ICC043/IEC582 – Paradigmas de Linguagens de Programação

# Paradigma funcional



**Prof. Dr. Rafael Giusti**
rgiusti@icomp.ufam.edu.br

# Leitura recomendada

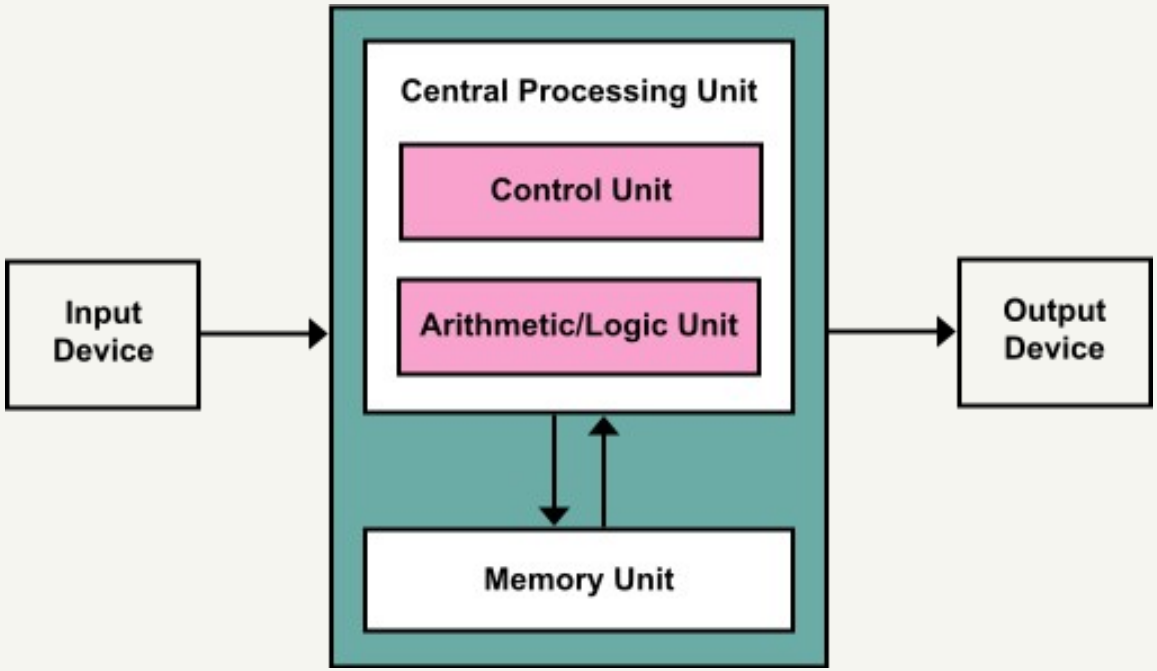
- SEBESTA. "Conceitos de Linguagens de Programação"
  - Capítulo 7: "Expressões e Sentenças de Atribuição"
    - Em particular, Seção 7.2.2 e subseções
      - Ordem de avaliação dos operandos
      - Efeitos colaterais
      - Transparência referencial
  - Capítulo 15: "Linguagens de Programação Funcional"

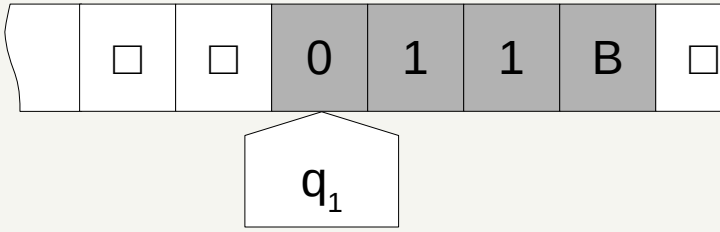
# Agenda

- Funcional vs. imperativo
- Python funcional
- Funções de ordem mais alta
- Geradores e avaliação preguiçosa
- Entrada e saída em Python funcional
- Compreensões de listas

# Paradigmas imperativos

- Linguagens imperativas têm como base
  - A arquitetura de von Neumann
  - O modelo da máquina de Turing



