

GUIA DE L'EXPOSICIÓ



LES MATEMÀTIQUES
DE LA MÚSICA



"Mathematics and music, the most sharply contrasted fields of scientific activity which can be found, and yet related, supporting each other, as if to show forth the secret connection which ties together all the activities of our mind, and which leads us to surmise that the manifestations of the artist's genius are but the unconscious expressions of a mysteriously acting rationality."

Hermann von Helmholtz (1821 - 1894)
a *Vorträge und Reden* (1884, 1896), Vol 1, p 122.

La música i les matemàtiques comparteixen molts atributs com a camps d'estudi. Les dues disciplines estudien objectes abstractes, tenen estructures complexes i les seves pròpies normes per a la seva manipulació, una notació clarament definida, i són absolutament precises als seus resultats. Treballar a les dues requereix pràctica, creativitat i una ment analítica. Vist això, no és cap sorpresa que la música i les matemàtiques estan estretament relacionades.

La seva relació va molt més enllà de les habilitats necessàries per al seu estudi. Les matemàtiques estan profundament lligades a la música, des de les físiques del so fins a la construcció d'instruments, des de patrons rítmics fins a l'harmonia tonal, des de la música clàssica fins a l'electrònica. Les matemàtiques formen la base de la música i el nostre enteniment de l'art de la mateixa manera que sosté la física i el nostre enteniment del món.

Escoltar música amb oïda matemàtica porta a l'amant de la música a una comprensió més profunda, amb apreciació dels detalls, a un major gaudi de l'art; i als professionals l'habilitat de compondre i eines per expressar la seva creativitat.

IMAGINARY, 2019

LA LA LAB - LES MATEMÀTIQUES DE LA MÚSICA

Pensat en col·laboració amb experts en investigació de la música i les matemàtiques, La La Lab combina el format de laboratori amb exposicions interactives. Per aquest motiu podem revelar les impressionants connexions entre les matemàtiques i la música tot impulsant la creativitat musical i el coneixement matemàtic.

La La Lab és una experiència de laboratori modular. Aquest booklet t'ajudarà a donar una ullada més profunda. Hi pots trobar informació complementària sobre cada mòdul, enllaços per descobrir característiques addicionals i lectures recomanades. Si us plau, agafa'n una còpia o descarrega'l del nostre web. l'exposició és open source i està disponible sota llicències gratuïtes. Pots trobar tot el software, imatges, text i dades 3D a: lalalab.imaginary.org

IMAGINARY és una organització sense ànim de lucre per a la comunicació interactiva, oberta, artística i col·laborativa de les matemàtiques modernes dirigides al públic general. Creat el 2007 al Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach, un institut a Libniz, IMAGINARY ha rebut múltiples guardons per la seva contribució a la divulgació científica. Des del 2008 s'han organitzat més de 340 activitats en més de 60 països i en 30 idiomes, arribant a milions de visitants.

LA LA LAB CRÈDITS

Una exposició creada per IMAGINARY. Presentat per la fundació Heidelberg Laureate Forum Foundation. El desenvolupament de l'exposició i la producció dels mitjans s'ha fet possible gràcies al suport de la fundació Klaus Tschira Stiftung.

Comitè d'experts i mòduls: Moreno Andreatta (CNRS / IRCAM / Sorbonne University and USIAS / IRMA / University of Strasbourg), Manuela Donoso (Brooklyn Research), Thomas Noll (ESMUC Barcelona, TU Berlin), Luisa Pereira (New York University), Jürgen Richter-Gebert (TU München).

Equip IMAGINARY: Andreas Matt (Director), Daniel Ramos (Curador, Recerca), Kathrin Unterleitner (Gestió de projectes), Bianca Violet (Contingut, Comunicació), Christian Stussak (Software, Exposicions), Eric Londaits (Software, Exposicions), Sebastián Uribe (Consell tècnic, Exposicions), Malte Westphalen (Escenografia, Disseny), Konrad Renner (Disseny), Tobias Herrmann (Hardware), Lukas Reck (Producció, LLum i So), Daniel Weiss (Producció), Antonia Mey (Assistència), Magdalena Hreczynska (Assistència).

Mòduls: Corentin Guichaoua (Univ. Strasbourg), Philipp Legner (Mathigon), Patrick Wilson, Aaron Montag and Konrad Heidler (TU München), Gerhard Widmer, Stefan Balke, Carlos Eduardo Cancino Chacón and Florian Henkel (JKU Linz), Neil Sloane (OEIS Foundation), Neil Thapen (Academy of Sciences of the Czech Republic), Vitor Guerra Rolla, Pedro Arthur and José Ezequiel Soto Sánchez (Visgraf Lab, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro), Ryan Cashman (Nano Animal).

Textos del booklet: Daniel Ramos, Sebastián Uribe, Kathrin Unterleitner, Andreas Daniel Matt, Bianca Violet and Eric Londaits (IMAGINARY), Jürgen Richter-Gebert (TU Munich), Pedro Arthur, Vitor Guerra Rolla, and José Ezequiel Soto Sánchez (Visgraf Lab, IMPA), Gerhard Widmer (JKU Linz), Thomas Noll (ESMUC Barcelona, TU Berlin), Ryan Cashman (Nano Animal), Manuela Donoso (Brookly Research), Luisa Pereira (New York University).

Traducció al català: David Fornell.

Agraïments: Heidelberg Laureate Forum Foundation.

Amb el suport de: Technische Universität München, Springer Publishing House, The Looking Glass, Taylor & Francis Publishing House.

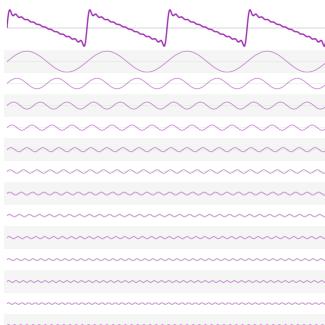
Agraïments: Alba Málaga Sabogal, Yann Orlarey, Catinca Dumitrascu, Google Magenta Team, Tero Parviainen, Ricardo Dodds, Exploratorium San Francisco, all film authors, European Research Council (ERC), project no.670035.

Els continguts de l'exposició estan disponibles sota llicències open source.

THE SPECTRUM OF SOUND

El so és la vibració d'un cos que es transmet per l'aire i es percep per la nostra oïda. Si mous la mà amunt i avall una vegada per segon, diem que la mà vibra a la freqüència d'1 Hertz (Hz). Si la mous amunt i avall dues vegades per segon, la freqüència és de 2 Hz. Si ho poguessis fer 20 vegades per segon (20 Hz), segurament les teves orelles podrien començar a notar la vibració transmesa a través de l'aire. Segurament no pots fer-ho amb la mà, però pots fer servir la corda d'una guitarra, la membrana d'un timbal, l'aire dins d'una flauta, les teves cordes vocals, el cos d'una campana... Normalment una persona pot sentir vibracions amb una freqüència d'entre 20 i 20 000 Hz. Com més alta és la freqüència, més alt és el so que sentim.

De totes maneres, si els cossos que fas vibrar són una corda de guitarra o una flauta notaràs que els sons que percebràs són molt diferents entre ells. Això es deu al fet que gairebé mai sentim una freqüència "pura", qualsevol so natural és un conjunt de vibracions a diferents freqüències amb diverses intensitats. Una corda de guitarra afinada al La central vibrarà a 440 Hz. Aquesta és l'anomenada freqüència fonamental, però la corda inevitablement també vibrarà a 880 Hz (el doble), a 1320 Hz (el triple), i a la resta de freqüències múltiples, que són les anomenades freqüències harmòniques, però cada vegada amb menor intensitat. Una flauta també vibrarà a aquestes freqüències, però amb un conjunt d'intensitats diferent. És precisament aquesta variació en la intensitat de les freqüències harmòniques la que fa que la nostra oïda distingeixi el so de la guitarra del d'una flauta. El conjunt de freqüències i les seves intensitats s'anomena l'espectre del so, i defineix el que anomenem el timbre al món de la música.



Una ona de dent de serra vista com la suma d'ones sinusoidals.

I què seria un so "pur", només una freqüència sense cap mena de "contaminació" d'altres? Matemàticament, podem descriure aquest so com una ona sinusoidal. És el so que faria una molla perfectament elàstica que pogués vibrar sense perdre energia. No podem construir una molla amb aquestes característiques, però podem fer que la membrana d'un altaveu vibri a aquesta freqüència pura fent servir electrònica. Un resultat tant sorprendent com útil de les matemàtiques és el fet que tota funció periòdica de període 2π es pot aproximar amb una suma d'una seqüència d'ones sinusoidals, si s'escalen i es desfasen adequadament. Vist en una fórmula:

$$g(t) \approx A_0 + \sum_{i=1}^N A_i \cdot \sin(it + \varphi_i).$$

Això implica que sumant les ones sinusoidals adequades podem simular qualsevol so estàtic. L'única informació que necessitem és el conjunt d'intensitats A_i i desfaseaments φ_i . Això té implicacions molt profundes. Per una banda permet descompondre un senyal complex en un conjunt de senyals molt més simples de forma molt estructurada, fent-lo molt més senzill d'entendre i analitzar. A un nivell més abstracte també connecta diferents dominis: el domini temporal on els senyals es descriuen amb valors (com la pressió de l'aire) que varien amb el temps i el domini de la freqüència on els senyals es componen d'altres més simples. Segons la situació, pot ser molt útil

afrontar un problema des d'un domini o un altre.

Les seves aplicacions són d'un abast molt ampli i cobreixen àrees molt diverses a més a més del so i la música, com ara la tecnologia de la comunicació, teoria quàntica, teoria de codis, estadística, disseny de circuits elèctrics i una llarga llista d'altres temes.

A la primera pantalla del mòdul, pots provar de generar una ona amb l'addició de freqüències harmòniques. Fes servir només una freqüència (sinusoidal) per sentir un so "matemàticament pur". Per sentir diferents timbres, ajusta la intensitat de cada freqüència harmònica, o clica sobre les ones quadrades o de dent de serra.

Heurísticament, un instrument de corda té harmònics més intensos i, en canvi, un instrument de vent els té menys intensos. Però, de totes maneres, estem molt lluny d'un sintetitzador complet. Per simular un instrument real, hem de tenir en consideració que el so no és estàtic ni etern, comença a un punt, augmenta d'intensitat i, per acabar, decau i s'esvaeix. És a dir, les freqüències i les seves intensitats canvien amb el temps. Els instruments com les campanes, xilòfons i molts d'altres de percussió no tenen un espectre format per múltiples de la fonamental, sinó per la forma geomètrica del cos que vibra. Per aquests motius, és força complicat sintetitzar un instrument real.

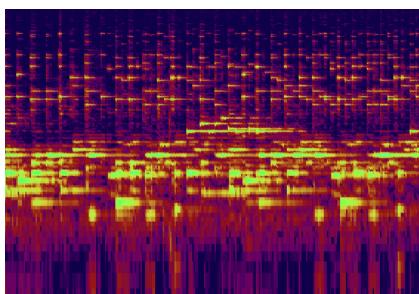
De totes maneres, hi ha una eina matemàtica extraordinària que ens permet invertir el procés. En comptes de sumar freqüències per obtenir un senyal compost, la transformada de Fourier és el procés que permet descompondre un senyal arbitrari (gravat amb un micròfon, per exemple) en les seves parts fonamentals: les freqüències i les seves intensitats que et caldrien per generar el senyal a partir de freqüències pures.

Imagina que $g(t)$ és un senyal representat com una funció que per cada instant de temps t retorna la intensitat del so (aquesta intensitat pot ser la pressió de l'aire o el voltatge al cable del micròfon). La transformada de Fourier del senyal $g(t)$ és una nova funció $\hat{g}(t)$ que, per cada freqüència f , retorna la intensitat que hauria de tenir l'ona sinusoidal d'aquella freqüència per sintetitzar el senyal $g(t)$. La transformada de Fourier es pot aconseguir amb aquesta formula:

$$\hat{g}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{2\pi ift} dt$$

Fixa't que hi ha valors complexos dins l'integral i, per aquest motiu, la transformada de Fourier és una funció que pot prendre valors complexos. Això és degut a les dues informacions necessàries per sintetitzar un senyal: l'amplitud A_i i els desfasaments φ_i .

La transformada de Fourier ens dona tant l'amplitud com la fase del senyal, respectivament representats en el mòdul i l'argument del valor complex. Normalment, per fer anàlisis d'àudio només s'utilitza el mòdul per obtenir el gràfic amb els pics a les

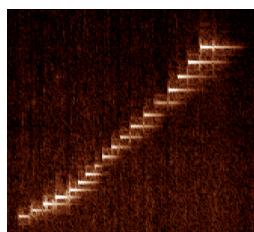


Sonograma de part del Cànó de Pachelbel.

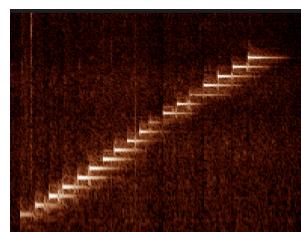
freqüències més notòries, que ja és suficient per reconstruir el senyal original amb precisió.

Per aplicacions pràctiques, hi ha un algorisme molt útil que s'anomena Fast Fourier Transform (FFT) que substitueix l'abstracta fórmula matemàtica. Aquest algorisme permet càlculs molt ràpids i possibilita l'anàlisi de senyals en temps real. En l'actualitat moltes maneres de treballar amb la música estan basades en la FFT. És el primer pas en l'extracció d'una partitura a partir de la música tocada. Es pot fer servir, per exemple, per fer la transcripció automàtica d'un solo de Jazz. Per altra banda també és la base de la modificació de la música. La correcció tonal (auto-tune) que tant es veu a la música pop de l'actualitat es pot descriure bàsicament com un procés d'"anàlisi - correcció - síntesis". Altres efectes com fer parlar un instrument amb veu humana també utilitzen l'anàlisis de l'espectre involucrat. També els serveis de reconeixement automàtic de cançons com ara el Shazam depenen de l'empremta d'una peça representada pel seu sonograma.

La segona pantalla del mòdul mostra un analitzador d'espectre connectat a un micròfon. A l'esquerra hi ha l'espectre, que es pot veure com una anàlisi instantània de freqüències (transformada de Fourier) del senyal captat. A la dreta, l'espectre deixa espai per visualitzar l'històric del senyal d'entrada, és a dir, el seu sonograma.

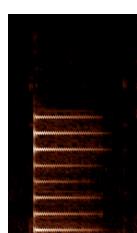


Chromatic scale linear.

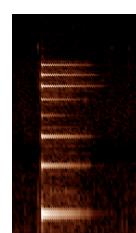


Chromatic scale logarithmic.

L'escala lineal és més útil per sons i matisos (freqüències $f, 2f, 3f, 4f, 5f, \dots$), mentre que l'escala logarítmica resulta més pràctica per veure els tons musicals (freqüències $f, af, a^2f, a^3f, a^4f, \dots$). Pots fer servir el micròfon per analitzar la teva veu o els instruments disponibles. Canta alguna cosa, fes sorolls, parla, o posa el micròfon prop de l'altaveu i analitza el so que produeix. Prova d'identificar freqüències, les seves intensitats, quan apareixen i quan desapareixen.



Overtones linear.



Overtones logarithmic.

Autors del mòdul:

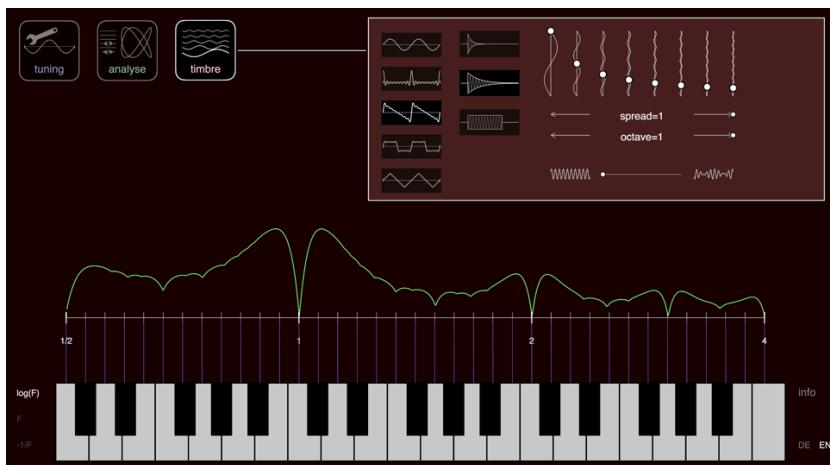
Sintetitzador: Tero Parviainen, Eric Londaits (IMAGINARY).
Analitzador: Jürgen Richter-Gebert (TU Munich).

Text: Daniel Ramos (IMAGINARY).

SCALE LAB

Podem sentir un rang molt ampli de freqüències. De totes maneres, no fem servir totes les freqüències audibles per fer música, en seleccionem un conjunt per determinar el to dels sons. Aquests conjunts es coneixen com a escales. En funció de l'escala que escollim utilitzarem unes combinacions o unes altres. Un fet interessant és que les persones troben que algunes combinacions de sons sonen "be" junes (són consonants), mentre que altres sonen més aviat "malament" (són dissonants). Això és un fenomen psicològic i fisiològic que encara s'està investigant actualment, però que va determinar la formació de les escales i ha marcat les pràctiques musicals des dels principis de la història de la música.

En aquest mòdul, explorem la creació d'escales i les seves propietats. Al costat de la línia grisa horizontal es representen les freqüències. Els marcadors representen les freqüències seleccionades per una escala en particular i es relacionen amb el teclat amb les línies blaves que indiquen quina tecla fa sonar cada freqüència.



LES EINES

Un conjunt de tres botons ens ajuden a modificar les característiques del to (timbre), a fer la selecció dels tons per l'escala (afinació) i a analitzar les propietats dels tons i les seves combinacions (anàlisis).

Afinació

Pots triar entre les escales occidentals (amb diverses afinacions), dues escales orientals (Raga, Gamelan) i disponibles de dues eines més per generar escales (una amb un generador per intervals i una altra amb total llibertat).

Anàlisi

El botó d'anàlisis conté ginys que t'ajudaran a entendre l'escala o afinació que has seleccionat.

Forma d'ona

Aquest és el senyal que sents, el moviment de la membrana de l'altaveu (i dels teus timpans!) amb el temps. Tria un sinus com a timbre i prem una tecla per sentir una freqüència pura. Toca'n dos per veure la suma de les ones. Si proves diferents timbres (fets amb diverses freqüències) veuràs les diferents formes d'ona i en podràs sentir la diferència.

Lissajous

La corba de Lissajous es dibuixa amb un punt mòbil i que té una coordenada X donada per l'oscil·lació determinada per la primera tecla que prems i una coordenada Y donada per la segona. Això funciona millor amb ones sinusoidals pures com a timbre, però també crea corbes molt interessants amb timbres més complexos. Intervals més simples entre dues freqüències dibuixen figures més simples, que també són les més "consonants".

Proporció

Pots veure les proporcions entre les freqüències fonamentals de les notes que toques. Mira les diferents escales per veure la relació entre ràtios més simples i els intervals consonants.

Corba de dissonància

Els instruments reals no poden produir només una freqüència, sempre en fan moltes alhora (espectre). Per això la consonància o dissonància depèn de la interacció entre els grups de freqüències. Aquesta corba (basada en un concepte de Helmholtz) intenta mesurar la dissonància de cada nota respecte la nota Do central, i varia quan el timbre canvia. Veuràs que la dissonància és mínima quan hi ha un salt d'octava, de quinta o de tercera major.

Timbre

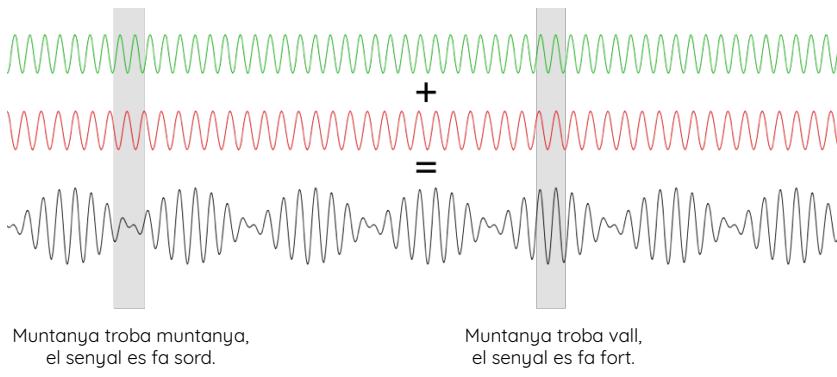
Un to produït per un instrument no sol ser una sola freqüència pura sinó una barreja de diferents freqüències amb diferents intensitats (espectre). Aquesta eina permet la selecció d'alguns espectres predefinits així com definir-ne un de propi ajustant els nivells. Totes les escales, ajusts d'afinació i anàlisis fets per altres eines es veuran influenciats pel timbre de l'instrument que decideixis tocar.

