

第四讲: 元胞自动机简介及其应用

Matlab 编程与模型 / 算法实现

周吕文

中国科学院力学研究所

2017 年 05 月 12 日

简介
案例
总结

历史和应用
引用
定义

历史

最初的元胞自动机是由冯·诺依曼在 1950 年代为模拟生物细胞的自我复制而提出的, 但是并未受到学术界重视。

1970 年, 剑桥大学的约翰·何顿·康威设计了一个电脑游戏“生命游戏”后, 元胞自动机才吸引了科学家们的注意。

1983 年 S.Wolfram 发表了一系列论文, 对初等元胞机 256 种规则所产生的模型进行了深入研究, 并用熵来描述其演化行为, 将细胞自动机分为平稳型, 周期型, 混沌型和复杂型。

周吕文 中国科学院力学研究所

Matlab 编程与模型 / 算法实现: 第四讲

简介
案例
总结

历史和应用
引用
定义

应用

社会学: 元胞自动机经常用于研究个人行为的社会性, 流行现象, 例如人口迁移, 公共场所内人员的疏散, 流行病传播。

图形学: 元胞自动机以其特有的结构的简单性, 内在的并行性以及复杂计算的能力成为密码学中研究的热点方向之一。

物理学: 在物理学中, 元胞自动机已成功的应用于流体, 磁场, 电场, 热传导等的模拟。例如格子气自动机。

生物学: 元胞自动机的设计思想本身就来源于生物学自繁殖的思想, 因而在生物学上的应用更为自然而广泛。肿瘤细胞的生长机理和过程模拟, 人类大脑的机理探索, 艾滋病病毒 HIV 的感染过程, 自组织, 自繁殖等生命现象的研究。

周吕文 中国科学院力学研究所

Matlab 编程与模型 / 算法实现: 第四讲

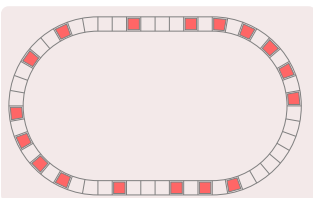
简介
案例
总结

历史和应用
引用
定义

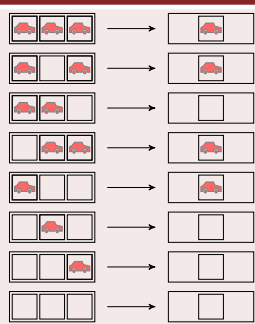
交通规则

定义

元胞分布于一维线性网格上。
元胞仅具有 **车** 和 **空** 两种状态。
元胞状态由周围两邻居决定。



规则



周吕文 中国科学院力学研究所

Matlab 编程与模型 / 算法实现: 第四讲

Notes

Notes

Notes

Notes

Notes

Notes

元胞自动机是离散的动力学系统

离散的系统: 元胞是定义在有限的时间和空间上的, 并且元胞的状态是有限.

动力学系统: 元胞自动机的举止行为具有动力学特征.

简单与复杂: 元胞自动机用简单规则控制相互作用的元胞模拟复杂世界.

Notes

Rule 184

$L = 48$
 $d = 1, S = \{0, 1\}$
 $N = \{(1, 1, 1), (1, 0, 1), \dots\}$
 $f(1, 1, 1) = 1, f(1, 0, 1) = 1$
 $f(1, 1, 0) = 0, f(0, 1, 1) = 1$
 $f(1, 0, 0) = 1, f(0, 1, 0) = 1$
 $f(0, 0, 1) = 1, f(0, 0, 0) = 0$

数学表示

$$A = (L, d, S, N, f)$$

L : 元胞网格空间
 d : 元胞空间的维数
 S : 有限离散的状态集合
 N : 某邻域内所有元胞的集合
 f : 局部映射或局部规则

Notes

☐ Susceptible
☒ Exposure
☒ Infected
☒ Removed

元胞是元胞自动机基本单元

状态: 每一个元胞都有记忆贮存状态的功能.

