

Исследование взаимной диффузии газов

2.2.1

Цель работы:

- ▷ Регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов;
- ▷ Определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

В работе используются: измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

Теория

Плотность потока вещества любого компонента в результате взаимной диффузии

$$j_a = -D_{ab} \frac{\partial \eta_a}{\partial x}, j_b = -D_{ba} \frac{\partial \eta_b}{\partial x}$$

где $D_{ab} = D_{ba}$ — коэффициент взаимной диффузии компонентов, j_a, j_b — плотности потока частиц соответствующего сорта. Тогда: $J = DS \frac{n_1 - n_2}{l}$

Из закона сохранения количества вещества получаем:

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

, где $\tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{SD}$ Для проверки применимости квазистационарного приближения необходимо убедиться, что время τ много больше характерного времени диффузии одной частицы вдоль трубки длиной l : $t_{\text{дифф}} \sim \frac{l^2}{D} \ll \tau$

Приведём теоретическую оценку для коэффициента диффузии. В работе концентрация гелия, как правило, мала ($n_{He} \ll n_{\text{воздуха}}$). Кроме того, атомы гелия легче молекул, составляющих воздух ($m_{He} \ll m_{N_2}, m_{O_2}$), значит их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц He на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle$$

где $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$ — длина свободного пробега диффундирующих частиц, $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ — средняя тепловая скорость.

Экспериментальная установка

Важные константы:

$$V_1 = V_2 = (800 \pm 5) \text{ см}^3$$

$$\frac{l}{S} = (15,0 \pm 0,1) \text{ см}^{-1}$$

Атомсферное давление: 732 торр

Схема экспериментальной установки представлена на рис . Поток воздуха поступает через газовый счетчик в металлические трубки, трубки имеют заглушки и отверстия для подключения микроманометра.

