Relación entre los lenguajes definidos

Horst H. von Brand
vonbrand@inf.utfsm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Contenido

Lenguajes que hemos definido

Tenemos tres mecanismos para definir lenguajes, bien distintos: expresiones regulares, autómatas finitos deterministas y autómatas finitos no-deterministas.
Nuestra discusión del no-determinismo lleva a sospechar que los NFA son mucho más poderosos que los DFA, vistos sus poderes sobrenaturales. La relación de los anteriores con expresiones regulares no es para nada obvia.

Plan de batalla

Demostraremos que las tres descripciones definen los mismos lenguajes. Esto lo haremos demostrando las construcciones explícitas indicadas por el diagrama:

$$\begin{tikzcd}
\text{RE} \arrow[rr] & & \text{NFA} \arrow[dl] \\
& \text{DFA} \arrow[ul] &
\end{tikzcd}$$

Plan de batalla

Nos tomará varias sesiones completar el triángulo.

Hay una flecha obvia DFA $\rightarrow$ NFA (como vimos, un DFA es un caso muy particular de NFA), que no incluimos dado que no aporta a nuestro objetivo actual. Algunas de las construcciones que veremos pueden generalizarse en forma obvia. Por ejemplo, podemos construir una expresión regular partiendo de un NFA. Nuevamente, no las discutiremos más por no aportar al objetivo entre manos.

RE → NFA

La construcción explícita de un NFA que acepta el lenguaje denotado por una RE se conoce como *construcción de Thompson*.

Cumpliendo nuestra amenaza, la construcción es recursiva, siguiendo la definición recursiva de RE.

Usaremos nuestra notación gráfica de autómatas finitos en la construcción. Los NFA construidos tienen un único estado final, una vez que se ingresa por el estado inicial la única salida es a través del estado final. Esta característica es importante al demostrar que solo acepta el lenguaje prescrito.

Expresiones regulares

Definición

Una *expresión regular* sobre el alfabeto Σ se define junto al lenguaje que denota mediante:

i) La expresión regular $\varnothing$ denota el lenguaje $\varnothing$.

ii) La expresión regular ε denota el lenguaje $\{\varepsilon\}$.

iii) Para cada $a \in \Sigma$ la expresión regular a denota el lenguaje $\{a\}$.

Sean R y S expresiones regulares, que denotan $\mathscr{L}(R)$ y $\mathscr{L}(S)$, respectivamente.

iv) La expresión regular $(R) \mid (S)$ denota $\mathscr{L}(R) \cup \mathscr{L}(S)$.

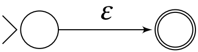
v) La expresión regular $(R) \cdot (S)$ denota $\mathscr{L}(R) \cdot \mathscr{L}(S)$.

vi) La expresión regular $(R)^*$ denota $(\mathscr{L}(R))^*$.

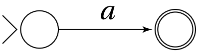
RE $\rightarrow$ NFA

i) Para la expresión regular $\varnothing$ construimos:

ii) Para la expresión regular ε construimos:



iii) Para la expresión regular a, donde $a \in \Sigma$, construimos:

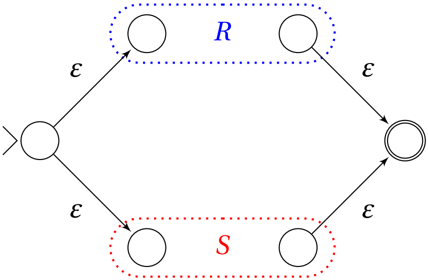


RE → NFA

Supongamos ahora que tenemos expresiones regulares R y S, con autómatas esquematizados respectivamente mediante:

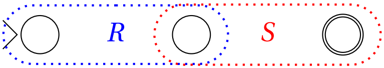
RE → NFA

iv) Alternancia entre dos expresiones regulares, $(R) \mid (S)$:



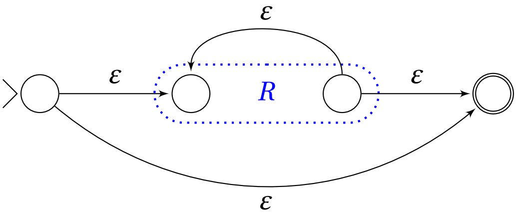
RE → NFA

v) Concatenación de dos expresiones regulares: $(R) \cdot (S)$:



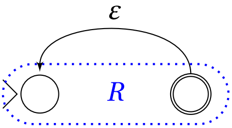
RE → NFA

vi) Estrella de Kleene de una expresión regular, $(R)^*$:



RE → NFA

vii) La operación extraoficial más de una expresión regular, $(R)^+ = (R) \cdot (R)^*$, puede simplificarse a:



Resumen

- Tres formas de describir lenguajes: RE, DFA, NFA. ¿Cómo se relacionan?
- Plan de batalla: demostrar un ciclo de construcciones, RE → NFA → DFA → RE
- Primer paso del plan: Construcción de Thompson, RE → NFA. Hacemos buen uso del poder del no-determinismo.