离散: 简单情况下, 元胞只有两种可能状态; 较复杂情况下, 元胞具有多种状态.

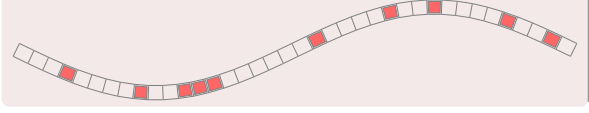
更新: 元胞的状态都按照动力规则不断更新.

简介
案例
总结

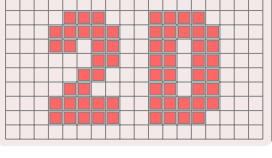
历史和应用
引例
定义

网格 (Lattice)不同维网格

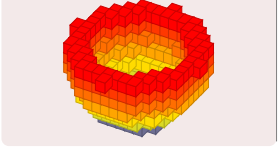
一维



二维



三维

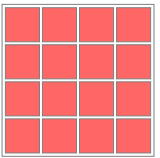


周吕文 中国科学院力学研究所Matlab 编程与模型 / 算法实现: 第四讲

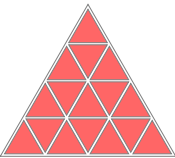
简介
案例
总结

历史和应用
引例
定义

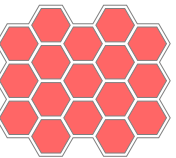
网格 (Lattice)常用二维网格



正方形网格



三角型网格



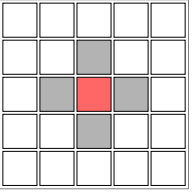
六边型网格

周吕文 中国科学院力学研究所Matlab 编程与模型 / 算法实现: 第四讲

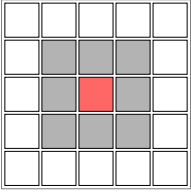
简介
案例
总结

历史和应用
引例
定义

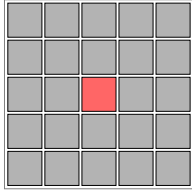
邻居 (Neighborhood)



VonNeumann 邻居



Moore 邻居



扩展 Moore 邻居


周吕文 中国科学院力学研究所Matlab 编程与模型 / 算法实现: 第四讲

简介
案例
总结


历史和应用
引例
定义

边界 (Boundary)

定值型



周期型



反射型

吸收型

几种边界条件



二维 Moore 邻居周期边界条件

周吕文 中国科学院力学研究所Matlab 编程与模型 / 算法实现: 第四讲

Notes

Notes

Notes

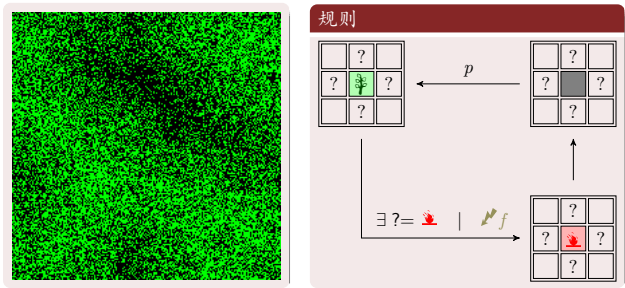
Notes

定义

根据元胞当前状态及其邻居状况确定下一时刻该元胞状态的
动力学函数，简单讲，就是一个状态转移函数。

分类

总和型: 某元胞下时刻的状态取决于且仅取决于它所有邻居
的当前状态以及自身的当前状态。
合法型: 总和型规则属于合法型规则。但如果把元胞自动机
的规则限制为总和型，会使元胞自动机具有局限性。



