Primer Parcial Métodos Matemáticos MEC A
Universidad Militar Nueva Granada
Profesor: Mauricio Munar
Ingeniería Mecatrónica

Observaciones: Leer detenidamente el archivo **rubrica.pdf** donde se dan las indicaciones de como se va a evaluar.

1. En la figura 1 se muestra un circuito con una resistencia, un inductor y un capacitor en paralelo. Para expresar la impedancia del sistema se emplean las leyes de Kirchhoff, así:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

donde Z = impedancia (Ω) y ω = frecuencia angular.

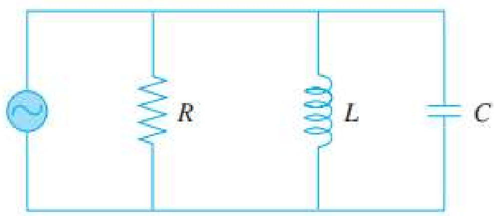

Figura 1: Circuito

Encuentre la ω que da como resultado una impedancia de $75\,\Omega$ teniendo en cuenta los valores $R = 225\,\Omega, C = 0.6 \times 10^{-6} F$, y $L = 0.5\,H$.

2. Una carga total Q se encuentra distribuida en forma uniforme alrededor de un conductor en forma de anillo con radio a. Una carga q se localiza a una distancia x del centro del anillo (véase la figura 2).

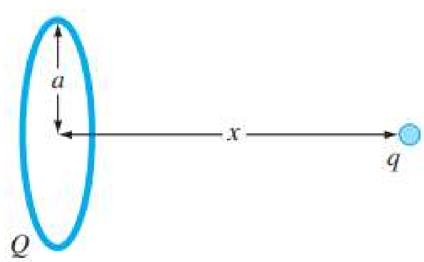

Figura 2: Conductor en forma de anillo

La fuerza que el anillo ejerce sobre la carga está dada por la ecuación

$$F = \frac{1}{4\pi e_0} \frac{qQx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

donde $e_0 = 8.85 \times 10^{-12}\, C^2/(Nm^2)$. Encuentre la distancia x donde la fuerza es de $1.25\,N$, si q y Q son $2 \times 10^{-5}\,C$ para un anillo con un radio de $0.9\,m$.

3. En una sección de tubo, la caída de presión se calcula así:

$$\Delta p = f\frac{L\rho V^2}{2D}$$

donde Δp = caída de presión (Pa), f = factor de fricción, L = longitud del tubo $[m]$, ρ = densidad (kg/m^3), V = velocidad (m/s), y D = diámetro (m). Para el flujo turbulento, la *ecuación de Colebrook* proporciona un medio para calcular el factor de fricción,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right),$$

donde ε = rugosidad (m), y Re = número de Reynolds,

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu}$$

donde μ = viscosidad dinámica $(N \cdot s/m^2)$.

3.1) Determine Δp para un tramo horizontal de tubo liso de $0.2\,m$ de longitud, dadas $\rho = 1.23\,kg/m^3$, $\mu = 1.79 \times 10^{-5}\,N \cdot s/m^2$, $D = 0.005\,m$, $V = 40\,m/s$, y $\varepsilon = 0.0015\,mm$. Utilice métodos numéricos para determinar el factor de fricción. En caso de requerir un valor inicial para el método numérico utilizado, puede emplear como valor inicial apropiado el obtenido a partir de la fórmula de Blasius, la cual está dada por:

$$f = \frac{0.316}{\mathrm{Re}^{0.25}}$$

3.2) Repita el cálculo pero para un tubo de acero comercial más rugoso ($\varepsilon = 0.045\,mm$).

4. Los sistemas mecánicos reales involucran la deflexión de resortes no lineales. En la figura 3 se ilustra una masa m que se libera por una distancia h sobre un resorte no lineal.

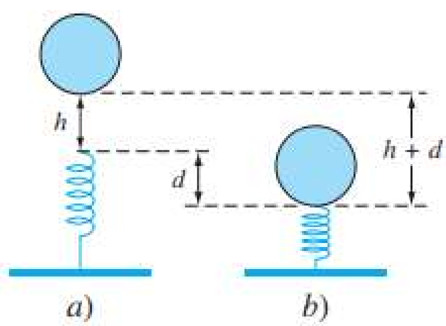

Figura 3: Resortes

La fuerza de resistencia F del resorte está dada por la ecuación

$$F = -(k_1 d + k_2 d^{3/2})$$

Es posible usar la conservación de la energía para demostrar que

$$0 = \frac{2k_2 d^{5/2}}{5} + \frac{1}{2}k_1 d^2 - mgd - mgh$$

Resuelva cuál sería el valor de d, dados los valores siguientes de los parámetros: $k_1 = 50000\,g/s^2$, $k_2 = 40\,g/(s^2 m^{0.5})$,$m = 90\,g$,$g = 9.81\,m/s^2$, y $h = 0.45\,m$.