

浙江大学《数学建模》课程期末考试试卷

考生姓名：_____学号：_____专业：_____

- （本题 15 分）兔子出生后两个月就生小兔，如果最初你养了刚出生的一雌一雄两只小兔，假设你养的所有兔子长大后均每对每月生一次且恰好生一雌一雄的一对，出生的小兔年内均不死亡。用 F_n 表示第 n 个月后兔子的对数， $n = 0, 1, 2, \dots, 12$ ，（ $F_0 = 1$ 为初始时的兔子对数）
（1）写出 F_n 满足的递推关系（即菲波那奇数列的递推公式）（2）问一年后你家里共有多少对兔子？（3）根据你的观察，写出菲波那奇数列的一些性质。
- （本大题 15 分）设 t 时刻虾米、小鱼、大鱼的数量分别为 $x(t)$ 、 $y(t)$ 和 $z(t)$ ，大鱼只吃小鱼，小鱼只吃虾米，试建立该系统满足的微分方程。你的方程是根据那些建模原理建立起来的，请作出简要说明。
- （本题 10 分）伞降兵跳伞时的总质量为 100 公斤（含武器装备），实验证明，降落伞打开后的空气阻力与速度的平方成正比，假定伞降兵的落地速度不能大于 40 米/秒，为安全起见，降落伞应当如何设计？（即求阻力系数 k 至少应达到多大）
- （本大题共 15 分，第一小题 7 分，第二小题 8 分）求解以下两小题：
（1）取 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ，分别用 1, ..., 25, 0 表示英文字母 a, ..., y, z，采用此矩阵按照希尔密码原理加密 Thank you, （空格不计）
（2）对上面的加密矩阵 A 求出可用于解密的逆矩阵 A^{-1}
- （本题 15 分）求解下面的指派问题（求最小），并求出最优指派下的目标函数值：

$$\begin{bmatrix} 2 & 10 & 9 & 7 \\ 15 & 4 & 14 & 8 \\ 15 & 14 & 16 & 11 \\ 4 & 15 & 13 & 9 \end{bmatrix}$$

（注意：必须写出所有必要的中间步骤）。

- （本题 20 分）用两段单纯型法求解线性规划并求出最优目标函数值（注：用图解法求解最多只给一半分）

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - 2x_2 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- （本题 10 分）证明以下将 n 个正整数的集合划分成相等的 3 个子集的

问题是 NP 难的：设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n a_i$, 问：是否存在 A 的子集 A_1 、 A_2 、 A_3 , 使得 $\sum_{a_i \in A_k} a_i = B$, $k = 1, 2, 3$