三种状态元胞密度关系

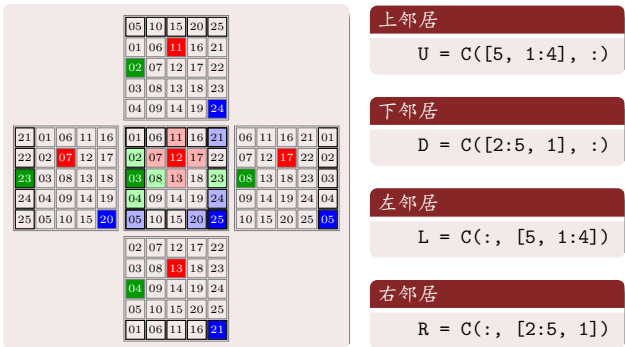
$$\rho_f + \rho_e + \rho_t = 1$$

系统稳定条件

$$\rho_f = p\rho_e$$

树生长与火灾蔓延的时间尺度分离条件

$$f \ll p \ll T_{\text{max}}$$



Notes

Notes

Notes

Notes

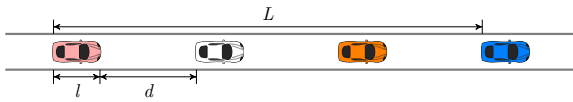
```

01 n = 300; % 定义表示森林的矩阵大小
02 Plight = .000005; Pgrowth = .01; % 定义闪电和生长的概率
03 UL = [n 1:n-1]; DR = [2:n 1]; % 定义上左, 下右邻居
04 veg=zeros(n,n); % 初始化表示森林的矩阵
05 imh = image(cat(3,veg,veg,veg)); % 可视化表示森林的矩阵
06 % veg = {empty=0 burning=1 green=2}
07 for i=1:3000 % 主循环开始
08     sum = (veg(UL,:)==1) + ...
09         (veg(:,UL)==1) + (veg(:,DR)==1) + ...
10         (veg(DR,:)==1); % 求上下左右四个邻居和
11 % 根据规则更新森林矩阵: 树 = 树 - 着火树 + 新生的树
12     veg = 2*(veg==2) - ...
13         ((veg==0) & sum>0 | (rand(n,n)<Plight))) + ...
14         2*((veg==0) & sum>0 | (rand(n,n)<Pgrowth));
15     set(imh, 'cdata', cat(3,(veg==1),(veg==2),zeros(n)))
16     drawnow % 可视化表示森林的矩阵
17 end %主循环结束

```

Notes

交通概念：车距和密度



车距: 相邻两车, 后车头到前车尾的距离

$$d = \frac{L - Nl}{N} = \frac{1}{\rho} - l$$

密度: 单位长度上分布的车辆数

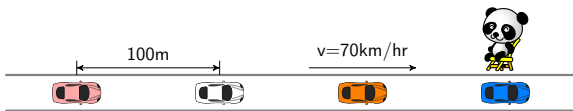
$$\rho = \frac{N}{L} = \frac{1}{d+l}, \quad \rho_{\max} = \frac{1}{l}$$

Notes

[illegible]

交通概念：流量方程

如果大尸凶坐在一条公路的边上,公路上的车速为 70km/hr,车流密度为 10 veh/km. 每小时能从大尸凶身边驶过多少辆车?



流量方程: 单位时间内通过某路段的车辆数

$$J = \rho v$$

量纲: $[\text{veh/hr}] = [\text{veh/km}][\text{km/h}]$

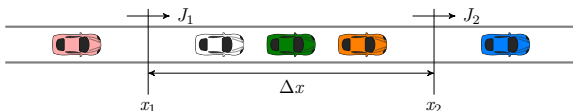
$$\rho = 0 \implies J = 0, \rho = \rho_{\max} \implies v = 0 \implies J = 0$$

Notes

[illegible]

交通概念：守恒方程

长为 $\Delta x = x_2 - x_1$ 的一段公路, 在时间间隔 $\Delta t = t_2 - t_1$ 里, 车辆数 N 变化如何?



$$(J_{x_1} - J_{x_2})\Delta t = \Delta N = (\rho_{t_2} - \rho_{t_1})\Delta x \implies \frac{J_{x_1} - J_{x_2}}{\Delta x} = \frac{\rho_{t_2} - \rho_{t_1}}{\Delta t}$$

守恒方程

$$J_x + \rho_t = (\rho v)_x + \rho_t = 0$$

Notes

[illegible]

[illegible]

