P.202.6. 作图 $y=\dfrac{\ln x}{x}$, $(0,+\infty)$ 2011/7/21 — 104.

解： $y'=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-1\cdot\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ ； 令 $y'=0$, 得 $1-\ln x=0$, $x=e$.

$$y''=\frac{-\frac{1}{x}\cdot x^2-(1-\ln x)\cdot 2x}{x^4}=\frac{2x\ln x-3x}{x^4}=\frac{2\ln x-3}{x^3}$$

令 $y''=0$, 得 $2\ln x-3=0$, $x=e^{\frac{3}{2}}$.

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{\ln x}{x}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2x^2}=0.$$

$b=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}}{1}=0$. x轴是水平渐近线。

$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln x}{x}=-\infty$, 则 y轴是铅直渐近线。

x	$(0,e)$	e	$(e,e^{\frac{3}{2}})$	$e^{\frac{3}{2}}$	$(e^{\frac{3}{2}},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	−	−
$f''(x)$	−	−	−	0	+
$f(x)$	↗	极大 $(e,\frac{1}{e})$	↘	拐点 $(e^{\frac{3}{2}},\frac{3}{2e^{\frac{3}{2}}})$	↘