ANALISIS DE LA EPIDEMIA DE COVID-19 EN CHILE (día 80) Mauricio Lima CAPES-FCB-UC

La idea de este análisis preliminar es utilizar un modelo SIRD (Susceptible-Infectado-Recuperado-Muerto) básico en tiempo discreto con el fin de establecer algunos elementos básicos del desarrollo de la epidemia de Covid19 en Chile. El punto de partida es un modelo discreto utilizado para analizar la dinámica epidémica de COVID19 en Corea del Sur, China e Italia (Turchin 2020, https://github.com/pturchin/CSH-Covid-19-Project), y que si bien dada su simpleza tiene limitaciones puede servir como punto de partida para determinar algunos procesos importantes que están ocurriendo en tiempo real, estimar la magnitud de la transmisión, y como las políticas de mitigación (distanciamiento social y cuarentena) podrían haber modificado la transmisión y tratar de deducir los cambios en la tasa de detección de la enfermedad a medida que avanza el numero de infectados. En particular, es necesario destacar que los modelos SIR/SIRD tiene casi cien años de tradición (Kermack & McKendrick 1927) y por lo tanto son una herramienta fundamental para deducir e implementar políticas de manejo de brotes epidémicos. Sobre todo, en el caso de COVID-19 ante la ausencia de inmunización, se hace necesario implementar medidas de mitigación de la epidemia, que implica poder disminuir el "peak" de infectados ("aplanar la curva"), y en consecuencia la cantidad máxima de individuos infectados en un determinado momento. En términos simples esto se logra a través de medidas que reduzcan la tasa de transmisión, como el distanciamiento social y las cuarentenas, y que durante un tiempo limitado limiten los contactos entre infectados y susceptibles (Ferguson et al. 2020, Kissler et al. 2020).

MODELO BASICO

t = tiempo en días, S_t = número de susceptibles I_t = número de infectados R_t = número de recuperados D_t = número de muertos N = S + I + R + D, población total constante

ECUACIONES

$$S_{t+1} = S_t - \frac{b \cdot S_t \cdot I_t}{N}$$
 (1)

$$I_{t+1} = I_t + \frac{b \cdot S_t \cdot I_t}{N} - g \cdot I_t - d \cdot I_t$$
 (2)

$$R_{t+1} = R_t + g \cdot I_t \quad (3)$$

$$D_{t+1} = D_t + d \cdot I_t \tag{4}$$

Parámetros

b = coeficiente de transmisión entre I y S

q = tasa de recuperación de I

d =tasa de mortalidad de I

LA DINÁMICA DEL COEFICIENTE DE TRANSMISION DURANTE LOS 75 DÍAS DE LA EPIDEMIA DE COVID19 EN CHILE.

Un parámetro fundamental en la dinámica de una epidemia es la tasa o coeficiente de transmisión b, esta tasa describe la dinámica del proceso infectivo cómo y con que eficiencia se transmite un patógeno (virus, bacteria) desde un individuo infectado a un individuo susceptible. La tasa de transmisión esta determinada básicamente por dos procesos, la probabilidad de infectarse luego de un contacto entre un individuo susceptible e infectado, y el número de contactos entre individuos por unidad de tiempo. Ambos procesos están influenciados por muchos factores y pueden ser modificados en el tiempo a medida que avanza una epidemia, ya sea por factores climáticos, comportamiento social, densidad de la población hospedero, y otros factores. En particular, la implementación de medidas de mitigación (distanciamiento social, cuarentenas, cierre de comunas), debería producir cambios importantes en el numero de contactos por día, mientras que las medidas de higiene y protección (uso de mascarillas, lavado de manos, etc) debería afectar a la probabilidad de infectarse al estar en contacto con una persona infectada. Es de esperar que este tipo de cambios en las conductas individuales produzcan cambios en la tasa de transmisión a medida que se desarrolla la epidemia.

Una manera simple de modelar este efecto es utilizando una ecuación logística (Turchin 2020), donde la transmisión se reduce en el tiempo hasta alcanzar un valor mínimo de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$b_t = b_{min} + (b_0 - b_{min}) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta \cdot (t - t_h))]} \right\}$$
 (5)

Donde b_0 es la transmisión inicial de la epidemia y b_{min} la transmisión mínima asintótica, t_b es el momento en días de la intervención y theta regula la pendiente de cambio de la curva logística. Una alternativa es incorporar cambios en el tiempo en la tasa de transmisión asociados con modificaciones en las medidas de mitigación. Por ejemplo, incluyendo otra función logística a la ecuación 5 con un nuevo valor de b_2 que puede ser mayor o menor a b_{min} dependiendo de los cambios en las conductas individuales o por ejemplo en la estacionalidad por la llegada del invierno.

$$b_{t} = b_{min} + (b_{0} - b_{min}) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta \cdot (t - t_{b}))]} \right\} + b_{2} + (b_{min} - b_{2}) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta_{2} \cdot (t - t_{2}))]} \right\}$$
(6),

Donde b_2 es la nueva tasa de transmisión, theta2 regula la pendiente de cambio en la curva logística y t_2 es el momento que ocurre dicho cambio.

Además, como se sabe que muchos de los infectados son asintomáticos o tienen síntomas leves, los datos oficiales de infectados podrían subestiman I, por lo tanto, el número de infectados observados $I_t^* = qI_t$, donde q es la probabilidad que un individuo infectado sea detectado como tal, de la misma manera los recuperados siguen la misma lógica, $R_t^* = qR_t$.

Similar a la tasa de transmisión, se puede modelar cambios en la tasa de detección en el tiempo, en el caso de chile, se puede ver si la misma se incrementó o declinó durante el transcurso de la epidemia utilizando la siguiente ecuación para valores iniciales q_1 y finales de q_2 .

$$q_t = q_2 + (q_2 - q_1) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + \exp(-\theta \cdot (t - t_h))]} \right\}$$
 (7).

Otra alternativa a considerar es que los cambios en las tasas de detección sean discontinuos debido a problemas de saturación entre la capacidad de testeo y el crecimiento en el numero de infectados.

