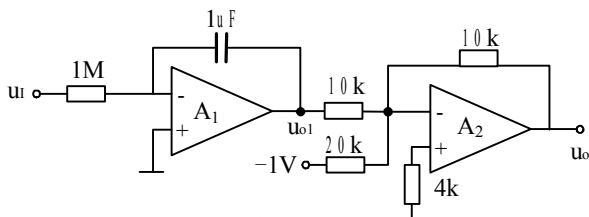
(b) 图是一微分电路，由虚短和虚断可得

$$i_C = C \frac{du_I}{dt} = i_f = \frac{-u_o}{R_F}$$

$$u_o = -R_F C \frac{du_I}{dt} = -20 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^{-6} \frac{du_I}{dt} = -2 \times 10^{-3} \frac{du_I}{dt}$$

9.10 题 9.10 图所示电路为一波形转换电路，输入信号为矩形波，设电容的初始电压为零，试计算 $t=0$ 、 10s 、 20s 时 u_{o1} 和 u_o 的值，并画出 u_{o1} 和 u_o 的波形。

解：A₁ 构成积分电路



题9.10图

$$u_{o1} = -\frac{1}{RC} \int u_I dt = -\int_{t_0}^t u_I dt + u_{o1}(t_0)$$

A₂ 构成反相加法电路

$$u_o = -10 \left(\frac{u_{o1}}{10} + \frac{-1}{20} \right) = 0.5 - u_{o1}$$

$$t=0, \quad u_{o1}=u_c=0, \quad u_o=0.5\text{V}$$

$$0 \leq t \leq 10\text{s}, \quad u_I = -1\text{V}, \quad \text{故} \quad u_{o1} = t + u_{o1}(0) = t \text{ V}$$

$$u_o = 0.5 - u_{o1} = (0.5 - t)\text{V}$$

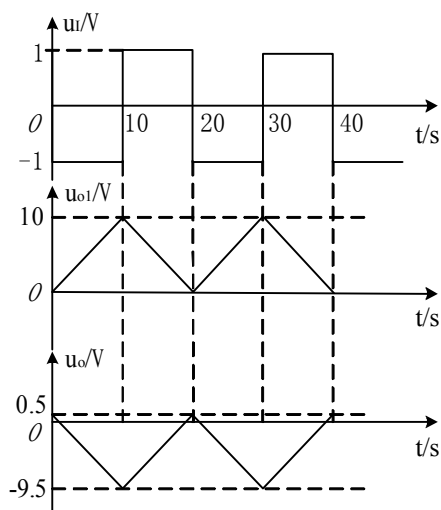
$$t=10\text{s}, \quad u_{o1}=10\text{V}, \quad u_o = -9.5\text{V}$$

$$10 \leq t \leq 20\text{s}, \quad u_I = 1\text{V}, \quad u_{o1} = -(t-10) + u_{o1}(0) = -t + 20\text{V}$$

$$u_o = 0.5 - (-t + 20) = (t - 19.5)\text{V}$$

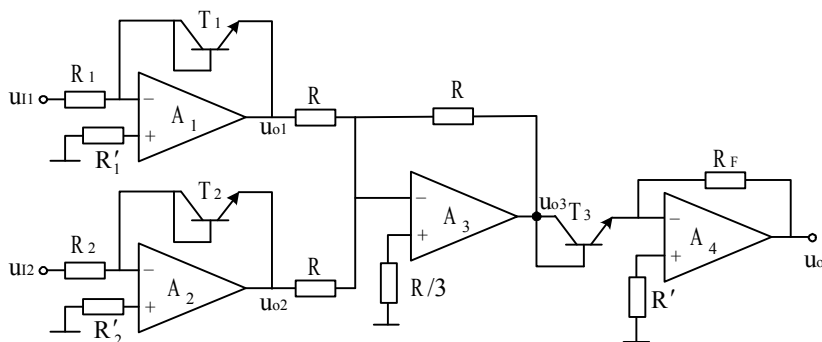
$$t=20s, u_{o1}=-20+20=0, \quad u_o=0.5V$$