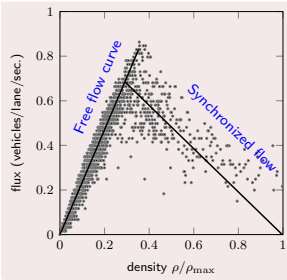
森林火灾
交通模拟
应用展示

森林火灾
交通模拟
应用展示

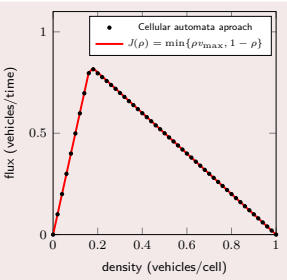
[illegible]

结果分析: 密度与流量

观测数据

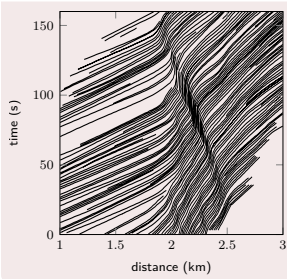


理论值及 CA 预测值

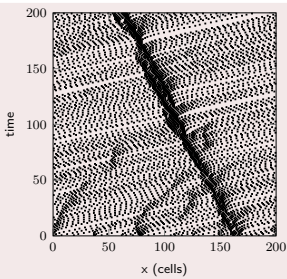


结果分析: 时空轨迹

航拍数据



CA 计算结果 ($p_{\text{brake}} = 0.15$)



Notes

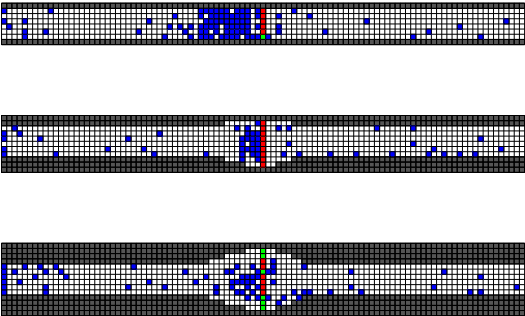
Notes

程序实现

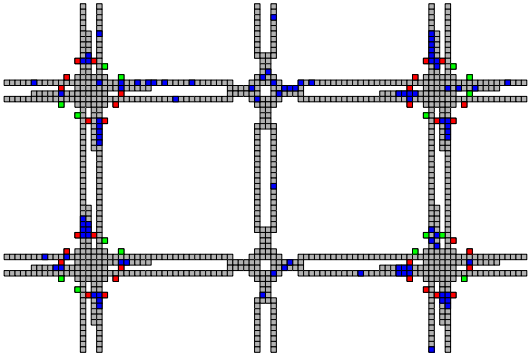
```
ns.m
01 function flux = ns(rho,p,L,tmax)% rho=0.2;p=0.2;L=72;tmax=72
02 ncar = round(L*rho);          % ncar=L*rho
03 x = sort(randperm(L, ncar));    % 1:ncar中随机不重复的L个数
04 vmax = 5;                      % 最大速度
05 v = vmax * ones(1, ncar);      % 初始化所有车速度为vmax
06 for t = 1:tmax
07     v = min(v+1, vmax);         % 加速规则
08     gaps = gaplength(x,L,ncar);
09     v = min(v, gaps-1);         % 防止碰撞
10     v = max(v- (rand(1,ncar)<p), 0);% 随机减速 binornd
11     x = x + v;                  % 位置更新
12     x(x>L) = x(x>L) - L;        % 周期边界
13     flux = flux + sum(v)/L;     % 空间平均
14 end
15 flux = flux / tmax;            % 时间平均

16 function gaps = gaplength(x, L, ncar)
17 gaps = zeros(1, ncar);
18 gaps = x([2:end 1]) - x;        % d(i) = x(i+1)-x(i)
19 gaps(gaps<=0) = gaps(gaps<=0)+L;% d(i) = d(i) + L, if d(i)<0
```