AJUSTE DEL MODELO A LOS DATOS DIARIOS DE CASOS EN CHILE

Siguiendo el mismo abordaje de Turchin (2020; https://github.com/pturchin/CSH-Covid-19-Project), se utilizaron las tres series de tiempo básicas que publica el MINSAL, el conteo diario del numero de casos confirmados C, numero de recuperados R y numero de muertos D. Con esas tres series de tiempo se pueden estimar las siguientes otras tres series de tiempo;

 $I_t = C_t - (R_t + D_t)$ Numero de infectados activos

 $DelC_t = C_{t+1} - C_t$ Número de nuevos casos

Del $D_t = D_{t+1} - D_t$ Número diario de muertes.

Estas seis series de tiempo se utilizan para tratar de entender procesos básicos en la epidemia de COVID19 en Chile, a través de minimizar una medida de ajuste de las seis series de tiempo en relación a las predicciones del modelo SIRD, a través de maximizar el coeficiente de predicción para las seis series de tiempo.

Pred R² = 1 -
$$\sum (Y - X)^2 / \sum (X - \text{media}(X))^2$$

Donde Y son las predicciones del modelo para I, R, D, C, etc, y X son los datos y la media de X su promedio. El objetivo es explorar los valores de los parametros y compararlos con el ajuste de las seis series de tiempo.

RESULTADOS

Se utilizaron los datos del MINSAL de los casos notificados desde el dia 2 de marzo de 2020 (t = 1) al 20 de mayo de 2020 (t = 80).

Lo primero es inferir de manera indirecta la dinámica temporal de la tasa de transmisión b_t , desde el inicio de la epidemia, a partir de la dinámica de los infectados activos. De manera simple y utilizando la ecuacion (2) de infectados activos y durante la fase de expansión de la epidemia cuando $S \sim N$ ($S/N \approx 1$); si se divide los dos terminos de dicha ecuación por I_t :

$$\frac{I_{t+1}-I_t}{I_t} = b - (g+d) (8),$$

La tasa de crecimiento exponencial per capita de infectados activos se puede estimar desde la serie de tiempo de infectados (I_t) como;

$$\left(\frac{I_{t+1}-I_t}{I_t}\right) (9).$$

Tal como se describe (Turchin 2020), la tasa de crecimiento exponencial durante el principio de la epidemia, cuando $S \sim N$, es $r_t = b_t - (q + d)$, donde b_t es la tasa de

transmision diaria, g la tasa de recuperación y d la mortalidad diaria de infectados. De esta ecuación se puede deducir como las medidas de distanciamiento social y autocuidado que reducen el numero de contactos diarios y la probabilidad de infectarse luego de un contacto influirían sobre b_t , mientras que la rápida detección de los infectados y su tratamiento clínico debería incrementar la tasa de recuperación g y reducir por lo tanto la tasa de crecimiento exponencial diaria.

Para evaluar los cambios diarios en la transmisión, asumiendo que los parámetros g y d (recuperación y mortalidad de infectados) no cambian durante el desarrollo de la epidemia, se utilizó la tasa de crecimiento exponencial observada diaria r_t (no el numero reproductivo R_o) del numero de infectados activos, como un estimador del comportamiento dinámico de la epidemia durante su fase de expansión.

Utilizando la serie de tiempo de infectados activos durante esta fase de expansión podemos estimar r_t diario como (($I_{t+1} - I_t$)/ I_t). Se ajustó el modelo de la ecuación 6 a los datos observados, los resultados obtenidos indican una declinación en el valor de rt a medida que avanza la epidemia y sugiere un efecto de las medidas de contención instauradas desde el 19 de marzo y luego el 30 de marzo y luego un claro rebrote entre los días 50 y 60 de la epidemia y una tasa estable de crecimiento diaria cercana al 7% (Fig. 1; Tabla 1). Se observa que la transmisión comienza con valores altos asociados a tasas de crecimiento exponencial cercanas al 39%, lo cual es cercano a lo registrado en otros paises (30%-40%). El ajuste del modelo logistico sugiere que el punto de inflección ocurrió alrededor del día 22 de comenzada la epidemia y se ajusta a las fechas de las medidas de mitigación implementadas, el estado de excepción y las cuarentenas comunales. Sin embargo, se observa claramente una tendencia positiva en la tasa de crecimiento diaria de los infectados entre los dias 49 y 59 de la epidemia. Este tendencia es consistente con lo reportado en términos de cambios en el tiempo en el número reproductivo básico (R_o) por Canals et al. (2020) en sus ultimos reportes de la Escuela de Salud Pública de la Universidad de Chile. Importante considerar que el utilizar la tasa de crecimiento diaria de infectados activos permite predecir la tendencia de la epidemia y tomar medidas más tempranas, si comparamos por ejemplo con la decisión de cuarentena en la regióm metropolitana tomada a partir del día 65 (7 de mayo).

Figura 1. Dinámica diaria de la tasa de crecimiento exponencial del numero de infectados activos (con sintomas) para el periodo 4 de marzo – 20 de mayo 2020. La linea punteada horizontal verde es el valor o, cuando el numero de infectados activos decrece (zona de declinación de la epidemia), las flechas verticales rojas el cambio en la pendiente de la curva en el día 23 asociado al inicio de las cuarentenas en algunas comunas de Santiago y regiones el pasado 26 de marzo y el inicio de la cuarentena en la región metropolitana el pasado 7 de mayo. Las líneas verticales punteadas muestran el momento del inicio del rebrote observado entre los dias 49-59 (21 de abril – 1 de mayo).