REREFONS I EXPERIMENTS

Les següents pàgines descriuen conceptes i experiments que es poden fer utilitzant el mòdul Scale Lab.

Batec

Si dues freqüències són properes, apareix un fenomen interessant i fonamental: el volum del so sembla incrementar i disminuir periòdicament... i realment ho fa. Hi ha dues maneres d'explicar aquest efecte: assumeix que tens dues freqüències, una de 100 vibracions per segon i una altra de 101 vibracions per segon. En tot moment les dues ones se sumen. Si el pic d'una ona es troba amb la vall de l'altra una cancel·la l'efecte de l'altre. Per altra banda, si un pic coincideix amb un altre pic, la suma farà que la intensitat de la vibració total sigui el doble que la de les originals.



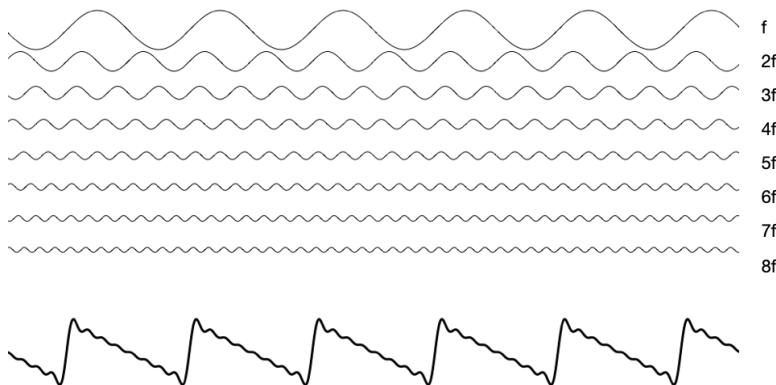
La segona manera de mirar-ho és més quantitativa. Hi ha una fórmula trigonomètrica que descriu el que passa quan es sumen dues ones sinusoidals f_1 i f_2 :

$$\sin(f_1 \cdot t) + \sin(f_2 \cdot t) = 2 \sin\left(\frac{f_1 + f_2}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{f_1 - f_2}{2} \cdot t\right).$$

L'ona resultant es pot considerar com un senyal que vibra a la freqüència mitjana (la part de sinus de la dreta de l'equació) i modulada amb una baixa freqüència dependent de la diferència entre les dues freqüències originals (la part de cosinus de la dreta de l'equació). Si les freqüències són properes se sentiran canvis a freqüències baixes en la intensitat del so.

Experiment: Ves a timbre i selecciona una ona sinusoidal pura. Després fes servir dos dits per generar dos tons propers. Intenta escoltar el batec. Com més properes són les freqüències més lenta serà. En canvi, si separes les freqüències, el batec es fa tan de pressa que es percep com una dissonància. Si les separes encara més acabaràs sentint dos tons diferents. Si fas servir l'eina d'ona o Lissajous podràs veure el batec representat gràficament.

Música: Els batecs lents com el vibrato fan els sons més rics i una mica més orgànics. Per aquest motiu en molts instruments basen la seva generació de so en aquest fenomen. En un piano, les notes agudes solen tenir dues o tres cordes i aquestes estan



Aquesta imatge il·lustra com la suma d'harmònics amb intensitats $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots$ resulta en una funció periòdica amb forma de dents de serra.

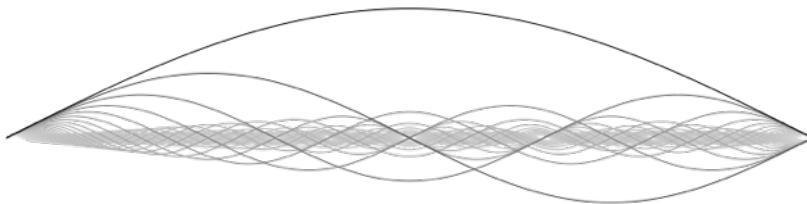
Ileugerament desafinades entre elles, donant lloc a un so més orgànic i ric. Un altre exemple és el mode Musette en un acordió. Aquest té dues llenguetes metàl·liques lleugerament desafinades que generen un so amb vibrato.

So desde Harmònics

Els ajusts de to del Scale Lab permeten molts més sons que les ones sinusoidals simples. Pots combinar ones sinusoidals per generar un so més complex. Els botons lliscants a la caixa de timbre et permeten afegir múltiples de la freqüència base. Si el botó lliscant de difusió està posat a 1, les freqüències utilitzades són les múltiples enteres $f, 2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f$ i $8f$ de la freqüència base. La síntesi de Fourier implica que qualsevol senyal periòdic es pot generar per la suma ponderada d'ones sinusoidals d'aquest tipus. Per replicar perfectament un senyal et caldrien infinitis sumands, però, de tota manera, les 8 freqüències que ofereix el Scale Lab ja donen un resultat prou precís.

Experiment: Ves a timbre i experimenta amb els diferents models predefinits de forma d'ona (els botons de l'esquerra). Mou els botons lliscants per cada harmònic per veure com canvia el so. Pots fer servir l'eina d'anàlisis per veure les formes d'ona que has generat.

Music: És un fet que el so de molts instruments (particularment els de corda, vent-metall o vent-fusta) s'aproximen fàcilment amb la descomposició del seu so en harmònics. Això té relació amb les físiques específiques dels instruments.



La imatge mostra les ones parcials d'una corda ideal vibrant. Corresponen exactament als harmònics, resultant en un so que pot modelar-se molt bé amb aquesta aproximació.

Parcials dispersos

El món no és un laboratori ideal. Les físiques són complexes i els sons no són sumatoris perfectes d'harmònics. De fet, molts instruments creen sons on les freqüències més altes no encaixen amb els harmònics. Per exemple, el fet que una corda no sigui infinitament prima resulta en una certa desviació de la sèrie ideal d'harmònics. Com més gruixut és el material que vibra més extrema es torna la desviació respecte a la sèrie d'harmònics ideals. L'espectre d'una campana d'església és substancialment diferent d'una sèrie d'harmònics. Això no és dolent. Fa els sons més rics, més únics o més característics. A continuació pots veure el que passa si se substitueix un espectre d'harmònics per un de dispersió on les freqüències segueixen la norma

$$1^a f, 2^a f, 3^a f, 4^a f, 5^a f, 6^a f, 7^a f, 8^a f$$

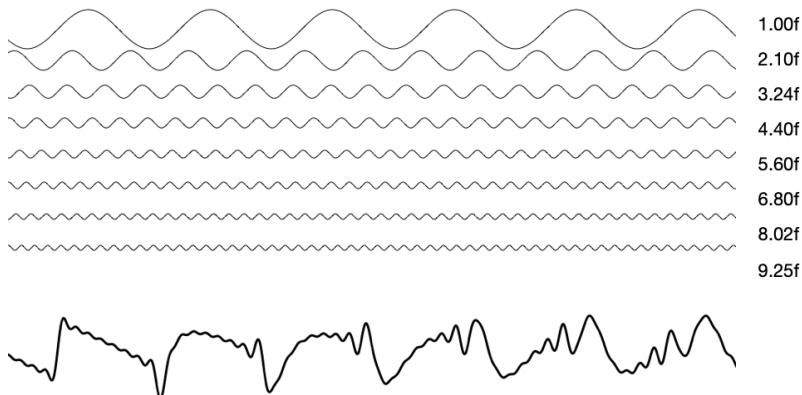
Per un exponent a petit. Fixa't que la suma resultant dels parcials (que és el nom adient en aquest cas) mostra un comportament constantment variant a la corba sonora resultant i ja no és periòdica. Aquest so resultant és més ric i orgànic.

Experiment: A la caixa de timbre del Scale Lab hi ha un botó lliscant anomenat dispersió just a sota dels botons lliscants dels harmònics. Juga amb aquest botó lliscant per experimentar amb espectres dispersos o comprimits. Escolta com canvia el so amb petites dispersions. Analitza el so resultant amb l'eina ona per veure com en canvia la forma. Com sonen els intervals ara? Quines són les diferències entre baixa i alta dispersió? I entre dispersió i compressió de l'espectre? Hi ha un món de possibilitats per descobrir.

Corbes de Dissonància

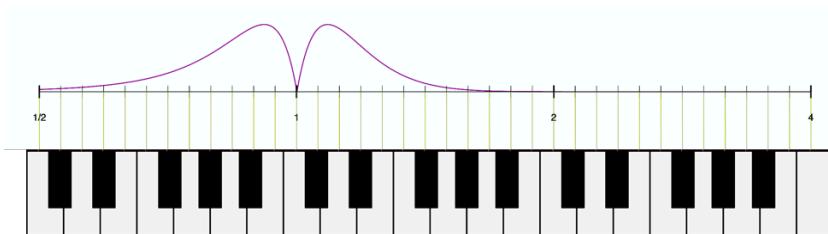
Tan bon punt dos tons (amb un cert espectre de parcials) es reproduueixen alhora els nostres cervells comencen a categoritzar els intervals en un cert rang entre sons agradables (consonants) i no tan agradables (dissonants). Podríem pensar que l'art de la música és l'art de crear la tensió adequada entre consonància (per agradar a la gent) i dissonància (per fer-ho més interessant). De fet, diferents èpoques i cultures tenen opinions molt diverses sobre el que es considera bon gust, però el concepte global prevale.

Ja al voltant de l'any 1870, Hermann von Helmholtz va desenvolupar la teoria matemàtica de la consonància i dissonància. La idea al darrere és tan simple com brillant. Com



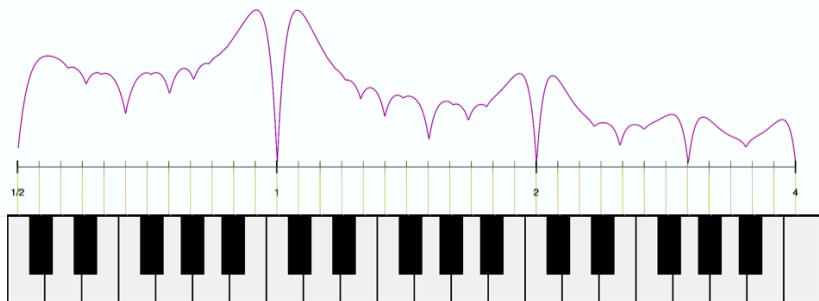
Hi ha una altra interpretació de la riquesa del so que està guanyant popularitat. Com que els parciaus no es corresponen perfectament amb els harmònics, quan es toquen intervals, hi ha un batec irregular i substancial a les freqüències altes.

que sempre que es toquen dos tons alhora molts parciaus sonen en el mateix moment, el que cal fer és sumar les dissonàncies entre els parells involucrats d'ones sinusoidals per obtenir la dissonància del so total. D'aquesta manera, ell va reduir la pregunta sobre dissonància de sons complexos a dissonància entre ones sinusoidals. (Ens podem preguntar si és una assumpció raonable, però almenys és un bon punt de partida). De tota manera, què és la dissonància entre dues ones sinusoidals? Aquí calen dades empíriques. Resulta que si les ones són més o menys de freqüència idèntica els batecs no es percepren com si fossin dissonants. Un batec petit, de baixa freqüència, fins i tot és agradable. Per altra banda, tan bon punt el batec es torna massa ràpid es percep com a aspre i dissonant. Aquest efecte és particularment fort amb batecs d'entre 10 i 25 cops per segon, després l'efecte disminueix una altra vegada. Si els tons estan massa separats es senten com a dues ones sinusoidals independents. A continuació podeu veure la corba de dissonància d'una ona sinusoidal afinada en un Do central.



Les coses es posen interessants tan bon punt l'espectre es torna complicat. La següent imatge mostra corba de dissonància resultant d'un ric espectre harmònic. Les dissonàncies entre harmònics dels dos tons generats generen els màxims i mínims característics d'aquestes corbes. Fixa't que la dissonància és mínima als harmònics que

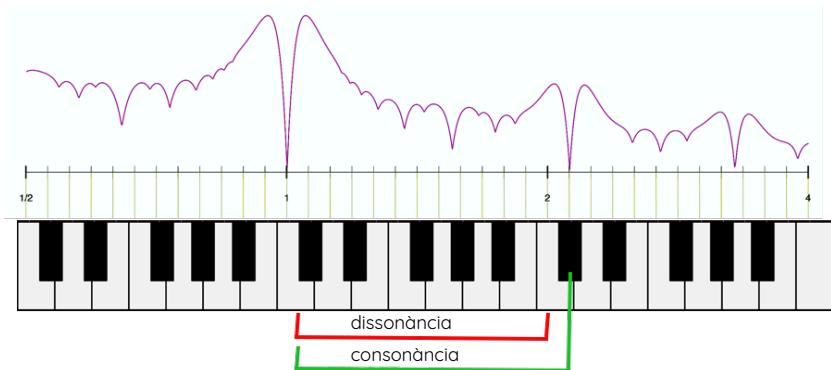
componen l'octava, la quinta, la quarta i la tercera.



Experiment: Comença l'analitzador de corbes dissonants i toca intervals amb el Do central. Juga amb diferents timbres i experimenta amb diferents intervals. La teva percepció coincideix amb la predicció?

Dissonància i Parcials Dispersos

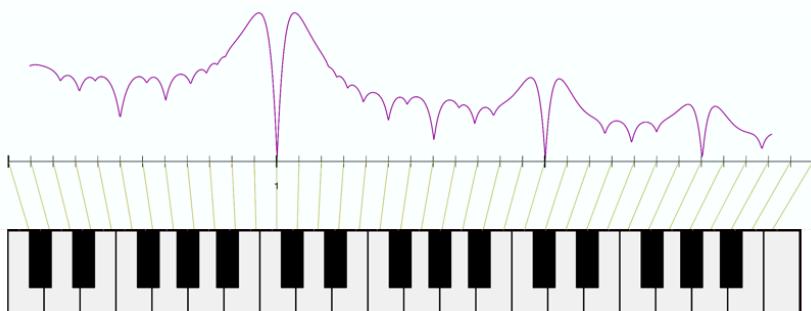
Què passa si estudiem el comportament dissonant d'un espectre de parcials dispersos? El comportament de la dissonància ve fortament determinat per la dissonància entre harmònics o parcials. En conseqüència, en el moment que els parcials es trobin "fora de lloc" aconseguim un nou comportament dissonant. La següent imatge mostra el que passa amb un espectre de parcials lleugerament dispersos. ($a = 1.08$):



Per un músic acostumat al nostre clàssic sistema de tons el resultat pot ser impactant. De cop i volta els intervals que sovint sonen consonants (com l'octava) sonen marcadament dissonants. Per altra banda, altres que sovint sonen molt dissonants (com la petita novena entre el do i el do sostingut) sonen preciosos.

Per tant, els instruments que generen un espectre dispers o comprimit requereixen un tipus diferent d'escales. O, dit d'altra manera, el nostre sistema tonal occidental està fortament influenciat pel fet que els instruments més habituals són de cordes, vent-metall o vent-fusta.

Hi ha una cura molt senzilla per arreglar les octaves dissonants: separar les freqüències de l'escala igualment! Després de fer-ho l'octava ja no serà una octava, però sonarà com si en fos una.



Experiment: Els següents experiments poden ser sorprenents. Encén l'analitzador de corbes de dissonància i toca intervals amb el Do central. Experimenta amb la dispersió de l'espectre i amb la dispersió de l'octava. Si disperses els dos elements en la mateixa mesura tindràs una experiència tonal molt similar a l'habitual.

Music: En alguns casos, pot ser una bona pràctica dispersar les escales. Si dissenyessis les campanes d'un campanar d'església adaptant l'escala a un espectre, és una bona idea. Fins i tot un piano normal soa més brillant si les octaves estan lleugerament dispersades. De tota manera, per aquest piano amb escales dispersades serà complicat tocar amb altres instruments. La música està plena de compromisos.

Sistemes d'Afinació Occidentals

Hem vist que el timbre i les freqüències dels parciais influeixen al comportament dissonant dels intervals. En conseqüència, la selecció de tons (l'escala) utilitzada en un instrument ha de dependre de les característiques sonores d'aquest. Els instruments de la cultura occidental (arpes, pianos, flautes, trompetes...) tenen un espectre gairebé perfecte en el sentit que els parciais són molt propers als harmònics teòrics. Per això, les ràtios de freqüència de 2 : 1 (octava), 3 : 2 (quinta), 4 : 3 (quarta), 4 : 5 (tercera major) i 6 : 5 (tercera menor) donen lloc a intervals relativament consonants (escrits en ordre decreixent).

Resulta que les quintes, quartes (música Gregoriana), i les terceres modernes (barroques) i altres intervals dissonants encara més moderns (impressionistes, expressionistes) van entrar al llenguatge musical de la cultura occidental.

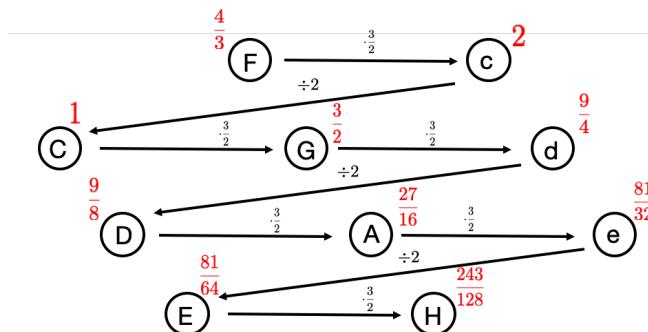
Quina és una bona selecció de tons per aquesta música? Quines són bones escales? Responder aquestes preguntes en profunditat podria donar lloc a una assignatura universitària d'un any sencer. Nosaltres només en veurem una introducció.

Sistema de 12 tons: els sistemes occidentals actuals amb 12 tons per octava són els més habituals. La raó d'això és matemàtica. Agrupar 12 quintes perfectes ens porta a gairebé crear 7 octaves. Vist en una fórmula:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = 129.7463 \dots \approx 2^7 = 128.$$

Els 12 intervals són el primer sistema en què els conjunts s'apropen a una relació d'octava. Si algú volgués un sistema tonal centrat en octaves i quintes, el sistema de 12 tons és un bon punt de partida.

Per desgràcia, aquesta relació no és perfecta i aquí és on tota la història dels sistemes d'afinació comença: s'han de fer compromisos i les diferents èpoques han resolt aquesta tensió de maneres diferents.



Afinació Pitagòrica

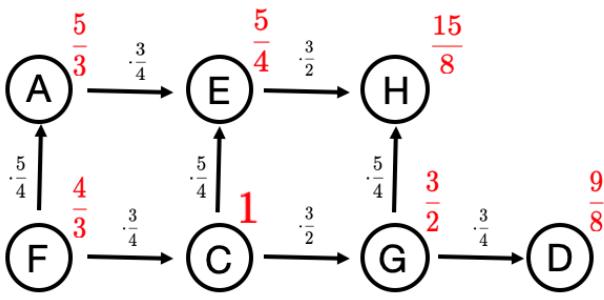
Afinació Pitagòrica: comencem amb l'afinació Pitagòrica, que se centra al voltant de la idea de tenir tantes quintes perfectes com sigui possible. Fixa't en els set tons de l'escala de Do major i mira el que passa. Etiquetem els tons per ràtio de freqüència amb relació al Do i dividim per 2 (baixem una octava) cada vegada que aquesta relació esdevé major que 2. Els següents diagrames mostren les ràtios de les notes a l'escala pitagòrica i com es deriven.

Totes les quines i octaves en aquest sistema són perfectes. Tot i això, fixa't que al Mi se li assigna una freqüència de $81/64$. Això no és una tercera major perfectament afinada, la tercera perfecta seria $5/4 = 80/64$.

