

## Tarea de Métodos Matemáticos

### ECUACIÓN DEL CALOR

Instrucciones para la solución de la tarea:

La solución de la tarea debe reportarse en un documento tipo PDF, y puede ser resuelta en grupo máximo de 4 estudiantes. Fecha máxima de entrega: Lunes 25 de noviembre

Para cada uno de los ejercicios, deben cumplir con los siguientes ítems:

1. Calcular la solución analítica a través del método de las variables separables
2. Implementar numéricamente un código en Matlab (u otro software matemático de su preferencia) que resuelva cada ejemplo considerado.
3. Reportar los valores de la solución en una malla que contenga 10 nodos para las variable espacial de la varilla, y 5 pasos de tiempo, es decir,  $N_x=10$ ;  $N_t=5$  (Ver pantallazo adjunto del código, reescribalo en su Matlab. Recuerde que el texto en el editor de Matlab que aparece después del signo porcentaje, no es necesario escribirlo, es decir, el texto de color verde en el pantallazo)
4. Ilustrar y describir las gráficas de la solución obtenidas en cada ejemplo y describir
5. Adjuntar el código que usted escribió en su Matlab con los valores de entrada ingresados para cada ejercicio obtener la solución.

#### Ejercicios:

1.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{para } 0 < x < L, t > 0$$
$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad \text{para } t \geq 0$$
$$u(x, 0) = x(L - x) \quad \text{para } 0 \leq x \leq L$$

2.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{para } 0 < x < L, t > 0$$
$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad \text{para } t \geq 0$$
$$u(x, 0) = x^2(L - x) \quad \text{para } 0 \leq x \leq L$$

3.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{para } 0 < x < L, t > 0$$
$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad \text{para } t \geq 0$$
$$u(x, 0) = L \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right] \quad \text{para } 0 \leq x \leq L$$

4.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{para } 0 < x < \pi, t > 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = 0 \quad \text{para } t \geq 0$$
$$u(x, 0) = \sin(x) \quad \text{para } 0 \leq x \leq \pi$$

5.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{para } 0 < x < 2\pi, t > 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(2\pi, t) = 0 \quad \text{para } t \geq 0$$
$$u(x, 0) = x(2\pi - x) \quad \text{para } 0 \leq x \leq 2\pi$$

6.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{para } 0 < x < 3, t > 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(3, t) = 0 \quad \text{para } t \geq 0$$

7.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{para } 0 < x < 6, t > 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(6, t) = 0 \quad \text{para } t \geq 0$$
$$u(x, 0) = e^{-x} \quad \text{para } 0 \leq x \leq 6$$

Editor

Archivo Editor Ver Depurar Ejecutar Ayuda

heat\_equation\_Dirichlet.m

```
1 clc; close all; clear all;
2 %
3 % INPUT
4 L = 2; % Length of the rod
5 T = 1; % Total time
6 kappa = 4; % Thermal diffusivity
7 f = @(x) (x.^2).*(2-x); % Initial condition
8 N = 10; % Number of terms in the Fourier series
9 Nx = 100; % number of spatial points
10 x = linspace(0, L, Nx); % list of the points x on the rod
11 Nt = 50; % number of time points
12 t = linspace(0, T, Nt); % time steps
13 %
14 %
15 % The computation of the solution starts from here
16 U = zeros(Nx, Nt);
17 for n = 1:N
18     lambda_n = (n * pi / L)^2;
19     bn = 2 / L * integral(f(x) .* sin(n * pi * x / L), 0, L); % Calculate the Fourier coefficients
20     for i = 1:Nx
21         for j = 1:Nt
22             U(i,j) = U(i,j) + bn * sin(n * pi * x(i) / L) * exp(-kappa * lambda_n * t(j)); % Calculate the solution
23         end
24     end
25 end
26 %
27 % Plot the solution
28 [X, T] = meshgrid(x, t);
29 surf(X, T, U);
30 xlabel('x');
31 ylabel('t');
32 zlabel('u(x,t)');
33 title('Solution of the Heat Equation using Fourier Series');
34 shading interp;
35
36
```

Línea: 23 | Columna: 12 | Codificación: UTF-8 | Fin de línea: CRLF