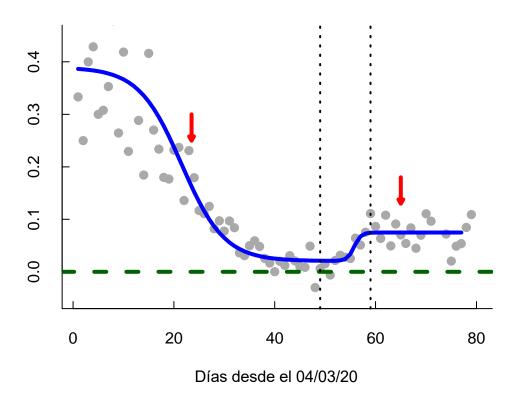


Tabla 1. Parametros estimados de las funciones logisticas de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos a nivel nacional.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)	_
------------	-----------	----------------	------------	----------	---

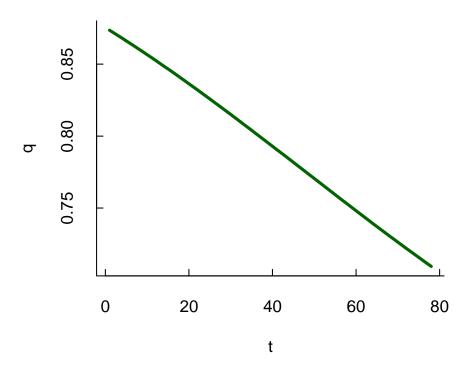
ro	0.38	0.04	8.44	2.83 X 10 ⁻¹²
r_{min}	0.01	0.01	0.81	0.42
r ₂	0.064	0.03	2.46	0.02
heta	0.24	0.10	2.37	0.02
$ heta_2$	1.48	7.44	0.20	0.84
t _b	21.52	1.98	10.87	< 2 X 10 ⁻¹⁶
t ₂	55.76	3.90	14.30	< 2 X 10 ⁻¹⁶

El otro aspecto importante a considerar es como han cambiado las tasa de detección, dada la gran cantidad de infectados asintomaticos (18% al 35%) y los los problemas de detección cuando comienza la epidemia. Por ejemplo, durante el brote de covid19 en Corea del Sur las autoridades recién comezaron a realizar los tests 10 días despues de iniciada la epidemia y recién al mes del inicio se comenzó la campaña de tests masivos (Normile 2020). Por lo tanto, lo esperable es que la tasa de detección haya sido una función positiva del tiempo (Turchin 2020). Para la epidemia en Chile, la hipotesis más plausible es el proceso inverso, al principio de la epidemia la deteccion fue alta, ya que los casos eran pocos y las autoridades estaban alertas a la llegada de casos. Sin embargo, a medida que la epidemia se desarrolló, la tasa de detección habría ido disminuyendo por saturación del número de tests. A modo de ejemplo, Canals et al. (2020) estiman una función de subreporte tipo logistica y con un valor actual cercano al 40%, o sea un valor de detección de casos cercano al 60%. En este mismo sentido, el MINSAL reportó por primera vez el porcentaje de infectados activos sin sintomas y ronda en un 20% del total de casos nuevos reportados (https://www.minsal.cl/nuevo-coronavirus-2019-ncov/casosconfirmados-en-chile-covid-19/).

TASA DE DETECCIÓN DECLINA EN EL TIEMPO

Figura 2. Dependencia temporal estimada en la tasa de detección de infectados (qt) utilizando la ecuación 6.





RESULTADOS

Tabla 2. Lista de parámetros

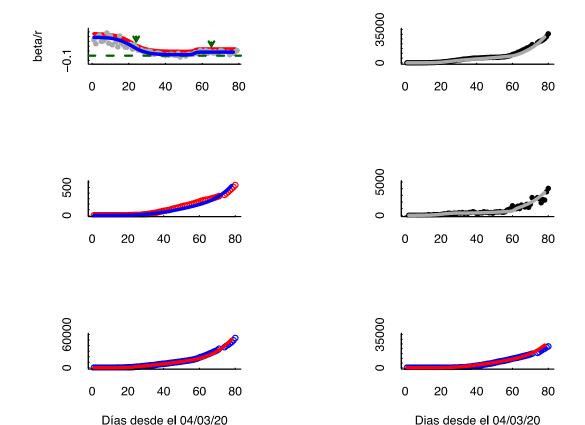
Parametro	Valor	Descripción
N	19500000	Poblacion total = 19.5 millones Chile
Io	2	Numero inicial de infectados
beta _o	0.42	Tasa de transmisión a t = o (b₀)
beta1	0.046	Tasa de transmisión minima

beta2	0.096	Tasa de transmisión actual
theta	0.236	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	1.48	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	21.52	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
b_fecha2	55.76	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia 2
g	0.06	Tasa de recuperación de infectados
d	0.00096	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.55	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para qt
q_fecha	48	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

Tabla 3. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Chile.

Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.968	
Muertes totales	0.971	
Nuevos Casos	0.928	
Muertes Diarias	0.857	
Casos totales	0.994	
Recuperados	0.993	
Promedio	0.952	

Figura 3. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Chile, período 4 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.



CONCLUSIONES GENERALES

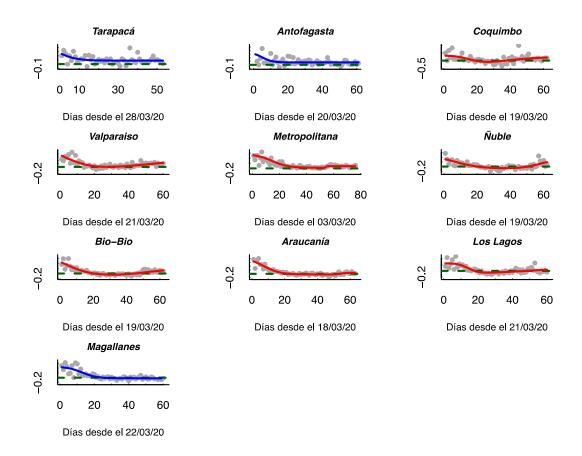
Las predicciones del modelo para la dinámica observada de las seis series de tiempo es muy buena (Tabla 3). Como ya se ha mostrado, las medidas de mitigación implantadas en la 3 semana de marzo fueron capaces de enlentecer la tasa de crecimiento exponencial diaria de la epidemia a través de lograr bajar la tasa de transmisión del virus (Figura 1), tal como lo sugiere el ajuste del modelo de la ecuación 6. De hecho, se ha demostrado como dinámicas epidemicas tempranas que siguen un patrón de crecimiento sub-exponencial muestran un número reproductivo básico (R_o) que declina de asintoticamente a 1 (Chowell et al. 2016). Este aspecto es capturado por el cambio de pendiente en el número de nuevos infectados por día que se observa alrededor del día 23 de comenzada la epidemia (Figura 3). Este resultado sería consecuencia de las medidas de mitigación que redujeron el número de contactos diarios de las personas y los cambios asociados con el uso de mascarilla y lavado de manos que reducen la probabilidad de infección. Ambos procesos tienen consecuencias sobre la transmisión y por lo tanto sobre el crecimiento exponencial diario. Al día 80 claramente se distinguen tres fases en la dinámica de la transmisión, infectados activos y los nuevos casos por dia. Una primera fase de crecimiento acelerado, una segunda fase entre los dias 25 y 50 cuando el crecimiento diaria y la transmisión fueron contenidas, y una nueva fase expansiva desde el día 55 hasta ahora con un incremento en las tasas de crecimiento diario (transmisión). Por lo

tanto, es clave poder determinar los procesos responsables de este cambio y la escala espacial a la cual se estan desarrollando (nivel comuna, municipio, ciudad y region). La fase de rebrote se detecta a partir del día 49-50 a través de las tasas de crecimiento diarias del numero de infectados activos.

