中山大學 本科生考试草稿纸 $2011\frac{29}{6}-9$

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第七条："考试作弊者不授予学士学位。"

P.26.10.(3) $y=\operatorname{ch}x=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$

解：$y=\frac{1}{2}(e^x+\frac{1}{e^x})=\frac{e^{2x}+1}{2e^x}\Rightarrow e^{2x}-2ye^x+1=0$

$\Rightarrow e^x=\frac{2y\pm\sqrt{4y^2-4}}{2}=y\pm\sqrt{y^2-1}\Longrightarrow x=\ln(y+\sqrt{y^2-1})$

$\Rightarrow y=\ln(x+\sqrt{x^2-1})$

P.26.11 证明：$\operatorname{ch}^2x-\operatorname{sh}^2x=1$

证：$\operatorname{ch}^2x-\operatorname{sh}^2x=[\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})]^2-[\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})]^2$

$=\frac{1}{4}[e^{2x}+2+e^{-2x}-(e^{2x}-2e^x\cdot e^{-x}+e^{-2x})]$

$=\frac{1}{4}(2+2)=1.$

P.26.12 下列函数在指定的区间内是否是有界函数。

(1) $y=e^{x^2}$, $x\in(-\infty,+\infty)$ 无界。

(2) $y=e^{x^2}$, $x\in(0,10^{10})$, $|e^{x^2}|\le e^{100}$, 有界。

(3) $y=\ln x$, $x\in(0,1)$, 无界。(因为 $x\to0+0$, $\ln x\to-\infty$)

(4) $y=\ln x$, $x\in(r,1)$, $\ln r<\ln x<\ln 1$, 有界。

(5) $y=\frac{e^{-x^2}}{2+\sin x}+\cos(2^x)$, $x\in(-\infty,+\infty)$, $|y|\le1+1=2$. 有界。

(6) $y=x^2\sin x$, $x\in(-\infty,+\infty)$, 无界。

(7) $y=x^2\cos x$, $x\in(-10^{10},10^{10})$, $|y|=|x^2\cos x|\le x^2\le10^{20}$