

1

解  $X$ 可取0, 1, 2, 3,  $Y$ 可取1, 3. 且 $Y=1$ 对应 $X=1$ 或 $X=2$ ,  
 $Y=3$ 对应 $X=0$ 或 $X=3$ . 所以,  $(X,Y)$ 的分布律为:

$$P\{X=0,Y=3\}=P\{X=0\}=1/8$$

$$P\{X=3,Y=3\}=P\{X=3\}=1/8$$

$$P\{X=1,Y=1\}=P\{X=1\}=3/8$$

$$P\{X=2,Y=1\}=P\{X=2\}=3/8$$

或写成:

$(X,Y)$	(0,3)	(1,1)	(2,1)	(3,3)
P	1/8	3/8	3/8	1/8

2

解  $X,Y$ 可取-1, 1, 所以,  $(X,Y)$ 的分布律为:

$$P\{X=-1,Y=-1\}=P\{U\leq -1\}=1/4$$

$$P\{X=-1,Y=1\}=P\{U\leq -1\text{且}U<1\}=0$$

$$P\{X=1,Y=-1\}=P\{-1<U\leq 1\}=1/2$$

$$P\{X=1,Y=1\}=P\{U<1\}=1/4$$

或写成:

$(X,Y)$	$(-1,-1)$	$(1,-1)$	$(1,1)$
P	1/4	1/2	1/4

Y	-1	1
X		
-1	1/4	0
1	1/2	1/4

3

解 由于  $P\{X=0\}=0.4$ ,  $P\{X=1\}=0.6$ , 所以

$$P\{X=0, Y=j\}=P\{Y=j|X=0\}P\{X=0\}=0.4P\{Y=j|X=0\}$$

$$P\{X=1, Y=j\}=P\{Y=j|X=1\}P\{X=1\}=0.6P\{Y=j|X=1\}$$

所以,  $(X, Y)$  的分布律为:

X \ Y	1	2	3
0	$1/10$	$1/5$	$1/10$
1	$3/10$	$1/10$	$1/5$

4

解 由于  $P\{Y=1|X=0\}=P\{X=0, Y=1\}/P\{X=0\}$

$$=b/(2/25+b)=3/5$$

所以,  $b=3/25$ .

又由于  $\sum_{i,j} p_{ij}=1$ , 所以,  $a=14/25$ .

即,  $a=14/25$ ,  $b=3/25$ .

5

解  $P\{\max(X, Y) \geq 0\}=P\{X \geq 0 \text{ 或 } Y \geq 0\}$

$$=P\{X \geq 0\}+P\{Y \geq 0\}-P\{X \geq 0, Y \geq 0\}$$

$$=4/7+4/7-3/7=5/7$$

6

解 (1) 由于

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = a \int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^1 x^2 y dy = \frac{a}{2} \int_{-1}^1 x^2 (1 - x^4) dx = \frac{4a}{21}$$

所以,  $a = 21/4$ .

$$(2) P\{X < 0.5\} = \frac{21}{4} \int_{0.5}^1 dx \int_{x^2}^1 x^2 y dy = 0.3936$$

$$P\{Y < 0.5\} = \frac{21}{4} \int_{0.5}^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} x^2 y dx = 0.9116$$