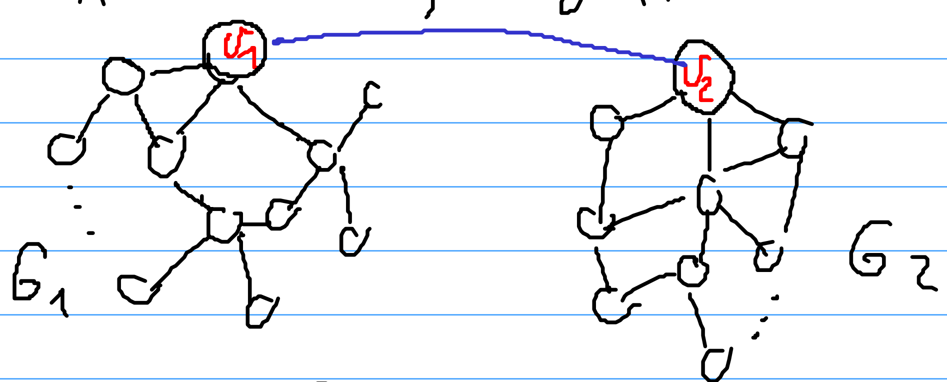
Teoría de Grafos	Ejercicio 1	Manuel Loaiza Vasquez

Determinar el mínimo número de aristas que necesito agregar a un grafo con k componentes conexas para volverlo conexo.

<u>Prueba</u>: Mi hipótesis es que necesito $k-1$ aristas para volver al grafo conexo.

- Para $k=1$ es trivial.
- Para $k=2$, lo primero que notamos es que con una arista, el grafo se vuelve conexo



pues $\forall\, u_1 \in G_1$, $u_2 \in G_2$, como G_1 es conexo tenemos P_1 camino de u_1 a v_1

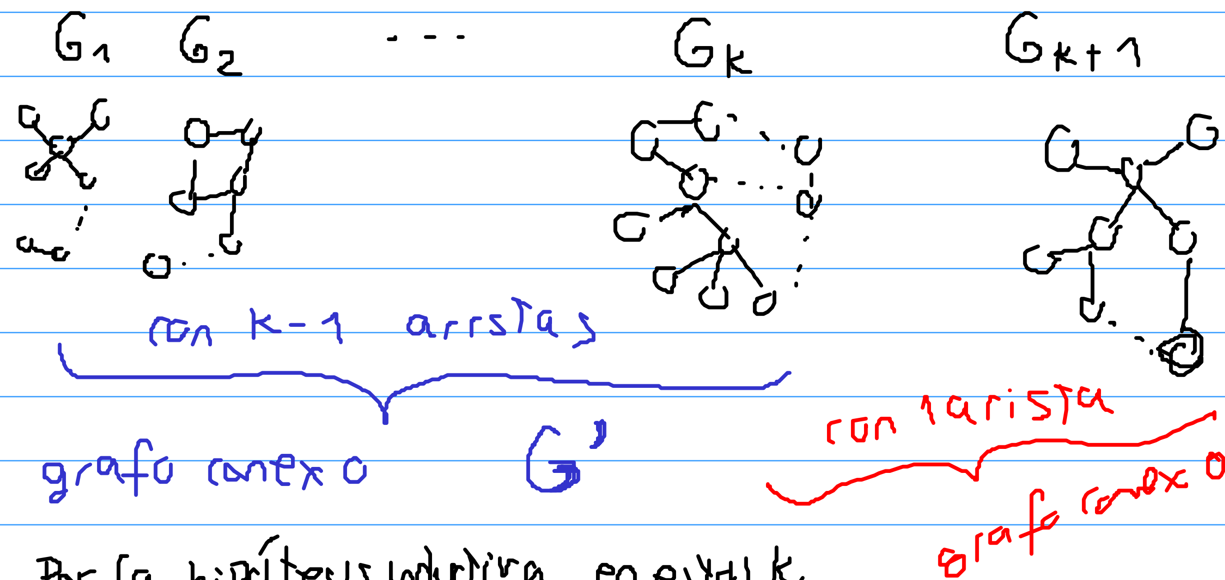
P_2 camino de u_2 a v_2

y finalmente, $\langle P_1, \{v_1, v_2\}, P_2 \rangle$ es un camino que une u_1 y u_2.

Asimismo, 1 arista es lo mínimo posible, pues si no lo fuese, con 0 aristas tendríamos las dos componentes conexas iniciales.

Asumamos que esto se cumple para k componentes conexas.

Si tenemos $k+1$ componentes conexas, separemos las k primeras componentes



Por la hipótesis inductiva en estas k componentes necesito $k-1$ aristas para volverlo un grafo conexo

y para G' y G_{k+1}, al ser dos componentes conexas, necesito como mínimo 1 arista. La cantidad mínima de aristas utilizadas fueron $(k-1)+1 = k$ aristas.

$\therefore$ Se necesitan $k-1$ aristas como mínimo añadir a k componentes conexas para obtener un grafo conexo. ■