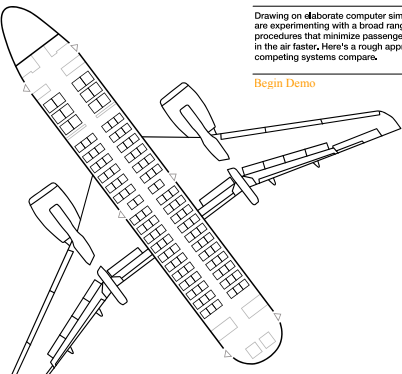
交通问题: 收费亭最优数量



Notes



Notes

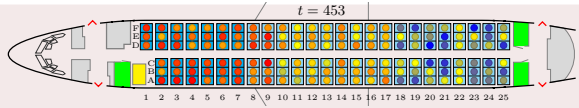


Drawing on elaborate computer simulations, major U.S. airlines are experimenting with a broad range of smarter boarding procedures that minimize passenger interference and get you in the air faster. Here's a rough approximation of how the competing systems compare.

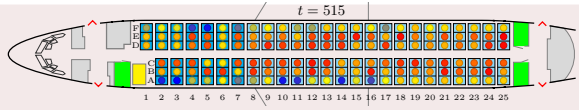
Begin Demo

Notes

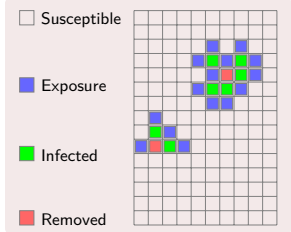
Back to Front



Window First



Notes



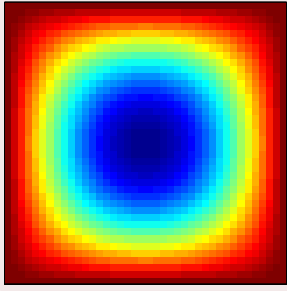
规则

二维网络 VonNeumann 邻居.
四种状态: 易感 (S), 潜伏 E , 感染 I , 移除 R .
邻居中有感染 I , 则 S 以 p 的概率 $S \rightarrow E$.
经过确定的时间步 $E \rightarrow I$.
经过确定的时间步 $I \rightarrow R$.

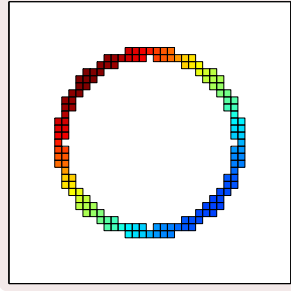
Notes

与其它网格方法的差别

有限差分热传导方程



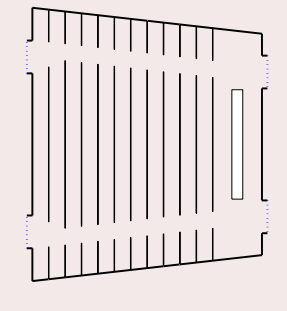
格子玻尔兹曼法解扩散方程



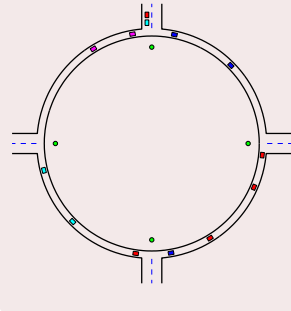
Notes

与粒子方法的差别

疏散问题



交通问题



Notes

总结

特点

离散的空间, 离散的时间.
离散有限的状态.
同质的元胞.
局部的作用, 同步的计算.

注意

元胞自动机比较适合解决具有空间离散特点的动力学问题.
根据问题适当改造元胞自动机, 可使应用范围更广.
不要在不适当的问题上迁强地使用元胞自动机.

Notes

作业

阅读论文 Manukyan, Liana, et al. "A living mesoscopic cellular automaton made of skin scales." Nature 544.7649 (2017): 173-179. 并提炼出文中的元胞自动机模型.
根据提炼出的元胞自动机模型, 尝试编写 Matlab 程序实现.
整理成报告.

Notes

Thank You!!!

Notes

Notes

Notes

Notes