各输出波形如图形示。



9.11 在题 9.11 图所示电路中, T_1 、 T_2 、 T_3 为相同的三极管, 输入信号大于零, 求输出电压 u_o , 说明此电路完成何种运算功能。

解: A_1 、 A_2 构成对数运算电路, A_3 成反相加法电路, A_4 构成指数运算电路,



题9.11图

$$u_{o1} = -U_T \ln \frac{u_{i1}}{R I_S} \quad u_{o2} = -U_T \ln \frac{U_{i2}}{R I_S}$$

$$u_{o3} = -(u_{o1} + u_{o2}) = U_T \ln \frac{U_{i1} U_{i2}}{R^2 I_S^2}$$

$$u_o = -R I_S e^{u_{o3}/U_T} = -R I_S \frac{U_{i1} U_{i2}}{R^2 I_S^2} = -\frac{U_{i1} U_{i2}}{R I_S}$$

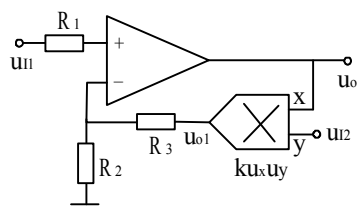
由于输入信号大于零, 故是一反相乘法电路。

9.12 题 9.12 图为同相除法电路，试写出输出电压与输入电压的函数关系，并分析电路正常工作时，输入电压极性和 k 值正负的要求。

解：乘法器输出 $u_{01} = k u_{i2} u_0$ ，

而
$$u_- = \frac{R_2}{R_2 + R_3} u_{01} = u_{i1}$$

故
$$u_0 = \frac{u_{01}}{k u_{i2}} = \left(\frac{R_2 + R_3}{k R_2} \right) \frac{u_{i1}}{u_{i2}}$$



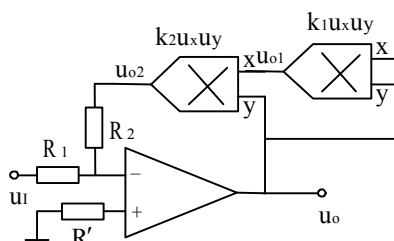
题9.12图

为使运放正常工作，引入的反馈应是负反馈，这要求 u_{01} 与 u_0 的极性相同，即要求 $k u_{i2} > 0$ ，因此，当输入电压 $u_{i2} > 0$ 时，应选用同相乘法器，而当 $u_{i2} < 0$ 时，应选用反相乘法器

9.13 求题 9.13 图所示电路的输出电压 u_o 。

解： $u_{01} = k_1 u_o^2$ ， $u_{02} = k_1 k_2 u_o^3$ ，若引入的反馈是负反馈，即 u_{02} 与 u_0 极性相同， $k_1 k_2 > 0$ ，则