ANALISIS A NIVEL REGIONAL

Analisis Regional de las tasas de crecimiento diaria de la epidemia de COVID19

Figura 4. Dinámica diaria de la tasa de crecimiento exponencial del numero de infectados activos (con sintomas) para el periodo 4 de marzo – 20 de mayo 2020. La linea punteada horizontal verde es el valor o, cuando el numero de infectados activos deja de crecer (zona de declinación de la epidemia). Siete regiones de las 10 analizadas muestran una tendencia en U con señales de rebrote (lineas rojas), mientras que solo 3 muestran una tendencia negativa (azules).



El análisis de las tasas de crecimiento muestra que de las 10 regiones analizadas 7 presentan un patrón de re-brote de las tasas de crecimiento de infectados activos en el tiempo. Lo que indica un proceso de incremento de la trasnsmisión durante las ultimas semanas. Estas regiones son de norte a sur, Coquimbo, Valparaiso, Metropolitana, Ñuble, Bio-Bio, Araucanía y Los Lagos, hecho preocupante teniendo en cuenta que en esas regiones habita el 70% de la poblacion de Chile.

1. REGION DE TARAPACA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 4. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Tarapacá.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
ro	0.62	5.00	0.125	0.901
r_{min}	0.08	0.02	4.97	8.68 x 10 ⁻⁶
θ	0.20	0.38	0.52	0.60
t _b	-3.26	71.78	-0.045	0.96

b) Resultados

Tabla 5. Lista de parámetros Tarapacá

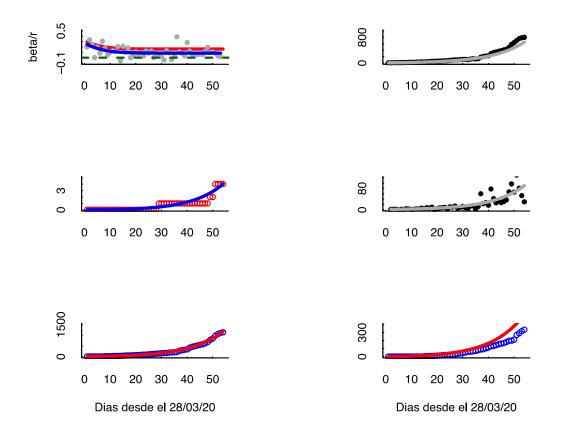
Parametro	Valor	Descripción
N	286.000	Poblacion total = 286.00 Tarapaca
Io	5	Numero inicial de infectados
beta _o	0.62	Tasa de transmisión a t = o (b _o)
beta1	0.16	Tasa de transmisión minima
theta	0.21	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	-3.26	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
g	0.07	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0004	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.55	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.03	Pendiente de curvatura de la logística para q _t
q_fecha	40	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

Tabla 6. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Tarapaca.

Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.916	
Muertes totales	0.825	

Nuevos Casos	0.637	
Muertes Diarias	0.094	
Casos totales	0.994	
Recuperados	0.417	
Promedio	0.647	

Figura 5. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Tarapacá, período 28 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.



c) Conclusiones

Dinamica en crecimiento, comenzo casi un mes despues que en la zona central pero se ve una fase temprana de crecimiento, tasa de crecimiento diario relativamente alta, pero con mucha variabilidad, probablemente relacionada con el bajo numero de poblacion de la region. Pero en fase expansiva temprana.

2. REGION DE ANTOFAGASTA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 7. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Antofagasta.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r _o	0.36	0.07	5.28	1.99 X 10 ⁻⁶
r _{min}	0.07	0.015	4.27	7.43 X 10 ⁻⁵
θ	0.34	0.21	1.67	0.099
t _b	5			

b) Resultados

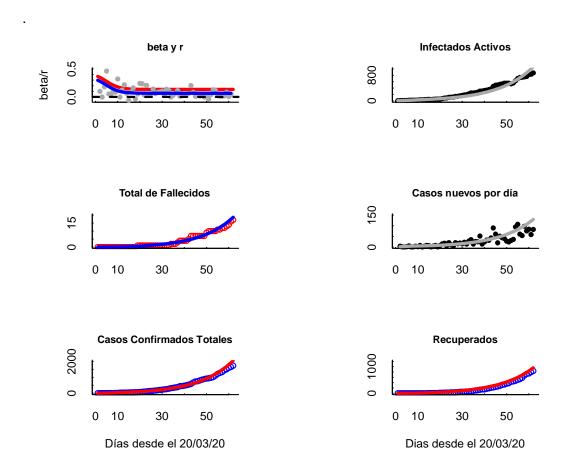
Tabla 8. Lista de parámetros Antofagasta

Parametro	Valor	Descripción
N	610.000	Poblacion total = 610.00 Antofagasta
Io	6	Numero inicial de infectados
beta _o	0.425	Tasa de transmisión a $t = o(b_0)$
beta1	0.135	Tasa de transmisión minima
theta	0.344	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	5	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
g	0.064	Tasa de recuperación de infectados
d	0.001	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.7	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.03	Pendiente de curvatura de la logística para qt
q_fecha	40	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

Tabla 9. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Antofagasta.

Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.943	
Muertes totales	0.967	
Nuevos Casos	0.535	
Muertes Diarias	0.250	
Casos totales	0.976	
Recuperados	0.950	
Promedio	0.770	

Figura 6. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Antofagasta, período 20 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.



c) Conclusiones

Dinamica en crecimiento similar a la de Tarapaca, tasa de transmisión declina rapidamente pero se estabiliza y la tasa de crecimiento exponencial diaria sobre o, proceso epidemico en fase de expansión todavia, se necesita bajar las tasas de transmisión.

