

SF1626 Flervariabelanalys, bra formler

Example 1.0.1 (När Jacobianen inte behövs!)

Om man behöver beräkna ytintegralen eller även flödesintegralen av en kurva så behöver man inte lägga till Jacobianen!

Till exempel: Om man vill beräkna ytan av kurvan som beskrivs som intersektionen av cylindern $x^2 + y^2 \leq 1$ och ytan $x^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$, så kan parametrisera kurvan på sättet nedan:

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x &= r \cos(t) \\ y &= r \sin(t) \\ z &= \sqrt{1 - r^2 \cos^2(t)} \end{cases}$$

... $r \in [0, 1]$, $t \in [0, 2\pi]$. Om man då behöver beräkna ytan så gör man det på sättet nedan:

$$\iint_Y \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right| dr dt = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right| dr dt$$

Lägg märke på att Jacobianen inte lades till! Detta på grund att vi **inte** transformerar en areaelement från en koordinatsystem till en annan - eftersom vi från första början hade parametriserat kurvan i koordinatsystemet vi behöver för att beräkna ytan. Mer info: [1] [2].