

Решение краевой задачи для ОДУ 2-ого порядка

1. Дано ОДУ 2-ого порядка на отрезке (по варианту) и его точное решение
2. Найти численное решение краевой задачи на равномерной сетке
 - а. методом суперпозиции (сведение к трем задачам Коши)
 - б. модифицированным методом суперпозиции (сведение к двум задачам Коши)
 - в. методом факторизации
 - г. методом конечных разностей 1 порядка
 - д. методом конечных разностей 2 порядка

Замечание 1. Получаемые задачи Коши решать методом Рунге-Кутты из 5 работы

Замечание 2. СЛАУ решать методом прогонки

Замечание 3. В отчете сделать теоретический переход от постановки к методу

3. Получить решения для двух значений шага и построить
 1. Графики точного и полученных решений на отрезке
 2. Графики ошибок на заданном отрезке
4. Построить график зависимости бесконечной нормы фактической точности от величины шага. График дополнить линией h^p , где p – порядок метода
5. Внести в начальное условие возмущение. Построить график зависимости нормы ошибки от величины возмущения при фиксированном шаге.

Номер варианта – [вариант уравнения][буква метода][вариант граничных условий]

$p(x)y'' + q(x)y' + r(x)y = f(x), \quad x \in [a, b]$	Варианты граничных условий
$\alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) = A$	1 – $\alpha_0 \neq 0, \quad \alpha_1 \neq 0, \quad \beta_1 = 0;$
$\beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) = B$	2 – $\alpha_1 = 0, \quad \beta_0 \neq 0, \quad \beta_1 \neq 0;$
	3 – $\alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = 0$

Коэффициенты левой части граничных условий выбирать самостоятельно, правая часть вычисляется по точному решению

Варианты уравнений

1. $x^2(x+1)y'' - y' - 2y = \frac{1}{x^2} \quad x \in [0.2, 1] \quad y_{\text{точное}} = 1 + \frac{1}{x}$
2. $y'' + y' \cos x + y \sin x = 1 - \sin x \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}] \quad y_{\text{точное}} = \sin x$
3. $y'' - y' \sin x + y \cos x = 1 - \cos x \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}] \quad y_{\text{точное}} = \cos x$
4. $y'' + (1 + \sin^2 x)y' + y \cos^2 x = 3e^x \quad x \in [0, 1] \quad y_{\text{точное}} = e^x$
5. $xy'' + 2y' - 2xy = -e^x \quad x \in [0.2, 1] \quad y_{\text{точное}} = \frac{e^x}{x}$
6. $y'' + xy' - y \frac{2}{\cos^2 x} = \frac{x}{\cos^2 x} \quad x \in [0, 1] \quad y_{\text{точное}} = \operatorname{tg} x$
7. $(e^x + 1)y'' - y' - ye^x = e^x \quad x \in [0, 1] \quad y_{\text{точное}} = e^x - 1$
8. $y'' - y' \operatorname{tg} x + 3y = \sin x \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}] \quad y_{\text{точное}} = \sin x$
9. $y'' + 4xy' + y(4x^2 + 3) = e^{-x^2} \quad x \in [0, 1] \quad y_{\text{точное}} = e^{-x^2}$
10. $2x(x+2)y'' + (2-x)y' + 2y = \sqrt{x} \quad x \in [1, 2] \quad y_{\text{точное}} = \sqrt{x}$
11. $(x^2 + 6)xy'' - 4(x^2 + 3)y' + 7xy = x^4 \quad x \in [0, 1] \quad y_{\text{точное}} = x^3$
12. $(2x^2 + x)y'' + 2(x+1)y' - y = \frac{1}{x} \quad x \in [0.2, 1] \quad y_{\text{точное}} = \frac{1}{x}$
13. $xy'' - (2x+1)y' + (x+2)y = x^2 e^x \quad x \in [0, 1] \quad y_{\text{точное}} = x^2 e^x$
14. $xy'' - (2x+1)y' + 3y = e^{2x} \quad x \in [0, 1] \quad y_{\text{точное}} = e^{2x}$
15. $xy'' + y' + 2y = 2 \ln x \quad x \in [1, 2] \quad y_{\text{точное}} = \ln x$