

# SPRAWOZDANIE

Przeniesienie współrzędnych geodezyjnych na powierzchni  
elipsoidy obrotowej  
ćwiczenie 3

Izabella Kaim 319193

# 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było obliczenie współrzędnych geodezyjnych trzech punktów na podstawie znanych współrzędnych punktu 1, długości geodezyjne między tymi punktami oraz azymutów. Następnie przedstawię ich na wykresie oraz obliczenie pola powierzchni powstałej figury.

## 2. Dane

$$\varphi_1 = 54^\circ + 12 * 0.25^\circ = 57^\circ$$

$$\lambda_1 = 16^\circ + 12 * 0.5^\circ = 22^\circ$$

	długość $s$ [km]	azymut $A$ [°]
1 - 2	20	0
2 - 3	35	90
3 - 4	20	180

## 3. Wykonanie

Współrzędne punktów obliczyłam za pomocą algorytmu Kivioja.

```
def kivioji(fi, li, Ai, s):
    n = round(s/1000)
    #i = 1
    ds = s/n
    for i in range(n):
        Mi = (a*(1 - e2)) / (m.sqrt((1 - e2*m.sin(fi)*m.sin(fi))**3))
        Ni = a / (m.sqrt(1 - e2*np.sin(fi)*np.sin(fi)))

        dfi = (ds * m.cos(Ai)) / Mi
        dAi = (ds * m.sin(Ai) * m.tan(fi)) / Ni

        fm = fi + (1/2)* dfi
        Am = Ai + (1/2)* dAi

        Mm = (a*(1 - e2)) / (m.sqrt((1 - e2 * np.sin(fm)*np.sin(fm))**3))
        Nm = (a)/ (m.sqrt(1 - e2*np.sin(fm)*np.sin(fm)))

        dfm = (ds * m.cos(Am)) / Mm
        dlm = (ds * m.sin(Am)) / (Nm * m.cos(fm))
        dAm = (ds * m.sin(Am) * m.tan(fm)) / Nm

        fi = fi + dfm
        li = li + dlm
        Ai = Ai + dAm
        i += 1

    return fi, li, Ai
```

Aby obliczyć właściwą odległość i azymut z punkty 4 do punktu 1 wykorzystałam algorytm Vincentego.

```
def vincenty(BA, LA, BB, LB):
    b = a * np.sqrt(1-e2)
    f = 1-b/a
    dL = LB - LA
    UA = np.arctan((1-f)*np.tan(BA))
    UB = np.arctan((1-f)*np.tan(BB))
    L = dL
    while True:
        sin_sig = np.sqrt((np.cos(UB)*np.sin(L))**2 + \
            (np.cos(UA)*np.sin(UB) - np.sin(UA)*np.cos(UB)*np.cos(L))**2)
        cos_sig = np.sin(UA)*np.sin(UB) + np.cos(UA) * np.cos(UB) * np.cos(L)
        sig = np.arctan2(sin_sig, cos_sig)
        sin_al = (np.cos(UA)*np.cos(UB)*np.sin(L))/sin_sig
        cos2_al = 1 - sin_al**2
        cos2_sigm = cos_sig - (2 * np.sin(UA) * np.sin(UB))/cos2_al
        C = (f/16) * cos2_al * (4 + f*(4 - 3 * cos2_al))
        Lst = L
        L = dL + (1-C)*f*sin_al*(sig+C*sin_sig*(cos2_sigm+C*cos_sig*(-1 + 2*cos2_sigm**2)))
        if abs(L-Lst)<(0.000001/206265):
            break

    u2 = (a**2 - b**2)/(b**2) * cos2_al
    A = 1 + (u2/16384) * (4096 + u2*(-768 + u2 * (320 - 175 * u2)))
    B = u2/1024 * (256 + u2 * (-128 + u2 * (74 - 47 * u2)))
    d_sig = B*sin_sig * (cos2_sigm + 1/4*B*(cos_sig*(-1+2*cos2_sigm**2)\
        - 1/6 *B*cos2_sigm * (-3 + 4*sin_sig**2)*(-3+4*cos2_sigm**2)))
    sAB = b*A*(sig-d_sig)
    A_AB = np.arctan2((np.cos(UB) * np.sin(L)), (np.cos(UA)*np.sin(UB) - np.sin(UA)*np.cos(UB)*np.cos(L)))
    A_BA = np.arctan2((np.cos(UA) * np.sin(L)), (-np.sin(UA)*np.cos(UB) + np.cos(UA)*np.sin(UB)*np.cos(L))) + np.pi

    return sAB, np.rad2deg(A_AB), np.rad2deg(A_BA)
```

