

中山大学 本科生考试草稿纸 2012 ¹⁵/₄

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第七条：“考试作弊者不授予学士学位。”

p.222.2.(11) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(\ln \ln n)^q} ; (q > 0)$

证: 当 n 充分大后, $(\ln \ln n)^q < (\ln n)^{\frac{1}{2}}$

$$u_n = \frac{1}{n(\ln \ln n)^q} > \frac{1}{n \cdot (\ln n)^{\frac{1}{2}}} = v_n$$

$$v_n = \frac{1}{n \cdot (\ln n)^{\frac{1}{2}}}, \quad f(x) = \frac{1}{x (\ln x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\begin{aligned} \text{由 } \int_3^{+\infty} f(x) dx &= \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x (\ln x)^{\frac{1}{2}}} = \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\ln x}} d \ln x \\ &= 2 \sqrt{\ln x} \Big|_3^{+\infty} = +\infty \end{aligned}$$

从而 $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^{\frac{1}{2}}}$ 发散。

再由比较判别法可知 $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n (\ln \ln n)^q}$ 也发散。