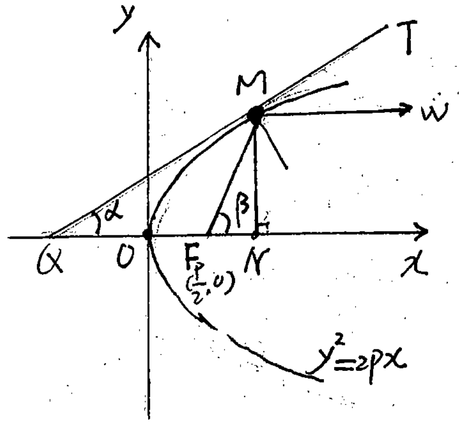
P.75.4. 试求抛物线 $y^2=2px$ $(p>0)$ 上任意一点 $M(x,y)$ $(x>0, y>0)$ 2011 3/7—24.
处的切线斜率；并证明：从抛物线的焦点 $F(\frac{p}{2},0)$ 向点 M
发射光线时，其反射线一定平行于 x 轴。



解：① $y^2=2px \Rightarrow y=\sqrt{2px} \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{p}{\sqrt{2px}}=\frac{p}{y}$

$$K=\tan\alpha=\frac{dy}{dx}=\frac{p}{\sqrt{2px}}$$

② 由于 $F(\frac{p}{2},0)$，$M(x,y)=M(x,\sqrt{2px})$

从而，$\tan\beta=\frac{MN}{FN}=\frac{\sqrt{2px}}{x-\frac{p}{2}}$

又由于 $\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\cdot\frac{p}{\sqrt{2px}}}{1-\frac{p^2}{2px}}=\frac{4px\cdot\frac{p}{\sqrt{2px}}}{2px-p^2}=\frac{2\cdot\sqrt{2px}\cdot p}{2px-p^2}=\frac{\sqrt{2px}}{x-\frac{p}{2}}\overset{恰}{=}\tan\beta$

从而 $\beta=2\alpha$. 又 $\angle QMF=\alpha$，由入射角=反射角，从而 $\angle TMW=\alpha$ ∴ $MW\parallel x$ 轴.

P.75.5 曲线 $y=x^2+2x+3$ 上哪一点的切线与直线 $y=4x-1$ 平行？
并求出曲线在该点处的切线和法线方程。

解：$y'=2x+2$，

由条件 令 $y'=4 \Rightarrow 2x+2=4$

$\Rightarrow x=1,\ y=6$

从而，$(1,6)$ 点的切线平行于 $y=4x-1$.

过 $(1,6)$ 点切线：$y-6=4(x-1) \Rightarrow 4x-y+2=0$

法线：$y-6=-\frac{1}{4}(x-1) \Rightarrow x+4y-25=0$