Per això la tercera pitagòrica està desafinada per un factor de $81/80$ respecte de la tercera perfecta. El més probable és que Pitagòres no li donés gaire importància a les terceres, ja que van començar a ser rellevants cap a 1500 anys després. Com s'ha comentat abans, no totes les quintes poden ser perfectes. Si tinguéssim 11 quintes perfectament afinades, l'última sonaria realment malament.

Afinació justa: considerem ara una afinació que es centra en quintes i terceres. Aquesta s'anomena afinació justa. Per les 7 notes de l'escala de Do major utilitzar el següent

esquema d'afinació:



Afinació justa

Pots tocar un munt de terceres i quintes perfectes amb aquesta afinació, però en perds d'altres. Aquesta petita quadrícula que acabes de veure és una petita porció del Tonnetz.

Afinació de temperament igual: si extens tant l'afinació pitagòrica com l'afinació justa als 12 semitons, alguns intervals seran perfectes, però d'altres no sonaran tan bé. L'aproximació moderna a l'afinació consisteix a evitar això mitjançant la dispersió igualitària de l'error sobre tots els intervals. (Això es pot considerar com una mena d'aproximació democràtica a l'afinació). En l'afinació de temperament igual una octava es divideix en 12 semitons idèntics. Cada semitò multiplica la seva freqüència per un factor de $\sqrt[12]{2}$ i això permet arribar a una octava perfecta precisament cada 12 esglaons. Amb aquest mètode, totes les quintes arrosseguen el mateix error i el mateix passa a la resta d'acords i intervals. A continuació es comparen els valors de l'afinació de temperament igual amb els de l'afinació perfecta:

$$\text{for fifth: } (\sqrt[12]{2})^7 = 1.498 \dots \approx 1.5 = \frac{3}{2},$$

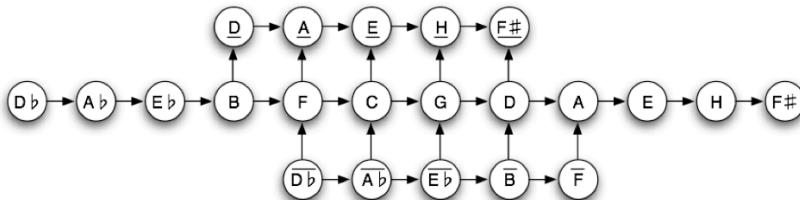
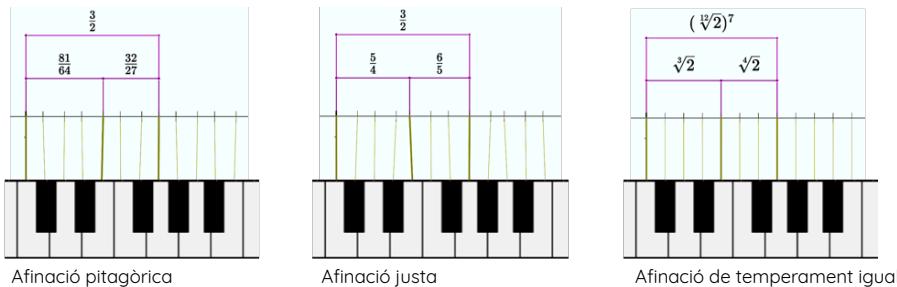
$$\text{for thirds: } (\sqrt[12]{2})^4 = 1.26 \dots \approx 1.25 = \frac{5}{4}.$$

S'observa que aquestes aproximacions són molt bones.

Experiment: Obre la caixa d'afinacions i experimenta amb diferents afinacions occidentals. Els colors que mostra el Tonnetz indiquen com són de propers els intervals de l'escala seleccionada als perfectes. És molt instructiu analitzar les diferents afinacions amb l'eina ràtio. Aquesta mostra les ràtios dels intervals si aquests es toquessin al teclat. La fotografia següent mostra les ràtios de freqüència per un acord de Do major.

Escales Raga Índies

Hi ha una altra manera de tocar terceres i quintes perfectes: afegir més tons a l'escala! Els sistemes d'afinació per la Música Raga Índia utilitzen aquest mètode.

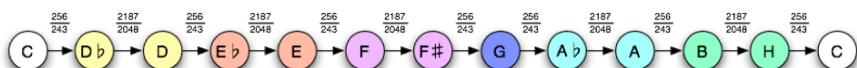


A grans trets, aquests sistemes d'afinació es poden caracteritzar amb el següent esquema:

Cada fletxa horitzontal indica (fins al salt d'octava) una octava perfecta i cada fletxa vertical una tercera perfecta. A diferència de la música occidental, la música Raga té una tradició més oral que escrita. Per aquest motiu, és força difícil d'aconseguir un sistema concret d'afinació, però el sistema que es descriurà que consisteix en 22 tons s'accepta per la majoria de persones que han analitzat la música índia. Llavors, què és tan especial i interessant sobre aquest sistema d'afinació i per quin motiu hi ha exactament 22 tons?

Per començar, cal adonar-se que les Ragues índies sempre es refereixen a un to base. Normalment un interval es toca constantment de fons, com un brunzit. El més habitual és el Do-Sol. Fixa't com aquest interval és el centre de simetria del diagrama anterior.

La fila central del diagrama és l'escala pitagòrica amb 11 quintes perfectes. Ara es saturen amb l'addició de les terceres perfectes, cosa que es fa molt enginyosament. Per veure-ho reordenem les notes de l'escala pitagòrica per formar una cadena de semitons. Obtenim:

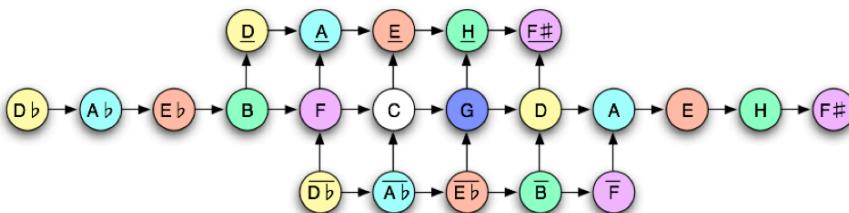


Les ràtios entre els tons representen les ràtios de freqüències que vénen de l'afinació pitagòrica.

Pots observar com, gairebé de forma màgica, només apareixen dos tipus de fraccions. Els colors al diagrama marquen la més gran de les fraccions, per tant tenim salts grans i petits de semitons. Dos tons relacionats per un salt gran tenen el mateix color. Ara es pot dividir l'interval de 2187/2048 restant de forma elegant afegint dues noves notes.



A l'exemple anterior s'observa que s'obté una versió més aguda del Re bemoll i una versió més greu del Re. Aquestes són exactament les dues noves notes afegides amb el sistema mencionat. Ara podem fer una divisió similar per tota la resta de salts grans de semitò. Això resulta en un sistema amb 22 tons, mostrats amb colors al següent esquema del sistema tonal:



Fixa't que el Do i el Sol juguen un paper especial en aquest sistema, ja que són les úniques notes que no es veuen involucrades en aquesta divisió dels intervals.

Els tons del sistema d'afinació Raga es diuen Shrutis. Tal com es fa amb les afinacions occidentals, sovint les melodies no utilitzen tots els tons alhora. En comptes d'això se seleccionen algunes notes per formar escales més petites basades en aquest sistema més gran. La selecció d'aquestes subescalas (normalment d'entre 4 i 7 tons) també segueixen certes normes, però no s'entrarà en tant detall aquí.

Experiment: Obre la caixa d'afinació i experimenta amb els sons de les afinacions Raga. Pots seleccionar un munt de subescalas usualment utilitzades amb el sistema de 22 tons. També pot ser interessant mesurar les ràtios de freqüència entre els tons.

Autor del mòdul: Jürgen Richter-Gebert (Technical University of Munich).

Agraïments: Patrick Wilson i Aaron Montag (sistema de so). Basat en CindyJS.org

Text: Jürgen Richter-Gebert (TU Munich).

TONNETZ

Les escales que utilitzem tradicionalment a la música occidental és només una selecció de tons, és a dir, una selecció de freqüències que utilitzem per afinar un instrument per fer música.

Com anomenem les notes? Com les representem gràficament? Quina notació utilitzem per escriure-les en una partitura? La primera resposta, i la més obvia, és que les ordenem d'agudes a greus i les anomenem de forma seqüencial. De tota manera, això no reflecteix les seves relacions o els seus rols al llenguatge musical.

Tocant alhora una primera nota amb una freqüència i una segona amb una freqüència doble (ràtio 1:2), el resultat és un so consonant i tots dos sons es barregen de manera que sembla que siguin la “mateixa” nota. A l’afinació moderna (el sistema de temperament igual del piano), una octava es divideix en 12 parts iguals i cadascuna d’aquestes correspon a les 12 notes de l’escala cromàtica.

Però no utilitzem de la mateixa manera aquestes 12 notes, algunes s'utilitzen més sovint, almenys històricament des que la notació es va començar a utilitzar a l’edat mitjana. Per aquest motiu tenim les notes “principals” en una escala, que representen les tecles blanques al piano (Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si, si utilitzem la notació llatina, o C, D, E, F, G, A, B, si utilitzem la notació anglesa) i que anomenem escala diatònica. Per altra banda, trobem unes notes “secundàries” que es descriuen com alteracions de les principals amb sostinguts \sharp o bemolls \flat (Com un Do \sharp o un Mi \flat en la notació llatina o com un C \sharp o un E \flat utilitzant la notació anglesa) i que es representen amb les tecles negres.

D'aquesta manera hi ha 7 notes principals en una octava i la vuitena té el mateix nom que la primera (per aquest motiu el terme octava).

Ordenar les notes d’agut a greu, com en un teclat de piano, pot ser raonable, però no reflecteix la relació entre les notes.

A causa de la relació d’octava, té sentit ordenar les notes en un cercle. Aquest s'anomena el cercle cromàtic. Les notes, utilitzant la notació anglesa, són:

C, C \sharp , D, D \sharp , E, F, F \sharp , G, G \sharp , A, A \sharp , B

i després de l’última nota de l’escala (B), continuem amb la primera nota (C). A l’afinació moderna, els intervals són tots iguals (els anomenats semitons) i els sostinguts i bemolls són coincidents, és a dir, C \sharp = D \flat . Aquesta relació s'anomena identificació enharmònica.

Una altra relació fonamental és la quinta (o, per ser precisos, la quinta perfecta). Aquest és l’interval entre Do i Sol o entre Fa i Do i que correspon a l’addició de 7 semitons a la nota inicial. S'anomena quinta ja que, a l'escala de 7 notes, el Do és la primera nota i el Sol és la cinquena. Després de l'octava, la quinta és l'interval més consonant, com qualsevol pot sentir tocant les dues notes alhora. Per això, té molt de sentit tenir-les a prop com al Cercle de Quintes, que està fet per la llista de notes en salts de 7 semitons:

C, G, D, A, E, B, G \flat , D \flat , A \flat , E \flat , B \flat , F

Com amb l'anterior cercle, F va seguit de C.

Aquesta representació és molt útil pels músics, ja que les notes que encaixen bé hi són representades properes. Això també explica les notes blanques del piano, representades per les notes A, B, C, D, E, F, G, són les “principals” (amb relació a les “secundàries”): si comences a F, pots repetir la quinta 6 vegades i això et donarà una cadena amb les 7 notes que formen l’escala diatònica. La nota “C” és la primera de la notació llatina (Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si), en el que s’anomena el “mode major”, però, si comencem l’escala a A, com fa la notació anglesa, obtenim el “mode menor”.

Dues altres relacions molt consonants són la Tercera Major (afegir 4 semitons) i la Tercera Menor (afegir 3 semitons). Per exemple, entre C i E hi ha una Tercera Major (E és la 3a nota de l’escala). I entre C i Eb, o entre D i F, hi ha una Tercera Menor (només hi ha una distància de 3 semitons).

Quan toquem diverses notes alhora obtenim el que s’anomena un acord. Els acords més comuns són les tríades (en què es toquen 3 notes alhora) i resulta que la recepta bàsica per fer un acord major és triar una nota x (la tònica) i afegir-ne la tercera major i la quinta. Això ens dóna 3 notes (vist en semitons: x, x+4, x+7) que sonen molt brillants i agradables a l’oïda. Per exemple, la tríada C - E - G és l’acord de C major. Anàlogament, els acords menors es creen amb la tònica x, la seva quinta i la seva tercera menor (en semitons, x, x+3, x+7). Aquests acords sonen més tristes i obscurcs. Per exemple, C - Eb - G és l’acord de C menor.

Hi ha una representació gràfica de les notes que reflecteix algunes d’aquestes relacions. Es remunta al matemàtic Leonhard Euler i és coneix avui dia com a Tonnetz (El mot alemany per “xarxa de tons”). El Tonnetz clàssic (que anomenem 3,4,5) consisteix d’una graella triangular on cada vèrtex s’associa a una nota (fins a una octava). Hi ha 3 línies o direccions en aquesta graella. En una direcció les notes escalen en quintes, en una altra en terceres majors i a l’última en terceres menors. Això és possible gràcies a que pujar 7 semitons en una direcció es correspon a pujar-ne 4 semitons i 3 semitons als altres dos costats de cada triangle. Les tres notes formen un triangle al cercle cromàtic amb costats 3, 4 i 5, que és l’etiqueta que li donem a aquest Tonnetz.

Amb aquest diagrama, totes les notes separades per una quinta, una tercera major o una tercera menor són adjacents. I, com si fos poc, tots els acords majors i menors es poden representar amb les cares triangulars d’aquest diagrama.

També hi ha altres tipus de triades, depenen dels intervals entre les seves notes. Per exemple, els acords augmentats són (x, x+4, x+8) formarien un triangle de costats 4,4,4 al cercle cromàtic (o al de quintes). Podem construir un Tonnetz que representi aquests acords utilitzant aquests intervals com a passos incrementals a cada direcció. Qualsevol grup de tres nombres a, b, c, que sumin 12 representa un triangle al cercle cromàtic. Fent servir combinatòria, hi ha 12 possibles maneres de triar 3 nombres a, b, i c, entre 1 i 12, de manera que a+b+c=12. Aquests són els 12 tonnetz possibles.

Al diagrama també podem veure els dobles grafs del tonnetz. Un graf dual es construeix substituint cada cara per un vèrtex, cada vèrtex per una cara, i vèrtexs connectats amb cares adjacents. Aquest diagrama té la mateixa informació que l’original, però ara cada tríada és un vèrtex d’una figura hexagonal i cada nota n’és una cara.

La representació amb Tonnetz conté un munt d’informació musical. Per exemple, els triangles adjacents representen triades amb dos tons en comú, donant lloc a progressions d’acords naturals si es viatja d’un a l’altre.

Per acabar, aquestes representacions gràfiques es poden utilitzar per transformar una peça. La transformació més bàsica és el canvi de to, afegint una quantitat donada de semitons a totes les notes d'una peça musical. Això és una pràctica usual per adaptar les peces al rang vocalic dels cantants. Geomètricament correspon a la translació al piano, però les tecles blanques i negres ja no coincideixen. És millor considerar una rotació al cercle cromàtic, de manera que les notes només queden rotades, o la translació al Tonnetz.

Un exemple d'aquest tipus de transformacions seria una rotació al cercle de quintes. Això només són salts de 7 semitons (pel fet que una quinta eren 7 semitons). Altra vegada, si tenim la peça representada al Tonnetz, això es correspon a una translació de la xarxa en qualsevol direcció.

Una transformació més interessant és la rotació del Tonnetz. Pensa en una peça representada al Tonnetz. Fixa-hi una nota (per exemple la primera de la peça), i després canvia la resta de notes per la seva contrapart després de girar el Tonnetz 180 graus. Aquesta transformació s'anomena "harmonia negativa" i transforma tots els acords majors a menors i viceversa. Pots escoltar-ne un exemple a l'exposició, seleccionant el tonnetz 3,4,5 clàssic.

Autors del mòdul: Moreno Andreatta i Corentin Guichaoua (SMIR Project). Adaptat per Philipp Legner.

Agraïments: Amb el suport de CNRS/IRCAM/Sorbonne University, USIAS (University of Strasbourg Institute for Advanced Study), IRMA/University of Strasbourg.

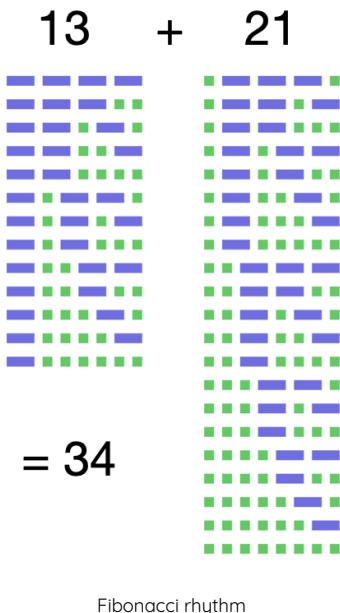
Text: Daniel Ramos (IMAGINARY).

BEAT BOX

Amb la melodia i l'harmonia, el ritme és un dels components més importants de la música. El mòdul "Beat Box" explora diverses maneres de crear i analitzar ritmes amb mètodes matemàtics.

EL RITME DE FIBONACCI / ELS NOMBRES D'HEMACHENDRA (FIBONACCI) I ELS RITMES 2-1

Rarament es s'anomena un concepte científic amb el nom de la persona que primer hi va tractar. Aquest és el cas dels famosos nombres de Fibonacci. Fibonacci va mencionar-los en un exercici de càlcul al seu llibre Liber Abaci publicat l'any 1202. De totes maneres, ja al voltant de l'any 1050, l'erudit indi Hemachendra ja havia estudiat aquests nombres en un context relacionat amb el ritme.



Imagina que vols omplir un ritme amb un nombre n de pulsacions amb patrons de longitud 1 o 2. Per exemple, un ritme de 8 pulsacions es podria omplir amb 1-1-1-1-1-1-1 o 2-2-2-2 o altres patrons més complicats, com ara 2-1-2-1-2 o 2-1-2-2-1. Quantes possibilitats hi ha? Aquest tipus de preguntes apareixen tant a la poesia quan parlem sobre versos i síl·labes, com a la música quan parlem de ritmes fets amb blanques i negres. Resulta que el nombre de possibilitats és un nombre de Fibonacci (o, encara millor, d'Hemachendra). Un nombre de la seqüència:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

On (després de començar amb 1, 1) cada nombre és la suma dels dos anteriors. De fet, hi ha exactament 34 maneres d'omplir un patró de 8 pulsacions amb uns i dosos.

nota sinó els patrons de tamborineig que omplen o bé una o bé dues pulsacions. Fent servir només dos patrons fixos, però essent flexible al nivell macro rítmic a l'hora de combinar-los crea una coherència estilística aportant alhora riquesa.

Les Mates: Perquè els nombres de Fibonacci apareixen en aquest context? Anem a veure com podem reduir el problema d'omplir les 8 pulsacions a omplir-ne 6 o 7. Cada

ritme de 8 pulsacions comença o bé amb una nota curta o una llarga. Si comencem amb una nota curta hi ha tantes possibilitats d'omplir les posicions restants com n'hi haurien si haguéssim d'omplir només 7 pulsacions. Si, per altra banda, posem una nota llarga, existeixen les mateixes possibilitats per omplir la resta que hi haurien si n'haguéssim d'omplir 6. D'aquesta manera, el nombre de patrons de 8 pulsacions és igual a la suma del nombre de patrons de 7 pulsacions i de 6 pulsacions. Voilà! La successió de Fibonacci.

El Mòdul: Aquest mòdul és bàsicament una Tabla rítmica automàtica basada en les observacions que hem fet abans. Com a curiositat, les mostres de so pel ritme ràpid es van extreure d'una xerrada del Manjul Bhargava, un matemàtic canadenc que ostenta una Medalla Fields, que va fer xerrades molt inspiradores sobre aquest tema, ja que ell mateix toca la Tabla.

APLAUDIMENTS / LA MÚSICA D'APLAUDIMENTS DE STEVE REICH

Vols un repte? Aquí el tens! Prova d'aplaudir al ritme d'una de les dues veus del mòdul d'aplaudiments. O, encara millor, prova amb algú altre a aplaudir alhora les dues veus. Per cada posició del punt verd el repte és diferent.

