$$\begin{cases} L_x = 3+2\lambda x = 0 \\ L_y = 4+2\lambda y = 0 \\ L_\lambda = x^2+y^2-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{5} \\ y=\frac{4}{5} \\ \lambda=-\frac{5}{2} \end{cases}, \begin{cases} x=-\frac{3}{5} \\ y=-\frac{4}{5} \\ \lambda=\frac{5}{2} \end{cases}$$

可得最大值为$z(\frac{3}{5},\frac{4}{5})=5$;可得最小值为$z(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5})=-5$;

5. 计算函数$z=x^y+3y^2$的全微分

$$dz = yx^{y-1}dx + [x^y \ln x + 6y]dy$$

6. 求$\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^4 x}dx$

原式$=2\int \frac{\sin x\cos x}{1+\sin^4 x}dx = 2\int \frac{\sin x}{1+\sin^4 x}d\sin x = \int \frac{1}{1+\sin^4 x}d\sin^2 x = \arctan(\sin^2 x)+C$

7. 求 $I=\int_0^2 (x+1)\ e^x dx$

$$I=\int_0^2 (x+1)de^x = (x+1)e^x\ |_0^2 - \int_0^2 e^x d(x+1) = 3e^2-1-e^x\ |_0^2 = 2e^2$$

8. 求曲线$y=x^2$ 与 $y^2=x$ 所围成的图形的面积.

$y=x^2$ 与$y^2=x$交点为（0，0），（1，1）

$$\therefore A=\int_0^1 (\sqrt{x}-x^2)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}x^3\ |_0^1 = \frac{1}{3}$$

9. 求$f(x)=x^4-2x^3+1$的极值,

$$f'(x)=4x^3-6x^2=2x^2(2x-3)=0$$

$$\therefore x=0, x=\frac{3}{2}$$

$$f''(x)=12x^2-12x,$$

$x=0$不是极值点

$$f''\left(\frac{3}{2}\right)>0, \therefore \text{极小值为} f(\frac{3}{2})=\frac{-11}{16}$$

10 求过点（2,0,—3），且与两平面$2x-2y+4z+7=0, 3x+y-2z+5=0$垂直的平面方程.