# Paradigmas imperativos

- Características de linguagens imperativas
  - Programas são sequências de comandos
  - Algoritmos descrevem como o programa deve ser executado
  - Mudança de estado (no sentido de semântica operacional / denotacional)

# Paradigma funcional

- O paradigma funcional tem como base
  - Cálculo lambda
  - Funções matemáticas
- Características
  - Programas são coleções de funções e de aplicações dessas funções (chamadas)
  - Algoritmos descrevem o quê o programa deve realizar, não como
  - **Não existe estado**

# Paradigma funcional

- Fatorial imperativo vs. funcional

```
def fatorial(n):
    f = 1
    for i in range(1, n + 1):
        f *= i
    return f
```

Mudança de estado

Iteração e sequência

```
def fatorial(n):
    if n <= 1:
        return 1
    else:
        return n * fatorial(n - 1)
```

Não há variáveis (sem estado)

Recursão

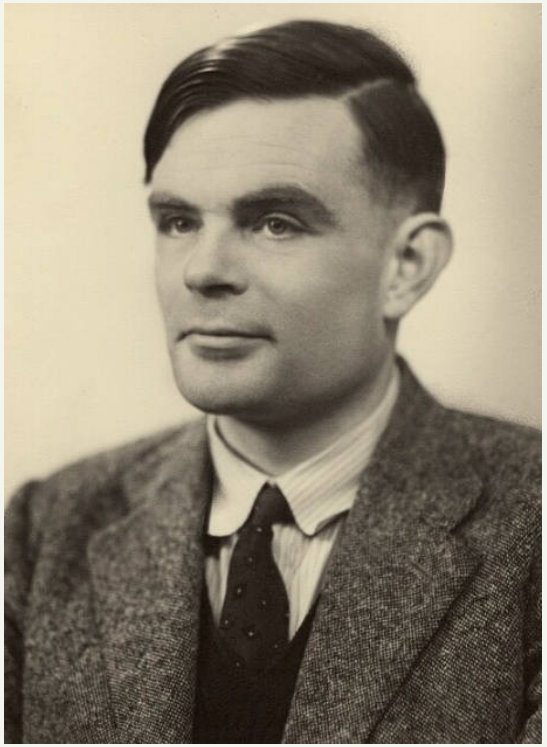
# Por quê?

- Pontos positivos da programação funcional
  - Mais abstrata (alto nível)
  - Soluções mais modulares
  - Fácil de testar e depurar
  - Não propensa a efeitos colaterais
  - Simplifica paralelização

# Tese de Church-Turing

- Embora fundamentalmente diferentes, o cálculo lambda e a máquina de Turing são equivalentes

Cálculo lambda, proposto por Alonzo Church [1]



Máquina de Turing, proposto por Alan Turing [2]

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/File:Alonzo_Church.jpg
[2] https://en.wikipedia.org/wiki/File:Alan-Turing.jpg

# Tese de Church-Turing

- Consequências da tese de Church-Turing
  - Existe uma expressão lambda que simula uma máquina de Turing universal
  - Existe uma máquina de Turing que calcula expressões lambda arbitrárias
  - Qualquer modelo de computação universal será equivalente à máquina de Turing
  - Qualquer paradigma pode ser utilizado para simular um modelo de computação Turing-completo

# Agenda

- Funcional vs. imperativo
- Python funcional
- Funções de ordem mais alta
- Geradores e avaliação preguiçosa
- Entrada e saída em Python funcional
- Compreensões de listas

# Linguagens funcionais

- LISP
  - Primeira linguagem funcional
  - Uma linguagem funcional "pura"
  - Não possui variáveis
  - Todos os dados são imutáveis
  - O principal tipo de dados é a lista
  - Dados e programas possuem a mesma representação