$$u_- = \frac{R_2 u_i + R_1 u_{02}}{R_1 + R_2} = u_+ = 0$$

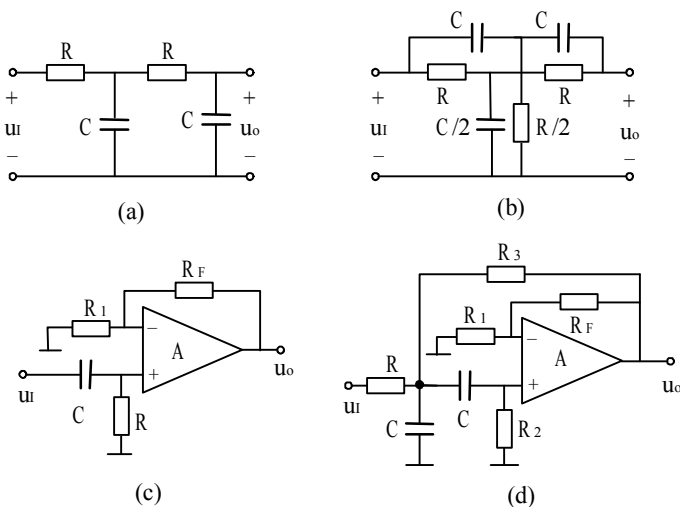


题9.13图

$$u_{o2} = k_1 k_2 u_o^3 = -\frac{R_2}{R_1} u_i$$

由此得：
$$u_o = -\left(\frac{R_2}{R_1} \frac{u_i}{K_1 K_2} \right)^{1/3}$$

9.14 试判断题 9.14 图中各电路是什么类型的滤波器（是低通、高通、带通、还是带阻滤波器，是有源还是无源滤波，几阶滤波？）。



题9.14图

解：(a) 是二阶低通滤波器，(b) 是双 T 带阻滤波器，(c) 是一阶高通滤波器，(d) 是二阶带通滤波器。

9.15 题 9.15 图所示电路为一个一阶低通滤波电路。试推导电路的电压放大倍数，并求出-3dB 截止频率。

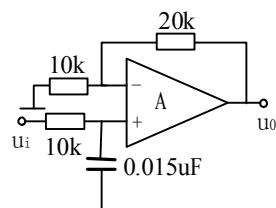
解：这是一阶有源低通滤波器，截止频率即-3dB 频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 10 \times 10^3 \times 0.015 \times 10^{-6}} = 1.06 \times 10^3 \text{ Hz}$$

$$\dot{U}_+ = \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{R - j\frac{1}{\omega C}} \dot{U}_i = \frac{\dot{U}_i}{1 + j\omega RC} = \frac{\dot{U}_i}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

$$\dot{U}_0 = 3\dot{U}_+ = \frac{3}{1 + jf/f_0} \dot{U}_i$$

$$A_u = \frac{U_0}{U_i} = \frac{3}{1 + jf/f_0}, \quad A_u = \frac{3}{\sqrt{1 + (f/f_0)^2}}$$



题9.15图

9.16 在图 9.2.4 所示的二阶低通滤波器中，设 $R=R_1=10 \text{ k}\Omega$ ， $C=0.1 \mu\text{F}$ ， $R_F=10 \text{ k}\Omega$ 。

(1) 计算通带截止频率 f_p 和通带电压放大倍数 A_{up} ；

(2) 示意画出电压放大倍数的对数幅频特性。

解：(1) 特征频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 10 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^{-6}} = 159 \text{ Hz}$$

通带电压放大倍数

$$A_{up} = A_0 = 1 + \frac{R_F}{R_1} = 1 + \frac{10}{10} = 2$$

电路的等效品质因数 $Q = \frac{1}{3 - A_0} = 1$ ，由 $A_u = \frac{A_{up}}{1 - (\frac{f}{f_0})^2 + j\frac{1}{Q}\frac{f}{f_0}}$ 得

$$A_u(f) = \frac{2}{1 - (\frac{f}{f_0})^2 + j\frac{f}{f_0}}$$

设-3dB 截止频率 $f_p = kf_0$ ，则有

$$|1 - k^2 + jk| = \sqrt{2}$$

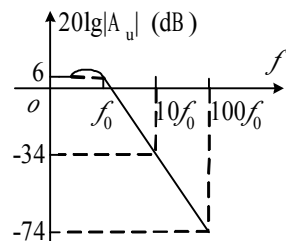
由此解得 $k=1.27$ ，故： $f_p=1.27 \times 159=202\text{Hz}$