Aby obliczyć pole powierzchni powstałej figury wykorzystałam bibliotekę GeographicLib.

```
from geographiclib.geodesic import Geodesic
geod = Geodesic.WGS84
p = geod.Polygon()

p.AddPoint(f4, 14)
p.AddPoint(f3, 13)
p.AddPoint(f2, 12)
p.AddPoint(f1, 11)

num, perim, area = p.Compute()

print('Pole:', area/1000000, '[km^2]')
```

## 4. Wyniki

$\varphi_2 = 57^\circ 10' 46.54''$

$\lambda_2 = 22^\circ 00' 00''$

$\varphi_3 = 57^\circ 10' 41.74''$

$\lambda_3 = 22^\circ 34' 43.31''$

Wsp punktu 1: 57.00000000000001 22.0

Wsp punktu 2: 57.179595310234625 22.0

Wsp punktu 3: 57.17826148114223 22.578698075251012

Wsp punktu 4: 56.998666132425434 22.578698075251012

Wsp punktu 1\*: 56.99734145380936 22.00281094581931

$$\varphi_4 = 56^\circ 59' 55.2''$$

$$\lambda_4 = 22^\circ 34' 43.31''$$

$$\varphi_{1*} = 56^\circ 59' 50.43''$$

$$\lambda_{1*} = 22^\circ 00' 10.12''$$

Różnica między wyjściowym punktem 1 a obliczonym:

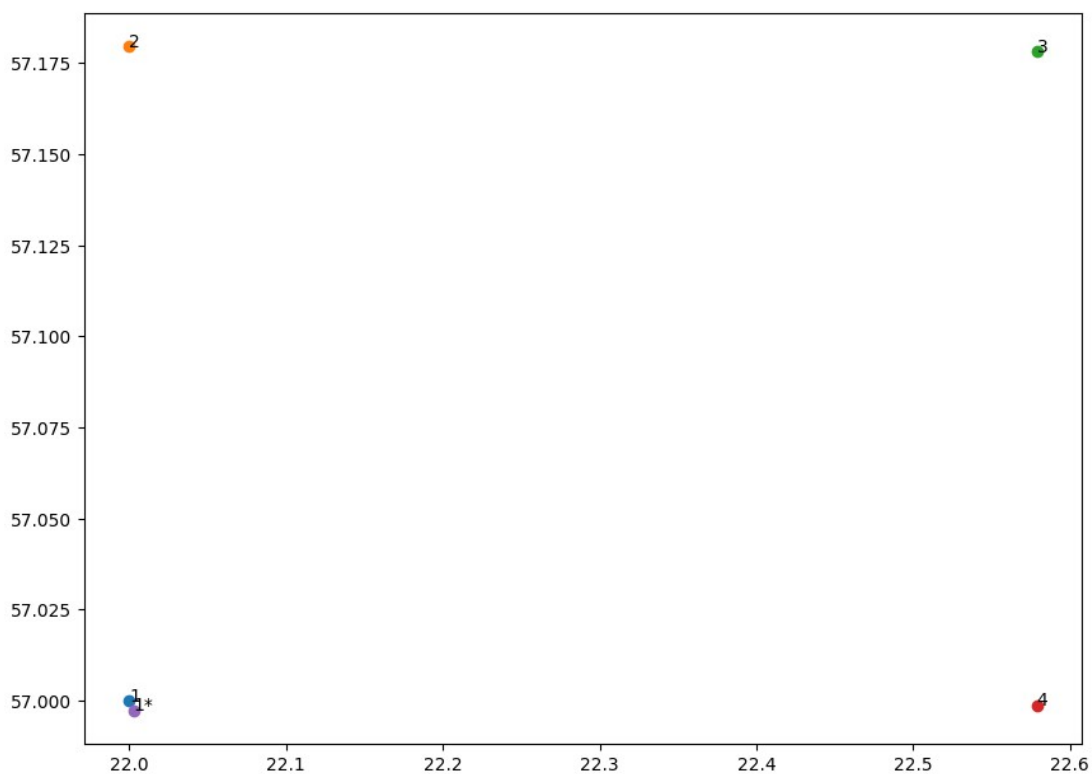
$$\varphi_1 - \varphi_{1*} = 57 - 56.99734145380936 = 0.0026585461906378782 = 0^\circ 0' 9.57''$$

