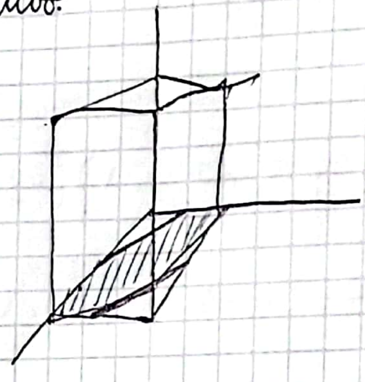
Andrés Felipe Bernal Urrea 7003748

① Usar el teorema de Stokes para calcular la integral de línea

$$\int_C (y^2 - z^2)\,dx + (z^2 - x^2)\,dy + (x^2 - y^2)\,dz,$$

donde C es la curva intersección de la superficie del cubo $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$, $0 \le z \le a$ y el plano $x + y + z = 3a/2$, recorrida en sentido positivo.

$$\text{rot } F = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 - z^2 & z^2 - x^2 & x^2 - y^2 \end{vmatrix} = (-2y - 2z, -2z - 2\cancel{y}, -2x - 2y)$$



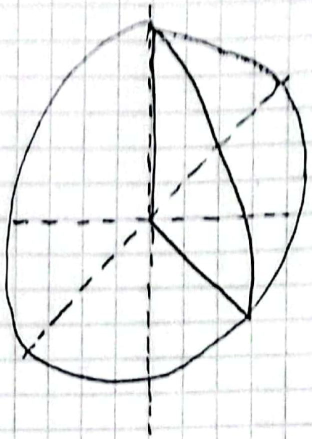
$$z = \frac{3a}{2} - x - y = (1,1,1)$$

$$I = \iint \text{rot } F \, \vec{\lambda} \, ds$$

$$= \iint_D (-2y - 2z, -2z - 2y, -2x - 2y) \cdot (1,1,1)\, dx\,dy$$

$$= \iint_D -6a\, dx\,dy = -6a\left(a^2 - a^2/4\right) = \cancel{0} - 9\frac{a^3}{3}$$

② Hallar el trabajo realizado por el campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = (y+z,\ z+x,\ x+y)$ a lo largo del arco más corto de la circunferencia mayor de la esfera $x^2+y^2+z^2=25$ que une los puntos $A=(3,4,0)$ y $B=(0,0,5)$.



$$y = \frac{4x}{3}$$

$$C: \begin{cases} x^2 + \left(\dfrac{16x^2}{9}\right) + z^2 = 25 \\ y = \dfrac{4x}{3} \end{cases}$$

$$C: \begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 4\cos t \\ z = 5\,\text{Sen}\,t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$W = \int_C \vec{F}\,ds$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4\cos t + 5\,\text{Sen}\,t,\ 2 + 3\cos t,\ 7\cos t)\cdot(-3\,\text{sen}\,t, -4\,\text{Sen}\,t, 5\cos t)\,dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-24\,\text{Sen}\,t\cos t - 15\,\text{sen}^2 t - 8\,\text{sen}\,t + 35\cos^2 t)\,dt = 5\pi - 20$$

Powered by CamScanner