3. REGION DE COQUIMBO

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 10. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Coquimbo.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
ro	0.75			
r _{min}	-0.51	0.12	-4.41	4.77 X 10 ⁻⁵
r ₂	0.75			
heta	0.17	0.06	2.76	0.006
$ heta_2$	0.091	0.04	2.37	0.024
t _b	17.05	4.56	3.74	0.0004
t ₂	23.64	8.32	2.84	0.006

b) Resultados

Tabla 11. Lista de parámetros Coquimbo

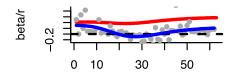
Parametro	Valor	Descripción
N		Poblacion total = Coquimbo
Io	2	Numero inicial de infectados
beta _o	0.40	Tasa de transmisión a t = o (b _o)
beta1	-0.033	Tasa de transmisión minima
beta2	0.62	Tasa de transmisión actual
theta	0.17	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	0.066	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	17.05	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
b_fecha2	23.64	Día en el cual la curva logistica para bt cambia 2

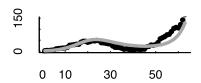
g	0.066	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0009	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.70	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.05	Pendiente de curvatura de la logística para q _t
q_fecha	40	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

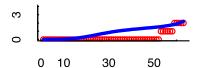
Tabla 12. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Coquimbo.

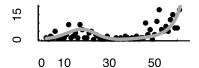
Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.699	
Muertes totales	-0.921	
Nuevos Casos	0.628	
Muertes Diarias	0.005	
Casos totales	0.878	
Recuperados	0.742	
Promedio	0.338	

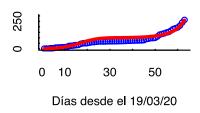
Figura 7. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Coquimbo, período 19 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.

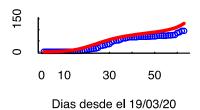












a) Conclusiones

Dinamica en tres fases muy similar a la dinamica del pais y la Region metropolitana, pero con un patrón de caida e incremento posterior del numero de infectados activos mucho más marcado. Tasa de transmisión con rebrote claro alrededor del día 50, pero que se percibe en la tasa de crecimiento entre los dias 17-27 de abril.

4. REGION DE VALPARAISO

b) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 13. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Valparaiso.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)	
ro	0.70				

r _{min}	-0.11	0.13	-0.038	0.97	
r_2	0.43				
heta	0.126	0.13	0.95	0.35	
$ heta_2$	0.04	0.76	0.05	0.96	
t_b	3.65	2.43	1.51	0.14	
t_2	47				

c) Resultados

Tabla 14. Lista de parámetros Valparaiso

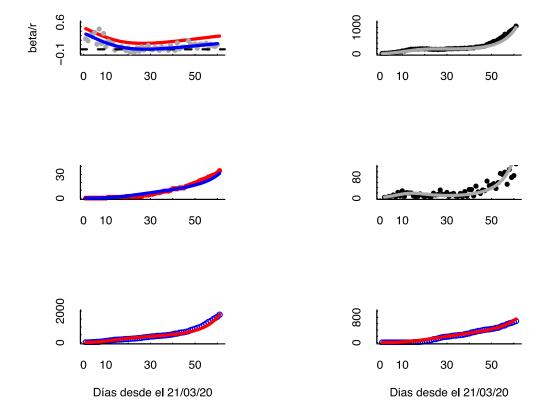
Parametro	Valor	Descripción
N	1.815.900	Poblacion total =1.815.900 Valparaiso
Io	10	Numero inicial de infectados
beta _o	0.77	Tasa de transmisión a $t = o(b_0)$
beta1	-0.065	Tasa de transmisión minima
beta2	0.61	Tasa de transmisión actual
theta	0.123	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	0.061	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	3.66	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
b_fecha2	47	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia 2
g	0.061	Tasa de recuperación de infectados

d	0.002	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.60	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.05	Pendiente de curvatura de la logística para qt
q_fecha	40	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

Tabla 15. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Valparaiso.

Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.934	
Muertes totales	0.960	
Nuevos Casos	0.684	
Muertes Diarias	0.446	
Casos totales	0.979	
Recuperados	0.984	
Promedio	0.831	

Figura 8. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Valparaiso, período 21 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.



d) Conclusiones

Dinamica en tres fases muy similar a la dinamica de las regiones con rebrote y en particular a la Region metropolitana. **Tasa de transmisión con rebrote claro alrededor del día 40 – 45, pero que ya se puede detectar en la tasa de crecimiento diaria de infectados activos entre el 19-29 de abril.**

5. REGION METROPOLITANA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 16. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region Metropolitana.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r _o	0.55			
r_{min}	0.012	0.015	0.78	0.43
r_2	0.07	0.03	2.25	0.03
heta	0.167	0.04	3.87	0.0002
$ heta_2$	2.83	20.80	0.14	0.89
t_b	14.51	2.07	7.01	1.22 X 10 ⁻⁹
t ₂	54-33	3.40	15.94	< 2 X 10 ⁻¹⁶

b) Resultados

Tabla 17. Lista de parámetros Metropolitana

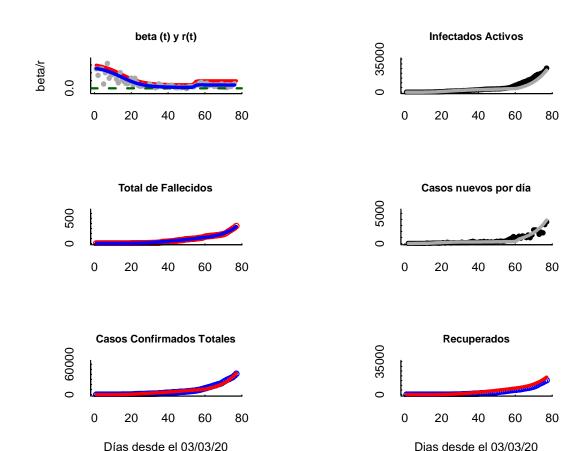
Parametro	Valor	Descripción
N	7.040.000	Poblacion total =7.040.000 RM
Io	2	Numero inicial de infectados
beta _o	0.60	Tasa de transmisión a t = o (b _o)
beta1	0.044	Tasa de transmisión minima
beta2	0.145	Tasa de transmisión actual
theta	0.167	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	2.83	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	14.51	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
b_fecha2	54.33	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia 2

g	0.066	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0009	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.5	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.01	Pendiente de curvatura de la logística para q _t
q_fecha	45	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

Tabla 18. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en RM.

Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.888	
Muertes totales	0.993	
Nuevos Casos	0.833	
Muertes Diarias	0.844	
Casos totales	0.981	
Recuperados	0.854	
Promedio	0.899	

Figura 9. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para RM, período 5 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.



c) Conclusiones

Patron similar a Chile obviamente por el peso demografico de la region metropolitana, con incremento en la transmisión durante las ultimas semanas. Cambio notorio de pendiente a partir del los días 55-60, y cambio en las tasas de crecimiento diaria de infectados activos entre el 23 de abril y el 03 de mayo.

6. REGION DE ÑUBLE

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 19. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Ñuble.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r _o	0.65			

r _{min}	-0.05	0.03	-1.83	0.073
r_2	0.35			
θ	0.11	0.04	3.24	0.002
$ heta_2$	0.18	0.08	2.33	0.02
t_b	4.64	2.33	1.96	0.05
t ₂	56.66	2.84	20.08	< 2 X 10 ⁻¹⁶

b) Resultados

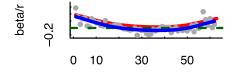
Tabla 20. Lista de parámetros Ñuble

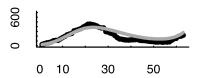
Parametro	Valor	Descripción
N	480.000	Poblacion total = 480.000 Ñuble
Io	22	Numero inicial de infectados
beta _o	0.62	Tasa de transmisión a t = o (b_0)
beta1	0.001	Tasa de transmisión minima
beta2	0.35	Tasa de transmisión actual
theta	0.113	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	0.182	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	4.64	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
b_fecha2	56.66	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia 2
g	0.065	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0013	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.5	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.03	Pendiente de curvatura de la logística para qt
q_fecha	45	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

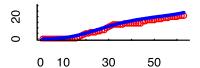
Tabla 21. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Ñuble.

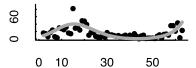
Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.737	
Muertes totales	0.942	
Nuevos Casos	0.316	
Muertes Diarias	0.120	
Casos totales	0.918	
Recuperados	0.954	
Promedio	0.664	

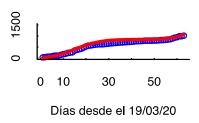
Figura 10. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Ñuble, período 19 de marzo – 15 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.

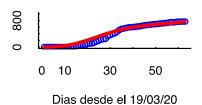












c) Conclusiones

Dinamica muy similar a la dinamica de las regiones con rebrote y en particular a la Region metropolitana. Tasa de transmisión con un incremento claro alrededor del día 55 — 65, en proceso de iniciar un rebrote y que se detecta en las tasas de crecimiento exponencial de infectados activos a partir del 12 de mayo.

7. REGIÓN DE BIO-BIO

Tabla 22. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Bio-Bio.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
r _o	0.85			
r_{min}	-0.05	0.03	-1.50	0.14

r ₂	0.22			
heta	0.13	0.03	4.80	1.21 X 10 ⁻⁵
$ heta_2$	0.12	0.04	2.67	0.01
t_b	3.50	1.57	2.22	0.03
t ₂	50.58	7.00	7.22	1.33 X 10 ⁻⁹

a) Resultados

Tabla 23. Lista de parámetros Bio-Bio

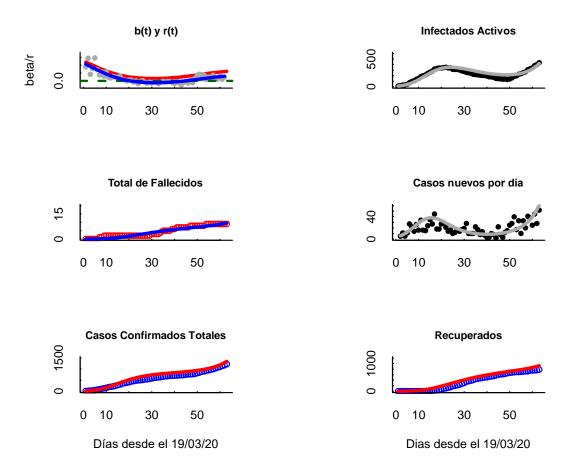
Parametro	Valor	Descripción
N	2.114.000	Poblacion total =2.114.000 Bio-Bio
Io	14	Numero inicial de infectados
beta _o	0.80	Tasa de transmisión a t = o (b _o)
beta1	0.009	Tasa de transmisión minima
beta2	0.285	Tasa de transmisión actual
theta	0.133	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	0.12	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	3.50	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia

b_fecha2	50.58	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia 2	
g	0.068	Tasa de recuperación de infectados	
d	0.0005	Tasa de mortalidad de infectados	
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados	
q2	0.5	Tasa final de detección de infectados	
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para qt	
q_fecha	45	Día en el cual la curva logistica para qt cambia	

Tabla 24. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Bio-Bio.

Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.804	
Muertes totales	0.916	
Nuevos Casos	0.266	
Muertes Diarias	-0.055	
Casos totales	0.882	
Recuperados	0.9912	
Promedio	0.621	

Figura 11. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Bio-Bio, período 19 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.



b) Conclusiones

Dinamica en con fuerte rebrote en la tasa de transmision y crecimiento exponencial, que el modelo SIRD logra capturar bien entre los dias 50-60 de comenzada la epidemia en la region Bio-Bio y que se detecta en las tasas de crecimiento de infectados activos a partir del 5-6 de mayo.