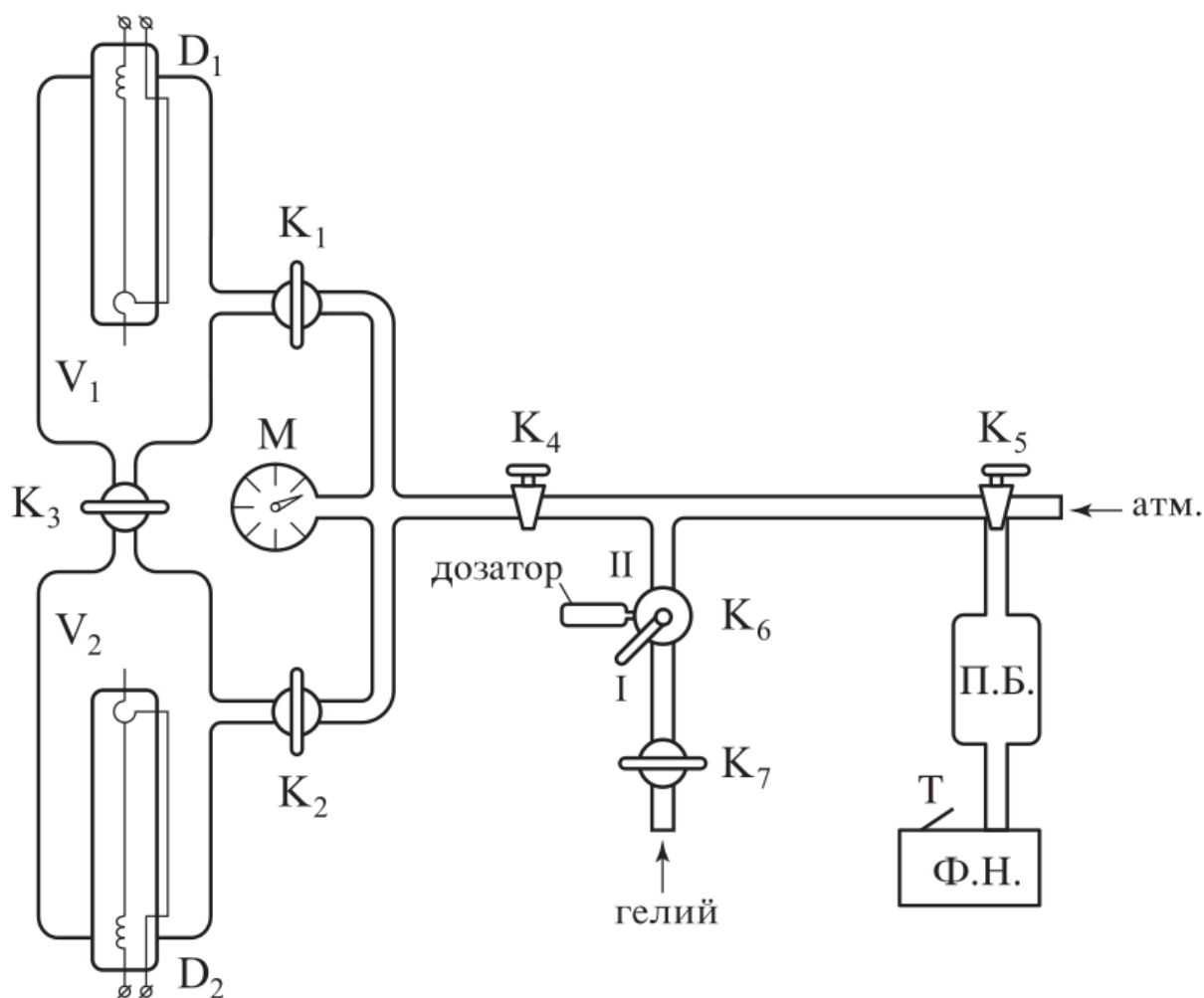


Рис. 1: Установка для исследования взаимной диффузии газов

Принцип работы датчика теплопроводности: Количество тепла, передающееся стенке в единицу времени:

$$Q = \chi \frac{2\pi l}{\ln(RP/r)} (T_1 - T_2)$$

При достаточно малых изменениях концентраций можно ожидать, что величина тока, проходящего через гальванометр G, будет пропорциональна разности концентраций (первый член разложения функции в ряд Тейлора). Эксперименты показывают, что при разности концентраций, равной 15%, поправка к линейному закону не превышает 0,5%, что для наших целей вполне достаточно $\Rightarrow N = N_0 e^{-t/\tau}$, где N – показания гальванометра, N_0 – показания в начальный момент времени.

Ход работы

1. пункты 1-6 – подготовка установки, выполняем их
7. Провели измерения для рабочих давлений в 40, 80, 120, 160, 200, 240 торр
8. Мы получили зависимости $U(t)$ для 6 давлений. $\ln(U) = \ln(U_0 e^{-t/\tau}) = \ln(U_0) - \frac{t}{\tau} \Rightarrow k = -1/\tau$ – угловой коэффициент графика $\ln(U)(t)$.

$$-1/\tau = -\frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2} \frac{SD}{l} \Rightarrow D = \frac{-kl}{S} \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2}$$