# Linguagens funcionais

- LISP

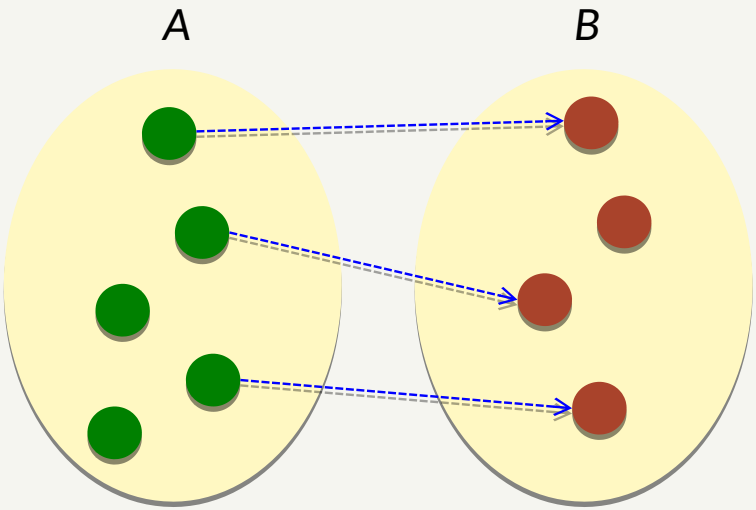
```
; LISP Example function
;  The following code defines a LISP predicate function
;  that takes two lists as arguments and returns True
;  if the two lists are equal, and NIL (false) otherwise
(DEFUN lis_eq (lis1 lis2)
  (COND
    ((ATOM lis1)                          (EQ lis1 lis2))
    ((ATOM lis2)                          NIL)
    ((lis_eq (CAR lis1) (CAR lis2))       (lis_eq (CDR lis1) (CDR lis2)))
    (T                                    NIL)
  )
)
```

# Linguagens funcionais

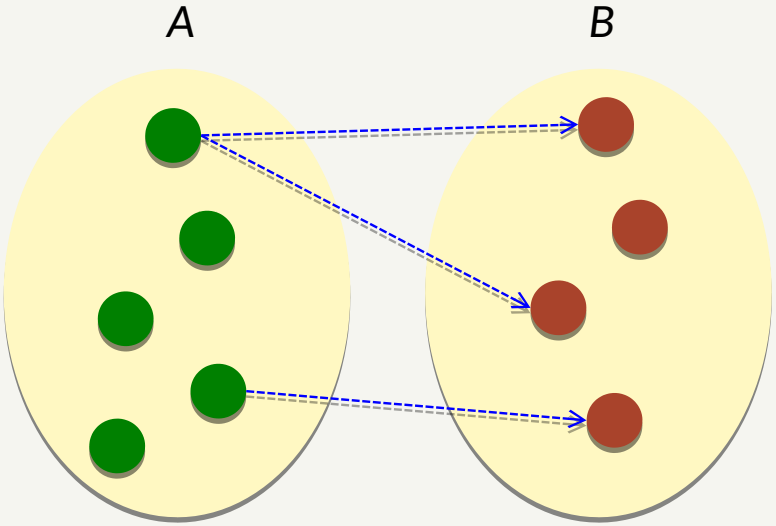
- Python funcional
  - Programação "puramente" funcional é **difícil**
  - Algumas tarefas são naturalmente associadas a estados, como processamento de E/S
    - Leitura/escrita do teclado/de arquivos
  - Na prática, linguagens "puramente" funcionais são menos utilizadas
    - Multiparadigma permite empregar conceitos funcionais em linguagens menos abstratas

# Python funcional

- Princípios norteantes
  - Uma função é um mapeamento da entrada para uma saída única




Função




Relação binária

# Python funcional

- Princípios norteantes
  - Uma função é um mapeamento da entrada para uma saída única
    - O resultado de uma função depende exclusivamente dos argumentos
    - Efeitos colaterais inexistentes ou restritos
    - Uma função chamada duas vezes com os mesmos argumentos deve retornar o mesmo valor

# Python funcional

- Princípios norteantes
  - A recursão substitui a iteração
    - Característica marcante do paradigma
  - Manipulação de coleções
    - Listas
    - Tuplas (listas imutáveis)
    - Dicionários
    - Conjuntos

# Python funcional

- Princípios norteantes
  - Sem efeitos colaterais
    - Estritamente, sem atribuições
    - Exceção: em alguns casos, variáveis locais
    - Mas as funções não podem compartilhar estados!
      - Uma função não pode alterar um objeto
      - Não utilizamos variáveis globais