8. REGION DE LA ARAUCANIA

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 25. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Araucania.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)	
r _o	0.85				

r _{min}	-0.017	0.008	-2.07	0.049
r_2	0.063	0.04	1.66	0.10
θ	0.201	0.03	7.96	8.12 X 10 ⁻¹¹
$ heta_2$	0.758	1.66	0.46	0.65
t_b	7.33	0.65	11.35	2.97 X 10 ⁻¹⁶
t ₂	54.03	3.37	16.05	< 2 X 10 ⁻¹⁶

b) Resultados

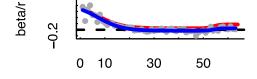
Tabla 26. Lista de parámetros Araucania

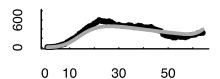
Parametro	Valor	Descripción
N	870.000	Poblacion total = 870.000 Araucania
Io	4	Numero inicial de infectados
beta _o	0.82	Tasa de transmisión a t = o (b_0)
beta1	0.023	Tasa de transmisión minima
beta2	0.15	Tasa de transmisión actual
theta	0.202	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	0.758	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	7.33	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
b_fecha2	54.03	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia 2
g	0.063	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0018	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.6	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para qt
q_fecha	45	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

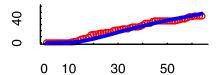
Tabla 27. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en la Araucania.

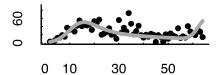
Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.845	
Muertes totales	0.954	
Nuevos Casos	0.182	
Muertes Diarias	0.023	
Casos totales	0.960	
Recuperados	0.919	
Promedio	0.647	

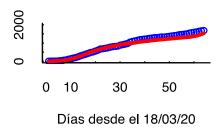
Figura 12. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Araucania, período 18 de marzo — 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.

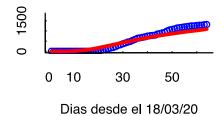












c) Conclusiones

Tasa de crecimiento exponencial que se acercaba a o la semana pasada, ahora sugiere la presencia de un rebrote como en otras regiones del país. Panorama preocupante, muy buen ajuste del modelo de logistico con el tiempo y una tendencia a disminuir en los casos activos y los casos nuevos por dia que parece tener un punto de inflexión en la ultima semana a retomar el crecimiento. Se detecta en las tasas de crecimiento de infectados activos alrededor del 13-14 de mayo.

9. REGIÓN DE LOS LAGOS

Tabla 28. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 6 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Los Lagos.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)	

ro	0.29	0.07	4.23	8.09 x10 ⁻⁵
r_{min}	-0.09	0.012	-7.33	1.09 X 10 ⁻⁹
r_2	0.30			
heta	0.31	0.13	2.34	0.02
$ heta_2$	0.034	0.02	2.02	0.05
t_b	14.09	1.54	9.15	1.24 X 10 ⁻¹²
t ₂	52			

a) Resultados

Tabla 29. Lista de parámetros Los Lagos

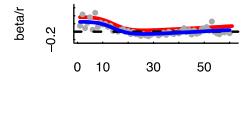
Parametro	Valor	Descripción
N	830.000	Poblacion total = 830.000 Los Lagos
Io	15	Numero inicial de infectados
beta _o	0.358	Tasa de transmisión a $t = o(b_0)$
beta1	-0.046	Tasa de transmisión minima
beta2	0.358	Tasa de transmisión actual
theta	0.31	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
theta2	0.034	Pendiente de curvatura de la logística para b _t

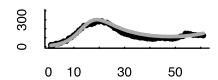
b_fecha	14.09	Día en el cual la curva logistica para bt cambia
b_fecha2	52	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia 2
g	0.065	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0012	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.7	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para qt
q_fecha	40	Día en el cual la curva logistica para qt cambia

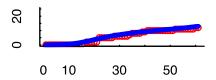
Tabla 30. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Los Lagos.

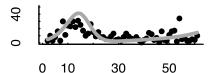
Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.876	
Muertes totales	0.960	
Nuevos Casos	-0.093	
Muertes Diarias	0.063	
Casos totales	0.817	
Recuperados	0.899	
Promedio	0.587	

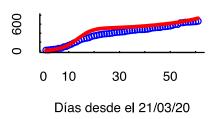
Figura 13. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para la región de Los Lagos, período 21 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.

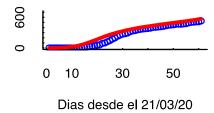












b) Conclusiones

Dinamica con señales de un rebrote en la ultima semana, se nota en el incremento de la tasa de crecimiento exponencial diaria, los infectados activos y los casos nuevos por dia. Situación preocupante luego de un periodo de 20 días con crecimiento negativo de los infectados activos, la epidemia se re-activaría en la región. Se detecta un cambio en las tasas de crecimiento de infectados activos a partir de los días 8-10 de mayo.

10. REGIÓN DE MAGALLANES

a) Dinámica de la tasa de crecimiento exponencial de infectados activos rt

Tabla 31. Parametros estimados de las función logistica de la ecuacion 5 a la dinámica observada en la tasa diaria de crecimiento exponencial (r_t) del numero de infectados activos en la Region de Magallanes.

Parametros	estimador	Error estandar	valor de t	Pr(> t)
ro	0.46	0.10	4.75	1.48 x 10 ⁻⁵
r_{min}	-0.03	0.02	-1.30	0.20
heta	0.234	0.10	2.37	0.02
t _b	12.81	2.51	5.09	4.41 X10 ⁻⁶

b) Resultados

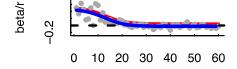
Tabla 32. Lista de parámetros Magallanes

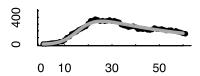
Parametro	Valor	Descripción
N	151.000	Poblacion total = 151.000 Magallanes
Io	4	Numero inicial de infectados
beta₀	0.51	Tasa de transmisión a t = o (b₀)
beta1	0.04	Tasa de transmisión minima
theta	0.234	Pendiente de curvatura de la logística para b _t
b_fecha	12.81	Día en el cual la curva logistica para b _t cambia
g	0.062	Tasa de recuperación de infectados
d	0.0011	Tasa de mortalidad de infectados
q1	1.0	Tasa inicial de detección de infectados
q2	0.8	Tasa final de detección de infectados
theta_q	0.02	Pendiente de curvatura de la logística para qt
q_fecha	35	Día en el cual la curva logistica para q _t cambia

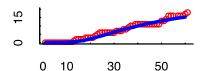
Tabla 33. Coeficientes de predicción para las seis series de tiempo del COVID19 en Magallanes.

