Pauta de Corrección

Primer Certamen
Informática Teórica

28 de septiembre de 2024

1. Por turno.

   a) Si no contiene ab, debe ser b o c, o a^+c. Puede aparecer a al final: Esto lleva a:

   $$(b \mid c \mid a^+ c)^* a^*$$

   Esto puede simplificarse un poco:

   $$(a^* c \mid c)^* a^*$$

   b) Esto es solo b, luego la primera a, luego posiblemente varias a o b, luego c, luego a, b o c a gusto. Esto es:

   $$b^* a(a \mid b)^* c(a \mid b \mid c)^*$$

   Otra opción sería que no contuviera c:

   $$(a \mid b)^*$$

   Unir estas da una solución completa:

   $$b^* a(a \mid b)^* c(a \mid b \mid c)^* \mid (a \mid b)^*$$

   c) Esto corresponde a palabras que contienen tres b repetido cero o más veces, vale decir:

   $$((a \mid c)^* b(a \mid c)^* b(a \mid c)^* b(a \mid c)^*)^*$$

Puntajes

Total		15
a) Explicación y expresión claras	5	
b) Explicación y expresión claras	5	
c) Explicación y expresión claras	5	

2. Por turno.

   a) Construimos un DFA que acepta palabras que contienen ab y tomamos su complemento, figura 1. El último estado es muerto, podemos omitirlo.

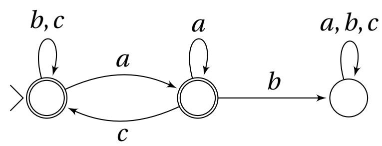

Figura 1: DFA para la pregunta 1*a*

   b) Esto es solo b, luego a, posiblemente varias a o b, luego c, finalmente a, b, c a gusto. Debemos considerar palabras sin c también, que no ponen restricciones (los estados no muertos son todos finales). Un DFA es la figura 2, omitiendo el estado muerto.

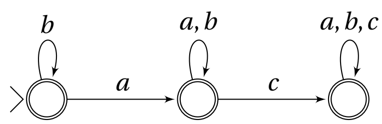

Figura 2: Un DFA para la pregunta 1*b*

   c) Es armar un ciclo de tres b, vea la figura 3.

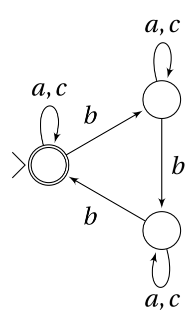

Figura 3: Un DFA para la pregunta 1*c*

Puntajes

Total		15
a) Explicación y autómata claros	5	
b) Explicación y autómata claros	5	
c) Explicación y autómata claros	5	

3. Por turno.

   a) Veamos cada pregunta:

   ¿Es correcta la elección de ω? Todo ω que permita demostrarlo es correcto. Pero la dada no es una elección concreta, no especifica el valor de n.

   ¿Cuál es la mejor elección de y? En clase se insistió hasta el cansancio que *no se pueden elegir* las partes, debemos demostrar que *ninguna* división funciona para bombear. No hay «mejor elección».

   ¿Debiera ser $y = a^{m-r}$ y $x = a^m$? ¿Qué diantres es r? Nuevamente, en clase se insistió hasta el cansancio que *no se pueden elegir* las partes, debemos demostrar que *ninguna* división funciona para bombear.

   Critica adicional a la exposición es que usar m, n como índices libres al definir el lenguaje, y luego en la discusión usar m como la constante del lema de bombeo y n como algún valor no mayormente definido es confuso.

   b) Seguimos la notación de la pregunta, como debiéramos hacer al responder una consulta.

   Demostración. Supongamos que L_3 es regular. Entonces cumple el lema de bombeo para lenguajes regulares. Sea N la constante del lema. Considere la palabra $\omega = a^N b c^{N+1} \in L_3$. Es $|\omega| = 2N + 2 \geq N$, por el lema podemos escribir $\omega = xyz$, con $|xy| \leq N$, $y \neq \varepsilon$, tal que para todo $k \geq 0$ es $xy^k z \in L_3$. Pero xy son solo a, al elegir $k \neq 1$ el número de a y c no coincide, contradicción. □

   Alternativamente:

   Demostración. Por contradicción. Supongamos L_3 regular. Sea el homomorfismo $h\colon \{a, b, c\}^* \to \{a, b\}^*$ definido por:

$$\begin{aligned} h(a) &= a \\ h(b) &= a \\ h(c) &= b \end{aligned}$$

   Entonces:

$$\begin{aligned} h(L_3) &= \{a^{m+n} b^{m+n} \colon m, n \geq 0\} \\ &= \{a^k b^k \colon k \geq 0\} \end{aligned}$$

   debiera ser regular, ya que los lenguajes regulares son cerrados respecto de homomorfismos. Pero este lenguaje no es regular, cosa que se demostró en clase. Contradicción. □

Puntajes

Total		40
a) 5 puntos cada una	15	
b) Demostración correcta	25	

4. Si la gramática no contiene ciclos (o sea, no hay no-terminales generantes y alcanzables tales que $A \Rightarrow^+ \alpha A \beta$) el lenguaje es finito.

   - Elimine los símbolos inútiles de la gramática.
   - Para cada no-terminal A construya el conjunto de no-terminales B tales que $A \Rightarrow^+ \alpha B \beta$. El algoritmo del caso es similar al usado para determinar símbolos alcanzables, solo el valor inicial del conjunto es diferente (no incluye A, sino los no-terminales que se mencionan en lados derechos de producciones de A) y se aplica a todos los no-terminales, no solo al símbolo de partida.
   - Si no hay $A \rightarrow \alpha A \beta$ (ningún A aparece en su conjunto calculado antes), el lenguaje $\mathscr{L}(G)$ es finito.

Puntajes

Total		35
$\mathscr{L}(G)$ es finito si no hay $A \Rightarrow \alpha A \beta$	15	
Eliminar símbolos inútiles	10	
Determinar si hay ciclos	10	

5. Es cosa de ir armando el árbol desde la raíz (E). Vea la figura 4.

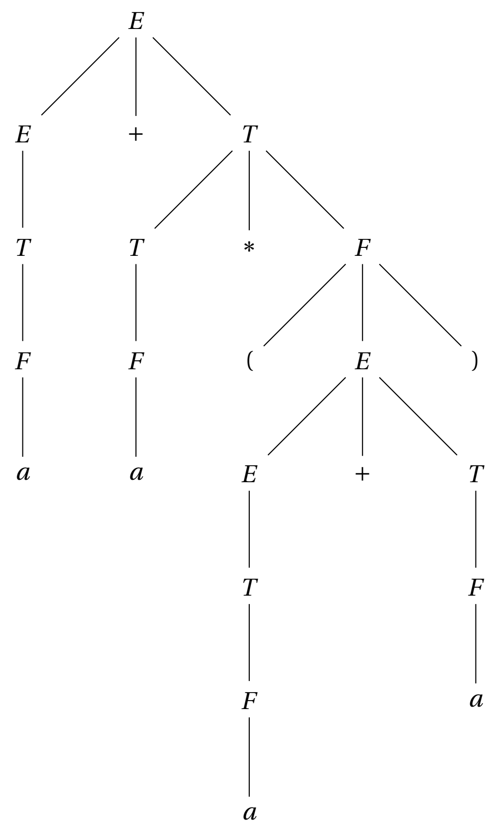

Figura 4: Árbol de derivación de $a + a * (a + a)$.

Puntajes

Total	20
Descuento por expansión errada	10