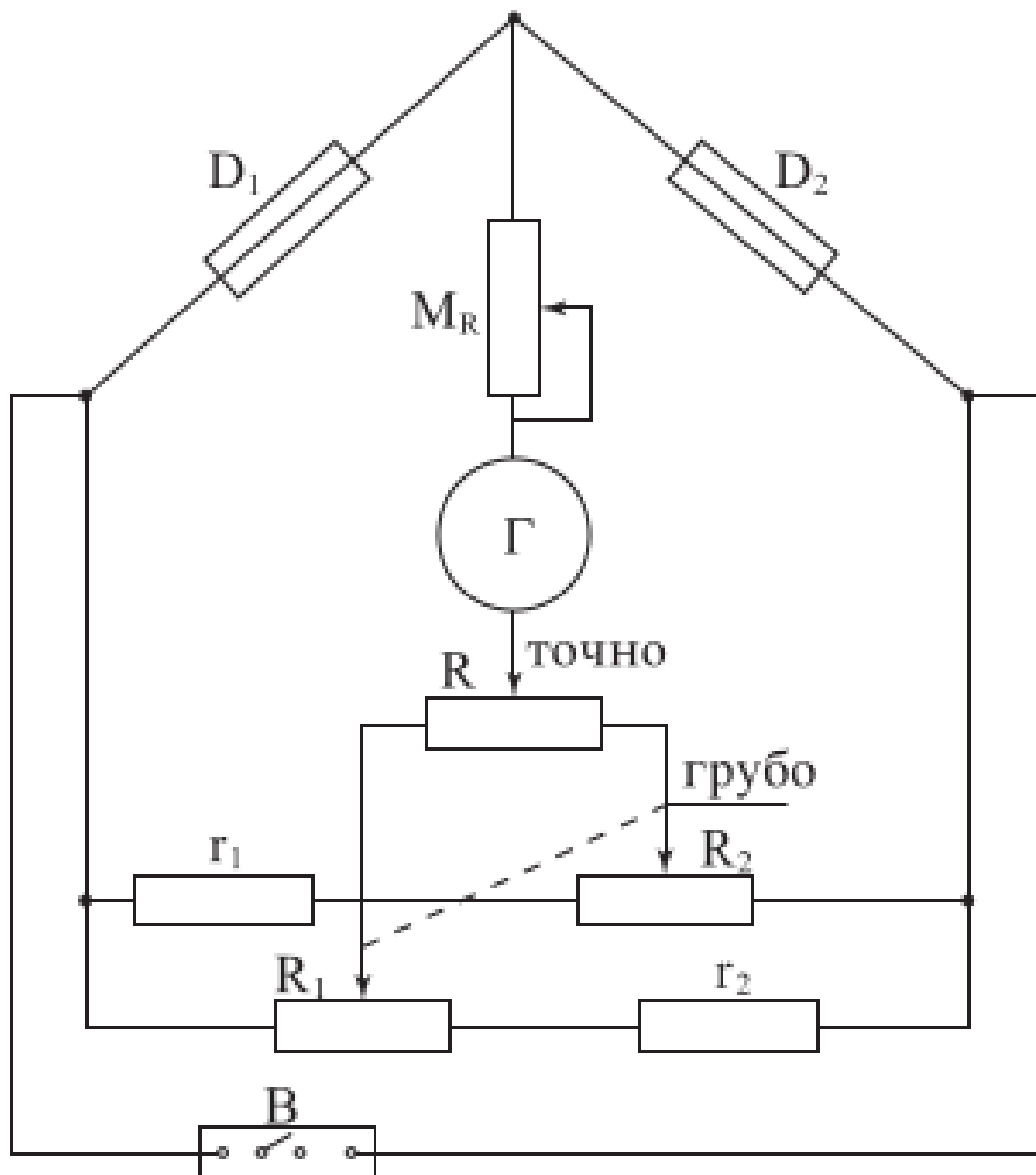


Рис. 2: Мостовая схема с датчиками теплопроводности для измерения разности концентраций газов

По формуле МНК:

$$\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = -kt$$

$$k = -\frac{\langle \ln(U/U_0 \cdot t) \rangle - \langle \ln(U/U_0) \rangle \cdot \langle t \rangle}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2}$$

$$\sigma_k^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \left(\frac{\langle \ln(U/U_0)^2 \rangle}{\langle t^2 \rangle} - k^2 \right)}$$

$\sigma_k^{\text{полное}} = \sigma_k^{\text{случайное}}$, т.к. $\sigma_k^{\text{систематическое}} \sim 0$ (т.к. оно складывается из измерения U и t , а это считает компьютер)

Погрешность коэффициента диффузии:

$$\sigma_D = D \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{V_1}}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{V_2}}{V_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{V_1+V_2}}{V_1+V_2}\right)^2}$$

занесём в таблицу:

$P_{\text{раб}}, \text{ торр}$	$D, \text{ см}^2/\text{с}$	$\sigma_D, \text{ см}^2/\text{с}$
40	29.7	0.38
80	14.7	0.19
120	10.5	0.13
160	8.4	0.11
200	6.6	0.08
240	5.3	0.07

Таблица 1: Зависимость коэффициента диффузии от давления

В формуле, связывающей коэффициент диффузии и длину свободного пробега, подставим $\lambda \langle v \rangle$:

$$D = \frac{kT}{3\sigma} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_{He}}} \frac{1}{P} := C \cdot \frac{1}{P}$$

$$C = \frac{\langle D \cdot 1/P \rangle - \langle D \rangle \cdot \langle 1/P \rangle}{\langle 1/P^2 \rangle - \langle 1/P \rangle^2}$$

$$\sigma_C^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \left(\frac{\langle D^2 \rangle}{\langle 1/P^2 \rangle} - C^2 \right)}$$

Построим график зависимости D от $1/P$ чтобы проверить это, учтя, что $\sigma_{1/P} = \sigma_P/P^2$, где $\sigma_P = 7.5$ торр. Подставим значение атмосферного давления и найдём коэффициент диффузии.

$$\frac{kT}{3\sigma} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_{He}}} = (1153.6 \pm 19.2) \text{ торр} \cdot \text{см}^2/\text{с}$$

$$P_{\text{атм}} = 732 \text{ торр}$$

$$D_{\text{атм}} = (2.33 \pm 0.04) \text{ см}^2/\text{с}$$

Вспомниая выражения для длины свободного пробега:

$$\lambda = \frac{3D}{\langle v \rangle} = \frac{3D}{\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_{He}}}} = (704 \pm 7) \text{ нм}$$

Подставляем комнатную температуру $T = 295K$ и получаем значение эффективного сечения:

$$\sigma = \frac{kT}{\sqrt{\lambda P}} = (5.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-2} \text{ нм}^2.$$

Вывод

Полученная величина коэффициента диффузии отличается от табличной ($0.9 \text{ торр} \cdot \text{см}^2/\text{с}$) в 2.5 раза, что что совпадает только по порядку. Длина свободного пробега отличается в 4 раза, совпадает только по порядку. Методом исключения полагаю, что наибольшую погрешность вносит измерение зависимости коэффициента диффузии от концентрации, а именно выбранная модель.

Графики:

