

ANALISIS DE LA EPIDEMIA DE COVID-19 EN CHILE (día 75)

Mauricio Lima

CAPES-FCB-UC

La idea de este análisis preliminar es utilizar un modelo SIRD (Susceptible-Infectado-Recuperado-Muerto) básico en tiempo discreto con el fin de establecer algunos elementos básicos del desarrollo de la epidemia de Covid19 en Chile. El punto de partida es un modelo discreto utilizado para analizar la dinámica epidémica de COVID19 en Corea del Sur, China e Italia (Turchin 2020, <https://github.com/pturchin/CSH-Covid-19-Project>), y que si bien dada su simpleza tiene limitaciones puede servir como punto de partida para determinar algunos procesos importantes que están ocurriendo en tiempo real, estimar la magnitud de la transmisión, y como las políticas de mitigación (distanciamiento social y cuarentena) podrían haber modificado la transmisión y tratar de deducir los cambios en la tasa de detección de la enfermedad a medida que avanza el número de infectados. En particular, es necesario destacar que los modelos SIR/SIRD tiene casi cien años de tradición (Kermack & McKendrick 1927) y por lo tanto son una herramienta fundamental para deducir e implementar políticas de manejo de brotes epidémicos. Sobre todo, en el caso de COVID-19 ante la ausencia de inmunización, se hace necesario implementar medidas de mitigación de la epidemia, que implica poder disminuir el “peak” de infectados (“aplanar la curva”), y en consecuencia la cantidad máxima de individuos infectados en un determinado momento. En términos simples esto se logra a través de medidas que reduzcan la tasa de transmisión, como el distanciamiento social y las cuarentenas, y que durante un tiempo limitado limiten los contactos entre infectados y susceptibles (Ferguson et al. 2020, Kissler et al. 2020).

MODELO BASICO

t = tiempo en días,

S_t = número de susceptibles

I_t = número de infectados

R_t = número de recuperados

D_t = número de muertos

$N = S + I + R + D$, población total constante

ECUACIONES

$$S_{t+1} = S_t - \frac{b \cdot S_t \cdot I_t}{N} \quad (1)$$

$$I_{t+1} = I_t + \frac{b \cdot S_t \cdot I_t}{N} - g \cdot I_t - d \cdot I_t \quad (2)$$

$$R_{t+1} = R_t + g \cdot I_t \quad (3)$$

$$D_{t+1} = D_t + d \cdot I_t \quad (4)$$

Parámetros

b = coeficiente de transmisión entre I y S

g = tasa de recuperación de I

d = tasa de mortalidad de I

LA DINÁMICA DEL COEFICIENTE DE TRANSMISION DURANTE LOS 75 DÍAS DE LA EPIDEMIA DE COVID19 EN CHILE.

Un parámetro fundamental en la dinámica de una epidemia es la tasa o coeficiente de transmisión b , esta tasa describe la dinámica del proceso infectivo cómo y con que eficiencia se transmite un patógeno (virus, bacteria) desde un individuo infectado a un individuo susceptible. La tasa de transmisión esta determinada básicamente por dos procesos, la probabilidad de infectarse luego de un contacto entre un individuo susceptible e infectado, y el número de contactos entre individuos por unidad de tiempo. Ambos procesos están influenciados por muchos factores y pueden ser modificados en el tiempo a medida que avanza una epidemia, ya sea por factores climáticos, comportamiento social, densidad de la población hospedero, y otros factores. En particular, la implementación de medidas de mitigación (distanciamiento social, cuarentenas, cierre de comunas), debería producir cambios importantes en el numero de contactos por día, mientras que las medidas de higiene y protección (uso de mascarillas, lavado de manos, etc) debería afectar a la probabilidad de infectarse al estar en contacto con una persona infectada. Es de esperar que este tipo de cambios en las conductas individuales produzcan cambios en la tasa de transmisión a medida que se desarrolla la epidemia.

Una manera simple de modelar este efecto es utilizando una ecuación logística (Turchin 2020), donde la transmisión se reduce en el tiempo hasta alcanzar un valor mínimo de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$b_t = b_{min} + (b_0 - b_{min}) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta \cdot (t - t_b))]} \right\} \quad (5)$$

Donde b_0 es la transmisión inicial de la epidemia y b_{min} la transmisión mínima asintótica, t_b es el momento en días de la intervención y theta regula la pendiente de cambio de la curva logística. Una alternativa es incorporar cambios en el tiempo en la tasa de transmisión asociados con modificaciones en las medidas de mitigación. Por ejemplo, incluyendo otra función logística a la ecuación 5 con un nuevo valor de b_2 que puede ser

mayor o menor a b_{min} dependiendo de los cambios en las conductas individuales o por ejemplo en la estacionalidad por la llegada del invierno.

$$b_t = b_{min} + (b_0 - b_{min}) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta \cdot (t - t_b))]} \right\} + b_2 + (b_{min} - b_2) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta_2 \cdot (t - t_2))]} \right\} \quad (6),$$

Donde b_2 es la nueva tasa de transmisión, θ_2 regula la pendiente de cambio en la curva logística y t_2 es el momento que ocurre dicho cambio.

Además, como se sabe que muchos de los infectados son asintomáticos o tienen síntomas leves, los datos oficiales de infectados podrían subestimar I_t , por lo tanto, el número de infectados observados $I_t^* = qI_t$, donde q es la probabilidad que un individuo infectado sea detectado como tal, de la misma manera los recuperados siguen la misma lógica, $R_t^* = qR_t$.

Similar a la tasa de transmisión, se puede modelar cambios en la tasa de detección en el tiempo, en el caso de Chile, se puede ver si la misma se incrementó o declinó durante el transcurso de la epidemia utilizando la siguiente ecuación para valores iniciales q_1 y finales de q_2 .

$$q_t = q_2 + (q_2 - q_1) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta \cdot (t - t_b))]} \right\} \quad (7).$$

Otra alternativa a considerar es que los cambios en las tasas de detección sean discontinuos debido a problemas de saturación entre la capacidad de testeo y el crecimiento en el número de infectados.

AJUSTE DEL MODELO A LOS DATOS DIARIOS DE CASOS EN CHILE

Siguiendo el mismo abordaje de Turchin (2020; <https://github.com/pturchin/CSH-Covid-19-Project>), se utilizaron las tres series de tiempo básicas que publica el MINSAL, el conteo diario del número de casos confirmados C_t , número de recuperados R y número de muertos D . Con esas tres series de tiempo se pueden estimar las siguientes otras tres series de tiempo;

$I_t = C_t - (R_t + D_t)$ Número de infectados activos

$\Delta C_t = C_{t+1} - C_t$ Número de nuevos casos

$\Delta D_t = D_{t+1} - D_t$ Número diario de muertes.

Estas seis series de tiempo se utilizan para tratar de entender procesos básicos en la epidemia de COVID19 en Chile, a través de minimizar una medida de ajuste de las seis

series de tiempo en relación a las predicciones del modelo SIRD, a través de maximizar el coeficiente de predicción para las seis series de tiempo.

$$\text{Pred } R^2 = 1 - \frac{\sum (Y - X)^2}{\sum (X - \text{media}(X))^2}$$

Donde Y son las predicciones del modelo para I, R, D, C, etc, y X son los datos y la media de X su promedio. El objetivo es explorar los valores de los parametros y compararlos con el ajuste de las seis series de tiempo.

RESULTADOS

Se utilizaron los datos del MINSAL de los casos notificados desde el día 2 de marzo de 2020 ($t=1$) al 15 de mayo de 2020 ($t=75$).

Lo primero es inferir de manera indirecta la dinámica temporal de la tasa de transmisión b_t , desde el inicio de la epidemia, a partir de la dinámica de los infectados activos. De manera simple y utilizando la ecuación (2) de infectados activos y durante la fase de expansión de la epidemia cuando $S \sim N$ ($S/N \approx 1$); si se divide los dos terminos de dicha ecuación por I_t :

$$\frac{I_{t+1} - I_t}{I_t} = b - (g + d) \quad (8),$$

La tasa de crecimiento exponencial per capita de infectados activos se puede estimar desde la serie de tiempo de infectados (I_t) como;

$$\left(\frac{I_{t+1} - I_t}{I_t} \right) \quad (9).$$

Tal como se describe (Turchin 2020), la tasa de crecimiento exponencial durante el principio de la epidemia, cuando $S \sim N$, es $r_t = b_t - (g + d)$, donde b_t es la tasa de transmisión diaria, g la tasa de recuperación y d la mortalidad diaria de infectados. De esta ecuación se puede deducir como las medidas de distanciamiento social y autocuidado que reducen el número de contactos diarios y la probabilidad de infectarse luego de un contacto influirían sobre b_t , mientras que la rápida detección de los infectados y su tratamiento clínico debería incrementar la tasa de recuperación g y reducir por lo tanto la tasa de crecimiento exponencial diaria.

Para evaluar los cambios diarios en la transmisión, asumiendo que los parámetros g y d (recuperación y mortalidad de infectados) no cambian durante el desarrollo de la epidemia, se utilizó la tasa de crecimiento exponencial observada diaria r_t (no el número reproductivo R_0) del número de infectados activos, como un estimador del comportamiento dinámico de la epidemia durante su fase de expansión.

Utilizando la serie de tiempo de infectados activos durante esta fase de expansión podemos estimar r_t diario como $((I_{t+1} - I_t)/I_t)$. Se ajustó el modelo de la ecuación 6 a los datos observados, los resultados obtenidos indican una declinación en el valor de r_t a medida que avanza la epidemia y sugiere un efecto de las medidas de contención instauradas desde el 19 de marzo y luego el 30 de marzo y luego un claro rebrote entre los días 50 y 60 de la epidemia y una tasa estable de crecimiento diaria cercana al 7% (Fig. 1; Tabla 1). Se observa que la transmisión comienza con valores altos asociados a tasas de crecimiento exponencial cercanas al 39%, lo cual es cercano a lo registrado en otros países (30%-40%). El ajuste del modelo logístico sugiere que el punto de inflexión ocurrió alrededor del día 23 de comenzada la epidemia y se ajusta a las fechas de las medidas de mitigación implementadas, el estado de excepción y las cuarentenas comunales. Sin embargo, **se observa claramente una tendencia positiva en la tasa de crecimiento diaria de los infectados entre los días 50 y 60 de la epidemia. Este tendencia es consistente con lo reportado en términos de cambios en el tiempo en el número reproductivo básico (R_0) por Canals et al. (2020) en sus últimos reportes de la Escuela de Salud Pública de la Universidad de Chile y plantea un escenario muy preocupante para las próximas semanas.**

Figura 1. Dinámica diaria de la tasa de crecimiento exponencial del número de infectados activos (con síntomas) para el periodo 4 de marzo – 15 de mayo 2020. La línea punteada horizontal es el valor 0, cuando el número de infectados activos deja de crecer, la flecha vertical roja el cambio en la pendiente de la curva en el día 23 asociado al inicio de las cuarentenas en algunas comunas de Santiago y regiones el pasado 26 de marzo. La flecha azul señala el cambio de tendencia observado entre los días 50-55.

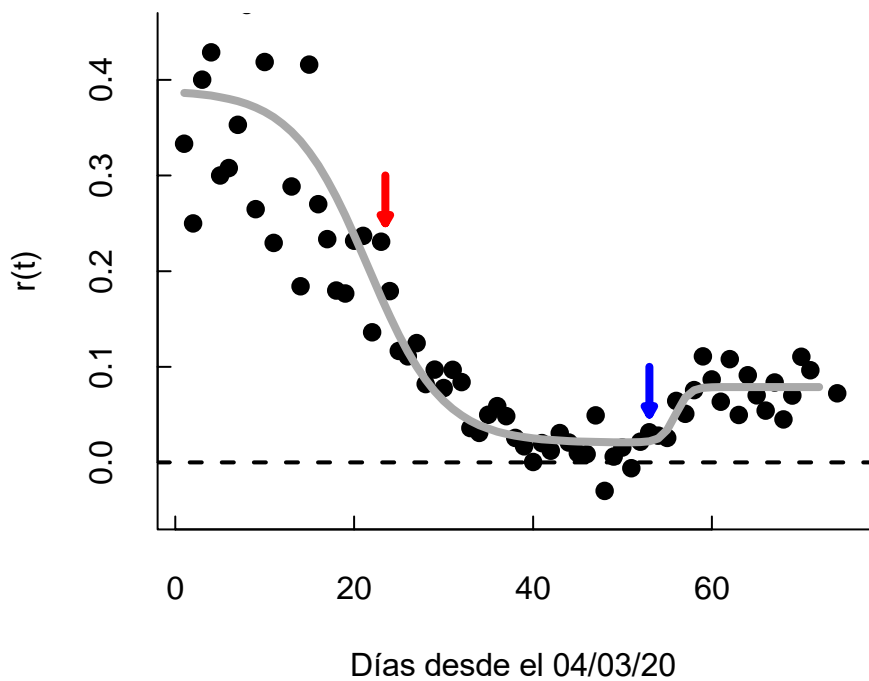


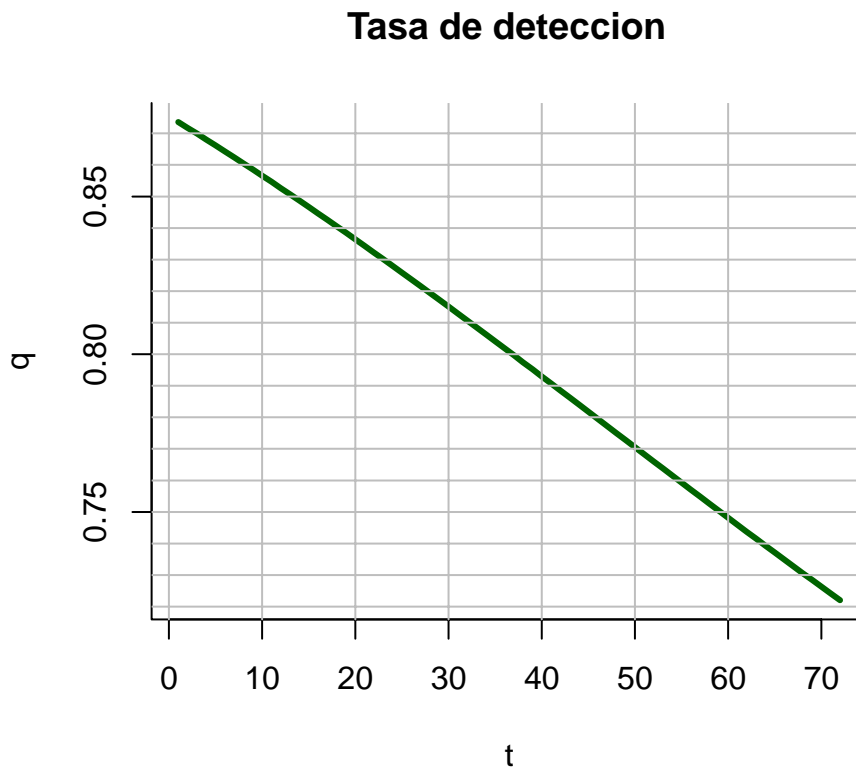
Tabla 1. Parametros estimados de las funciones logisticas de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos a nivel nacional.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	$\Pr(> t)$
r_0	0.38	0.05	8.16	1.55×10^{-11}
r_{\min}	0.01	0.01	0.78	0.44
r_2	0.069	0.03	2.21	0.03
θ	0.24	0.10	2.29	0.03
θ_2	1.31	6.05	0.22	0.83
t_b	21.52	2.05	10.52	1.15×10^{-15}
t_2	55.92	4.05	13.81	$< 2 \times 10^{-16}$

El otro aspecto importante a considerar es como han cambiado las tasa de detección, dada la gran cantidad de infectados asintomaticos (18% al 35%) y los los problemas de detección cuando comienza la epidemia. Por ejemplo, durante el brote de covid19 en Corea del Sur las autoridades recién comezaron a realizar los tests 10 días despues de iniciada la epidemia y recién al mes del inicio se comenzó la campaña de tests masivos (Normile 2020). Por lo tanto, lo esperable es que la tasa de detección haya sido una función positiva del tiempo (Turchin 2020). Para la epidemia en Chile, la hipotesis más plausible es el proceso inverso, al principio de la epidemia la deteccion fue alta, ya que los casos eran pocos y las autoridades estaban alertas a la llegada de casos. Sin embargo, a medida que la epidemia se desarrolló, la tasa de detección habría ido disminuyendo por saturación del número de tests. A modo de ejemplo, Canals et al. (2020) estiman una función de subreporte tipo logistica y con un valor actual cercano al 40%, o sea un valor de detección de casos cercano al 60%. En este mismo sentido, el MINSAL reportó por primera vez el porcentaje de infectados activos sin sintomas y ronda en un 20% del total de casos nuevos reportados (<https://www.minsal.cl/nuevo-coronavirus-2019-ncov/casos-confirmados-en-chile-covid-19/>).

TASA DE DETECCIÓN DECLINA EN EL TIEMPO

Figura 2. Dependencia temporal estimada en la tasa de detección de infectados (q_t) utilizando la ecuación 6.



RESULTADOS

Tabla 2. Lista de parámetros

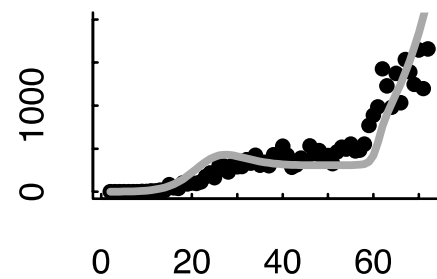
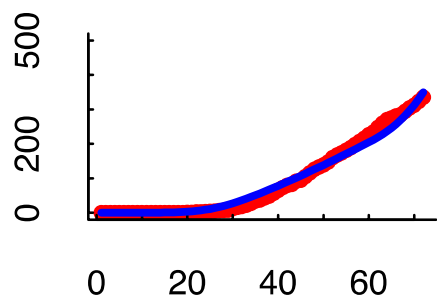
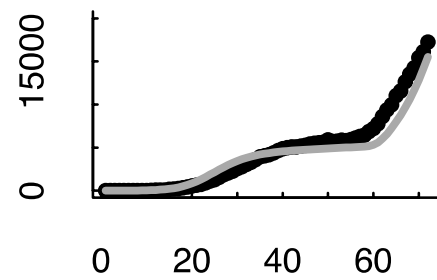
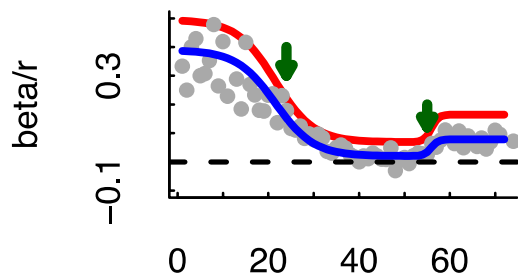
Parametro	Valor	Descripción
N	19500000	Poblacion total = 19.5 millones Chile
I_0	2	Numero inicial de infectados
β_0	0.46	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_0)
β_1	0.0345	Tasa de transmisión minima

beta2	0.13	Tasa de transmisión actual
theta	0.236	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
theta2	1.31	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_fecha	21.53	Día en el cual la curva logística para b_t cambia
b_fecha2	55.92	Día en el cual la curva logística para b_t cambia 2
g	0.041	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0009	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.70	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_fecha	48	Día en el cual la curva logística para q_t cambia

Tabla 3. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Chile.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.919
Muertes totales	0.985
Nuevos Casos	0.763
Muertes Diarias	0.518
Casos totales	0.970
Recuperados	0.929
Promedio	0.847

Figura 3. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Chile, período 4 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



Días desde el 04/03/20

Días desde el 04/03/20

CONCLUSIONES GENERALES

Las predicciones del modelo para la dinámica observada de las seis series de tiempo es muy buena (Tabla 3). Como ya se ha mostrado, las medidas de mitigación implantadas en la 3 semana de marzo fueron capaces de enlentecer la tasa de crecimiento exponencial diaria de la epidemia a través de lograr bajar la tasa de transmisión del virus (Figura 1), tal como lo sugiere el ajuste del modelo de la ecuación 6. De hecho, se ha demostrado como

dinámicas epidémicas tempranas que siguen un patrón de crecimiento sub-exponencial muestran un número reproductivo básico (R_0) que declina de asintóticamente a 1 (Chowell et al. 2016). Este aspecto es capturado por el cambio de pendiente en el número de nuevos infectados por día que se observa alrededor del día 23 de comenzada la epidemia (Figura 3). Este resultado sería consecuencia de las medidas de mitigación que redujeron el número de contactos diarios de las personas y los cambios asociados con el uso de mascarilla y lavado de manos que reducen la probabilidad de infección. Ambos procesos tienen consecuencias sobre la transmisión y por lo tanto sobre el crecimiento exponencial diario. **Al día 70 claramente se distinguen tres fases en la dinámica de la transmisión, infectados activos y los nuevos casos por día.** Una primera fase de crecimiento acelerado, una segunda fase entre los días 25 y 50 cuando el crecimiento diario y la transmisión fueron contenidas, y **una nueva fase expansiva desde el día 55 hasta ahora con un incremento en las tasas de crecimiento diario (transmisión).** Por lo tanto, es clave poder determinar los procesos responsables de este cambio y la escala espacial a la cual se están desarrollando (nivel comuna, municipio, ciudad y región).

ANÁLISIS A NIVEL REGIONAL

1. REGIÓN DE TARAPACA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 4. Parámetros estimados de la función logística de la ecuación 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del número de infectados activos en la Región de Tarapacá.

Parámetros	estimador	Error estándar	valor de t	$\Pr(> t)$
r_0	0.56	4.11	0.14	0.89
r_{\min}	0.09	0.02	4.61	3.46×10^{-5}
θ	0.21	0.44	0.48	0.63
t_b	-2.22	64.39	-0.035	0.97

b) Resultados

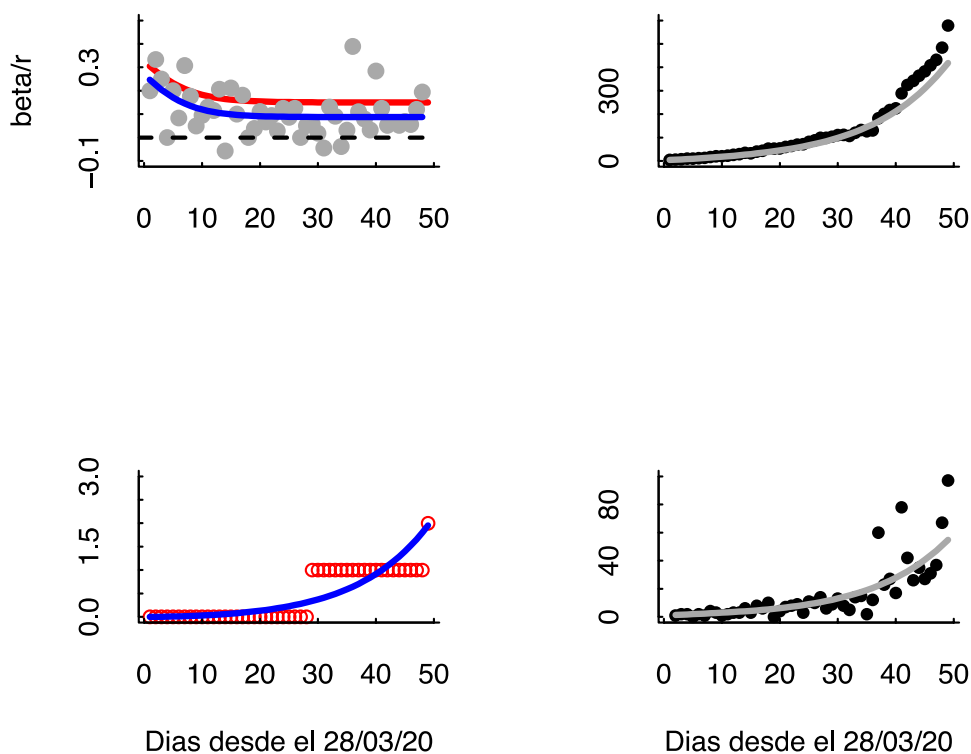
Tabla 5. Lista de parámetros Tarapacá

Parametro	Valor	Descripción
N	286.000	Poblacion total = 286.00 Tarapaca
I_0	5	Numero inicial de infectados
β_0	0.61	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_0)
β_{a1}	0.15	Tasa de transmisión minima
θ	0.21	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_{fecha}	-2.22	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia
g	0.06	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0003	Tasa de mortalidad de infectados
q_1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q_2	0.55	Tasa final de detección de infectados
θ_q	0.03	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_{fecha}	40	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 6. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Tarapaca.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.921
Muertes totales	0.675
Nuevos Casos	0.660
Muertes Diarias	0.066
Casos totales	0.993
Recuperados	0.608
Promedio	0.654

Figura 4. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Tarapacá, período 28 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Dinamica en crecimiento, comenzo casi un mes despues que en la zona central pero se ve una fase temprana de crecimiento, tasa de crecimiento diario relativamente alta, pero con mucha variabilidad, probablemente relacionada con el bajo numero de poblacion de la region. Pero en fase expansiva temprana.

2. REGION DE ANTOFAGASTA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 7. Parametros estimados de las función logística de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Antofagasta.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r_o	0.35	0.07	4.97	7.38×10^{-6}
r_{min}	0.07	0.02	4.17	0.0001
θ	0.37	0.25	1.51	0.14
t_b	5	---	---	---

b) Resultados

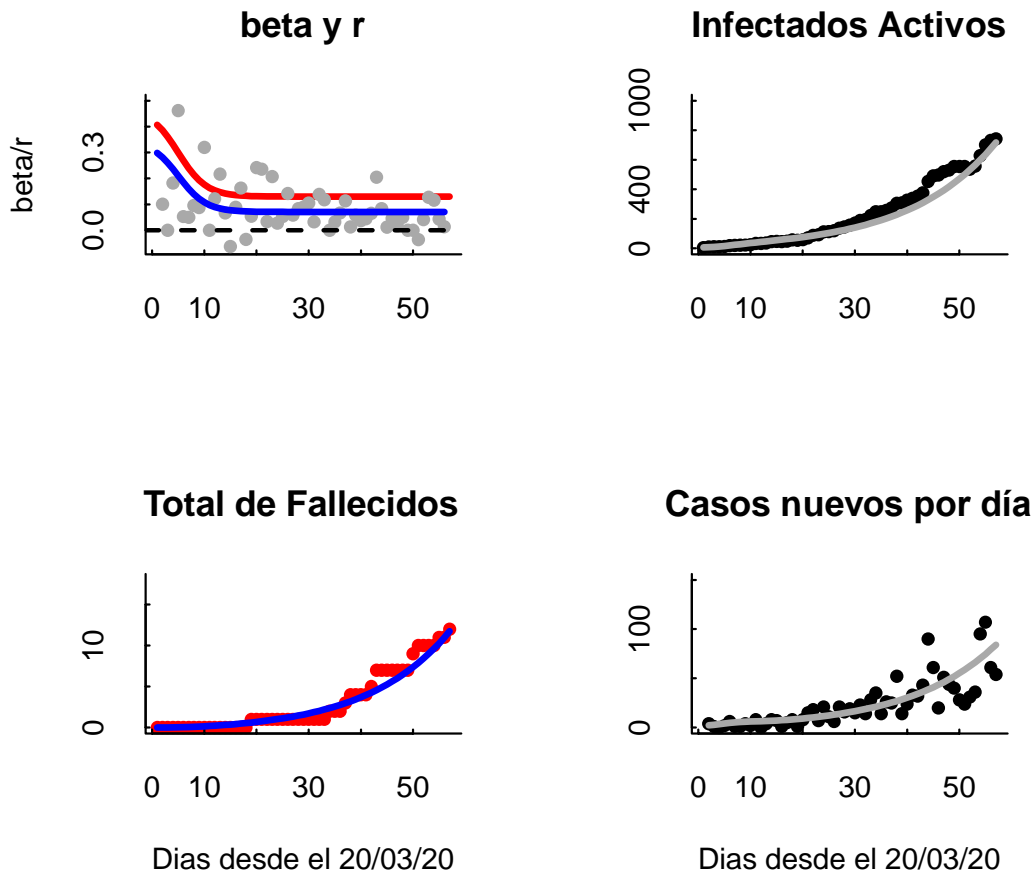
Tabla 8. Lista de parámetros Antofagasta

Parametro	Valor	Descripción
N	610.000	Poblacion total = 610.00 Antofagasta
I_o	6	Numero inicial de infectados
β_o	0.47	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_o)
β_{a1}	0.13	Tasa de transmisión minima
θ	0.37	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_fecha	5	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia
g	0.064	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0009	Tasa de mortalidad de infectados
q_1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q_2	0.7	Tasa final de detección de infectados
θ_q	0.03	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_fecha	40	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 9. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Antofagasta.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.940
Muertes totales	0.953
Nuevos Casos	0.616
Muertes Diarias	0.124
Casos totales	0.992
Recuperados	0.888
Promedio	0.752

Figura 5. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Antofagasta, período 20 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Dinamica en crecimiento similar a la de Tarapaca, tasa de transmisión declina rapidamente pero se estabiliza y la tasa de crecimiento exponencial diaria sobre o, proceso de expansion epidemico .

3. REGION DE VALPARAISO

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 10. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Valparaíso.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r_0	0.28	0.04	7.97	2.11×10^{-10}
r_{min}	-0.02	0.05	-0.41	0.68
r_2	0.45	---	---	---
θ	0.56	0.29	1.90	0.06
θ_2	0.06	0.06	0.97	0.34
t_b	11.83	0.97	12.17	$< 2 \times 10^{-16}$
t_2	65.97	7.49	8.81	1.12×10^{-11}

b) Resultados

Tabla 11. Lista de parámetros Valparaíso

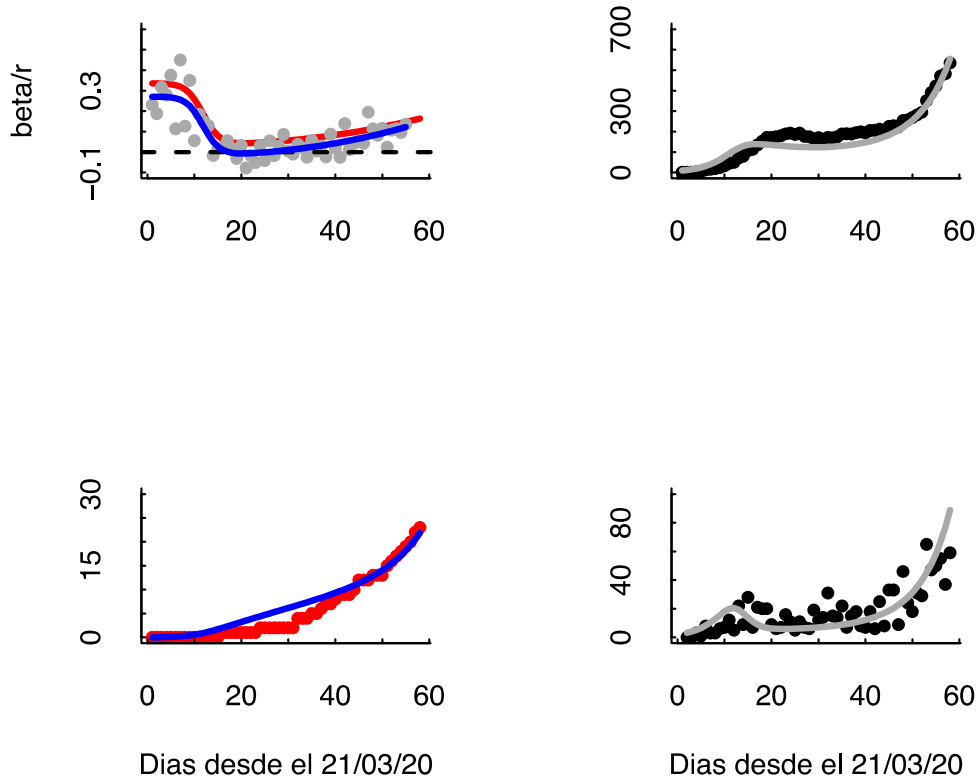
Parametro	Valor	Descripción
N	1.815.900	Poblacion total =1.815.900 Valparaíso
I_0	10	Numero inicial de infectados
β_{00}	0.32	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_0)
β_{01}	0.0085	Tasa de transmisión minima
β_{02}	0.39	Tasa de transmisión actual
θ_{01}	0.556	Pendiente de curvatura de la logística para β_t
θ_{02}	0.060	Pendiente de curvatura de la logística para β_t
b_{fecha}	11.82	Día en el cual la curva logistica para β_t cambia
b_{fecha2}	65.97	Día en el cual la curva logistica para β_t cambia 2

g	0.06	Tasa de recuperación de infectados
d	0.002	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.60	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.05	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_fecha	40	Día en el cual la curva logística para q_t cambia

Tabla 12. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Valparaíso.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.886
Muertes totales	0.914
Nuevos Casos	0.442
Muertes Diarias	0.303
Casos totales	0.962
Recuperados	0.920
Promedio	0.738

Figura 6. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Valparaíso, período 21 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Dinamica en tres fases muy similar a la dinamica del pais y la Region metropolitana. Tasa de transmisión con rebrote claro alrededor del día 40.

4. REGION METROPOLITANA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 13. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region Metropolitana.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r_0	0.42	0.05	8.33	6.70×10^{-12}
r_{min}	0.02	0.01	1.46	0.15
r_2	0.07	0.05	2.00	0.05
θ	0.31	0.16	1.91	0.06
θ_2	3.11	43.29	0.072	0.94
t_b	18	---	---	---
t_2	55	---	---	---

b) Resultados

Tabla 14. Lista de parámetros Metropolitana

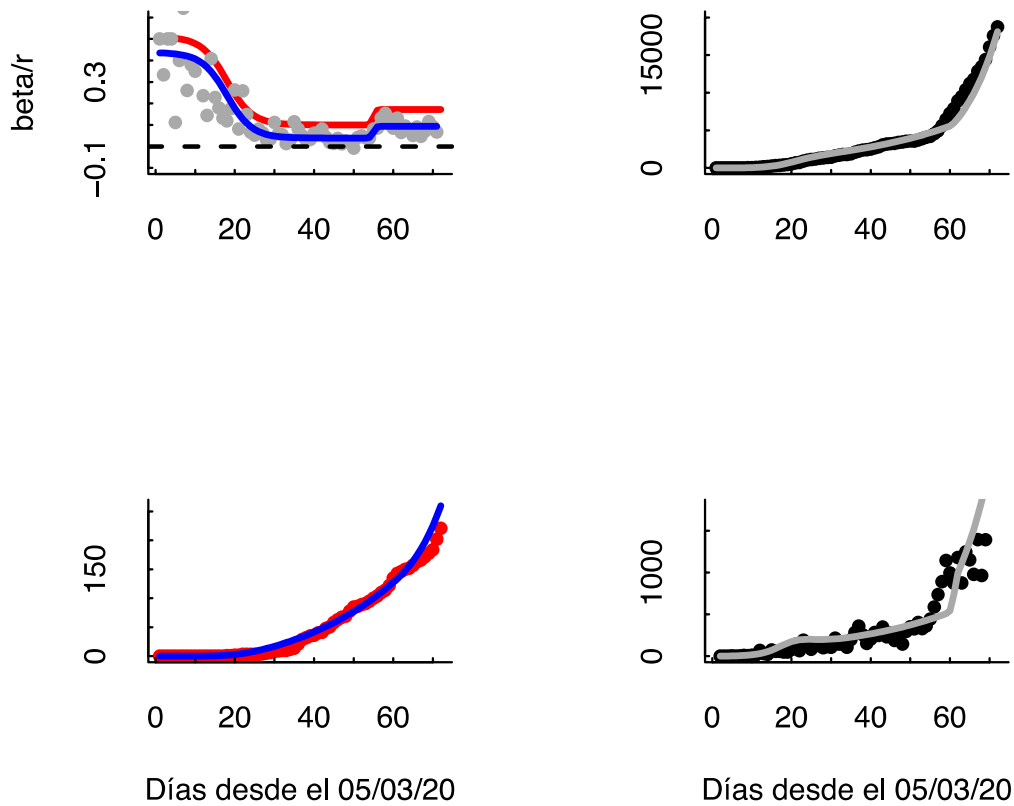
Parametro	Valor	Descripción
N	7.040.000	Poblacion total =7.040.000 RM
I_0	2	Numero inicial de infectados
β_0	0.46	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_0)
β_1	0.05	Tasa de transmisión minima
β_2	0.122	Tasa de transmisión actual
θ_1	0.31	Pendiente de curvatura de la logística para β_t
θ_2	3.11	Pendiente de curvatura de la logística para β_t
b_{fecha}	18	Día en el cual la curva logistica para β_t cambia

b_fecha2	55	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia 2
g	0.063	Tasa de recuperación de infectados
d	0.00092	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.7	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.01	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_fecha	45	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 15. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en RM.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.968
Muertes totales	0.970
Nuevos Casos	0.830
Muertes Diarias	0.500
Casos totales	0.964
Recuperados	0.635
Promedio	0.809

Figura 7. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para RM, período 5 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Patrón similar a Chile obviamente por el peso demográfico de la región metropolitana, con incremento en la transmisión durante las últimas semanas.

5. REGION DE MAULE

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 16. Parametros estimados de las función logística de la ecuación 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del número de infectados activos en la Region de Maule.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r_o	0.16	0.03	4.83	8.58×10^{-6}
r_{min}	0.025	0.03	0.96	0.34
θ	1.75	6.15	0.28	0.77
t_b	27.32	2.33	11.75	$< 2 \times 10^{-16}$

b) Resultados

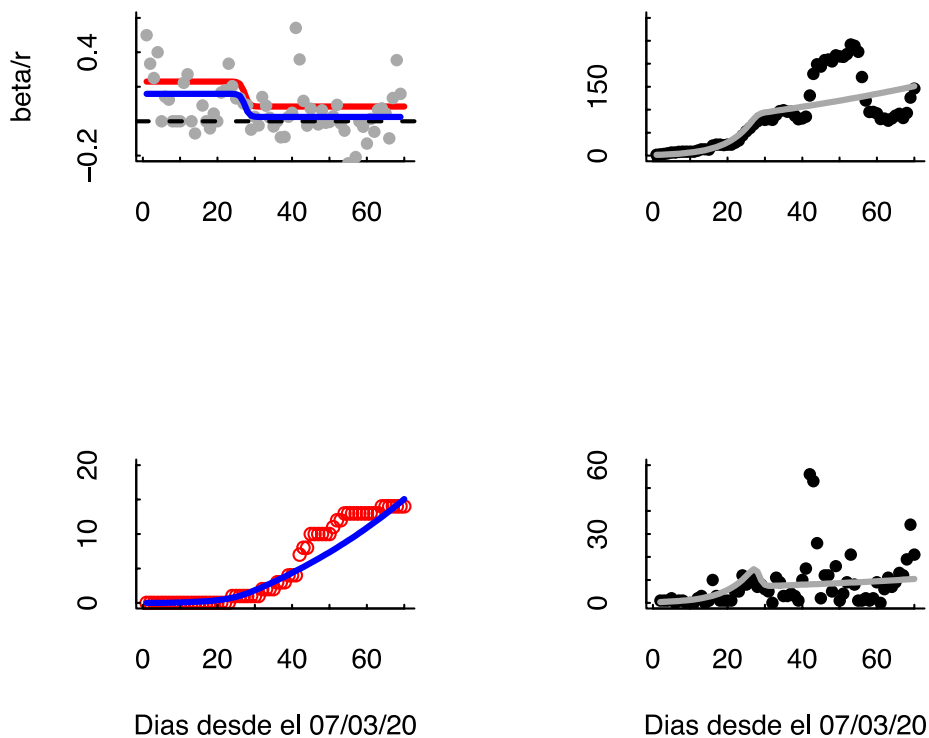
Tabla 17. Lista de parámetros Maule

Parametro	Valor	Descripción
N	1.050.000	Poblacion total = 1.050.000 Maule
I_o	2	Numero inicial de infectados
β_o	0.23	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_o)
β_{a1}	0.085	Tasa de transmisión minima
θ	1.75	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_{fecha}	27.32	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia
g	0.066	Tasa de recuperación de infectados
d	0.002	Tasa de mortalidad de infectados
q_1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q_2	0.5	Tasa final de detección de infectados
θ_q	0.03	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_{fecha}	45	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 18. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Maule.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.547
Muertes totales	0.898
Nuevos Casos	0.119
Muertes Diarias	0.020
Casos totales	0.962
Recuperados	0.903
Promedio	0.575

Figura 8. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Maule, período 07 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Tasa de crecimiento diaria de los infectados activos muy variable, denotando el mismo proceso en la transmisión, valores maximos mas bajos de transmisión que en otras regiones, no se puede observar una dinamica clara en este parametro.

6. REGION DE ÑUBLE

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 19. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Ñuble.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r_o	0.65	---	---	---
r_{min}	-0.03	0.02	-1.43	0.15
θ	0.16	0.05	3.32	0.002
t_b	2.49	1.63	1.53	0.13

b) Resultados

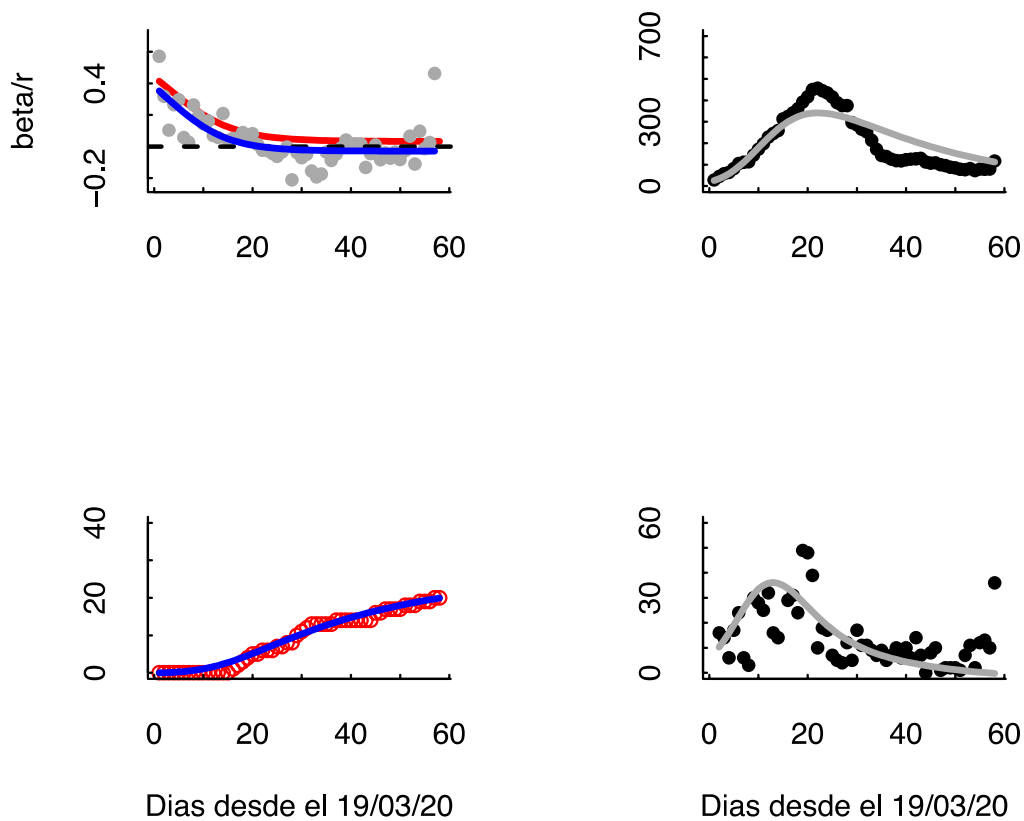
Tabla 20. Lista de parámetros Ñuble

Parametro	Valor	Descripción
N	480.000	Poblacion total = 480.000 Ñuble
I_o	22	Numero inicial de infectados
β_o	0.72	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_o)
β_{a1}	0.033	Tasa de transmisión minima
θ	0.15	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_fecha	2.49	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia
g	0.064	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0013	Tasa de mortalidad de infectados
q_1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q_2	0.5	Tasa final de detección de infectados
θ_q	0.03	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_fecha	45	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 21. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Ñuble.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.729
Muertes totales	0.977
Nuevos Casos	0.303
Muertes Diarias	0.121
Casos totales	0.962
Recuperados	0.940
Promedio	0.672

Figura 9. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Ñuble, período 19 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Dinamica en decrecimiento de casos de infectados activos, se observa en la dinamica de la tasa de crecimiento exponencial, muchos puntos debajo de la linea punteada de 0 y casos nuevos por dia declinando.

7. REGIÓN DE BIO-BIO

Tabla 22. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Bio-Bio.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	$\Pr(> t)$
r_o	0.66	0.35	1.91	0.06
r_{min}	-0.02	0.009	-2.36	0.02

r_2	0.11	0.02	4.53	3.57×10^{-5}
θ	0.18	0.07	2.48	0.017
θ_2	5.00	---	---	---
t_b	5.55	6.02	0.92	0.36
t_2	47.02	0.44	106.96	$< 2 \times 10^{-16}$

a) Resultados

Tabla 23. Lista de parámetros Bio-Bio

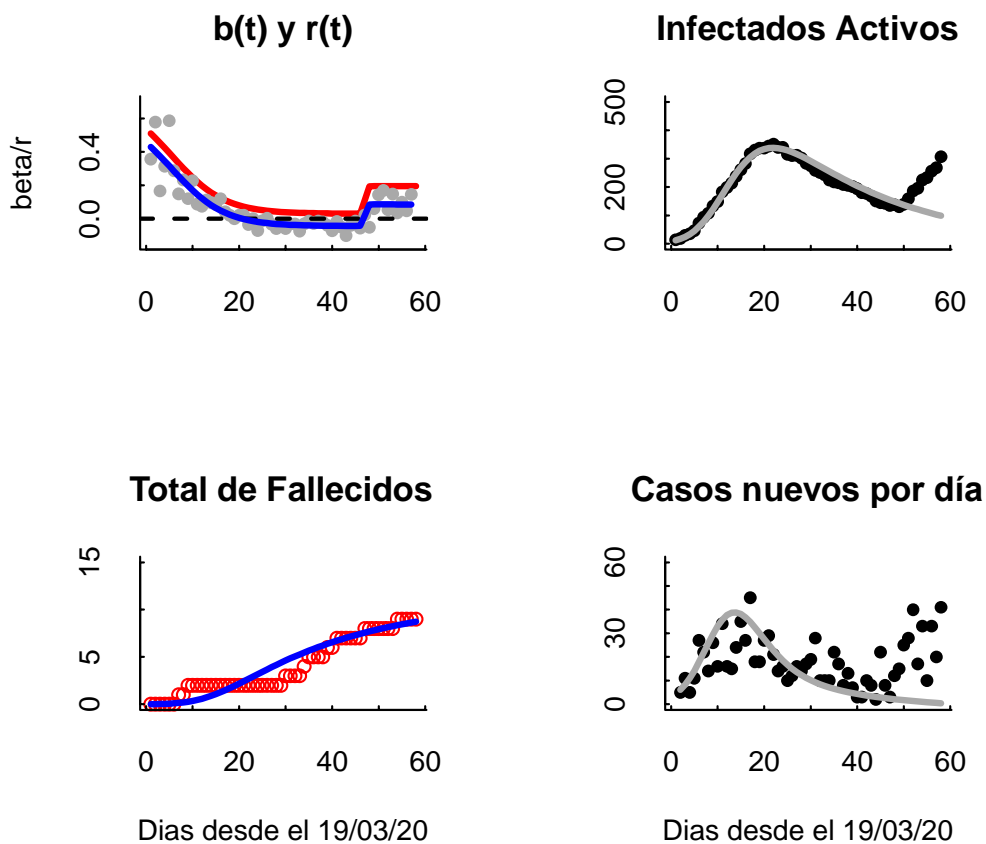
Parametro	Valor	Descripción
N	2.114.000	Poblacion total =2.114.000 Bio-Bio
I_0	14	Numero inicial de infectados
β_{00}	0.71	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_0)
β_{01}	0.015	Tasa de transmisión minima
β_{02}	0.18	Tasa de transmisión actual
θ_{01}	0.18	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
θ_{02}	5	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_{fecha}	5.55	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia

b_fecha2	47.02	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia 2
g	0.066	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0006	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.5	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_fecha	45	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 12. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Bio-Bio.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.677
Muertes totales	0.874
Nuevos Casos	-0.932
Muertes Diarias	-0.057
Casos totales	0.888
Recuperados	0.932
Promedio	0.397

Figura 10. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Bio-Bio, período 19 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



b) Conclusiones

Dinamica en con fuerte rebrote en la tasa de transmision y crecimiento exponencial, que el modelo SIRD no logra capturar entre los dias 40-50 de comenzada la epidemia en la region Bio-Bio.

8. REGION DE LA ARAUCANIA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 13. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Araucania.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r_o	0.82	0.22	3.64	0.0006
r_{min}	-0.02	0.02	-1.38	0.17
θ	0.22	0.06	3.43	0.001
t_b	7.36	2.93	2.51	0.015

b) Resultados

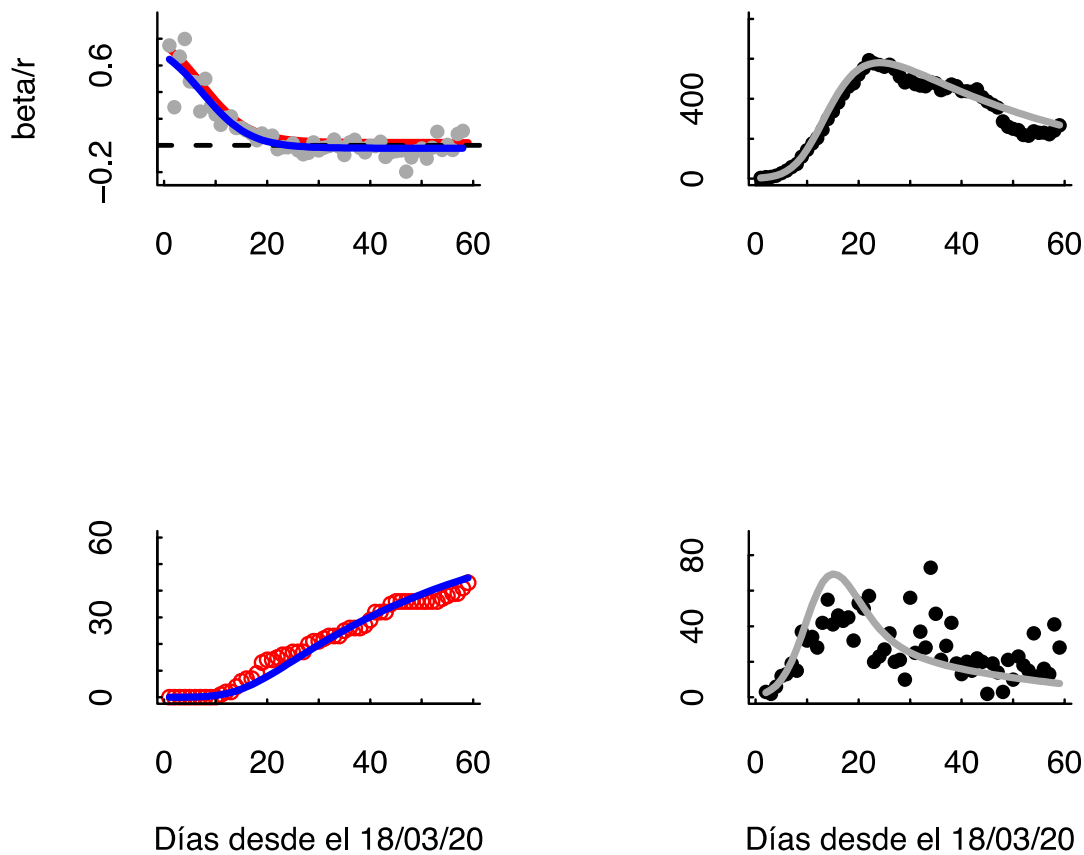
Tabla 14. Lista de parámetros Araucania

Parametro	Valor	Descripción
N	870.000	Poblacion total = 870.000 Araucania
I_o	4	Numero inicial de infectados
β_o	0.91	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_o)
β_{a1}	0.021	Tasa de transmisión minima
θ	0.217	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_{fecha}	7.36	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia
g	0.063	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0018	Tasa de mortalidad de infectados
q_1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q_2	0.6	Tasa final de detección de infectados
θ_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_{fecha}	45	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 15. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en la Araucania.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.935
Muertes totales	0.963
Nuevos Casos	-0.052
Muertes Diarias	0.051
Casos totales	0.897
Recuperados	0.904
Promedio	0.616

Figura 11. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Araucanía, período 18 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Tasa de crecimiento exponencial cerca de o negativa, sugiere bajas tasas de transmisión luego de los primeros días donde las tasas fueron muy altas, buen ajuste del modelo de logístico con el tiempo y una tendencia a disminuir en los casos activos y los casos nuevos por día

9. REGIÓN DE LOS LAGOS

Tabla 16. Parametros estimados de la función logística de la ecuación 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del número de infectados activos en la Region de Los Lagos.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	$Pr(> t)$
------------	-----------	----------------	------------	------------

r_0	0.27	0.04	7.56	1.17×10^{-9}
r_{\min}	-0.003	0.02	-0.19	0.85
r_2	0.15	0.06	2.26	0.03
θ	0.61	0.33	1.83	0.07
θ_2	0.15	0.15	1.05	0.31
t_b	11.68	1.00	11.62	2.20×10^{-15}
t_2	45	---	---	---

a) Resultados

Tabla 17. Lista de parámetros Los Lagos

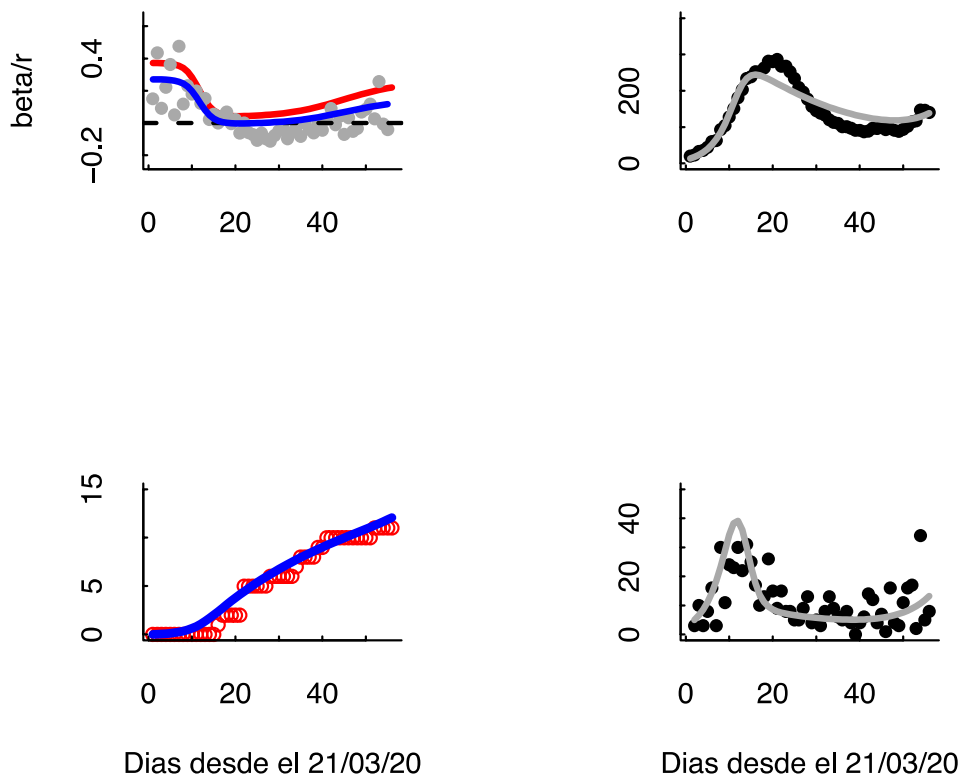
Parametro	Valor	Descripción
N	830.000	Poblacion total = 830.000 Los Lagos
I_0	15	Numero inicial de infectados
β_0	0.355	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_0)
β_1	0.0175	Tasa de transmisión minima
β_2	0.24	Tasa de transmisión actual
θ	0.607	Pendiente de curvatura de la logística para β_t
θ_2	0.146	Pendiente de curvatura de la logística para β_t

b_fecha	11.68	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia
b_fecha2	45	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia 2
g	0.063	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0013	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.7	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_fecha	40	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 18. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Los Lagos.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.839
Muertes totales	0.957
Nuevos Casos	0.243
Muertes Diarias	0.053
Casos totales	0.955
Recuperados	0.934
Promedio	0.663

Figura 12. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para la región de Los Lagos, período 21 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



b) Conclusiones

Dinamica con señales de un rebrote en la ultima semana, se nota en el incremento de la tasa de crecimiento exponencial diaria, los infectados activos y los casos nuevos por dia. Situación preocupante luego de un periodo de 20 días con crecimiento negativo de los infectados activos, la epidemia se re-activa en la región.

10. REGIÓN DE MAGALLANES

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos r_t

Tabla 19. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Magallanes.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	$\Pr(> t)$
r_0	0.45	0.09	4.89	1.07×10^{-5}

r_{min}	-0.02	0.02	-0.87	0.39
θ	0.25	0.11	2.21	0.03
t_b	12.88	2.39	5.38	1.98×10^{-6}

b) Resultados

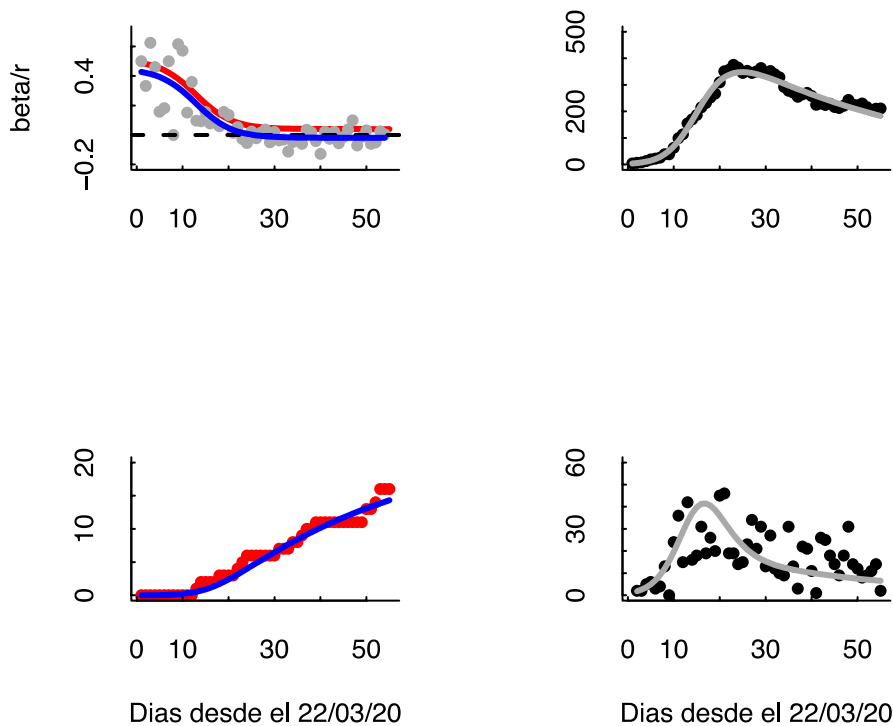
Tabla 20. Lista de parámetros Magallanes

Parametro	Valor	Descripción
N	151.000	Poblacion total = 151.000 Magallanes
I_0	4	Numero inicial de infectados
β_0	0.51	Tasa de transmisión a $t = 0$ (β_0)
β_1	0.04	Tasa de transmisión minima
θ	0.252	Pendiente de curvatura de la logística para b_t
b_{fecha}	12.88	Día en el cual la curva logistica para b_t cambia
g	0.062	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0011	Tasa de mortalidad de infectados
q_1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q_2	0.8	Tasa final de detección de infectados
θ_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para q_t
q_{fecha}	35	Día en el cual la curva logistica para q_t cambia

Tabla 21. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Magallanes.

Variable	Prediccion R^2
Infectados	0.975
Muertes totales	0.966
Nuevos Casos	0.079
Muertes Diarias	0.022
Casos totales	0.948
Recuperados	0.925
Promedio	0.653

Figura 13. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t línea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t línea azul y puntos grises). Series de tiempo observadas (puntos) y predichas (líneas) por el modelo SIRD para Magallanes, período 22 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales y casos nuevos diarios.



c) Conclusiones

Tasa de crecimiento exponencial cerca de o o negativas, sugiere bajas tasas de transmisión luego de los primeros días donde las tasas fueron muy altas, buen ajuste del modelo de logístico con el tiempo y una tendencia a disminuir en los casos activos y los casos nuevos por día. Similar a lo observado en la Araucanía y Ñuble.

CONCLUSIONES FINALES

Por lo tanto se sigue confirmando la tendencia de un incremento en la tasa de crecimiento diario (y por lo tanto en la tasa de transmisión diaria). Este incremento en la tasa de crecimiento exponencial diaria de la ultima semana, es consistente con estimadores independientes de los cambios diarios en el número reproductivo básico R_0 (Canals et al. 2020). Estos dos elementos confirman lo informado con anterioridad sobre la aceleración en la tasa de crecimiento y sugiere un relajamiento en las medidas de mitigación de la población.

A nivel de regiones, se observan patrones de re brote o nuevo incremento de la tasa de crecimiento exponencial (transmisión) en varias regiones, Valparaíso, Metropolitana, Bio-Bio y Los Lagos, con el impacto que puede tener en regiones que están declinando en su número de casos nuevos e infectados activos como son la Araucanía, Ñuble y Magallanes.

Las regiones del norte (Tarapacá y Antofagasta) estarían aún en la fase de crecimiento, presentan tasas de transmisión muy variables y con una tendencia negativa en el tiempo. Pero con valores de tasa de crecimiento diaria positivas indicando que la epidemia está en fase expansiva.

Por último, las estrategias de mitigación para el manejo de una epidemia con esta capacidad de crecimiento son realmente difíciles de diseñar con precisión en la práctica. Dada la imposibilidad de tener una vacuna en el corto plazo, todo se reduce al manejo en el tiempo de la tasa de transmisión a través de medidas de mitigación y el monitoreo preciso de la dinámica de la epidemia. En la comunidad científica existe un gran consenso sobre la magnitud y el tremendo potencial de expansión que tiene la epidemia de COVID-19, y los impactos en términos de número de infectados y fallecidos en caso de no tomar medidas de mitigación y sobre todo la necesidad de estimar de manera constante su tasa de transmisión. **Ante un fenómeno de crecimiento exponencial de tal magnitud se deben implementar medidas de la misma magnitud, el incremento en la tasa de crecimiento exponencial diario durante la última semana es un claro ejemplo de este problema.** A modo de ejemplo, de la ecuación 2 podemos deducir la fracción de susceptibles que debe infectarse para que la tasa de crecimiento diaria sea 0, dado que $r_t = b(S/N) - (g+d) = 0$; $S/N = (g+d)/b$ usando los valores de b , g y d estimados para ajustar el modelo, **con las tasas de transmisión estimadas hoy día se debería infectar un aproximadamente 58% de la población para lograr la llamada inmunidad de rebaño.** Por lo tanto es muy importante lograr bajar las tasas de transmisión y esperar que las medidas de mitigación implementadas el pasado viernes se cumplan por la población.

Por su simplicidad y por la conexión con los datos, este abordaje permite utilizar la dinámica diaria de infectados activos como variable clave para inferir cambios espacio/temporales en la tasa de transmisión en tiempo real e implementar/evaluar medidas de mitigación en ausencia de datos desagregados o de la trazabilidad de los infectados.

LITERATURA CITADA

Canals Mauricio, Cristóbal Cuadrado, Andrea Canals, Karla Yohannessen, Luis A. Lefio, Maria P. Bertoglia, Carolina Nazzari, Pamela Eguiguren, Verónica Iglesias, Oscar Arteaga. 2020. Informe COVID-19 Chile al 30.04.20. Escuela de Salud Pública, Universidad de Chile. <https://www.uchile.cl/noticias/162949/informe-covid-19-chile-al-25042020>

Chowell Gerardo, Sattenspiel L., Bansal S., Viboud C. 2016. Mathematical models to characterize early epidemic growth: A review. *Physics of Life Review* 18: 66-97.

Ferguson Neil, M. et al. 2020. Impact of non-pharmaceutical interventions (NPIs) to reduce COVID-19 mortality and healthcare demand. Imperial College, London, Mar. 2020. url: <https://www.imperial.ac.uk/mrc-global-infectious-disease-analysis/covid-19/>.

Kermack, William Ogilvy and McKendrick, Anderson G. 1927. A contribution to the mathematical theory of epidemics. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character* 115.772, pp. 700-721.

Kissler, Stephen M. et al. 2020. Social distancing strategies for curbing the COVID-19 epidemic. In: *medRxiv* (Mar. 2020). doi: 10.1101/2020.03.22.20041079.

Normile, Dennis. 2020. "Coronavirus Cases Have Dropped Sharply in South Korea. What's the Secret to Its Success?" *Science | AAAS*. 17 de marzo de 2020. <https://www.sciencemag.org/news/2020/03/coronavirus-cases-have-dropped-sharply-south-korea-whats-secret-its-success>.

Turchin, Peter. 2020. Analyzing Covid-19 Data with SIRD Models. Complexity Science Hub Vienna and University of Connecticut. March 23, 2020. <https://github.com/pturchin/CSH-Covid-19-Project>