La peça que sents en aquest mòdul és un exemple impressionant de com una idea tan simple pot crear patrons musicals tan complexos i interessants. Inspirat en els aplaudiments del Flamenc, Steve Reich va compondre aquesta petita peça. Consisteix en un patró d'aplaudiments de 12 pulsacions:



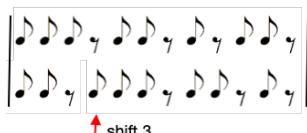
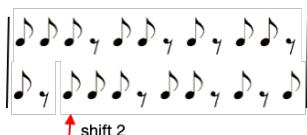
3 aplaudiments - pausa - 2 aplaudiments - pausa - 1 aplaudiment - pausa - 2 aplaudiments - pausa ... i repeteix

La complexitat s'aconsegueix tocant exactament el mateix ritme amb dues o més persones, però desplaçant el començament n pulsacions, on n pot anar del 0 fins a l'11. D'aquesta manera hi ha fins a 12 possibles resultats. Pots fer-los tots amb algú altre?

La Música: Una Música Mínima (bàsicament composta per Steve Reich) intenta crear música interessant amb progressions minimalistes de la partitura. Desplaçar un patró rítmic només una pulsació es pot considerar com un element típic de progressió de la Música Mínima. De fet, la peça d'aplaudiments necessita una enorme concentració des del moment en què les dues persones comencen a tocar juntes. Per això, tot i ser mínima, no és en cap cas fàcil.

Les Mates: Quants patrons rítmics són adients per crear una peça com la música d'aplaudiments? Quedem-nos amb les seqüències d'una i dues pulsacions. Per començar, hi ha un total de $2^{12} = 4096$ possibilitats de tenir o bé pausa o bé aplaudiment a cada pulsació.

Podríem voler que cada patró en sí mateix no tingués repeticions, ja que causaria música idèntica cada desplaçament. Això descarta 76 d'aquests patrons. Dels 4020 restants només necessitem una versió desplaçada de cada un. Això ens divideix el nombre total per 12 i ens deixa amb només 335 patrons.



La majoria sonrien força avorrits, ja que hi hauria o bé massa o bé massa pocs aplaudiments. Si ho restringim a un mínim de 4 aplaudiments i un màxim de 8, ens deixa amb 287 possibilitats. Si encara ho volem restringir més, podem exigir que no hi hagi pauses consecutives. Això ens deixa amb només 11 patrons (mostrats a sota). El patró que va escollir Steve Reich (marcat en vermell) és un dels dos únics patrons que no repeteix el nombre d'aplaudiments entre dues pauses.

(1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,1,0)
 (1,1,0,1,1,0,1,0,1,0,1,0)
 (1,1,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0)
 (1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,1,0)
(1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,1,0)
 (1,1,1,0,1,1,0,1,1,0,1,0)
 (1,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,0)
 (1,1,1,1,0,1,0,1,0,1,1,0)
 (1,1,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0)
 (1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,0)
 (1,1,1,1,1,0,1,0,1,0,1,0)

El Mòdul: Prova d'aplaudir! Comença a poc a poc i vés incrementant la velocitat. Selecciona diferents desplaçaments movent el punt verd al cercle.

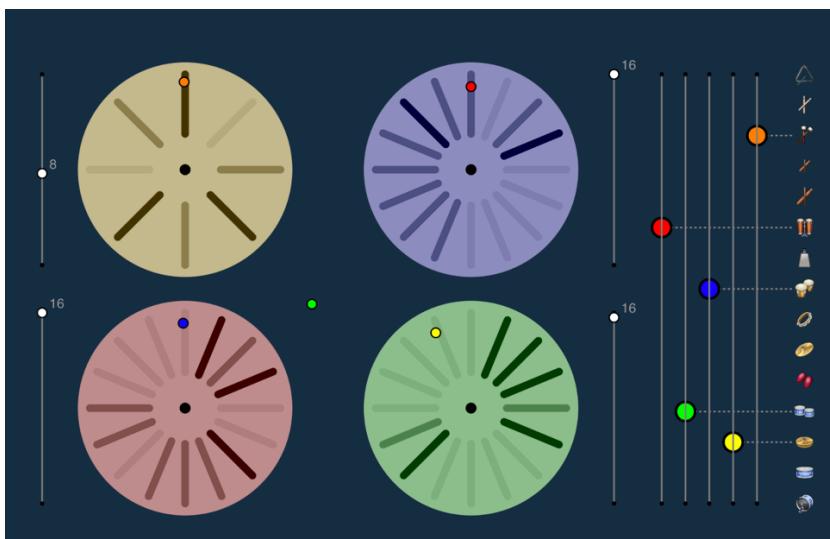
SEQÜENCIADOR

Has entrat mai a la sala d'impressió d'algun gran diari? On les màquines giren una vegada i una altra i creen un patró de so amb cada rotació. O una màquina de cosir? Sempre que un procés mecànic produeix un patró repetitiu el nostre cervell intenta descobrir l'estructura que s'hi amaga. Formant ritme. Formant música. La màquina de ritmes de la nostra exposició és un seqüenciador que et permet experimentar amb patrons cíclics. Juga-hi i explora!

El Mòdul: Potser pot anar bé una mica d'informació dús. Imagina les quatre rodes grans com tocadiscs equipats amb barres. Sempre que les barres toquen un instrument aquests creen un so. Els instruments es representen amb els cinc punts de col-

ors de l'àrea central. Pots moure'l's lliurement. Si els colpeja alguna cosa produiran un so. Quin instrument representa cada punt es pot triar amb els botons lliscants de colors a la dreta. Com més a l'exterior de la roda es col·loqui un instrument, més fort sonarà.

Quan la màquina està en repòs, el nombre de barres de cada disc es pot canviar movent els botons lliscants. Amb això, es poden crear patrons de repetició molt irregualars però, tot i això, cíclics. Per exemple, pots posar un dels discs a 8 barres per gir, un altre a 11 i els altres dos a 15. Això pot sonar estrany, però pot ser molt rítmic. Com a curiositat, les cultures africanes estan molt més acostumades als ritmes irregualars que les cultures occidentals.



En l'estat de repòs també pots clicar a les barres per canviar-ne l'estat entre els tres disponibles: fort, mitjà, apagat. Amb això pots crear una gran varietat de ritmes tan coneixuts com totalment nous!

RITMES DE N SOBRE M

Estem molt acostumats a aplaudir ritmes regulars simples com un pas doble 1-2-1-2-1-2 o un vals en compàs de 3 1-2-3-1-2-3. Això és, potser, un dels primers exercicis que es fan quan es comença amb un instrument de percussió. Però les coses es tornen realment complicades quan volem aplaudir dos ritmes alhora. Combinar un ritme regular amb n pulsacions en un compàs amb un altre ritme amb m pulsacions per compàs alhora s'anomena ritme de n sobre m. La ràtio de velocitat entre els dos ritmes és n/m. La fotografia de sota il·lustra ritmes de 2 sobre 3. A cada compàs, la veu de dalt té dues notes perfectament distribuïdes i la de sota en té tres.

Les Mates: Potser la manera més fàcil d'aprendre ritmes n sobre m és barrejar-los en un marc de tics consonants prou bo per posar-hi els dos ritmes. Matemàticament això demana el mínim comú múltiple dels nombres n i m. Així un ritme de 2 sobre 3 es pot col·locar en un ritme regular de 6 tics, un 3 sobre 4 en 12 tics i un 7 sobre 5 en un ritme de 35. Si comptem els tics des de 0, el ritme de m pulsacions es tocarà als múltiples de n i el de n es tocarà als múltiples de m.

La Música: Tocar el ritme de n sobre m de la manera mencionada és una molt bona manera d'aprendre'n. De totes maneres té un gran desavantatge. No "sents" el ritme com si estigués fet per dos de diferents i més simples.

Aquí teniu un "pro tip" per aprendre aquests ritmes. Primer aprèn a aplaudir-los amb les dues mans fent servir el mètode mencionat (trigaràs una mica). Quan et sentis segur aplaudint aquests ritmes, fes-los i intenta "separar la teva ment" i concentrar-te en només una mà i el que fa. Després canvia a l'altra mà. En algun moment seràs capaç de sentir els dos ritmes de forma independent i alhora a la teva ment.

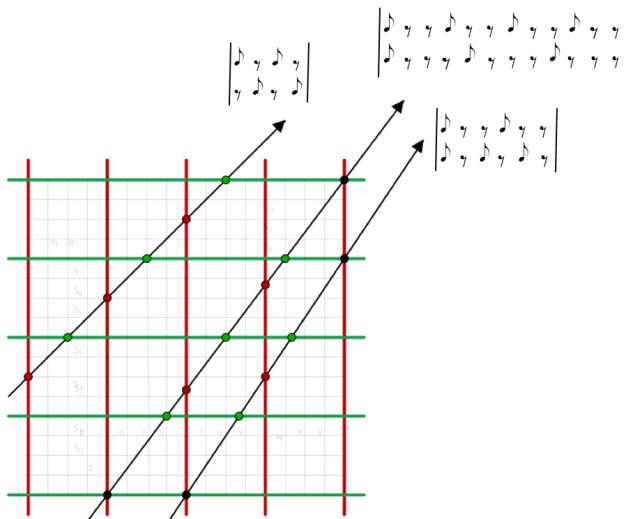
El Mòdul: Aquest mòdul busca que aplaudeixis amb ell. Pots escoltar i experimentar ritmes n sobre m i també pots intentar aplaudir-los. Pot ser que requereixi una mica de pràctica, però un cop ho tinguis és una cosa que mai podràs oblidar.

RITMES DE QUADRÍCULA

Pots sentir el ritme d'un dibuix ornamental? Has corregut mai amb una maleta de rodes sobre un paviment regular per agafar el tren o un avió? Has sentit el so que feia la maleta amb el paviment? De fet, ja amb els patrons més simples (com una quadrícula), si hi movem un punt per sobre a velocitat constant, podem obtenir ritmes prou interessants. Si associes diferents veus a les línies horizontals i verticals de la quadrícula quan moues el punt cap a qualsevol direcció amb velocitat constant crea un patró rítmic únic per cada veu. De totes maneres, els patrons tenen diferents velocitats i estan desplaçades en fase, deixant un munt d'espai per l'experiència musical.

La Música: Obtenir inspiració per crear patrons musicals interessants és una part molt important de la feina dels músics. Aquestes inspiracions poden venir de moltes fonts diferents.

Recomanem molt escoltar el vídeo “Stoiber on Drums” a YouTube en què un percussionista actua mentre l’Edmund Stoibers parla sobre la connexió amb tren d’alta velocitat des del centre de Munich fins a l’aeroport intentant tocar un instrument cada vegada que hi ha una síl·laba a la xerrada.



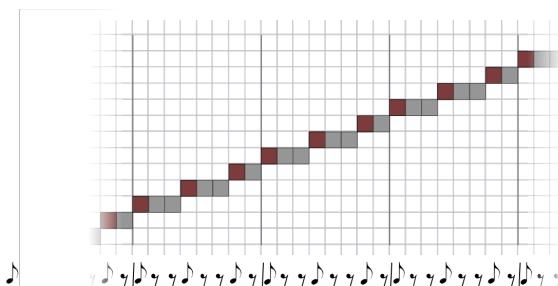
Les Mates: La quadrícula crea un espai de dos patrons regulars. En aquest context, excepte la regularitat, tota la resta és lliure per a cada patró: les dues velocitats i la

fase entre ells. Els exemples a la figura en mostren alguns casos, entre ells un ritme 2 sobre 3 i un 3 sobre 4. Si el pendent de la línia és irracional (no és una fracció) llavors el patró rítmic generat no es repetirà mai.

El mòdul: Ajustant el pendent del moviment pots experimentar totes les possibilitats que es fan accessibles amb aquesta aproximació a la generació de ritmes. També pots ajustar la direcció del moviment de la quadrícula. Premer un dels botons de sincronització posa la graella a la posició indicada respecte del punt de mesura. Això et proporciona una mica més de control sobre el ritme.

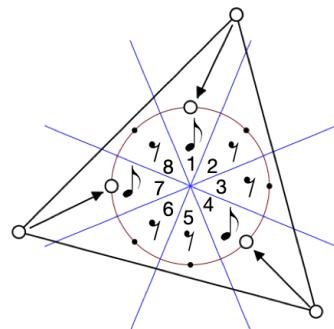
RITMES D'EUCLIDES / RITMES DE PAS DE LÍNIA

Com es distribueixen 3 cops de tambor en un compàs de 8 pulsacions? I quina relació té amb les pantalles d'ordinador de baixa resolució? Aquí apareix una connexió curiosa. Imagina que vols dibuixar una línia amb pendent $3/8$ en una quadrícula de baixa resolució amb una línia pixelada. La imatge de sota mostra la línia vista com una seqüència de pixels destacats. Els passos en aquesta imatge formen un patró regular i rítmic. La pendent de $3/8$ implica que per cada 8 unitats que et moguis cap a la dreta te n'has de moure 3 cap amunt. Per això el patró es repeteix cada 8 passos. Si toquessis el tambor cada vegada que et mous una unitat cap amunt, tindries un patró de 3 cops distribuïts en 8 pulsacions.



Les Mates: Aquest mètode de generació de ritmes té una propietat remarcable. Distribueix els 3 cops de la manera més equitativa possible entre les 8 pulsacions. La raó d'això és que el dibuix pixelat de la línia l'aproxima tan bé com pot. Una altra manera de pensar en aquest mètode de generació és considerant un triangle de costats iguals i després triar punts d'un octàgon amb el mateix centre que estiguin el més a prop possible dels costats del triangle. Clarament aquest mètode es pot generalitzar a qualsevol nombre de cops i pulsacions.

La Música: La distribució igual indicada en aquest mètode crea ritmes molt interessants. De



fet, es poden trobar en un munt de cultures i estils. Des del folklore balcànic fins al Take Five de Dave Brubeck, passant pels ritmes llatinoamericans i japonesos.

El Mòdul: En aquest mòdul pots crear els dos ritmes mencionats en paral·lel i variar els números que generen els ritmes. És una gran eina per crear i dur a terme patrons rítmics elaborats.

Autor del mòdul: Jürgen Richter-Gebert (Technical University of Munich).

Agraïments: Patrick Wilson i Aaron Montag (sistema de so). Basat en CindyJS.org

Text: Jürgen Richter-Gebert (TU Munich).

GRAPH COMPOSER

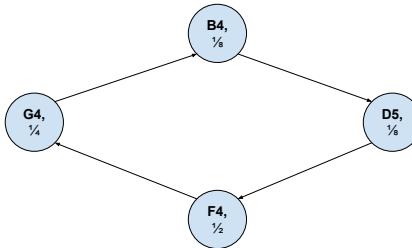
Un graf és un objecte matemàtic consisteix en un conjunt de vèrtex i arestes que els connecten. També és possible que coneixis els grafs sota el nom de xarxes. Cada vèrtex té diversos atributs o valors en funció del que s'està modelant. Les arestes poden tenir direccions i en aquests casos parlem de grafs dirigits.

El mòdul Graph Composer ofereix la possibilitat de fer música amb el pas per un graf. Cada vèrtex s'associa amb una nota i la seva duració en el temps. Les arestes que connecten els vèrtexs defineixen un camí pel què es pot viatjar a amb el temps. Això significa que les notes es toquen en l'ordre dels vèrtexs visitats. El so que s'obté de cada vèrtex té diferents formes en funció del decorador del vèrtex, com ara una nota pura, un acord o un arpegi.

Per exemple, la següent partitura:



Es pot dibuixar com el següent graf dirigit:

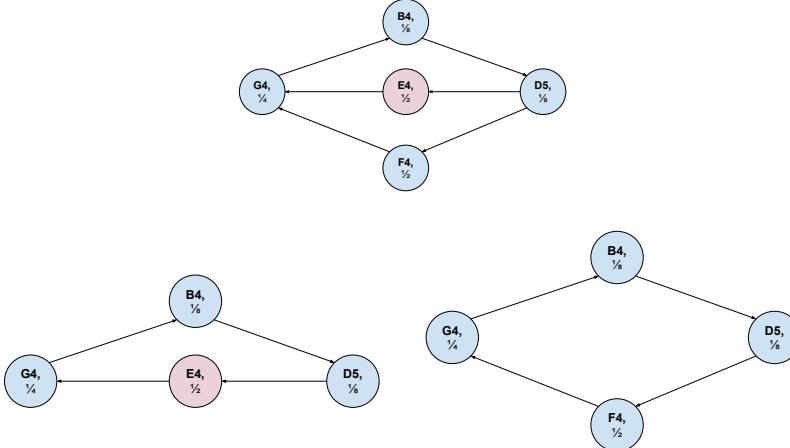


Els camins al graf representen seqüències de notes. Si el camí té un bucle, com a l'exemple d'abans, hi ha la repetició del fragment. A l'exemple, el graf té només un camí possible, però ,quan hi ha més d'una aresta sortint d'un vèrtex, hi ha diversos camins possibles.

Per exemple, el graf que veuràs a continuació té dos possibles camins:

En aquest cas, el programa necessita prendre la decisió de quin camí seguir sobre el graf. Aquest mòdul tria de forma aleatoria entre les dues opcions (amb igual probabilitat), i això crea el que s'anomena com a passeigs aleatoris pel graf. Com que la música que produeix cada camí pot resultar en diferents longituds i, per aquest motiu, en una duració diferent de la música. Això pot fer que qui l'esculti la percebi com una mena de "no-ritme".

El model utilitzat pel Graph Composer s'utilitza en Musicologia Computacional, un camp d'estudi on les matemàtiques i la informàtica s'apliquen a la música. A la recerca, les composicions musicals es modelen amb grafs per comparar-les i ex-



treure'n diferents propietats matemàtiques. Per exemple, el nombre de vegades que es repeteix la transició d'una nota a una altra, el nombre de vegades que tres o més notes apareixen en el mateix ordre i d'altres.

El Graph Composer passeja pels grafs de forma aleatòria des del vèrtex inicial a través de les arestes dirigides fins que troba un vèrtex amb cap aresta de sortida. Després d'això torna al vèrtex inicial. Quan el programa s'inicia, només pots veure el vèrtex inicial (l'únic que es toca sense cap aresta entrant). Pots arrossegar i afegir més vèrtex, canviar les seves notes, la duració i les decoracions. Tot això es pot fer sense la necessitat de parar la música. La complexitat del graf pot incrementar molt ràpidament a mesura que afageixes vèrtex. Pots crear patrons al teu graf que creïn motius musicals agradables? Que vagi de gust.

Autors del mòdul: Pedro Arthur, Vitor Guerra Rolla, i José Ezequiel Soto Sánchez (Instituto de Matemática Pura y Aplicada, Brazil).

Text: Pedro Arthur, Vitor Guerra Rolla, i José Ezequiel Soto Sánchez.

AI JAM

Les màquines poden generar i reproduir música, però com de bones són fent música amb persones? Podrien formar part d'una Jam Session? Podríem arribar a substituir un músic amb una intel·ligència artificial en un assaig d'un grup?

Fins i tot obviant les qüestions de qualitat musical, hi ha molts problemes que poden sorgir quan intentem compondre música fent servir Machine Learning. Un d'aquests pot ser la generació d'una melodia. Normalment les persones són bones fent estructures llargues, però els algorismes de Machine Learning no ho són. Per aquest motiu la música pot sonar bé mirada nota per nota, però pot sonar aleatòria i sense objectiu després d'alguns compassos. El mòdul AI Jam ataca aquesta problemàtica entrenant explícitament la seva Xarxa Neural Recurrent¹ (XNR) per fer estructures musicals. Quan s'alimenta la Xarxa amb milers de peces musicals, l'entrada està especialment etiquetada sempre que un compàs en repeteix un d'immediatament anterior, o el següent. Els seus desenvolupadors, l'equip Google Magenta, van anomenar aquestes xarxes XNR Lookback²

Una segona tècnica que s'utilitza és l'atenció. En aquest cas, sempre que la XNR produeix alguna cosa, mira les n produccions anteriors (essent aquesta n configurable), les pondera amb una màscara d'atenció i en suma el resultat. D'aquest pas en resulta bàsicament la combinació de les passades produccions, però tenint cada-cuna un pes determinat i diferent. Això també es combina amb la producció actual. D'aquesta manera, cada pas produeix una sortida relacionada amb les anteriors.

Amb l'ús dels dos mecanismes, l'algorisme no només pot produir petits fragments de notes que sonen bé de forma aïllada, sinó que també poden formar una melodia que soni bé després d'un fragment tocat per un humà.

