Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Data:13/03/2020 Profa:Marina (sala 206 - IME/UFG)

Potências de Números: a potência de um número é a quantidade de vezes que ele será multiplicado por ele mesmo. Então, $a^n, a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ onde n é a potência e a é denominado base.

1. Se $n = 0$, então $a^0 = 1$. Por exemplo, $2^0 = 1, (-1.2)^0 = 1, (\pi)^0 = 1$;
2. Se $n > 0$, então $a^n = a.(a).(a)\ldots(a), n$ vezes. Por exemplo, $8 = 2^3 = 2(2)(2); (2,71)^2 = (2,71)(2,71), \pi^{10} = \pi(\pi)\ldots(\pi)$;
3. Se $n > 0$, então $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$. Por exemplo, $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{(2)(2)(2)} = \dfrac{1}{8}$;
4. Se $n, m > 0$, então $a^{n+m} = a^n a^m, 0 \neq a \in \mathbb{R}$. Por exemplo, $2^4.2^2 = 2^{4+2} = 2^6 = 64$.
5. Se $n, m \in \mathbb{R}$ as propriedades 3. e 4. ainda são verdadeiras. Por exemplo,
   $2^{\frac{1}{2}}.2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 2^1 = 2$.
   $2^{\frac{1}{2}}.2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = 2^0 = 1$.
   $2^{0,3}.2^{0,7} = 2^{0,3+0,7} = 2^1 = 2$.

   $$2^5 2^{-3} = \frac{2^5}{2^3} = \frac{2(2)(2)(2)(2)}{2(2)(2)} = 2(2) = 4.$$
6. Obtenha o valor final de
   $\dfrac{1}{2}^0 + 3^3 - 2^{-2}$. Resposta:$\dfrac{111}{4}$.

Potências e Raízes de Números Reais: Quando as potências não são números inteiros podemos escrever utilizando raízes de índices correspondentes. Se $a > 0$ e n é um número par, temos que $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$. Por exemplo,
$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2},\ 5^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5},\ (3.1)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3.1},\ 5^{1/3} = \sqrt[3]{5},\ 2^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Em geral, se $a > 0, a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ para n um inteiro par e se n for um inteiro ímpar, o valor da base pode ser negativa. Por exemplo,
$2^{3/2} = \sqrt{2^3} = ((2).(2))^{1/2}\sqrt{2} = (2^2)^{1/2}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$;
$(-2)^{3/2} = \sqrt{(-2)^3} = \sqrt{-8}$ que não admite uma solução real, pois não existe um número real que ao quadrado seja igual a -8;
$(2)^{-3/2} = \dfrac{1}{2^{3/2}} = \dfrac{1}{\sqrt{(2)^3}} = \dfrac{1}{(2^2)^{1/2}\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$;
$(-2)^{5/3} = \sqrt[3]{(-2)^5} = \sqrt[3]{(-2)^3}\sqrt[3]{(-2)^2} = ((-2)^3)^{1/3}\sqrt[3]{4} = -2\sqrt[3]{4}$.

Resolva:
(a) $3^{1/4} + 2^{5/4}$. Resposta:$\sqrt[4]{3} + 2\sqrt[4]{2}$.

(b)$7^{-1/2} - 5^{1/2}$. Resposta:$\dfrac{1+\sqrt{35}}{\sqrt{7}}$.

(c)$(-27)^{1/3} + \sqrt[5]{2^5}$. Resposta:-1.