

SF1626 Flervariabelanalys, bra formler

CHAPTER 1

SATSER, DEFINITIONER

Example 1.0.1 (När Jacobianen inte behövs!)

Om man behöver beräkna ytintegralen eller även flödesintegralen av en kurva så behöver man inte lägga till Jacobianen!

Till exempel: Om man vill beräkna ytan av kurvan som beskrivs som intersektionen av cylindern $x^2 + y^2 \leq 1$ och ytan $x^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$, så kan parametrisera kurvan på sättet nedan:

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x &= r \cos(t) \\ y &= r \sin(t) \\ z &= \sqrt{1 - r^2 \cos^2(t)} \end{cases}$$

... $r \in [0, 1]$, $t \in [0, 2\pi]$. Om man då behöver beräkna ytan så gör man det på sättet nedan:

$$\iint_Y \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right| dr dt = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right| dr dt$$

Lägg märke på att Jacobianen inte lades till! Detta på grund att vi **inte** transformerar en areaelement från en koordinatsystem till en annan - eftersom vi från första början hade parametriserat kurvan i koordinatsystemet vi behöver för att beräkna ytan. Mer info: [\[1\]](#) [\[2\]](#).

Sats 1.0.1 Gradientens definition

$$\nabla F(\vec{a}) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{F(\vec{a} + t(e_1, e_2, e_3, \dots, e_n)) - F(\vec{a})}{t}$$

Definition 1.0.1: Tangentplan (linjär approximation) unmystified

I vissa uppgifter så kommer det att frågas om att bestämma en tangentplan i en viss punkt för en kurva som ges implicit, t.ex: $\cos(2z)(x^2 + 3y^2 + z) = 0$, detta kan tolkas som en 3D kurva. Då tangentplanen i en punkt $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$, för en kurva $f = k$, $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ ges av:

$$\nabla f(\vec{a}) \cdot (\vec{x} - \vec{a})$$

..där $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ och $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. I \mathbb{R}^3 så blir $\vec{x} = (x, y, z)$.

Observera att funktioner som $g(x, y) = z$ kan skrivas om implicit till $g(x, y) - z = 0$ för att använda denna metod.

Mer info: [\[1\]](#)