# Python funcional

- Princípios norteantes
  - Ordem de avaliação é pouco importante
    - Os argumentos podem ser avaliados em qualquer ordem
      - Inclusive, simultaneamente
      - Isso facilita bastante a paralelização

# Python funcional

- Princípios norteantes
  - Ordem de avaliação é pouco importante
    - Os argumentos podem ser avaliados em qualquer ordem
      - Inclusive, simultaneamente
      - Isso facilita bastante a paralelização
  - Funções de primeira classe ou de ordem mais alta
  - Transparência referencial

# Funções em Python

- Funções de primeira classe
  - As funções de Python são objetos de primeira classe porque suportam todas as operações disponíveis para objetos de primeira classe
    - Uma função pode ser passada como argumento para outra função
    - Uma função pode ser retornada por outra função

# Funções em Python

- Funções de ordem mais alta
  - Uma função de ordem mais alta é aquela que
    - Recebe outra função como argumento; ou
    - Retorna uma função como argumento

```
>>> def aplicar(fun, arg):
...     return fun(arg)
...

>>> aplicar(print, "Hello, world!")
Hello, world!
```

# Funções em Python

- Funções lambda

```
>>> def quadrado(x):
...     return x * x
...

>>> quadrado(6)
36

>>> quad = lambda x : x * x

>>> quad(6)
36
```

Python só permite funções lambda com uma linha

# Funções em Python

- Funções lambda

```
<lambda> ::= "lambda" [ <parâmetros> ] : <expressão>

<parâmetros> ::= <id> { , <id> }
```

# Funções em Python

- Funções lambda
  - A notação lambda permite criar uma função anônima, sem vínculo a nenhum nome
    - `lambda x : x * x`
  - Funções lambda podem ser vinculadas a variáveis ou podem ser utilizadas em expressões
    - 
```
>>> aplicar(lambda x : x * x, 6)
36
```

# Transparência referencial

- Linguagens funcionais possuem transparência referencial
  - Um programa possui transparência referencial se quaisquer expressões de mesmo valor podem ser substituídas uma pela outra

```
res1 = (foo(a) + b) / (foo(a) - c)
tmp = foo(a)
res2 = (tmp + b) / (tmp - c)
```

# Tarefas de Python funcional

- Retornar o menor elemento de uma lista
- Ordenar uma lista
- Encontrar o máximo divisor comum
  - Algoritmo de Euclides: subtraia o menor do maior até os valores serem iguais
- Inverter uma lista
- Verificar se um número é primo

# Agenda

- Funcional vs. imperativo
- Python funcional
- Funções de ordem mais alta
- Geradores e avaliação preguiçosa
- Entrada e saída em Python funcional
- Compreensões de listas

# *Map*, *filter* e *reduce*

- Três importantes operações em linguagens funcionais são
  - *Map*: mapeia um conjunto de valores para a imagem de uma função
  - *Filter*: filtra uma coleção
  - *Reduce*: aplica uma função em uma coleção, reduzindo a um único valor
- As funções `map` e `filter` retornam iteradores, que podem ser convertidos em listas

# Filter

- `filter(função, lista)`
  - Faz com que a função atue como um filtro sobre os elementos da lista
  - Os elementos que são mapeados para um valor falso são filtrados (removidos)

```
def par(x):
    return x % 2 == 0

list(filter(par, [1, 2, 3, 4, 5, 6]))
```

Resultado: [2, 4, 6]

# *Map*

- `map(função, lista)`
  - Utiliza uma função para transformar cada elemento da lista
  - Retorna uma nova lista com cada elemento mapeado por meio da função

```
def quadrado(x):
    return x ** 2

list(map(quadrado, [1, 2, 3, 4, 5, 6]))
```

Resultado: [1, 4, 9, 16, 25, 36]