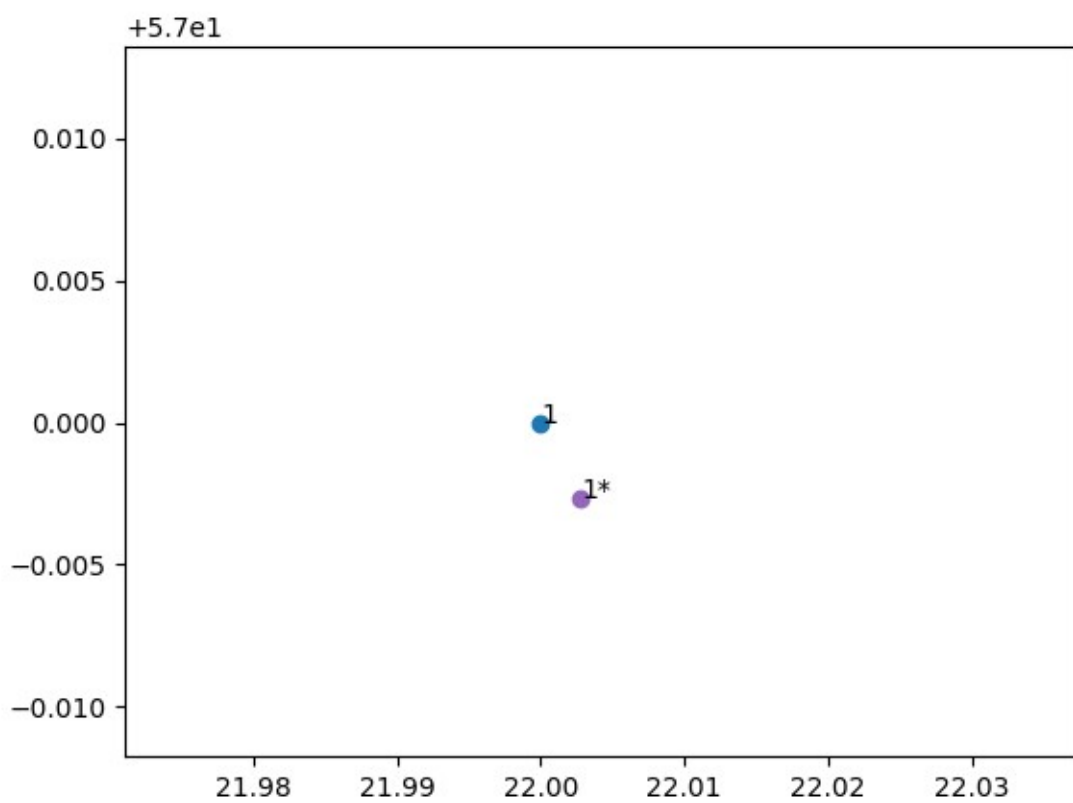
$$\lambda_1 - \lambda_{1*} = 22 - 22.00281094581931 = -0.002810945819309296 = -0^\circ 0' 10.12''$$

Właściwa odległość  $s_{4-1} = 35169.58429$  m

Właściwy azymut  $A_{4-1} = 270.4846548941681^\circ = 270^\circ 29' 4.76''$

Wykresy punktów:





Pole powierzchni tej figury wynosi = 701.6855901090088 km<sup>2</sup>