(2) 在 $f=f_0$ 处， $A_u=A_{up}=2$ ，增益为 $20 \lg|A_u|=6\text{dB}$

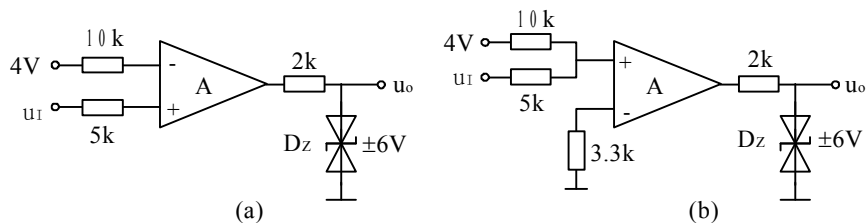
在 $10f_0$ 处，增益为 $-40+6=-34\text{dB}$

在 $100f_0$ 处 增益为 $-80+6=-74\text{dB}$

对数幅频特性曲线如图所示，曲线以 $40\text{dB}/十倍频$ 的速度下降。



9.17 在题 9.17 图所示电路中， $u_i = 6 \sin t \text{V}$ ，试画出电路的电压传输特性和输出电压波形。

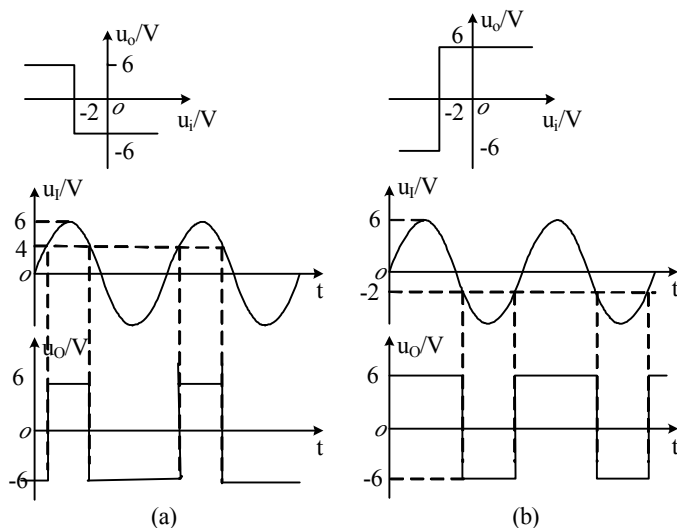


题9.17 图

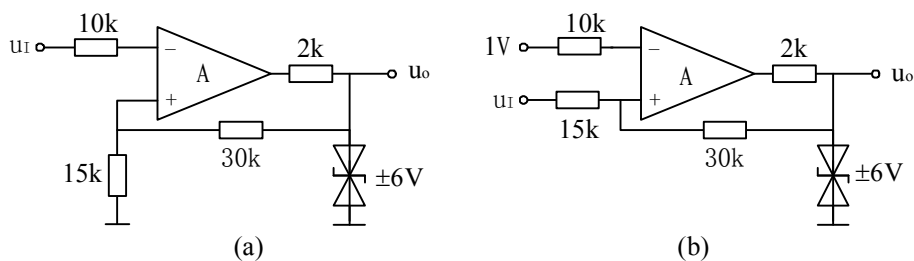
解：(a) $u_i > 4\text{V}$ 时， $u_o = 6\text{V}$ ， $u_i < 4\text{V}$ 时， $u_o = -6\text{V}$ ，电压传输特性和输出电压波形如图所示。

$$(b) \quad u_- = 0, \quad u_+ = \frac{\frac{u_i}{5} + \frac{4}{10}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{2}{3}u_i + \frac{4}{3} = 0 \text{ 时，输出跳变，因此门限电压 } U_T = -2\text{V}。$$

由于输入端接在同相端，因此，当 $u_i > U_T$ 时， $u_o = +6\text{V}$ ， $u_i < U_T$ 时， $u_o = -6\text{V}$ ，电压传输特性和输出电压波形如图所示。



9.18 在题 9.18 图所示电路中, 设 $u_I = 6 \sin \omega t V$, 求门限电压和回差电压, 并画出电路的电压传输特性和输出电压波形。



