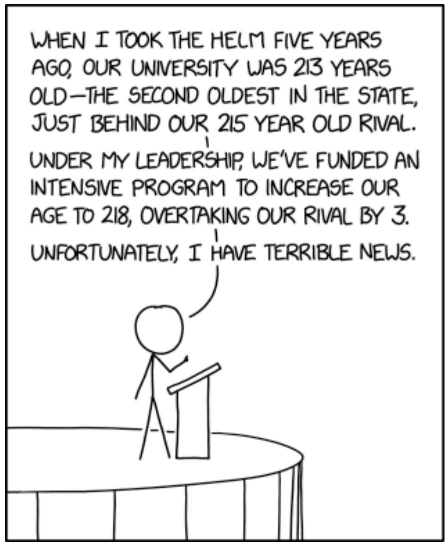
Segundo Certamen
Informática Teórica

23 de noviembre de 2024



https://www.xkcd.org/2968

La entrega es en hojas separadas por pregunta, cada una debidamente identificada (nombre, rol, certamen y ramo). Si no responde, entregue una pregunta en blanco.

1. Demuestre que el lenguaje $L = \{\langle M_1, M_2\rangle \colon \exists \omega, \omega \in \mathscr{L}(M_1) \wedge \omega \in \mathscr{L}(M_2)\}$ no es decidible. Acá M_1 y M_2 son máquinas de Turing.

   (25 puntos)

2. Demuestre que los lenguajes decidibles son cerrados respecto de (a) la unión y (b) la concatenación. Basta una explicación informal, pero clara. Puede usar programas o pseudocódigo.

   (30 puntos)

3. En lo siguiente, considere problemas D_i decidibles, I_i no decidibles, E_i computacionalmente enumerables no decidibles. Indique cuáles de las siguientes reducciones son posibles. Justifique brevemente.

   a) $I_1 \le D_1$ b) $E_2 \le I_2$ c) $\overline{E}_3 \le E_4$ d) $\overline{D}_2 \le D_3$

   (20 puntos)

4. En lo siguiente, considere problemas $P_i \in \mathsf{P}$, $N_i \in \mathsf{NP}$, C_i es NP-completo, y X_i es desconocido. Indique qué permiten concluir sobre X_i las siguientes reducciones, suponiendo que $\mathsf{P} \neq \mathsf{NP}$:

   a) $X_1 \le_p N_1$ y $P_1 \le_p X_1$ b) $C_2 \le X_2$ c) $X_3 \le P_2$ y $X_3 \le_p C_2$ d) $C_4 \le_p X_4$ y $X_4 \le_p N_4$

   (20 puntos)

5. El problema DOUBLE SAT da una fórmula lógica ϕ en variables $x_1, \ldots, x_n$ y pregunta si hay al menos dos maneras de satisfacer ϕ (vale decir, valores distintos de las variables que hacen verdadera ϕ). Demuestre que DOUBLE SAT es NP-completo.

   (30 puntos)

HvB/LaTeX 2_ε