Autor del mòdul: Sebastian Uribe (Idea del mòdul i gestió del projecte), Eric Londait (Desenvolupament de Software), Christian Stussak (Desenvolupament de software addicional i configuració de SO), and Daniel Weiss (Disseny i construcció del panell) per IMAGINARY.

Software original en què s'ha basat el projecte: Yotam Mann, els equips Magenta i Creative Lab de Google.

¹www.en.wikipedia.org/wiki/Recurrent_neural_network

²[www.magenta.tensorflow.org/2016/07/15/lookback-rnn-attention-rnn](http://magenta.tensorflow.org/2016/07/15/lookback-rnn-attention-rnn)

CON ESPRESSIONE!

Una peça musical es pot descriure amb precisió matemàtica en una partitura, amb símbols perfectament definits per una teoria ben fundada. De totes maneres, la música és un art per sobre de tot, i com a tal transmet unes emocions, uns sentiments i unes sensacions humans. Com és possible expressar aquests sentiments amb una notació tan estricta? Com pot un intèrpret fer que una peça cobri vida? Què hi ha entre la partitura i la interpretació d'una partitura?

Un intèrpret no toca alhora totes les notes d'un acord ni tampoc segueix un tempo estricte. Algunes notes comencen uns milisegns abans, o duren uns mil·lisegons menys, algunes es toquen més fort, algunes apareixen més de pressa, etc. Totes aquestes variables permeten que els músics s'expressin i aportin una mica de sentiment i emoció a la seva actuació. Un músic no és una màquina que reproduueix perfectament la partitura, i totes aquestes "imperfeccions" o desviacions són el que fa que la música estigui viva, una cosa que les persones fan de forma natural, però les màquines mai poden reproduir... o sí?

Aquest mòdul et permet explorar la diferència entre una reproducció mecànica d'una peça o una de més "humana" produïda per una Intel·ligència Artificial que s'ha entrenat per ser un músic. El visitant pren el rol de director, controlant el tempo i el volum de l'actuació del piano. Amb una càmera, la IA segueix el moviment de la mà del visitant. L'alçada determina el volum de la música i el moviment cap a la dreta o l'esquerra n'adapta el tempo. Inicialment, això s'aconsegueix adaptant directament el volum i el temps de la peça en general segons la posició de la mà, però fins i tot quan la màquina t'obeeix per assignar aquests valors, la música sona automàtica i sense ànima. Això és degut al fet que, amb els moviments de la mà, només pots controlar el tempo i el volum generals, però no els detalls fins d'una actuació (com la interpretació de notes concretes, o com emfatitzar la línia de la melodia)

El mòdul compta amb un botó lliscant que activa la Intel·ligència Artificial. Com més alt és el valor, més llibertat té la màquina per triar les petites desviacions que farà respecte dels paràmetres establets. La màquina ajusta el tempo i el volum per fer-los lleugerament diferents del que tu li manes, per fer la música més viva i menys "mecànica". També introduceix canvis a l'articulació de les notes, microtempo, i la dis-persió dinàmica.

- El volum, per exemple, la quantitat d'amplificació del so de cada nota. Augmentar el volum és la manera més òbvia d'emfatitzar una nota.
- La dispersió dinàmica fa referència a les diferències de volum entre notes que es toquen simultàniament, com ara en un acord. Això és important per fer que la línia de la melodia ressalti i per canviar el "so" general de l'acord.
- El tempo es defineix com el ritme al que els esdeveniments musicals i les pulsacions es toquen. Els intèrprets canvien contínuament el tempo, accelerant o frenant, per expressar els "alts i baixos" de la música. Això és el que fa que la música ens soni natural (i segurament no ens adonem de totes aquestes fluctuacions de tempo)
- El microtempo es refereix al moment en què una nota es toca respecte del seu suposat començament. Per exemple, si un acord consisteix de diverses notes que s'han de tocar suposadament alhora, pot ser que una comenci a sonar abans que una altra per uns mil·lisegons, fent que no totes sonin perfectament

sincronitzades. Això és inevitable a les actuacions de la vida real, i fa que la peça soni més càlida, expressiva i, sobretot, humana.

- L'articulació es refereix a la duració de la nota respecte de la duració que hauria de tenir segons la partitura. Les notes poden fer-se més llargues o més curtes del que el compositor va escriure a la partitura, poden tocar-se lligades o separar-les, ajudant a crear èmfasi o dissimular algunes notes respecte les altres. En llenguatge musical, això es descriu amb els termes legato i staccato.

Cada intèrpret té la seva pròpia experiència i enteniment d'una peça, com també la seva intenció expressiva, i comunicar això en una actuació requereix control sobre els paràmetres musicals a molts nivells. Des de control precís de detalls com l'articulació o microtempo fins a detalls del temps i forma de les dinàmiques. El programa darrere aquest mòdul s'ha entrenat amb centenars d'actuacions reals de peces musicals per analitzar i aprendre com es poden utilitzar aquests paràmetres en interpretacions fetes per pianistes reals. Els resultats experimentals mostren que els ordinadors ja són molt bons aprenent els detalls i les decisions de baix nivell, però encara tenen problemes entenent els conflictes de més gran escala i l'estrucció dramàtica de la música, amb el nivell de forma i estil que això comporta. Per això, aquest mòdul explora i demostra un compromís: tu controls el temps i el volum generals, a un nivell més alt i basat en el teu enteniment de la música, i l'ordinador aporta els seus propis detalls i variacions. D'aquesta manera, l'actuació resultant és el producte d'una cooperació real entre una persona i un ordinador (IA).

Autors del mòdul: Gerhard Widmer, Florian Henkel, Carlos Eduardo Cancino Chacón, Stefan Balke (Institute of Computational Perception, Johannes Kepler University Linz, Austria, Austrian Research Institute for Artificial Intelligence (OFAI), Vienna, Austria), i Christian Stussak, Eric LONDAITS (IMAGINARY).

Text: Daniel Ramos (IMAGINARY).

Reconeixements: Aquest projecte ha rebut finançament de l'European Research Council (ERC) sota el programa de recerca i innovació Horizon 2020 (amb el número d'acord de concessió 670035).

Referències:

- Gerhard Widmer (2017). *Getting Closer to the Essence of Music: The Con Espressione Manifesto*. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology (TIST) 8 (2), 19.
www.arxiv.org/pdf/1611.09733.pdf
- Carlos Eduardo Cancino-Chacón (2018). *Computational Modeling of Expressive Music Performance with Linear and Non-linear Basis Function Models*. PhD Thesis, Johannes Kepler University Linz (JKU).
www.cp.jku.at/research/papers/Cancino_Dissertation_2018.pdf
- Carlos E. Cancino-Chacón, Maarten Grachten, Werner Goebel and Gerhard Widmer (2018). *Computational Models of Expressive Music Performance: A Comprehensive and Critical Review*. Frontiers in Digital Humanities 5, Oct. 2018.
www.frontiersin.org/articles/10.3389/fdigh.2018.00025/full

NSYNTH

Pots mesclar i barrejar sons? Quin és el resultat de barrejar el so d'una guitarra i d'un piano? I el de barrejar el so d'un motor de cotxe amb el d'una flauta?

Un sintetitzador és un dispositiu que genera sons de manera que es pot utilitzar com a instrument. Els sintetitzadors analògics clàssics utilitzen oscil·ladors i filtres, els sintetitzadors digitals moderns funcionen amb mostres emmagatzemades. De tota manera, en tots dos casos, cal descriure el timbre amb precisió mitjançant l'ajustament fi de paràmetres per obtenir el so final que desitgem. Tradicionalment, això es feia manualment amb l'anàlisi del so d'instruments reals (l'espectre i la forma d'ona), o un expert "esculpia" la forma d'ona a mà.

Trobar un so "a mig camí" entre dos altres sons no és fàcil, ja que els paràmetres són altament no lineals. Si agafes la mitjana de dues formes d'ona (o espectres) de dos instruments, matemàticament això significaria fer-ne la suma, tot el que en trauries seria el so dels dos instruments tocats alhora, no un nou instrument. En comptes d'això, el que realment cal són característiques que defineixen el so dels dos instruments, com ara com de "brillant" és, la seva "multifonia" o "percussivitat". Llavors, el que realment busques és un sò que sigui la mitjana de "brillant" i amb la mitjana de "multifonia" o "percussivitat" dels dos sons originals.

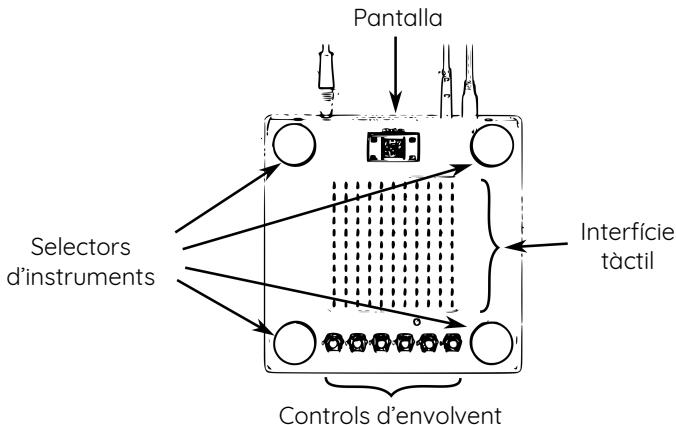
El NSynth és un sintetitzador que utilitza Intel·ligència Artificial per interpolar i barrejar sons. Una Xarxa Neural Profunda (Deep Neural Network) es va entrenar amb milers de mostres de sons per extreure'n les 16 característiques (dimensions) per cada pas de 32 ms (un total de 2000 paràmetres per les mostres de 4 segons). Amb aquest procés, cada so es codifica amb aquestes dimensions com a paràmetres i, fent el procés a la inversa, aquests paràmetres també ens permetrien crear sons. La correspondència no és perfecta, el so que pots fer amb certs paràmetres no és exactament el mateix que l'original, però sona extremadament proper i molt similar. I, el que és més important, ara pots barrejar aquests paràmetres de forma lineal els uns amb els altres per generar nous sons que tinguin realment la mitjana de les qualitats dels sons originals.

El dispositiu NSynth de l'exposició conté la Xarxa Neural entrenada i pot interpolar quatre sons seleccionats (utilitzant les quatre rodetes que incorpora). Tocant un punt al sensor tàctil quadrat, el sintetitzador ajusta els paràmetres per fer-los proporcionals a les coordenades del quadrat. Els quatre sons originals s'associen a les cantonades, tota la resta de punts corresponen a sons nous.

Selectors d'instruments - Aquests instruments s'assignen a les cantonades de la interície tàctil.

Pantalla - Mostra l'estat de l'instrument i altra informació addicional sobre els controls amb què estàs interactuant.

Controls d'envolvent - S'utilitzen per personalitzar encara més la sortida que genera el dispositiu.



- “Posició” fixa la posició inicial de l’ona. (Talla l’atac de la forma d’ona o comença des de la cua).
- “Atac” controla el temps que triga la pujada inicial des de zero fins al pic.
- “Caiguda” controla el temps que triga la baixada des del pic de l’atac fins al nivell que es desitja mantenir.
- “Sustent” ajusta el nivell que tindrà la seqüència principal del so fins que la tecla es deixi anar.
- “Alliberament” controla el temps que triga el nivell fins a tornar a 0 després que es deixi anar la tecla.
- “Volum” ajusta el volum general de la sortida del dispositiu.

Interfície tàctil - És un sensor capacitius, com el panell tàctic que simula el ratolí en un ordinador portàtil, i s'utilitza per explorar el món de nous sons que el NSynth ha generat entre els sons font que has seleccionat.

Autor del mòdul: NSynth és un sintetitzador de codi obert basat en Machine Learning desenvolupat pel projecte Google Magenta. NSynth Super és una interfície de hardware obert desenvolupada pel Google Creative Lab.

Text: Daniel Ramos (IMAGINARY).

Referències:

- *NSynth: Neural Audio Synthesis.* Website at Google’s magenta project.
www.magenta.tensorflow.org/nsynth

- Jesse Engel, Cinjon Resnick, Adam Roberts, Sander Dieleman, Douglas Eck, Karen Simonyan, and Mohammad Norouzi. *Neural Audio Synthesis of Musical Notes with WaveNet Autoencoders.* [www.arxiv.org/abs/1704.01279](https://arxiv.org/abs/1704.01279), (2017).
- *NSynth Super: An experimental physical interface for the NSynth algorithm.* Website at Google's Creative Lab. [www.nsynthsuper.withgoogle.com](https://nsynthsuper.withgoogle.com).

LISSAJOUS-BASED EXHIBITS

Les figures Lissajous (que reben el nom del matemàtic francès Jules Antoine Lissajous) són corbes determinades per la intersecció de dos moviments oscil·lants perpendiculars. Matemàticament, les seves coordenades x, y al pla són definides per cada instant de temps t a les fórmules:

$$\begin{cases} x = \sin(a \cdot t) \\ y = \sin(b \cdot t + \varphi) \end{cases}$$

on t és el paràmetre del temps (angle), a i b són les dues freqüències, i φ és el desfasament entre una i altra. Per diferents valors de temps t , les equacions formen una corba dins un quadrat. La seva forma exacta depèn bàsicament de la ràtio numèrica de les dues freqüències. Si $a = b$, o $a/b = 1$, llavors la figura es tanca després d'un període i el resultat és una línia o una el·ipse. Si $a/b = 3/2$, la corba tanca després de $3 \cdot 2 = 6$ cicles i és força neta. En general, ràtios de nombres petits resulten en corbes simples. Altrament, si els nombres tenen ràtios més complexes, com ara $a/b = 23/22$, la corba es tanca després de molts cicles (concretament $22 \cdot 23 = 506$ cicles) i la figura resultant és més densa i desordenada. Per això, les figures de Lissajous són una eina per visualitzar quan dos nombres tenen una ràtio simple.

En aquest cas, les nostres oscil·lacions són el so, i la freqüència del so es percep com el to. A la música, una idea fonamental que es remunta fins a Pitagòres, és que els sons amb freqüències amb ràtios més petites sonen consonants, i freqüències amb ràtios més complicades són menys consonants. Per aquest motiu les figures de Lissajous s'utilitzen per visualitzar consonància o dissonància. Els intervals consonants clàssics són l'octava (ràtio 2:1), la quinta (ràtio 3:2) i la tercera major (ràtio 5:4).

També és possible tenir corbes de Lissajous tridimensionals, anàlogues a les de dues dimensions, però amb tres vibracions perpendiculars en comptes de dues. Tres notes sonant alhora formant un acord de triada, que són la base per la composició musical. En afinació d'entonació justa, els acords majors els formen notes amb ràtios 4:5:6 i els acords menors notes amb ràtios 10:12:15.

És especialment remarcable que aquestes relacions ens produeixen sentiments d'“alegria” amb els acords majors i “tristesa” amb els menors. Jugar amb aquestes relacions es transforma en una aventura per a la composició d'una peça que aconsegueixi transportar emocions.

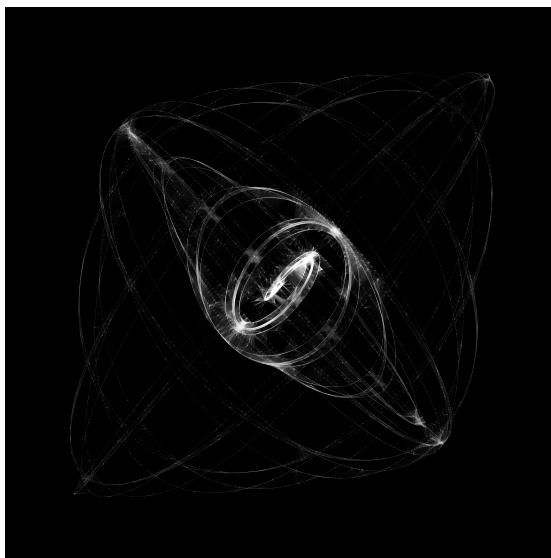
GALERIA DE LISSAJOUS

Les sis figures d'aquest apartat són representacions artístiques de figures de Lissajous. Per crear-les, l'artista Ryan Cashman va començar amb una corba a l'espai definida per dues ones sinusoidals. Això és una figura de Lissajous, però també està modulada per una segona oscil·lació. Amb la ràtio de freqüència escollida, la corba es mou al voltant de si mateixa passant molt a prop però no exactament sobre si mateixa. El programa calcula punts a intervals regulars durant la corba, creant vèrtexs. Els vèrtexs es connecten en ordre per crear la corba base de la forma. Després es dibuixen línies entre qualsevol parell de vèrtexs que estiguin prou a prop a l'espai per crear una representació de la superfície que recorda a una teranyina. Les freqüències escollides per cada imatge són acords en afinació de temperament igual.

Matemàticament, la posició x (eix horitzontal) i la y (eix vertical) de cada vèrtex es calcula amb la fórmula:

$$\begin{cases} x &= \sin(f_X \cdot t + \varphi) \cdot \cos(m_X \cdot t) \\ y &= \sin(f_Y \cdot t + \varphi) \cdot \cos(m_Y \cdot t) \end{cases}$$

on també hi ha, de forma addicional, m_X i m_Y que en són els coeficients de modulació.



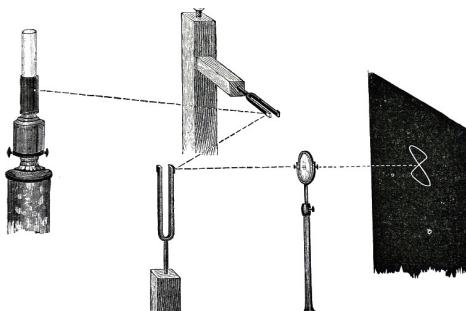
Segona major

Autor de la galeria: Ryan Cashman.

Text: Ryan Cashman.

LES SÈRIES HARMÒNIQUES

Quan el Jules Antoine Lissajous va inventar el dispositiu que produeix les corbes amb el seu nom, va ser amb el propòsit d'estandarditzar els sons musicals. Al seu disseny original, dos diapasons es col·locaven de forma perpendicular, cadascun amb un mirall enganxat a un extrem. Llavors es feia incidir un feix de llum sobre el primer mirall, es reflectia cap al segon mirall i finalment a la pantalla. Si les freqüències dels diapasons tenien ràtios simples, cosa que els feia harmoniosos musicalment, les figures dibuixades amb la llum també ho eren visualment.



Les peces an aquestes sèries que van fer la Manuela Donoso i la Luisa Pereira recreen i estenen el dispositiu de Lissajous utilitzant tecnologia contemporània, portant-ho des del camp de la funcionalitat fins al de l'art interactiu. Els seus dispositius ens conviden a utilitzar les nostres veus per interactuar amb vibracions sonores de forma visual per desenvolupar un enteniment més profund i intuïtiu de la interacció entre soroll, consonància, dissonància i harmonia.

DISPOSITIU #1

Micròfons, amplificadors, altaveus, miralls i làser.

Aquest dispositiu afegeix interactivitat a l'aparell original de Lissajous canviant els diapasons per altaveus i la font de llum per un punter làser. Cada altaveu es connecta a un micròfon i els dos miralls col·locats a les seves membranes vibren en direccions perpendiculars. Mentre els altaveus vibren amb les veus dels visitants, les figures projectades evolucionen: els sons percussius generen figures caòtiques, els intervals dissonants generen figures desordenades i els intervals consonants generen figures harmonioses. Si es xiula, les figures resultants són més agudes que si es canten les mateixes notes, fent visible la varietat i la riquesa del timbre a la música.

DISPOSITIU #2

Micròfon, amplificador, convertidor analògic-digital, microcontrolador, sintetitzador i pantalla hologràfica.

Aquest dispositiu afegeix una tercera dimensió a les figures de Lissajous, permetent la visualització dels acords de triada. Les dues primeres notes les generen oscil·ladors i els visitants poden ajustar-ne la freqüència movent botons lliscants amunt o avall.

La tercera vibració és la que els visitants triuen fer amb un micròfon: poden cantar diferents tons, parlar, xiuxuejar o experimentar amb qualsevol so que els agradi. Aquest software personalitzat mostra aquestes tres vibracions en un espai tridimensional amb el temps: el primer sintetitzador determina la x, la veu la y i el segon sintetitzador la z de cada punt de la figura 3D resultant. Finalment, la figura es codifica per poder-la mostrar en una pantalla hologràfica, creant una estructura de llum que evoluciona constantment.