题9.18图

解: (a) $u_+ = \frac{15}{15+30} u_0 = \frac{1}{3} \times (\pm 6) = \pm 2V$

门限电压 $U_{T1} = 2V, U_{T2} = -2V$, 回差电压 $\Delta U_T = 4V$, 电压传输特性和输出电压波形如图(a)所示。

(b) 由叠加定理可得

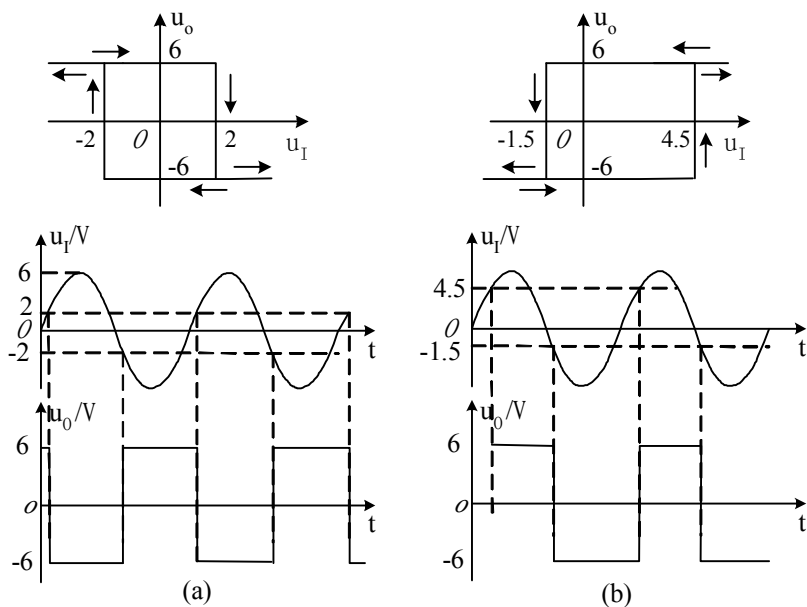
$$u_+ = \frac{30}{30+15} u_I + \frac{15}{30+15} u_0 = \frac{2}{3} u_I + \frac{1}{3} u_0 = \frac{2}{3} u_I \pm 2$$

门限电压满足方程

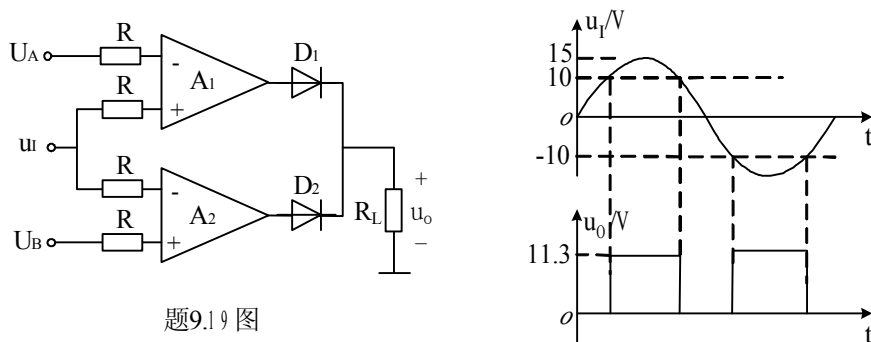
$$\frac{2}{3} U_T \pm 2 = 1$$

$$U_T = \frac{3}{2} \pm 3$$

门限电压 $U_{T1} = 4.5V, U_{T2} = -1.5V$, 回差电压 $\Delta U_T = 6V$, 传输特性和输出波形如图(b)所示。



9.19 在题 9.19 图所示的窗口比较器中，设 $U_A = 10V$ ， $U_B = -10V$ ， $u_I = 15\sin\omega tV$ ，二极管的正向压降为 $0.7V$ ，运放的最大输出电压 $U_{opp} = \pm 12V$ ，试画出输出电压的波形。



题9.19图

解：当 $u_I > U_A = 10V$ 时， A_1 输出 $12V$ ， A_2 输出 $-12V$ ， D_1 导通， D_2 截止， $u_O = 12 - 0.7 = 11.3V$ ；
当 $u_I < U_B = -10V$ 时， A_1 输出 $-12V$ ， A_2 输出 $12V$ ， D_1 截止， D_2 导通， $u_O = 12 - 0.7 = 11.3V$ ；
当 $U_B < u_I < U_A$ 时， A_1 、 A_2 均输出 $-12V$ ， D_1 、 D_2 均截止， $u_O = 0$ ，输出电压波形如图所示。

