

Pauta Tarea 5

Informática Teórica

Justifique polinomial

NP-Complete Warriors

2024-08-05

1. El tamaño del problema es el largo de n escrito en binario, esencialmente $\log_2 n$. Es claro que si $n = a \cdot b$, a y b serán menores que n , por lo que el algoritmo no-determinista 1 resuelve el problema. Elegir a y b tomará tiempo

Algoritmo 1: Determinar si es número compuesto

```
function composite( $n$ )  
   $a \leftarrow \text{select}(2, n)$  ;  
   $b \leftarrow \text{select}(2, n)$  ;  
  if  $n = a \cdot b$  then  
    return True ;  
  end  
  return Unknown ;  
end
```

$O(\log n)$ cada uno, calcular $a \cdot b$ toma tiempo $O(\log a \cdot \log b) = O(\log^2 n)$, en total $2O(\log n) + O(\log^2 n)$, que claramente es polinomial en $\log_2 n$. Como hay un algoritmo no-determinista que se ejecuta en tiempo polinomial en el tamaño de la entrada que resuelve el problema, está en NP.

2. Para determinar si G contiene un K_3 , basta revisar todos los posibles tríos de vértices viendo si están conectados entre sí. El algoritmo 2 da detalles. Si $n = |G_V|$, hay $\binom{n}{3}$ tríos de vértices, donde sabemos que:

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$$

que obviamente es polinomial. A su vez, los datos de entrada son la matriz de adyacencia, de tamaño n^2 . Cada verificación de si uv es un arco toma tiempo constante (es un acceso a la matriz de adyacencia), el tiempo total es polinomial en $|G_V|$, polinomial en el tamaño de los datos de entrada. Habiendo un

Algoritmo 2: Determinar 3CLIQUE

```
function 3clique( $G$ )  
   $n \leftarrow |G_V|$ ;  
  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do  
    for  $j \leftarrow i + 1$  to  $n$  do  
      for  $k \leftarrow j + 1$  to  $n$  do  
        if  $ij \in G_E \wedge ik \in G_E \wedge jk \in G_E$  then  
          return True ;  
        end  
      end  
    end  
  end  
  return False ;  
end
```

algoritmo determinista que se ejecuta en tiempo polinomial en el tamaño de los datos de entrada que decide el problema, está en P.

Puntajes

Total		120
1. COMPOSITE		60
Algoritmo no-determinista	35	
Explicación	25	
2. 3CLIQUE		60
Algoritmo determinista	35	
Explicación	25	