

Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка методами Рунге-Кутты

1. Дана задача Коши (по варианту) и ее точное решение
2. Найти численное решение задачи Коши на равномерной сетке
 - а. методом Эйлера (1 порядка)
 - б. методом Эйлера-Коши (2 порядка)
 - в. Модифицированным методом Эйлера (2 порядка)
 - г. Методом 3 порядка, $\text{коэф}=1/2$
 - д. Методом 3 порядка $\text{коэф}=1/3$
 - е. Методом 4 порядка, $\text{коэф}=1/2$
 - ж. Методом 4 порядка $\text{коэф}=1/3$
3. Получить решения для двух значений шага и построить
 - а. Графики точного и полученных решений на отрезке
 - б. График ошибки на заданном отрезке
4. Построить графики зависимости фактической точности и числа итераций от заданной точности (заданная точность достигается по правилу Рунге)

Замечание. Число разбиений отрезка на графиках представлять в виде степени 2

5. **Тестовый пример** выполнить по своему варианту вычислив значения решения $y(a+0,2)$ при шаге 0,2 и 0,1. Оценить ошибку по правилу Рунге
6. Внести в начальное условие возмущение. Построить график зависимости нормы ошибки от величины возмущения при фиксированной точности.

Дополнительное задание на 10 баллов

7. Построить график зависимости фактической точности от величины шага. По графику определить порядок точности метода и константу

В а р и а н т ы

Таблица 9.1

№ п/п	Уравнение	a	b	y(a)	Точное решение
1.	$y' + y \operatorname{tg} x = \sec x$	0	1.5	1	$y = \sin x + \cos x$
2.	$x^2 y' + xy + 1 = 0$	1	3	1	$xy = 1 - \ln x $
3.	$(2x + 1)y' = 4x + 2y$	0	4	1	$y = (2x + 1) \ln 2x + 1 + 1$
4.	$x(y' - y) = e^x$	1	3	e	$y = e^x (\ln x + 1)$
5.	$y = x(y' - x \cos x)$	$\pi/2$	2π	$\pi/2$	$y = x \sin x$
6.	$y' = 2x(x^2 + y)$	1	2	e^{-2}	$y = e^{x^2} - x^2 - 1$
7.	$(xy' - 1) \ln x = 2y$	1	3	0	$y = \ln^2 x - \ln x$
8.	$xy' + (x + 1)y = 3x^2 e^{-x}$	1	5	$1/e$	$y = x^2 e^{-x}$
9.	$y' + 2y = y^2 e^x$	-1	1	e	$y = e^{-x}$
10.	$(x + 1)(y' + y^2) = -y$	1	5	$1/(2 \ln 2)$	$y(x + 1) \ln x + 1 = 1$
11.	$xy^2 y' = x^2 + y^3$	1	3	0	$y^3 = 3x^2(x - 1)$
12.	$xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$	1	2	0	$y = x^4 \ln^2 x$
13.	$xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$	1	2	$1/\sqrt{2}e$	$2y^2 x^4 e^x = 1$
14.	$2y' - x/y = (xy)/(x^2 - 1)$	1.1	4	$\sqrt{0.21}$	$y^2 = x^2 - 1$
15.	$(x^2 + 1)y' - 2xy = (x^2 + 1)^2$	0	2	0	$y = x(x^2 + 1)$