ESCULTURES DE TRIADA

Impressions 3D amb estereolitografia.

Les figures tridimensionals de Lissajous representen tres triades diferents: majors (amb ràtios de freqüència 4 : 5 : 6), menors (10 : 12 : 15), i disminuïdes (aproximadament 20 : 24 : 29). Observa que tant en el cas de les majors i menors, quan agafem parelles de freqüències aquestes tenen ràtios 4 : 5, 5 : 6, i 2 : 3, però les figures de Lissajous (i els acords) no són el mateix. Pots utilitzar un focus per crear una ombra. El nombre de lòbuls a cada costat de la figura plana de Lissajous et dóna les ràtios.

Aquestes figures es poden reproduir fent que el Dispositiu #2 rebi tons amb aquestes ràtios, cantant i desplaçant els botons dels sintetitzadors.

Autors de les sèries: Manuela Donoso i Luisa Pereira.

Producció (Dispositiu #1): Manuela Donoso i Lukas Reck per IMAGINARY.

Programació (Dispositiu #2): Luisa Pereira i Ricardo Dodds.

Patrocinat: Pantalla hologràfica 3D de The Looking Glass (<https://lookingglassfactory.com>).

Text: Manuela Donoso i Luisa Pereira.

References:

www.theharmonicseries.net

PINK TROMBONE

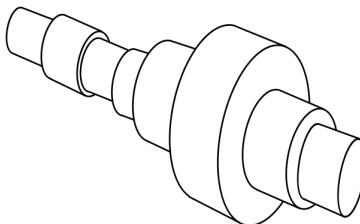
La veu és l'instrument més vell i complex. Els òrgans vocals humans són únics entre tots els animals i ens permeten comunicar i expressar idees i sentiments amb sons sofisticats que podem crear i controlar instintivament.

Com a instrument, la veu és extremadament rica i complexa. Algunes característiques són particulars i invariables de cada individu, mentre altres es poden canviar per produir sons que podem reconèixer, com lletres i paraules. Cantar requereix que el so no només sigui reconeixible, sinó que ha de ser el pretès per cada peça. Això ja requereix més pràctica i habilitat. Al mòdul es mostra un vídeo d'una ressonància magnètica en secció d'un cantant mentre canta.

En aquest mòdul presentem un model simplificat interactiu que permet replicar amb certa fidelitat la veu humana. Aquest model consta de dos components principals: la producció del so i la seva articulació.

El so es produeix a la glotis (al coll). Aquest òrgan té unes membranes, anomenades cordes vocals, que podem fer vibrar per produir sons mentre traiem aire. Amb la tensió que posem a aquest múscul (les cordes vocals) i la pressió de l'aire que traiem podem controlar el to del so que fem i la seva intensitat, des d'un xiüüeig fins a un crit. Fent servir aquests paràmetres, el model genera una forma d'ona inicial.

L'ona sonora que surt de la glotis entra al tracte vocal, on articulem el so. Articular es refereix a l'acció de modificar el so que produïm per fer un so fonètic en particular, que són els sons de les lletres que utilitzem quan parlem. Podem veure, de forma simplificada, el tracte vocàlic com un tub, on les ones sonores viatgen a una certa velocitat (la velocitat del so) només en una dimensió (endavant o endarrere). Si el tub fos completament llis i uniforme, les ones podrien arribar de forma ininterrompuda fins als llavis. De tota manera, el tub no és ni llis ni uniforme i el so rebota endavant i endarrere. La característica principal del tracte és el diàmetre de la secció a cada punt, cosa que podem modificar amb la posició de la llengua i als llavis. Els canvis en el diàmetre del tub fan que les ones rebotin. En aquest model, el tracte vocàlic és un tub de 17 cm dividit en 44 seccions, cadascuna amb el seu diàmetre constant.



La dificultat de propagar una ona per un tub es mesura amb la impedància Z , que és inversament proporcional a la seva àrea. Quan l'ona passa per una secció de tub amb impedància Z_i cap a una amb Z_{i+1} , el coeficient de reflexió és

$$r = \frac{Z_i - Z_{i+1}}{Z_i + Z_{i+1}}$$

i una fracció r de la intensitat de l'ona es reflecteix endarrere, i $(1 - r)$ es transmet endavant. El model té en compte dues ones, la que es mou endavant i la que torna

endarrere. Calculant la intensitat de les ones (pressió de l'aire) a cada secció a cada instant de temps podem trobar l'ona de pressió que surt dels llavis, que és el so que sentim. A més a més, el model millora amb l'addició d'un segon tub (el nas), que es connecta al tub principal (la boca) al vel palatal.

A la pantalla, el control de la caixa vocal et permet controlar el to (amb el moviment horitzontal) i el volum (amb el moviment vertical) del so que es produeix a la glotis.

Clicant al control de la llengua, la cavitat oral i la cavitat nasal et permet modificar el tracte vocàlic. Les línies representen el diàmetre del tracte a cada secció.

Autor del mòdul: Neil Thapen (Institute of Mathematics / Academy of Sciences of the Czech Republic). Adaptacions: Eric Londaits (IMAGINARY).

Text: Daniel Ramos (IMAGINARY).

Referències:

- Julius O. Smith III, *Physical audio signal processing for virtual musical instruments and audio effects*.
www.ccrma.stanford.edu/~jos/pasp/
- Story, Brad H. A parametric model of the vocal tract area function for vowel and consonant simulation. *The Journal of the Acoustical Society of America* 117.5 (2005): 3231-3254.
- Lu, Hui-Ling, and J. O. Smith. *Glottal source modeling for singing voice synthesis*. Proceedings of the 2000 International Computer Music Conference. 2000.
- Mullen, Jack. *Physical modelling of the vocal tract with the 2D digital waveguide mesh*. PhD thesis, University of York, 2006.
- John Coleman. *Acoustics of Tube Models (2): Kelly and Lochbaum method*.
www.phon.ox.ac.uk/jcoleman/kelly-lochbaum.htm
- Bernard Richter, Matthias Echternach, Louisa Traser, Michael Burdumy, Claudia Spahn. *The voice: Insights into the Physiology of Singing and Speaking*. DVD-ROM, Helbling eds. 2017.
- Pink trombone (original version): www.dood.al/pinktrombone

MIND AND MUSIC JUKEBOX

Quines són les cançons preferides dels matemàtics i els informàtics? Quina música inspira als científics? Quina música els relaxa? I quina música els fa ballar?

El mòdul Mind and Music Jukebox presenta la música dels matemàtics o, per ser més exactes, la música dels matemàtics i les grans ments! Vam demanar als matemàtics i investigadors del projecte de l'exposició *Women in Mathematics throughout Europe* i les persones guardonades amb els premis més prestigiosos en matemàtiques i informàtics, sobretot l'Abel Prize, l'ACM A.M. Turing Award, l'ACM Prize in Computing, les medalles Fields i el Nevanlinna Prize, que omplissin el tocadiscs amb les seves cançons preferides.

Quina és la teva música preferida? Quina música creus que s'hauria de posar de fons en una classe de matemàtiques? Quina música et fa pensar?

Idea i implementació: Andreas Daniel Matt i Bianca Violet per a IMAGINARY.

Referències: Les fotos d'aquest mòdul són del llibre *Masters of Abstraction* fetes pel Peter Badge, i de l'exposició *Women in Mathematics throughout Europe*, fetes per Noel Tovia Matoff.

www.heidelberg-laureate-forum.org/masters-of-abstraction

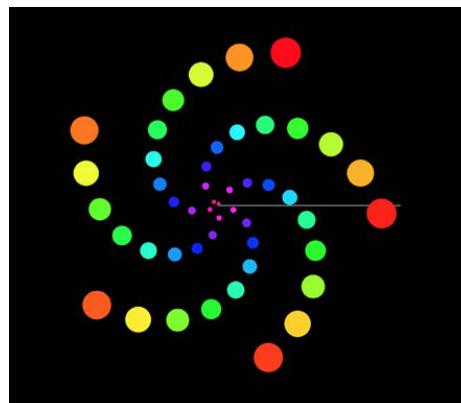
www.womeninmath.net

WHITNEY MUSIC BOX

Aquesta fascinant aplicació està inspirada en les animacions de John Whitney (1917-1995), un cinematògraf que va explorar i va experimentar amb tècniques d'animació governades per normes mecàniques i matemàtiques, abans de l'era digital. Als anys cinquanta, Whitney va experimentar amb pèndols, engranatges, artefactes mecànics i primers ordinadors analògics en combinació amb càmeres per produir pel·lícules curtes de línies i punts de llum, essent un pioner del vídeo com una forma plàstica de l'art abstracte. Als seixanta va adoptar els ordinadors digitals i va dedicar la seva carrera a l'art gràfic en ordinadors, amb curts i pel·lícules com *Permutations* (1968), *Arabesque* (1976), o *Moon Drum* (1991).

L'any 1980, Whitney va publicar el llibre *Digital Harmony*, on descriu els seus experiments sobre la visualització de la música amb gràfics d'ordinador. Concretament, va explorar el que ell va anomenar “moviment incremental”, una mena d’algorisme per decidir la posició de partícules, on cada partícula es “mou” des de l'anterior amb una norma molt simple. Una mena de norma de derivació que mitjançant la integració dóna l'increment a un comportament global que era originalment inesperat. Whitney donava al seu llibre un exemple de la seva espiral de moviment incremental.

L'any 2006, el programador i animador a Disney Jim Bumgardner va agafar les idees de Whitney i va crear una aplicació interactiva amb l'addició de so a les espirals de Whitney. Bumgardner va crear el terme “caixa de música de Whitney” i l'aplicació ha sigut popular a internet des de llavors.



Matemàticament, l'aplicació es pot descriure força fàcilment. Cada punt es mou amb un centre concèntric i es mou a una velocitat angular proporcional al seu radi. Dit d'una altra manera: cada vegada que el punt situat a la zona més interna dóna una volta al voltant del cercle, el següent en dóna dues, el següent en dona tres, etc.

La referència general per la velocitat de rotació es pot controlar amb una rodeteta de control. Cada punt reproduceix un ton particular (assignat a l'escala cromàtica) quan el punt talla la línia horitzontal. Aquestes rotacions produeixen patrons canviants de l'espiral i acords quan diversos tons sonen alhora. La velocitat de rotació imposa una cadència rítmica de tons que reflecteixen la geometria del patró, evocant la con-

sonància i dissonància de les notes de l'escala.

Aquesta caixa de música permet visualitzar la ressonància harmònica i l'harmonia musical de forma molt agradable i aconsegueix que sigui un repte divertit però desafiант. Pot ser que trobis difícil de predir a què s'assemblaran els patrons musicals que en surtin cada vegada. Es tracta d'una eina que genera admiració i resulta fins i tot hipnòtica.

Autor del mòdul: Eric Londaits (IMAGINARY). Inspirat en la implementació de Jürgen Richter-Gebert.

Text: Eric Londaits i Daniel Ramos (IMAGINARY).

Referències:

- <https://krazydad.com/blog/2006/04/23/visual-harmony>
- <https://boingboing.net/2016/04/11/john-whitney-music-box-a-psyc.html>
- https://jbum.com/papers/whitney_paper.pdf
- John Whitney. *Digital Harmony: On the Complementarity of Music and Visual Art*. Byte Books / McGraw-Hill (1980).
https://archive.org/details/DigitalHarmony_201611

MUSICAL BENCH

El mòdul Musical Bench és un mòdul que fa música quan la gent es toca, s'agafa la mà o es fa un petó. Fa servir un microcontrolador per detectar canvis de resistència, via els braços recolzadors, i toca notes més agudes o més greus dependent del corrent que passi per cada parella de visitants.

Un simple divisor de tensió s'utilitza com a entrada. Com més fort premi una persona o més superfície tingui en contacte amb els panells o fins i tot a més humitat tingui a les mans, menor serà la resistència. Les resistències baixes estan associades a freqüències altes, per això, com més s'arrepengi una persona, més alta serà la nota. Per altra banda, un petit toc provoca notes greus. Amb aquesta informació el xip arpegia l'escala cromàtica.

Construït per: Tobias Hermann per a IMAGINARY.

Basat en una idea de: Exploratorium / San Francisco.

Referències: Dóna una ullada a aquest web amb les instruccions per fer el teu propi Musical Bench.

<https://www.exploratorium.edu/tinkering/projects/musical-bench>.

HANDS-ON TABLE

En aquest mòdul trobaràs una taula que et convidarà a començar a explorar i potinejar. Si vols continuar a casa o a l'escola, pots consultar la pàgina web de l'Exploratorium / San Francisco per trobar més instruccions i recursos: <https://www.exploratorium.edu/snacks>. Els aperitius científics són activitats ben provades i organitzades que utilitzen materials barats i que pots trobar fàcilment i que cobreixen un ampli ventall de temes. Òbviament, et recomanem que en busquis de “música” i “mates”.

Experiments de: Exploratorium / San Francisco.

Selecció d'activitats: IMAGINARY.

LA LA CINEMA

El La La Cinema és una col·lecció de vídeos curts centrats en la relació entre la música i les matemàtiques. La cartellera inclou películes, vídeos i animacions que s'han creat amb finalitats educacionals, corporatives i artístiques, o per diversió. La durada total de la filmoteca és d'al voltant d'una hora (1:05h). Agraïm a tots els autors per donar-nos el permís per projectar les seves pel·lícules a la nostra exposició.

La llista completa és la següent:

Peace for Triple Piano (4:15)

De Vi Hart en col·laboració amb Henry Segerman i amb l'ajuda addicional de Sabetta Matsumoto.

Es tracta d'un vídeo esfèric en un espai matemàticament triplificat amb simetria espai-tempo. This is a spherical video in a mathematically triplified space with symmetry in space-time.

Making of Peace for Triple Piano (9:42)

De Vi Hart en col·laboració amb Henry Segerman i amb l'ajuda addicional de Sabetta Matsumoto

Aquest vídeo explica tan els conceptes com les mates utilitzats per crear la pel·lícula anterior (Peace for Triple Piano).

J.S. Bach - Crab Canon on a Möbius Strip (3:07)

De Jos Leys - www.josleys.com

El manuscrit retrata una seqüència musical pensada per tocar-se en els dos sentits.

La La Relation: Compara aquest vídeo amb el Canon de Bach del mòdul "Show me the music".

Improvising a canon at the fifth above (4:22)

Cantants: Peter Schubert, Schulich School of Music, McGill University, Montreal, i Dawn Bailey

Producció: Tuscan Bean Soup, Montreal

Productor: George Massenburg

Editor: Michelle Hugill

Concepte i estratègia: Shelley Stein-Sacks

Post-producció i edició de so: David Rafferty

Peter Schubert i Dawn Bailey mostren com improvisar un canon amb estil renaixentista.

La La Relation: Compara aquest vídeo amb el Canon de Bach del mòdul "Show me the music".

Algebraic Vibrations (2:48)

Bianca Violet i Stephan Klaus

En aquest film s'aproximen diferents patrons de vibració característics de cambors aconseguint simular-los amb superfícies algebraiques.

La La Relation: El vídeo té relació amb el mòdul “Fingerprint of Sound”.

Why It's Impossible to Tune a Piano (4:19)

Henry Reich - minutephysics

Aquest vide explica el motiu pel qual és matemàticament impossible afinar totes les tecles d'un piano de forma consistent utilitzant harmònics.

La La Relation: Aquest vídeo té relació amb el mòdul “Scale Lab”.

Dance of the Line Riders (2:13)

Animació: Mark Robbins - DoodleChaos

Música: Dance of the Sugar Plum Fairy Kevin MacLeod (incompetech.com) CC BY 3.0

L'autor va sincronitzar la cançó “Dance of the Sugar Plum Fairy” de Tchaikovsky amb una cançó de line rider (www.linerider.com). Ell mateix va dibuixar a mà tot el que apareix al vídeo.

CYMATICS: Science Vs. Music (5:52)

Nigel John Stanford

Música: de l'àlbum Solar Echoes

Aquest vídeo conté àudio visualitzat amb experiments científics - inclòs el Plat e Chladni, el Tub de Ruben, la bobina de Tesla i fluid ferromagnètic. Tots els experiments són reals.

La La Relation: Aquest vídeo té relació amb el mòdul “Fingerprint of Sound”.

Four Clarinets (3:49)

Animació: Jeffrey Ventrella

Música: Four Clarinets de Robby Elfman, tocat per músics del USC Thornton School of Music.

Aquest vídeo mostra una animació artística de la partitura creada per un algorisme juntament amb alguns ajusts que l'autor hi feia a temps real mentre n'escoltava la música.

Gerhard Widmer on Expressive Music Performance (5:04)

Director: Ethan Vincent

Producció: Austrian Science Fund (FWF) www.fwf.ac.at/en/

Gravat al Bösendorfer Piano Factory, Wiener Neustadt, Austria.

Gerhard Widmer, un investigador del camp de l'intel·ligència artificial i la música, parla sobre la seva recerca sobre l'actuació expressiva de piano, el rol del concert monitoritzat per ordinador del sistema CEUS de Boesendorfer en aquest procés, i després controla el tempo i dinàmiques d'una actuació de Chopin feta pel mateix sistema CEUS de Boesendorfer fent servir una mà i un Theremin amb connexió MIDI.

La La Relation: Aquest vídeo té relació amb el mòdul “Con Espressione!”.

Dynamic real-time MRI Bruder Jakob/Frère Jacques (0:39)

Del DVD-ROM “The Voice”, © Helbling Verlag GmbH, Esslingen / Freiburger Institut fur Musikmedizin (FIM)

En aquest vídeo s'utilitza una ressonància magnètica per mostrar amb detall l'interior del cos mentre es canta.

La La Relation: Aquest vídeo té relació amb el mòdul “Pink Trombone”.

Muse - Take A Bow (4:35)

Animació: Louis Bigo

Música: “Take A Bow” de l'àlbum “Black Holes and Revelations” compost per Matthew Bellamy i tocat per Muse.

Aquest vídeo presenta l'anàlisi harmònica de la cançó Take A Bow. Els acords es representen a l'espai tonal anomenat Tonnetz, que mostra els tons musicals en eixos associats als intervals de quinta (horizontal), i les terceres menors i majors (diagonals).

La La Relation: Aquest vídeo té relació amb el mòdul “Tonnetz”.

La Sera (ZhiZhu) (4:11)

Animació: Gilles Baroin

Música i veus: Moreno Andreatta

Lletra: Mario Luzi

La teranyina simbolitza el centr tonal i s'il·lustren els moviments harmònics bàsics: quintes descendents i la seva relació relativa. A la composició per La Sera, Moreno Andreatta utilitza un camí Hamiltonià i el principi d'atracció tonal.

La La Relation: Aquest vídeo té relació amb el mòdul “Tonnetz”.

The Science Behind the Arts: The Maths Behind Music (3:51)

University of Surrey

Què determina la freqüència d'una corda que vibra? Que és un interval musical?

La La Relation: Aquest vídeo té relació amb el mòdul "Scale Lab".

JSBach333 canone permutativo al triangolo (5:46)

Producció i animació: Ulrich Seidel - seidel.graphics

Compositor i director: Thomas M. J. Schäfer

Músics del Fellbacher Kammerorchester: Regine Rosin (Violí), Daniel Egger (Viola), Cora Wacker (Violoncel)

Es tracta d'una animació d'un dels canons presentats a la competició Bach333 del 2018:<https://seidel.graphics/bach333en/>. El canon tonal i modern es refereix al nom, l'obra i el contrapunt de l'execució de J. S. Bach.

La La Relation: Compara aquest vídeo amb el canon de Bach del mòdul "Show me Music".

* * *

Fora del programa oficial del La La Cinema, hi ha alguns films que recomanem que vegis. Aquests no es mostren a l'exposició, ja que són massa llargs o no tenim els drets per projectar-los públicament.