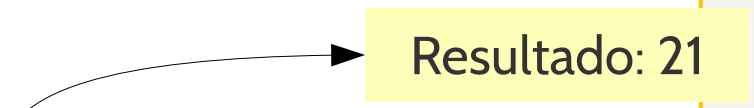
# *Reduce*

- `reduce(função, lista)`
  - A função deve ter dois parâmetros: um acumulador e um elemento da lista
    - Inicialmente, o acumulador é o primeiro elemento da lista
    - Então o valor mapeado pela função se torna o acumulador para o próximo elemento

```
from functools import reduce

def somador(acc, elem):
    return acc + elem

reduce(somador, [1, 2, 3, 4, 5, 6])
```



# Funções de ordem mais alta e lambda

- Não é necessário declarar cada função separadamente com **`def`**
  - Podemos empregar funções lambda
  - As listas podem ser implícitas
  - Por exemplo, podemos empregar um iterador
    - list(range(6)): produz [0, 1, 2, 3, 4, 5]
    - list(range(1, 6)): produz [1, 2, 3, 4, 5]
    - list(range(1, 6, 2)): produz [1, 3, 5]

# Funções de ordem mais alta e lambda

- Qual o quadrado dos números de 1 a 5?
  - Mapeie a lista com $f(x) = x^2$
- Quais os números pares entre 0 e 10?
  - Filtre os elementos ímpares
- Qual o cubo dos números pares entre 0 e 10?
  - Filtre e mapeie a lista com $f(x) = x^3$
  - Ou gere apenas os ímpares
- Qual a soma dos 10 primeiros inteiros?
  - Reduza cumulativamente para um valor único

# Por quê?

- Vantagens de *map, filter, reduce*
  - Podem simplificar laços complexos (em programas imperativos)
  - Podem ser encadeadas
  - Muitas computações podem ser reduzidas a essas três operações
  - Facilmente distribuídas (paralelização)

# Quantificadores

- Python possui dois quantificadores
  - Quantificador existencial ∃ (**any**)
    - Retorna verdadeiro se pelo menos um elemento da lista possui um valor verdade
      - `True`, valores numéricos diferentes de `0` e `0.0` e *strings* e coleções não vazias
  - Quantificador universal ∀ (**all**)
    - Retorna verdadeiro se todos os elementos da lista possuem valor verdade

# Quantificadores

- Número primo
  - $n$ é primo se $\neg\exists k \in [2, n[ \mid n \equiv 0 \pmod{k}$

```
>>> def primo(n):
...   if n < 2: return False
...   else: return not any(map(lambda k: n % k == 0, range(2, n)))

>>> primo(2)
True

>>> primo(5)
True

>>> primo(8)
False
```

# Agenda

- Funcional vs. imperativo
- Python funcional
- Funções de ordem mais alta
- Geradores e avaliação preguiçosa
- Entrada e saída em Python funcional
- Compreensões de listas

# Avaliação preguiçosa

- Linguagens imperativas normalmente usam avaliação ansiosa (ou gulosa ou antecipada)
  - O resultado de uma expressão é calculado imediatamente
  - Normalmente, o comportamento de um programa depende das mudanças de estado que ele sofre por meio de expressões

```
>>> op1 = 0
>>> op2 = 1
>>> mul = op1 * op2
>>> op1 = 3
>>> print(mul)
0
```

# Avaliação preguiçosa

- Linguagens funcionais normalmente empregam avaliação preguiçosa (ou atrasada)
  - Uma expressão somente é avaliada quando seu valor se faz necessário
  - Exemplo em Haskell

```
evens = [0, 2..]
main = print(take 5 evens)
```

    - evens é uma lista infinita de números pares, mas o programa principal apenas avalia os cinco primeiros elementos

# Geradores e iteradores

- Em Python, podemos obter avaliação preguiçosa através de dois mecanismos distintos, mas muito relacionados
  - Iteradores
    - Objetos que auxiliares que produzem uma sequência
  - Geradores
    - Funções ou expressões que constróem iteradores

# Iteradores

- Um iterador é um objeto que produz uma sequência
  - Podemos definir uma classe que fornece um iterador (usando POO)
  - Ou podemos transformar coleções em iteradores usando a função `iter()`

```
>>> it = iter([2, 3, 5, 7])
>>> type(it)
list_iterator
```