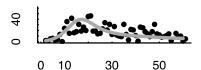
Variable	Prediccion R ²	
Infectados	0.972	
Muertes totales	0.963	
Nuevos Casos	0.181	
Muertes Diarias	0.012	
Casos totales	0.965	
Recuperados	0.951	
Promedio	0.674	

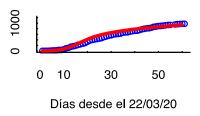
Figura 13. Dinámica de la tasa de transmisión de infectados (b_t linea roja) y la tasa exponencial diaria (r_t linea azul y puntos grises). Series de tiempo obsevadas (puntos) y predichas (lineas) por el modelo SIRD para Magallanes, período 22 de marzo – 20 de mayo de infectados activos, fallecidos totales, casos nuevos diarios, casos totales y recuperados.

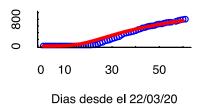












c) Conclusiones

Tasa de crecimiento exponencial cerca de o o negativas, sugiere bajas tasas de transmisión luego de los primeros días donde las tasas fueron muy altas, buen ajuste del modelo de logistico con el tiempo y una tendencia a disminuir en los casos activos y los casos nuevos por dia. Similar a lo observado en las regiones del norte del pais.

CONCLUSIONES FINALES

Se sigue confirmando la tendencia de un incremento en la tasa de crecimiento diario (y por lo tanto en la tasa de transmisión diaria) en 7 regiones del país. Este incremento en la tasa de crecimiento exponencial diaria de la ultima semana, es consistente con estimadores independientes de los cambios diarios en el número reproductivo básico R_o (Canals et al. 2020). Estos dos elementos confirman lo informado sobre la

aceleración en la tasa de crecimiento y sugiere un relajamiento en las medidas de mitigación de la población.

A nivel de regiones, se observan patrones de re brote o nuevo incremento de la tasa de crecimiento exponencial (transmisón) en varias regiones, Valparaiso, Metropolitana, Bio-Bio y Los Lagos, pero ahora se suman las regiones de Araucanía y Ñuble con dinámicas de rebrote.

Las regiones del norte (Tarapacá y Antofagasta) estarían aún en la fase de crecimiento, presentan tasas de transmisión muy variables y con una tendencia negativa en el tiempo. Pero con valores de tasa de crecimiento diaria positivas indicando que la epidemia esta en fase expansiva.

La región de Magallanes es la unica con numero de infectados activos en declinación y tasas de crecimiento exponencial diarias negativas.

Por ultimo, las estrategias de mitigación para el manejo de una epidemia con esta capacidad de crecimiento son realmente dificiles de diseñar con precisión en la práctica. Dada la imposibildad de tener una vacuna en el corto plazo, todo se reduce al manejo en el tiempo de la tasa de transmisión a traves de medidas de mitigación y el monitoreo preciso de la dinámica de la epidemia. En la comunidad cientifica existe un gran consenso sobre la magnitud y el tremendo potencial de expansión que tiene la epidemia de COVID-19, y los impactos en terminos de número de infectados y fallecidos en caso de no tomar medidas de mitigación y sobre todo la necesidad de estimar de manera constante su tasa de transmisión. Ante un fenomeno de crecimiento exponencial de tal magnitud se deben implementar medidas de la misma magnitud, el incremento en la tasa de crecimiento exponencial diario durante la ultima semana es un claro ejemplo de este problema. A modo de ejemplo, de la ecuación 2 podemos deducir la fraccion de susceptibles que debe infectarse para que la tasa de crecimiento diaria sea o, dado que rt = b (S/N) - (q+d) = 0; S/N = (q+d)/b usando los valores de b, q y d estimados para ajustar el modelo, con las tasas de transmisión estimadas hoy día se debería infectar un aproximadamente 58% de la poblacíon para lograr la llamada inmunidad de rebaño. Por lo tanto es muy importante lograr bajar las tasas de transmisión y esperar que las medidas de mitigación implementadas el pasado viernes se cumplan por la población.

Por su simplicidad y por la conexión con los datos, este abordaje permite utilizar la dinamica diaria de infectados activos como variable clave para inferir cambios espacio/temporales en la tasa de transmisión en tiempo real e implementar/evaluar medidas de mitigación en ausencia de datos desagregados o de la trazabilidad de los infectados.

LITERATURA CITADA

Canals Mauricio, Cristóbal Cuadrado, Andrea Canals, Karla Yohannessen, Luis A. Lefio, Maria P. Bertoglia, Carolina Nazzal, Pamela Eguiguren, Verónica Iglesias, Oscar Arteaga. 2020. Informe COVID-19 Chile al 30.04.20. Escuela de Salud Pública, Unviersidad de Chile. https://www.uchile.cl/noticias/162949/informe-covid-19-chile-al-25042020

Chowell Gerardo, Sattenspiel L., Bansal S., Viboud C. 2016. Mathematical models to characterize early epidemic growth: A review. Physics of Life Review 18: 66-97.

Ferguson Neil, M.et al. 2020. Impact of non-pharmaceutical interventions (NPIs) to reduce COVID-19 mortality and healthcare demand. Imperial College, London, Mar. 2020. url: https://www.imperial.ac.uk/mrc-global-infectious-disease-analysis/covid-19/.

Kermack, William Ogilvy and McKendrick, Anderson G. 1927. A contribution to the mathematical theory of epidemics. In: Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character 115.772, pp. 700-721.

Kissler, Stephen M. et al. 2020. Social distancing strategies for curbing the COVID-19 epidemic. In: medRxiv (Mar. 2020). doi: 10.1101/2020.03.22.20041079.

Normile, Dennis. 2020. "Coronavirus Cases Have Dropped Sharply in South Korea. What's the Secret to Its Success?" Science | AAAS. 17 de marzo de 2020. https://www.sciencemag.org/news/2020/03/coronavirus-cases-have-dropped-sharply-south-korea-whats-secret-its-success.

Turchin, Peter. 2020. Analyzing Covid-19 Data with SIRD Models. Complexity Science Hub Vienna and University of Connecticut. March 23, 2020. https://github.com/pturchin/CSH-Covid-19-Project