Music And Measure Theory (13:12)

Grant Sanderson - 3blue1brown

Visual Fourier Transform (20:56)

Grant Sanderson - 3blue1brown

Musician Explains One Concept in 5 Levels of Difficulty (15:41)

Jacob Collier & Herbie Hancock | WIRED

Visualizing the Notes as Ratios (11:11)

Why These Notes - Adventures in Music Theory

Poetry, Daisies and Cobras: Math class with Manjul Bhargava (11:42)

NDTV

A different way to visualize rhythm (5:22)

John Varney, TEDed

Quadruple Major/Minor Canon (2:30)

PlayTheMind

Fractal Fugues (self-similar counterpoint) (3:01)

Jeffrey Ventrella

Illustrated Music (youtube channel)

Tom Johnson

Debussy, Arabesque #1, Piano Solo (5:04)

Stephen Malinowski

Singing in the MRI with Tyley Ross - Making the Voice Visible (4:14)

Tyley Ross

MatheMusic4D (youtube channel)

Gilles Baroin

1ucasvb (youtube channel)

Lucas Vieira

Sel·lecció de vídeos: Bianca Violet (IMAGINARY).

Agraïments: Gràcies a tots els autors dels vídeos per la seva contribució.

SILENT AREA

Pels visitants que necessiten un descans musical o que volen aprofundir la seva experiència a La La Lab són benvinguts a la “silent area” o àrea de silenci.

Pots seure a la nostra biblioteca i examinar llibres i articles dels camps de les matemàtiques i la música, un espai ric i actual amb dotzenes de llibres sobre el tema. Aquest camp va tenir un fort impuls amb la Society for Mathematics and Computation in Music, fundada l'any 2006. Aquí podràs trobar el seu Journal of Mathematics and Music, i els procediments de les seves conferències. També hi ha una rica selecció d'articles relacionats amb la música de les conferències Bridges sobre art i matemàtiques i també altres articles i llibres sobre el tema.

Sempre has volgut saber com sonarien certes seqüències de números quan els transformem en sons? Tria l'aplicació “The Sound of Sequences” i aprèn-ne més.

Utilitza el “Note Compass” per explorar les escales diatòniques, per entendre perquè el piano té tecles blanques i negres i per sentir les diferències dels estils que expressen.

Si et mous al “Space of Pentatonic Scales” podràs crear la teva pròpia música impressionista amb peces de compositors clàssics amb només cinc notes.

Amb les contribucions de: IMAGINARY, Neil Sloan, Jürgen Richter-Gebert, Aaron Montag, Thomas Noll i diversos investigadors i músics.

Amb especial agraïment a: OEIS Foundation, Springer Publishing House and Taylor & Francis Publishing House.

NOTE COMPASS

Per quin motiu les escales són irregulars? Per què hi ha tecles blanques i negres en un piano i, a més a més, en un patró tan peculiar? Per què tenim una escala amb tons i semitons? Si hi donem una ullada més profunda, com s'agrupen les notes? Quin rol té cada grup? I més filosòficament, què transforma una seqüència de notes en música? Les respostes poden estar enterrades a la tradició i la notació musical, que poden semblar obscures i confuses. Aquest mòdul ens pot ajudar a orientar-nos i a trobar la lògica que s'hi amaga al darrere.

Sota la tradició musical occidental hi ha la idea que les notes disponibles, quan es miren de greu a agut, es repeteixen de forma cíclica. Deixant de banda les consideracions acústiques, l'octava és el període de repetició de notes, anomenades d'aquesta manera perquè tradicionalment s'escullen 7 notes per cada cicle i la vuitena és, una altra vegada, la primera. Anomenem escala a aquesta selecció de notes.

Una propietat fonamental de l'escala de la tradició occidental és que es genera amb un sol interval. Aquest interval generador és una distància entre notes que apareixen repetidament i, dependent de la seva mida, pot fer que les notes no quedin distribuïdes de forma equitativa³. Per fer la generació de l'escala comencem amb la primera nota i anem afegint l'interval generador per generar la segona nota, després només cal repetir el procés fins a obtenir 7 notes⁴. Aquest interval generador s'anomena quinta perfecta perquè, clàssicament, és la distància entre la primera i la cinquena nota de l'escala.

La propietat generadora en si és independent de l'acústica i no representa la mida actual de la quinta, però la tradició musical ha afavorit l'interval consonant. Al sistema tonal de dotze notes, que és una simplificació robusta i pràctica dels sistemes de notació tradicionals, l'aproximació és d'agafar un interval de quinta de 7/12 de la mida de l'octava⁵. Això significa que els intervals entre les nostres set notes són múltiples de la unitat bàsica de 1/12 de l'octava.

Gràficament, podem pensar en l'octava com un cercle i les unitats bàsiques de longitud 1/12 com els vèrtexs d'un dodecàgon. L'interval de quinta és un salt de 7 unitats bàsiques. Si unim tots els intervals de quinta (separats per 7/12 parts del cercle), obtenim una estrella de 12 puntes. D'aquesta manera, la nostra escala és una selecció de 7 dels 12 punts de l'estrella, units per una cadena de quintes.

També ens adonarem que alguns punts de l'escala són adjacents (a una distància d'una unitat) i altres deixin una distància de dues unitats (saltant alguns punts que no són a l'escala). Per les seves propietats aritmètiques, és impossible distribuir 7 de 12 punts uniformement sobre el dodecàgon, però les notes de la nostra escala estan distribuïdes de la manera més uniforme possible. Sempre trobem que hi ha 5 passos majors (dues unitats o el que anomenem un *to*) i dos passos menors (una unitat,

³No podem estar segurs de si l'escala es va inventar a partir aquesta propietat, ja que és lògicament equivalent a altres propietats musicals rellevants.

⁴Per experimentar amb altres intervals de generació i escales amb més o menys notes, dóna una ullada a la secció "Scale Theory" del mòdul Scale Lab.

⁵Una octava s'associa acústicament a l'interval entre la freqüència f i el seu doble $2f$. Normalitzant la mida de l'octava al logarisme log-freqüència $1 = \log_2(2)$, la quinta en afinació igual amb ràtio de freqüència 3:2 té mida $\log_2(3/2)=0.58496$. Això és molt proper al $7/12=0.58333$. Hi ha una diferència d'aproximadament 0.16%.

anomenada semít). Els passos menors se separen en grups de dos i tres passos majors, respectivament. Aquesta escala és l'escala diatònica. Si tenim en compte l'inici i el final de l'escala ens trobem un dels següents patrons (anomenats modes) que reben noms grecs:

2 , 2 , 1 , 2 , 2 , 2 , 1	Jònic (major))
2 , 1 , 2 , 2 , 2 , 1 , 2	Dòric
1 , 2 , 2 , 2 , 1 , 2 , 2	Frigi
2 , 2 , 2 , 1 , 2 , 2 , 1	Lidi
2 , 2 , 1 , 2 , 2 , 1 , 2	Mixolidi
2 , 1 , 2 , 2 , 1 , 2 , 2	Eoli (menor)
1 , 2 , 2 , 1 , 2 , 2 , 2	Locri

Fixa't que tots els modes són permutacions cícliques dels altres, que significa agafar el primer element i posar-lo al final. Amb aquest model, per crear qualsevol mode concret només has de triar un dels 12 punts (la tònica) i un dels 7 patrons. Això et dóna $12 \cdot 7 = 84$ possibilitats. És important observar que el mode no és només el conjunt de set notes, també importa l'ordre i el seu punt de partida.

El mòdul Note Compass et permet visualitzar els 12 possibles modes diatònics. L'instrument consisteix en dos discs concèntrics. L'estrella de 12 puntes del davant representa les 12 notes de l'octava. La placa del darrere es divideix en sectors que et permeten seleccionar les notes. Les notes de l'estrella que estiguin al sector de color són part del mode, les que són al sector gris no hi són. El teclat de colors de l'aplicació només té les tecles per les notes de l'escala i no la resta.

Com es relacionen aquestes propietats aritmètiques i de combinatòria amb la música? Per una banda, per tocar aquestes notes els has d'assignar un to (o tipus de to) a cadascun dels 12 vèrtexs de l'estrella. El to exacte és un problema d'afinació o entonació que deixem de banda aquí, només remarquem que el to és un dels atributs de l'execució d'una nota.

Per altra banda, les notes d'un mode es comporten com una família i interaccionen entre elles aconseguint un caràcter únic. La primera nota en un mode és la tònica, i serveix d'àncora per la resta de la família. Quan es diu que una peça està en Do Major significa que la seva tònica és el Do. Igualment, una peça en Do Menor té la mateixa tònica, però té un caràcter diferent. És a dir, tot i tenir la mateixa tònica, els diferents modes tenen caràcters molt diferents. Per tant, l'ordre de les notes dins del mode i la relació entre els salts majors i menors són atributs d'una nota que es tenen en compte dins la lògica d'una composició.

Amb aquests atributs, hi ha tres maneres de referir-se a una nota:

1. Els noms A, B, C, D, E, F, G (possiblement amb sostinguts o bemolls) indiquen el to que s'ha de tocar. Es fixa tan bon punt el teu instrument està afinat. Per exemple, en l'afinació de temperament igual, el A (o La) central té 440 Hz. Els noms de les notes apareixen a les dotze agulles del dodecàgon en forma d'estrella.
2. Els numerals aràbics 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, (8 = 1) designen la seva posició (graus d'escala) en una escala en ordre ascendent. El grau 1 es refereix a la nota que governa musicalment la col·lecció dels set graus. Cada numeral es correspon

a un dels segments de colors del disc exterior del Tone Compass (1 = Vermell, 2 = Taronja, 3 = Groc, 4 = Verd clar, 5 = Verd fosc, 6 = Blau fosc, 7 = Violeta). A qualsevol configuració del Note Compass hi ha exactament set de les 12 agulles apuntant a aquests segments de colors i, per tant, als set graus 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7.

- Les síl·labes do, re, mi, fa, so, la, si designen els caràcters de les set notes i tenen lloc a punts concrets respecte als dos passos menors al patró d'interval. Els passos menors (d'un semitò) sempre es troben entre el mi i el fa i entre si i do. Podem pensar en cada mode com una petita societat de notes on s'atribueix un caràcter únic a cada nota. Al Note Compass, les set síl·labes apareixen entre les petites subdivisions de cada segment de colors en ordre antihorari fa - do - sol - re - la - mi - si. Qualsevol configuració del Note Compass farà que les set agulles actives (que apunten a segments de color) apuntin precisament a una de les set síl·labes.

Fixa't que els noms són:

C, C#/Db, D, D#/Eb, E, F, F#/Gb, G, G#/Ab, A, A#/Bb, B.

La notació es basa essencialment en l'escala diatònica, i s'ancora en una família particular de modes on les notes s'anomenen amb les lletres A, B, C, D, E, F, G. Es corresponen a les tecles blanques del piano. Tota la resta de notes tenen alteracions # (sostinguts) o b (bemolls) al seu nom. Per exemple, A# és una nota més aguda que A, Bb és una nota més greu que B. El nombre d'alteracions és la diferència entre un pas major i un de menor i, en el sistema de dotze notes, A# i Bb són idèntics i, per tant, es troben a la mateixa agulla de l'estrella del Note Compass.

Les set notes d'un mode diatònic es representen generalment en set graus d'alçada successius en un pentagrama. Els noms de les notes sempre recorren els set noms A, B, C, D, E, F, G (Molt possiblement acompañats de les l'alteració sostingut # o bemoll b). La posició dels passos majors o menors no es representen gràficament en una partitura, els músics ja els saben veient la clau.

Això és un tribut a la tradició, al fet que tot els modes són elements i, alhora, alteracions d'una mateixa escala (que actualment anomenem Do Major).

Anem a veure un exemple del funcionament del Note Compass. Comencem amb l'escala més habitual: Do Major (o Do Jònic). Apunta l'agulla amb el Do cap al sector vermell que apunta cap a la síl·laba Do. Tenim aquesta ja coneguda concordança:

C -> (1, do), D -> (2, re), E -> (3, mi), F -> (4, fa) , G -> (5, so), A -> (6, la), B -> (7, ti)

Fixa't que les agulles actives són (des del 1r sector fins al 7è), ordenades per passos, 2,2,1,2,2,2,1 (mode Jònic). El pas menor (d'un semitò) apareix quan dues agulles consecutives estan actives.

Ara rota l'estrella una posició en direcció antihorària. L'agulla B que apunta cap a (7, si) deixa el segment violeta i apunta cap a un segment gris entre el violeta i el vermell. Ara ja no és una nota activa en aquest mode. En canvi, l'agulla Bb entra des d'una zona grisà cap a la violeta i apunta cap a la síl·laba Fa. El pas menor (si-do) entre B i C es transforma en un pas major (fa-sol) entre Bb i C i el pas major (la-si) entre A i B es transforma en un pas menor (mi-fa) entre A i Bb. El patró d'interval és 2,2,1,2,2,1,2 (mode Mixolidi)

És crucial que amb cada rotació elemental només una agulla es desselecciona i una de nova (adjacent a aquesta) es selecciona, per tant, només s'altera una nota de l'escala. Aquest fet té el seu origen en la irregularitat del patró que segueix l'escala diatònica. Matemàticament, és una permutació cíclica del patró que també es pot obtenir intercanviant passos adjacents (una transposició). A continuació hi ha una demostració d'aquesta peculiaritat: Si rotem el nom de l'exposició lalalab quatre lletres a l'esquerra obtenim lablala. Si fem l'intercanvi de les últimes dues lletres, lalalba, que són clarament diferents de lablala. De totes maneres, si apliquem aquestes dues transformacions al patró Jònic 2212221, obtenim 2212212 en els dos casos.

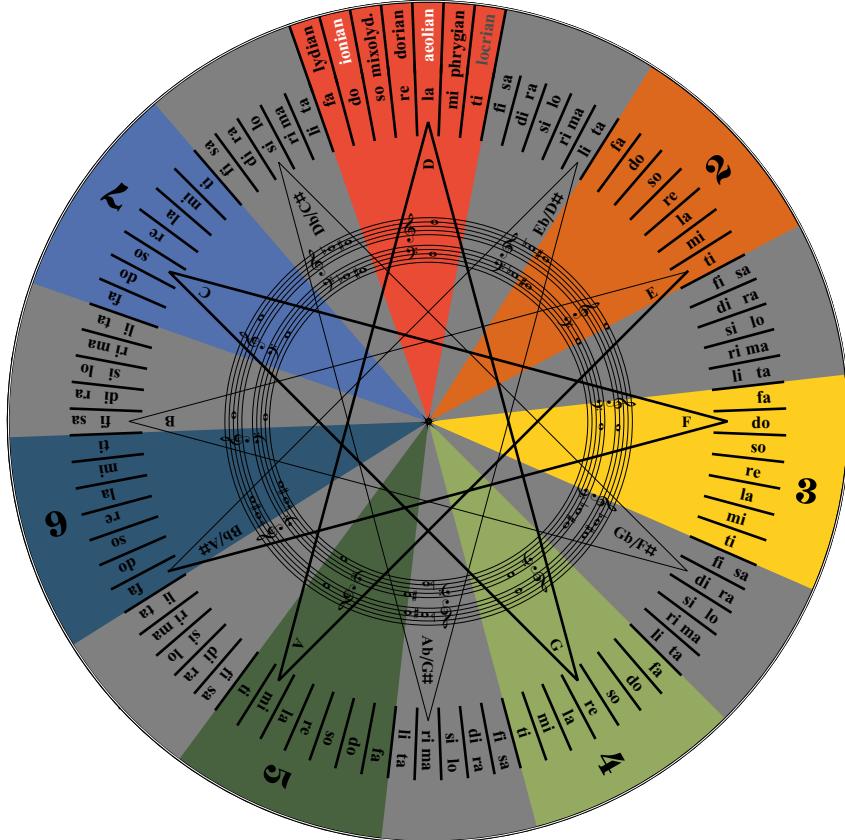
Aquesta propietat es reflecteix en com els músics utilitzen la clau i a la partitura per escriure-hi el mode, normalment afegint sostinguts o bé bemolls.

Finalment, cal fer alguns aclariments sobre nomenclatura de les diferents tradicions europees per evitar confusió: Per començar, als indrets germànics, les notes Si i Sib s'anomenen H i B, respectivament. Etimològicament, això prové del b quadratum i el b rotundum que s'han mantingut a la tradició. També, a la majoria d'idiomes Romànics i Eslaus, les síl·labes do, re, mi, fa sol, la si s'han utilitzat per substituir les lletres C, D, E, F, G, A, B al seu rol d'anomenar les notes. Això es remunta a l'any 1600 a França, tot i que les síl·labes ut, re, mi, fa i sol van aparèixer molt abans, al voltant de l'any 1000 amb Guido D'Arezzo.

Tot i les diferències en nomenclatura i ensenyament, les tradicions musicals són conscients de la importància de les tres especificacions de la nota (alçada del to, grau, i caràcter modal). El Tone Compass expressa la natura de la seva independència. Per l'amant de la música, pot ser instructiu entendre aquesta notació musical i practicar amb la tradició, percepció i aritmètica que encapsula.

Autors del mòdul: Thomas Noll (concepte) i Daniel Ramos per a IMAGINARY (implementació).

Text: Thomas Noll i Daniel Ramos.



El Note Compass mostrant Re-Eoli. Les línies més gruixudes de l'estrella marquen la cadena de quintes de l'escala.

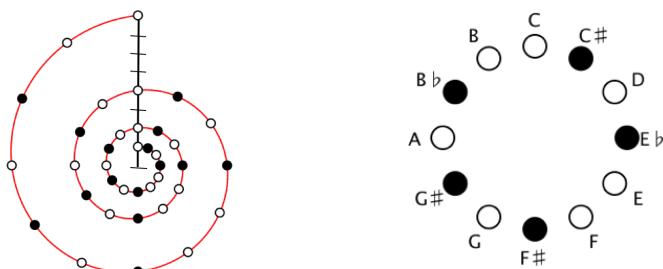
SHOW ME MUSIC

Capbussa't en un munt de temes que mostren les complexes interrelacions de la melodia, l'harmonia i les matemàtiques. Cada animació s'assembla a certes peces o patrons des d'alguns punts de vista matemàtics. Alguns aspectes de simetria, tant en l'espai com en el temps, ajuden a entendre idees musicals.



SPIRAL TONE SPACE

Les tecles d'un piano formen un patró força regular. Entre cada grup de set lletres blanques el patró de tecles blanques i negres es repeteix. Si toques el piano i decideixes tocar vuit tecles blanques més a la dreta, la música sonarà gairebé igual... només que serà una octava més alta. Una bona manera d'expressar aquest fet de forma matemàtica és col·locar els tons en una espiral de manera que cada volta completa es correspon exactament amb una octava.



La Música: El concepte d'una octava és pràcticament omnipresent a la música. Fins i tot entre cultures diferents. Tocar una cançó una octava més amunt significa essencialment duplicar totes les freqüències. Això està estretament relacionat amb les sèries de sobretons. Un piano normalment té una mica més de 7 octaves. En canvi, el rang vocàlic humà és del voltant de 2 octaves.

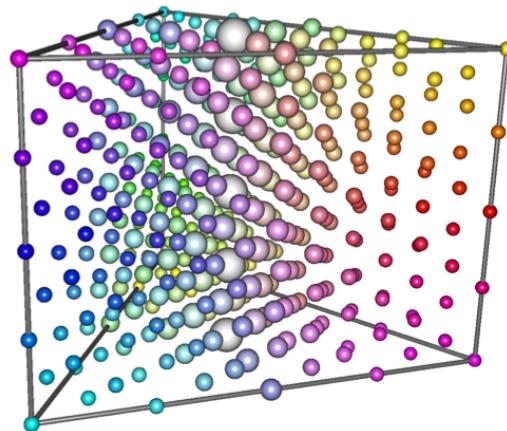
Les Mates: La figura de sobre il·lustra una seqüència de tres octaves en forma d'espiral logarítmica. Els tons greus estan situats més a prop del centre de l'espiral. Comença amb un Do i es mou en espiral en el sentit horari cap a notes més i més altes. Per poder-les seguir, s'ha utilitzat l'ordre de les tecles blanques i negres del piano. L'escala de l'espiral s'ha triat de manera que a cada volta completa es correspon a una octava i la distància de qualsevol punt fins al centre és proporcional a la seva freqüència. D'aquesta manera, al voltant del raig negre vertical, pots veure quatre Do diferents. Cadascun dels dotze raigs es correspon a cadascuna de les

notes del nostre sistema de dotze tons. En funció del context, és comú i raonable no distingir entre notes igual de diferents octaves, això ens porta a l'anomenat espai tonal circular.