# Iteradores

- Iteradores podem ser percorridos com a função `next()` ou podem ser utilizados no escopo de um `for`

```
>>> it = iter([2, 3, 5, 7])
>>> next(it)
2
>>> next(it)
3
>>> next(it)
5
>>> next(it)
7
```

```
>>> it = iter([2, 3, 5, 7])
>>> for i in it:
...     print(i)
2
3
5
7
```

# Iteradores

- Observe que iteradores possuem um estado interno
  - O iterador só pode ser utilizado uma vez

```
>>> it = iter([2, 3, 5, 7])
>>> for i in it:
...     print(i)
2
3
5
7
>>> for i in it:
...     print(i)
>>>
```

Não faz nada: o iterador foi totalmente consumido

# Geradores

- Geradores são funções e expressões que produzem iteradores
- Uma função que utiliza o comando `yield` é um gerador
- Quando o gerador é chamado, a função **não é executada**
  - Em vez disso, um iterador é criado
- Cada vez que a função `next()` é chamada, o iterador executa até o próximo `yield`

# Geradores

```
>>> def gerador_simples():
...     print("Primeiro yield")
...     yield 1
...     print("Segundo yield")
...     yield 2
...     print("Terceiro yield")
...     yield 3

>>> g = gerador_simples()

>>> next(g)
Primeiro yield
1

>>> next(g)
Segundo yield
2

>>> next(g)
Terceiro yield
3
```

O corpo da função não é executado ainda; apenas um iterador é construído

A cada chamada de next(), o corpo da função é avaliado. Cada yield produz o próximo valor da sequência

# Geradores

- Podemos associar um gerador a um estado interno limitado para produzir uma sequência

```
>>> def fat(n):
...     yield 1    # retorna 0!
...     f = 1
...     for i in range(1, n + 1):
...         f *= i
...         yield f
...
```

# Geradores

- Uma versão recursiva poderia ser obtida com o comando yield from

```
>>> def fat(n):
...     yield 1
...
...     def fat_n(x, i, n):
...         if i <= n:
...             yield x * i
...             yield from fat_n(x * i, i + 1, n)
...         else:
...             return
...
...     yield from fat_n(1, 1, n)
```

# Agenda

- Funcional vs. imperativo
- Python funcional
- Funções de ordem mais alta
- Geradores e avaliação preguiçosa
- Entrada e saída em Python funcional
- Compreensões de listas

# Fluxos

- Em programação funcional, geradores são conhecidos como fluxos (*streams*)
  - São objetos dos quais "fluem" sequências de dados, possivelmente sem nenhum estado
  - Ou com estado interno restrito
- Podemos utilizar fluxos para fazer leitura de dados

# Leitura do teclado em Python

- Podemos construir um iterador para fazer a leitura de um caso de teste
  - Leitura de cada parte do caso de teste do problema "soma exata"
    - Um inteiro N seguido de N inteiros

```
>>> def leSomaExata():
...     N = int(input())
...     for i in range(N):
...         yield int(input())
```

# Leitura do teclado em Python

- Podemos construir um iterador para fazer a leitura de um caso de teste
  - Leitura da segunda parte do caso de teste do problema "soma exata"
    - Um número Q seguido de Q consultas

```
>>> def leSomaExata():
...     N = int(input())
...     for i in range(N):
...         yield int(input())
```

Mesmo gerador!

# Leitura do teclado em Python

- Solução funcional

```
>>> def somaExata(lista, x):
...     # retorna verdadeiro se existem dois elementos com soma x

>>> def leParte():
...     N = int(input())
...     for i in range(N):
...         yield int(input())

>>> lista = list(leParte())

>>> for q in leParte():
...     print("sim" if SomaExata(lista, q) else "nao")
```

# Leitura do teclado em Python

- Para entradas que terminam com um sentinela, podemos usar um comando return dentro do gerador para finalizar o iterador
  - Exemplo: lê pares de linhas até que a segunda linha seja um valor negativo
  - Retorna uma tupla a cada vez

```
>>> def lePares():
...     while True:
...         a = int(input())
...         b = int(input())
...         if b < 0: return
...         yield (a, b)
```

