Pauta Tarea 6
Informática Teórica

NP-completos

NP-Complete Warriors

2024-08-05

Teorema. CONTAINS PARTITION *es* NP*-completo.*

Demostración. Debemos demostrar que CONTAINS PARTITION está en NP y que es NP-duro. Para demostrar que está en NP un certificado obvio es una partición $\mathscr{P} \subseteq \mathscr{C}$ de $\mathscr{U}$. Para verificar el certificado, tomamos cada elemento de $\mathscr{U}$ y revisamos si aparece en exactamente uno de los conjuntos en $\mathscr{P}$. Esto es $|\mathscr{U}|$ revisiones de elementos, cada uno de ellos buscado en $|\mathscr{P}|$ conjuntos. Es claro que $|\mathscr{P}| \leq |\mathscr{U}|$, cada elemento de $\mathscr{P}$ es a lo más de tamaño $|\mathscr{U}|$, revisar cada conjunto toma tiempo proporcional a su tamaño si lo representamos mediante una lista. O sea, el tiempo total es $O(|\mathscr{U}|^3)$, que es polinomial en (parte de) la descripción del problema. Está en NP.

Para demostrar que es NP-duro, reducimos de 1-IN-3 SAT. Dada una fórmula lógica en 3CNF, definimos $\mathscr{U}$ como el conjunto de cláusulas de ϕ y los conjuntos $\mathscr{C}$ como las cláusulas en las que aparece cada variable y su negación. Si ϕ está en 3-IN-1 SAT, cada cláusula contiene exactamente un literal verdadero, o sea, hay un conjunto de literales tal que aparece exactamente uno de ellos en cada cláusula. Transformar la fórmula en el conjunto $\mathscr{U}$ y listar las cláusulas en que aparece para cada posible literal claramente puede hacerse en tiempo lineal en el tamaño de ϕ. $\square$

Puntajes

Total		120
Está en NP	40	
– Usar un certificado	5	
– Describir el certificado	15	
– Justificar verificación polinomial	20	
Es NP-duro	80	
– Usar una reducción 1-IN-3 SAT $\leq_p$ CONTAINS-PARTITION)	10	
– Describir la reducción	30	
– Justificar que es una reducción	20	
– Justificar que es polinomial	20	