El Mòdul: El mòdul visualitza els tons de cançons molt conegeudes a l'espai tonal en espiral. Els paràmetres d'escala de l'espiral es trien de forma lleugerament diferent si cal veure més o menys octaves. Les notes predominants (a l'espai tonal circular) es detecten automàticament i s'assenyala adequadament la classe corresponent. Amb això pots seguir les notes dominants d'una cançó. Gaudí escoltant i veient la música! Fins i tot cançons molt conegeudes poden revelar patrons ocults i fer la composició més transparent.

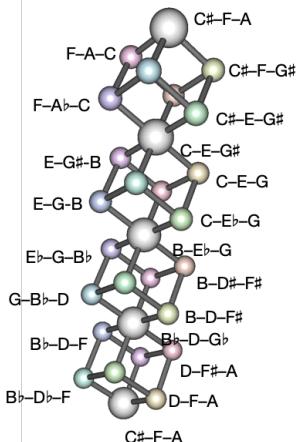
SPACE OF THREE-NOTE CHORDS

A vegades apareixen estructures sorprenents si un estudi objectes des d'un punt de vista en què no només té en compte un objecte sinó diversos i les seves relacions. Per exemple, considerar totes les possibilitats per tocar un acord de tres notes dóna lloc a un objecte geomètric sorprendentment ric. Per això, ignorarem la informació de l'octava, de manera que tots els Do es tracten igual. La fotografia següent mostra aquest espai. Cada punt correspon a un possible acord. Resulta que aquest espai forma un prisma triangular que conté tots els 364 possibles acords. Cada punt correspon a tres notes. Els tres costats verticals corresponen a situacions on les tres notes són idèntiques. L'eix central de punts blancs correspon a acords de terceres encadenades. En aquest cas: Do - Mi - Sol \sharp



Els acords que es troben a prop d'altres en aquest espai es diferencien per un semitò. Fer petits canvis d'un acord a l'altre (amb moviments de semitò) significa voltar per l'estruccura. Si fixem dues notes d'un acord i canviem l'altra en salts de semitò obtenim un camí lineal dins del prisma. Els costats quadrangulars actuen com parets o miralls on els camins reboten. Els costats superior i inferior estan també relacionats.

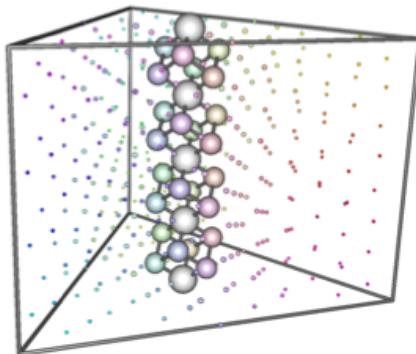
Si intentes creuar el costat superior, aconsegueixes arribar a la part inferior, i viceversa.



La Música: Aquesta estructura 3D codifica un munt de teoria musical clàssica. Per exemple, a una distància 1 de l'eix central pots trobar tots els acords majors i menors. A la fotografia s'etiqueten diversos acords. Les progressions clàssiques d'acords sovint es corresponen a passeigs per aquesta estructura.

Les Mates : Aquesta imatge té moltes relacions profundes amb la teoria de la simetria. El fet que les cares quadrangulars actuïn com a miralls i que la superior i la inferior s'identifiquin fa que el prisma sigui fonamentalment una cel·la d'objectes tridimensionals en el qual infinits d'aquests pràmes omplen tot l'espai. Just com un fons d'escritori tridimensional simètric. Considerar l'espai d'acords d'una manera tan genèrica és un camp d'estudi relativament nou i que principalment dirigeix el professor Dimitri Tyomczko a Princeton.

El Mòdul: El mòdul et permet navegar l'espai d'acords mencionat. La bola vermella indica la posició actual. Es toca un arpegi aleatori de l'acord seleccionat. Mou-te entre els acords, escolta'l i crea les teves pròpies progressions musicals!



PACHELBEL'S CANON IN D AND PACHELBALLS

El Cànón en Re de Pachelbel és, potser, una de les obres clàssiques més conegudes. Tot i que es va compondre l'any 1609 (segurament abans que l'obra de Bach) soна



sorprendentment fresc i modern. Segueix un esquema d'acords impressionant que fins i tot en l'actualitat forma part de la base de cançons molt conegudes de Pop, Folk, Country i Jazz com ara Skater Boy d'April Lavigne, No Woman No Cry de Bob Marley o Let it be dels Beatles.

Les Mates: Un cànon és repetició i la repetició és simetria. En certa manera, un cànon és simetria en el temps. Es repeteix el mateix patró cada vegada que passa certa estona. De fet, el Cànon de Pachelbel és lleugerament diferent a la resta de cànons, ja que el patró musical de cada veu no es repeteix passada una estona.

La Música: El fet que les veus individuals no es repeteixin permeten a Pachelbel crear una progressió de densitat al cànon (a diferència d'altres). Pachelbel compon amb molts girs complicats tant rítmicament com melòdicament. A més a més, els patrons que fa la veu principal acaben convertint-se en l'acompanyament al cap d'uns moments.

El Mòdul: Dos dels nostres mòduls es basen en el Cànon de Pachelbel. Un d'ells visualitza la peça sencera i emfatitza el fet que les tres veus toquen exactament la mateixa partitura amb un desplaçament temporal, l'altre (Pachelballs) és un joc. Basant-te en els patrons d'acords de Pachelbel pots crear fragments molt agradables.

MOZART'S MUSICAL DICE GAME

Alguns anys després de la mort de Mozart es va publicar un dau musical. Aquest se li atribueix, ja que molt probablement era la seva invenció. En termes moderns, en podríem dir un generador de música aleatori. El joc permet la creació d'un minuet que sona bé i que el més possible és que no s'hagi tocat mai. Per això, Mozart presenta una partitura amb compassos numerats. Amb la partitura hi ha una taula per cada compàs amb possibles compassos que es poden utilitzar per omplir els espais buits. El compàs que s'utilitza en cada cas es determina tirant dos daus, sumant-ne el resultat i seleccionant la fila corresponent. Sorprenentment, l'estil de cada vals que es crea d'aquesta manera recorda molt a l'estil de Mozart.

La Música: Com ho van fer? A primera vista, molta gent es va sorprendre per la música creada amb aquest procediment. Si hi donem una ullada més profunda, ja no resulta tan sorprenent. El contingut principal conceptualment es determina més aviat per la progressió harmònica que no per la melodia concreta de la cançó. Per una harmonia donada hi ha moltes maneres melòdiques d'expressar la mateixa idea. El que va fer Mozart és simplement oferir 11 possibilitats "equivalents" per cada compàs. És com substituir la frase "L'ordinador està espatllat" amb "L'ordinador no funciona". Per aquesta raó, els minuets creats amb aquest joc sonen més o menys igual.

Les Mates: La primera pregunta i potser la més obvia és quantes possibles cançons es poden crear amb aquest joc? El vals té dues parts. Cadascuna té vuit compassos. Per cada compàs hi ha un total d'onze possibilitats. Amb una mica de combinatòria descobrim que hi ha l'astronòmic total de $11^{16} = 45949729863572161$ possibilitats. Escoltar-les totes requeriria al voltant de 60 bilions d'anys. Creu-me, ja t'hauries avorrit.

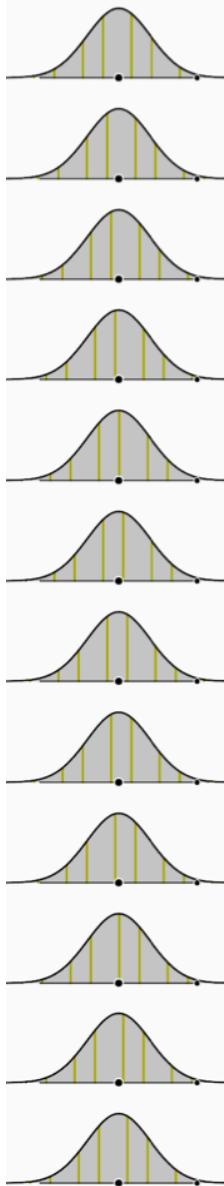
També hi ha un subtil punt matemàtic en aquest joc. La distribució de compassos no serà una distribució igual. Com que cada compàs es tria amb la suma dels resultats de dos daus hi ha una tendència cap als nombres centrals. Hi ha un total de $6 \times 6 = 36$ possibles resultats de les tirades dels dos daus. Només una d'aquests, $1+1=2$, creen el número 2, però n'hi ha sis que creuen el número $7 = 1+6 = 2+5 = 3+4 = 4+3 = 5+2 = 6+1$.

El Mòdul: Si vols la teva peça individual de Mozart que, a més a més, no s'ha sentit mai, només has de premer el botó i gaudir!

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	96	97	141	41	102	129	11	30
2	32	6	198	62	146	46	134	81
3	69	95	128	13	123	33	110	24
4	40	17	113	82	161	2	159	100
5	114	74	163	44	80	57	36	107
6	104	147	97	167	124	67	118	91
7	149	67	171	33	89	133	91	127
8	119	34	114	50	140	86	169	94
9	119	94	114	136	75	129	69	129
10	38	142	49	136	75	129	69	129
11	3	87	161	61	153	47	167	33
12	44	130	10	103	89	37	106	4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	70	191	96	9	112	49	109	14
2	117	39	196	40	174	18	116	83
3	66	159	13	139	73	39	145	79
4	90	176	7	34	87	160	48	170
5	24	143	64	133	76	120	1	93
6	138	71	140	99	101	102	93	141
7	16	143	47	174	43	168	89	179
8	130	84	43	166	41	113	79	111
9	65	77	19	82	137	38	149	8
10	109	4	31	164	144	49	173	78
11	33	20	108	99	19	124	44	131
12								

SHEPARD TONE



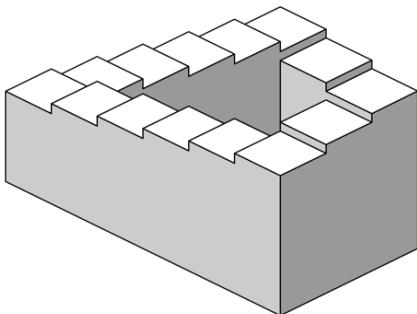
La percepció és una cosa estranya. A vegades sentim o veiem coses que no hi són realment. Hi ha una il·lusió acústica que crea l'efecte d'un to que sempre puja o sempre baixa. El concepte és similar al de les escales d'Escher, que sembla que pugin amb cada pas, però realment només es mouen en cercles.

Aquesta il·lusió es crea de la següent manera: es defineix una finestra de freqüència, idealment amb límits suaus. Això es pot fer, per exemple, amb una campana de Gauss. En aquesta finestra tots els sobretons d'un cert espectre i que pertanyen al to es toquen. L'amplitud dels diferents tons parcials es determina segons la finestra. Ara l'espectre està desplaçat cap a la finestra. Mentre els sobretons greus s'esvaeixen gradualment, noves notes més agudes entren a la finestra. Mirant la mitjana, la freqüència es manté igual. Tot i això sona com un to descendent. Aquest edicte s'anomena To de Shepard

La Música: És extremadament difícil tocar un To de Shepard convincent en un instrument clàssic i no elèctric. Requereix un control increïble sobre la intensitat de les notes tocades. Tanmateix, es va utilitzar per compositors moderns en diverses peces: la banda sonora de Hans Zimmer de la pel·lícula Dunkerque, el final de Echoes de Pink Floyd i fins i tot la banda sonora del joc Super Mario quan el protagonista corre per una escala sense fi.

Les Mates: Crear un to de Shepard requereix precisió. Els tons han d'entrar i sortir de l'espectre gairebé sense que ens n'adonem. Una bona manera de modelar-ho és utilitzant la campana de la distribució Gaussiana per controlar la intensitat dels sons que es toquen. Amb això, fins i tot un rang petit de freqüències fan un bon efecte. No obstant això, com més extens i més ric sigui l'espectre escollit més convincent és l'efecte. La fotografia mostra el sonograma d'un To de Shepard.

El Mòdul: Amb el nostre mòdul pots controlar diversos paràmetres del To de Shepard controlant la forma i posició de la corba Gaussiana involucrada. Explora la llibertat que hi ha a l'hora de crear aquesta il·lusió acústica.



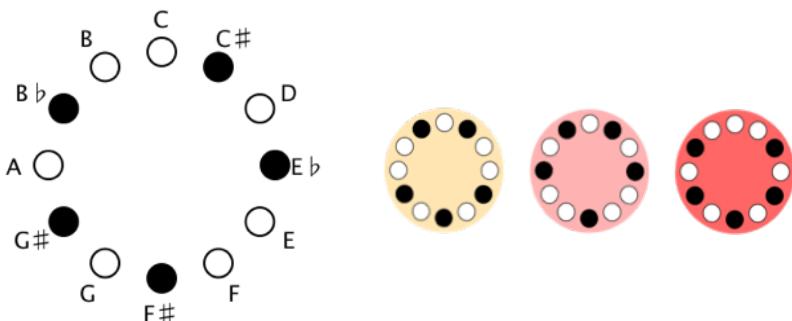
Autor del mòdul: Jürgen Richter-Gebert (Technical University of Munich).

Agraïments: Patrick Wilson i Aaron Montag (sistema de so) Basat en CindyJS.org

Text: Jürgen Richter-Gebert (TU Munich).

THE SPACE OF PENTATONIC SCALES

El sistema tonal que solem utilitzar consta de 12 semitons Do-Do#-Re-Re#-Mi... Cada to només té lloc una vegada a cada octava. Una bona manera de veure aquesta col·lecció de tons és col·locar-los formant un cercle i oblidant-nos de la informació sobre l'octava. La imatge de l'esquerra mostra les dotze notes en la seva distribució habitual de tecles blanques i negres d'un piano. Els cercles blancs formen la més que coneguda escala de Do major. Però tocar només les notes de les tecles negres també sona interessant. Formen el que s'anomena una escala pentatònica: una col·lecció de cinc notes en una octava. Formar melodies amb aquestes notes recorda a música d'orient. Si rotem el patró cíclicament, creem fins a 12 escales pentatòniques.

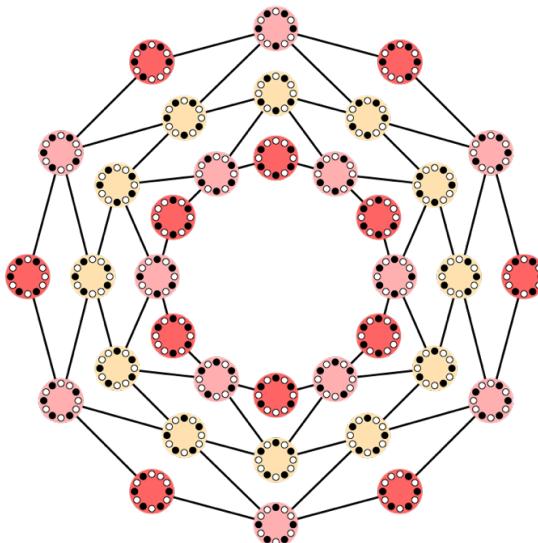


Hi ha un munt d'altres maneres de seleccionar 5 notes de les 12 del nostre sistema tonal. De totes maneres, si volem fer distribucions de forma més o menys igual, també podem requerir que no se seleccionin notes “veïnes”. Amb aquestes condicions trobem dues maneres més de distribuir les cinc notes. Cada una d'aquestes maneres pot trobar-se en 12 rotacions diferents (fes una ullada a la imatge).

La Música: Les escales pentatòniques tenen una mena de so lliure que no recorren ni a un mode major ni menor. Algunes aporten molta pau (la groga) i d'altres tenen molta tensió. Aquestes escales s'han utilitzat pels compositors de l'època impressionista com Debussy. Altres creen sons molt alegres que recorden a imatges d'altres cultures. Debussy, per exemple, es va interessar en les escales pentatòniques després de sentir la música dels gamelan de Java i Bali.

Les Mates: La imatge mostra l'espai de totes les pentatòniques anteriorment. Cada un dels tipus té lloc en 12 posicions rotacionals. A la imatge les escales estan ordenades de manera que dos dels tipus es connecten amb un arc si només es diferencien per exactament un semitò. Pots veure “l'espai d'escales pentatòniques”

El Mòdul: Al mòdul, pots triar reproduir una peça d'un compositor clàssic (Mozart, Bach, Debussy, Liszt i altres), però aquesta peça no sonarà exactament com diu a la



partitura. També pots triar una escala pentatònica i cada nota de la peça es canviarà per la nota més propera dins de l'escala que has triat. També pots canviar l'escala mentre la música va sonant. D'aquesta manera pots crear la teva pròpia música impressionista.

Autor del mòdul: Jürgen Richter-Gebert (Technical University of Munich).

Agraïments: Patrick Wilson i Aaron Montag (sistema de so) Basat en CindyJS.org

Text: Jürgen Richter-Gebert (TU Munich).

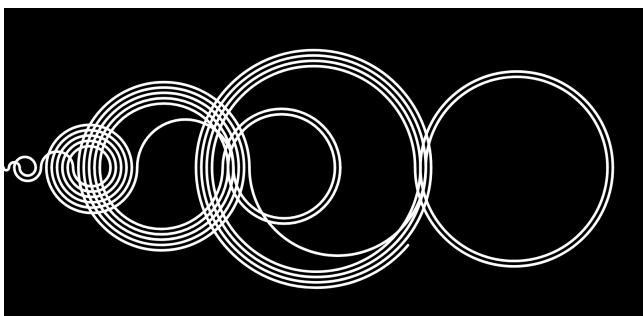
Música: Bach. Preludi i Fuga en Do Major BWV 846 / Mozart, Sonata No. 16 en Do Major (Sonata facile), KV 545 / Liszt, Hungarian Rhapsody No 9 / Chopin, Preludi No 4 en Mi menor. Gravat per Bernd Krueger, Alemanya / Gershwin. Rhapsody in Blue / Debussy, Arabesque 1 / Debussy, Images - Reflets dans l'eau. Tocat per Katsuhiko Oguri, Japó.

THE SOUND OF SEQUENCES

La On-line Encyclopedia of Integer Sequences (o OEIS) és una base de dades de seqüències de nombres trets de totes les branques d'investigació científica. Conté seqüències clàssiques com la llista de nombres primers o la seqüència amb els nombres de Fibonacci, o altres seqüències menys conegudes extrems de la resolució de problemes matemàtics, com ara el “nombre de grafs planars amb n vèrtexs”. La base de dades la va començar l'any 1964 el matemàtic Neil J. A. Sloane com una eina per identificar i entendre seqüències. Avui inclou més de 300 000 seqüències.

Les seqüències es poden analitzar matemàticament, visualitzant-les com a gràfiques de funció, o transformant-les en sons que es poden sentir, com en aquest cas. A més de revelar qualitats de la seqüència que no eren obvies mirant els nombres, les peces de “música” són interessants a la seva manera. Esperem que n'escolleu algunes en aquest mòdul.

Per transformar una seqüència a música, utilitzem un algorisme molt simple. Colloquem la seqüència a les notes d'un piano. Aquest piano té 88 tecles i les numerem del zero fins al 87. Agafem els elements de la seqüència i hi sumem o hi restem múltiples de 88 fins que aconseguim un nombre dins del rang de 0 a 87. En termes tècnics, llegim la seqüència “mòdul 88”.



Autors del mòdul: Neil J. A. Sloane (dades) i Eric Londaits per a IMAGINARY (interfície d'usuari).

Text: Daniel Ramos (IMAGINARY).

Referències: The On-line Encyclopedia of Integer Sequences.

[www.oeis.org](http://www oeis org).

Índex de mòduls:

The Spectrum of Sound	5
Scale Lab	9
Tonnetz	21
Beat Box	24
Graph Composer	32
AI Jam	34
Con Espressione!	35
NSynth	37
Lissajous-based exhibits	40
Galeria de Lissajous	41
Les Sèries Harmòniques	42
Pink Trombone	44
Mind and Music Jukebox	46
Whitney Music Box	47
Musical Bench	49
Hands-on Table	50
La La Cinema	51
Silent area	56
Note compass	57
Show me music	62
The Space of Pentatonic Scales	69
The Sound of sequences	71

lalalab.imaginary.org

IMAGINARY
open mathematics

HEIDELBERG
LAUREATE FORUM
FOUNDATION



Klaus Tschira Stiftung
gemeinnützige GmbH

TUM