9.20 题 9.20 图 (a) 所示电路中，输入电压 u_I 的波形如图 (b) 所示，已知电容的初始电压为零。(1) 指出 A_1 、 A_2 、 A_3 各组成何种电路；(2) 画出各输出电压 u_{O1} 、 u_{O2} 和 u_O 的波形，标出有关电压值。

解：运放 A_1 构成积分电路， $RC = 10 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^{-6} = 10^{-3}s$ ，如时间以 ms 计，则

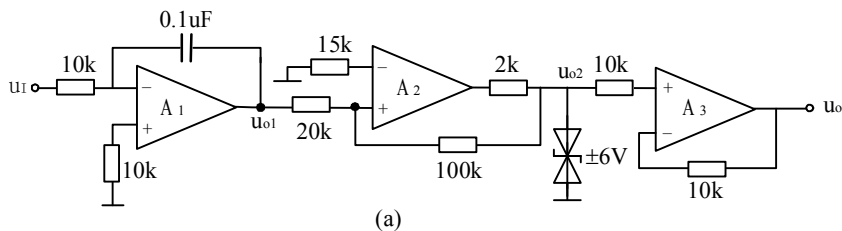
$$u_{O1} = -\int_0^t u_I dt + u_{O1}(t_0) = -u_I(t - t_0) + u_{O1}(t_0)$$

$$0 \leq t \leq 1ms, u_{O1} = -4t, t = 1ms, u_{O1} = -4V$$

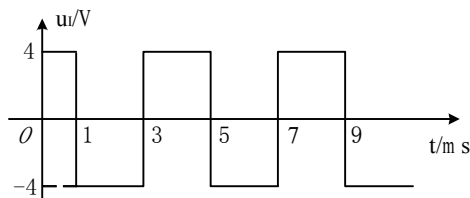
$$1 \leq t \leq 3ms, u_{O1} = 4(t - 1) + (-4) = 4t - 8, t = 3ms, u_{O1} = 4V$$

$$3 \leq t \leq 5ms, u_{O1} = -4(t - 3) + 4 = -4t + 16, t = 5ms, u_{O1} = -4V$$

u_{O1} 的波形如图(c)所示。



(a)



(b)

题9.20图

运放 A_2 构成滞回比较器，由于 $u_{o2} = \pm 6V$ ，故

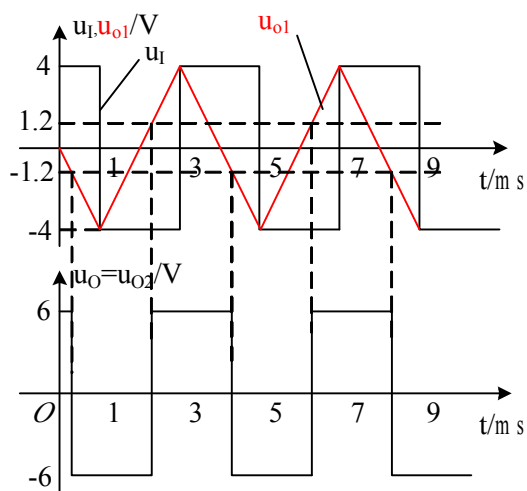
$$u_+ = \frac{100}{20+100}u_{o1} + \frac{20}{20+100}u_{o2} = \frac{5}{6}u_{o1} \pm 1$$

门限电压

$$U_{T1} = 1.2V, U_{T2} = -1.2V$$

$u_{o1} > u_{T1}$ 时， $u_{o2} = 6V$ ， $u_{o1} < u_{T2}$ 时 $u_{o2} = -6V$

运放 A_3 构成一电压跟随器， $u_o = u_{o2}$ 。波形如图(c)所示。



(c)