

# **Вероятностные алгоритмы проверки чисел на простоту**

---

Елисеева Ирина Михайловна

24 октября, 2025, Москва, Россия

Российский Университет Дружбы Народов

## Цели и задачи

---

# Цель лабораторной работы

---

Изучение алгоритов Ферма, Соловэя-Штассена,  
Миллера-Рабина.

# **Выполнение лабораторной работы**

---

## Наибольший общий делитель

---

Для построения многих систем защиты информации требуются простые числа большой разрядности. В связи с этим актуальной является задача тестирования на простоту натуральных чисел.

## Тест Ферма

---

- Вход. Нечетное целое число  $n \geq 5$ .
  - Выход. «Число  $n$ , вероятно, простое» или «Число  $n$  составное».
1. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
  2. Вычислить  $r = a^{n-1} \pmod{n}$
  3. При  $r = 1$  результат: «Число  $n$ , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число  $n$  составное»..

# Тест Соловэя-Штрассена

---

- Вход. Нечетное целое число  $n \geq 5$ .
  - Выход. «Число  $n$ , вероятно, простое» или «Число  $n$  составное».
1. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
  2. Вычислить  $r = a^{(\frac{n-1}{2})} (mod n)$
  3. При  $r \neq 1$  и  $r \neq n - 1$  результат: «Число  $n$  составное».
  4. Вычислить символ Якоби  $s = (\frac{a}{n})$
  5. При  $r = s (mod n)$  результат: «Число  $n$ , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число  $n$  составное».

## Тест Миллера-Рабина.

---

1. Представить  $n - 1$  в виде  $n - 1 = 2^s r$ , где  $r$  - нечетное число
2. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
3. Вычислить  $y = a^r \pmod{n}$
4. При  $y \neq 1$  и  $y \neq n - 1$  выполнить действия
  - Положить  $j = 1$
  - Если  $j \leq s - 1$  и  $y \neq n - 1$  то
    - Положить  $y = y^2 \pmod{n}$
    - При  $y = 1$  результат: «Число  $n$  составное».
    - Положить  $j = j + 1$
  - При  $y \neq n - 1$  результат: «Число  $n$  составное».
5. Результат: «Число  $n$ , вероятно, простое».

# Пример работы алгоритма

```
In [6]: 1 n = 10177
```

```
In [7]: 1 Fermat(n, 300)
```

Simple

```
Out[7]: True
```

```
In [8]: 1 SolovayStrassen(n, 300)
```

Simple

```
Out[8]: True
```

```
In [9]: 1 MillerRabin(n)
```

Complex

Complex

Complex

Complex

Complex

Complex

Complex

Simple

```
Out[9]: True
```

```
In [10]: 1 n = 10178
```

```
In [11]: 1 Fermat(n, 300)
```

Complex

```
Out[11]: False
```

```
In [12]: 1 SolovayStrassen(n, 300)
```

Complex

```
Out[12]: False
```

```
In [13]: 1 MillerRabin(n)
```

Simple

Complex

```
Out[13]: False
```

## **Выводы**

---

# Результаты выполнения лабораторной работы

Изучили алгоритмы Ферма, Соловэя-Штассена,  
Миллера-Рабина.