# Leitura linha por linha

- Python possui um gerador que lê a entrada linha por linha

```
import sys
for line in sys.stdin:
    print("linha = %s".format(line))
```

```
import sys
for line in sys.stdin:
    print("linha = %s" % line)
```

```
import sys
for line in sys.stdin:
    print(f"linha = {line}")
```

# Leitura com eval

- Se o conteúdo da linha for uma expressão em Python, ela pode ser automaticamente avaliada com eval
  - Isso é potencialmente perigoso
  - Use apenas se souber que a entrada é segura

```
entrada = eval(input())
```

# Leitura com eval

- Em alguns casos, podemos associar diretamente eval e sys.stdin para ler um caso de teste

```
import sys
for line in sys.stdin:
    caso = eval(line)
    #  processa o caso de teste
```

- Versão funcional

```
import sys
for caso in map(eval, sys.stdin):
    #  processa o caso de teste
```

# Agenda

- Funcional vs. imperativo
- Python funcional
- Funções de ordem mais alta
- Geradores e avaliação preguiçosa
- Entrada e saída em Python funcional
- Compreensões de listas

# Notação implícita de conjuntos

- Em Matemática Discreta, podemos representar um conjunto implicitamente por meio de uma expressão
  - O quadrado dos números pares de 1 a 9
    - $Q = \{n^2 \mid n \in [1, 10[ \wedge n \equiv 0 \pmod 2\}$
    - $Q = \{4, 16, 36, 64\}$
- Em Python, uma lista pode ser expressa de forma semelhante

```
[i ** 2 for i in range(1, 10) if i % 2 == 0]
```

# Compreensão de listas

- Compreensão de lista ou *list comprehension* (**LC**) é uma notação que substitui *map* e *filter*
  - Mapeamento através de uma expressão

```
[expressão for iterador in lista]
```

  - Equivalente a

```
res = []
for iterador in lista:
    res.append(expressão)
```

# Compreensão de listas

- LC pode ser associado a um condicional
  - Apenas os elementos para os quais a condição é verdadeira são mapeados

```
[expressão for iterador in lista if condição]
```

  - Equivalente a

```
res = []
for iterador in lista:
    if condição:
        res.append(expressão)
```

# Compreensão de listas

- Algumas pessoas (incluindo o criador de Python) defendem que LC é mais simples e legível do que funções lambda
- Qual parece mais legível?

```
lis = [-1, 10, 8, -8, 5, -6, 3, 11, -13, 27, 30]
rs = list(map(lambda x: x*x, filter(lambda x: x > 0, lis)))
```

```
lis = [-1, 10, 8, -8, 5, -6, 3, 11, -13, 27, 30]
rs = [x*x for x in lis if x > 0]
```

# Compreensão de listas

- Algumas pessoas (incluindo o criador de Python) defendem que LC é mais simples e legível do que funções lambda
- E com funções nomeadas?

```
lis = [-1, 10, 8, 7, 5, -3, 3, 11, -13, 27, 30]
pares = lambda x: x % 2 == 0
div5 = lambda x: x/5
res = list(map(div5, filter(pares, lis)))
```

```
lis = [-1, 10, 8, 7, 5, -3, 3, 11, -13, 27, 30]
res = [x/5 for x in lis if x % 2 == 0]
```

# Geradores

- Uma compreensão de lista entre parênteses é um gerador
  - Tentando gerar $2^{63}$ números pares

```
erro = [x for x in range(int(2**64)) if x % 2 == 0]
```

Não faça isto

  - Gerando até $2^{63}$ números pares sob demanda com avaliação preguiçosa

```
pares = (x for x in range(int(2**64)) if x % 2 == 0)
```

Não funciona em Python 2 (range não é gerador)

# Geradores

- Podemos usar geradores, compreensão de listas e o quantificador universal any para encontrar números primos

```
def is_prime(n):
    if n == 1: return False
    return not any(n % k == 0 for k in range(2, n))

def primes(m):
   return [n for n in range(1, m) if is_prime(n)]
```