LEIFI PHYSIK

JOACHIM HERZ STIFTUNG

OPTIK

Zwei-Quellen-Interferenz

Die Überlagerung von Wellen wird als **Interferenz** bezeichnet. Gibt es nur zwei Sender (Quellen) von denen Wellen ausgehen, so spricht man von Zwei-Quellen-Interferenz (ZQI). Beispiele für Sender sind zwei Tupfer in einer Wasserwellenwanne, zwei Lautsprecher oder zwei Spalte, von denen Elementarwellen ausgehen.

Vereinfachend wollen wir annehmen, dass die betrachteten Wellen harmonisch sind und gleiche Amplitude, Frequenz und Schwingungsrichtung besitzen.

Stelle dir einen ruhigen See vor, in den zwei Tupfer (Sender S_1 und S_2) eintauchen und zwei Kreiswellensysteme erzeugen, außerdem in einiger Entfernung einen Korken (Empfänger E), der von den Wellen erfasst und zu Schwingungen angeregt wird. Bei der Überlagerung der Wellen treten die beiden folgenden Extremfälle auf:

Konstruktive Interferenz

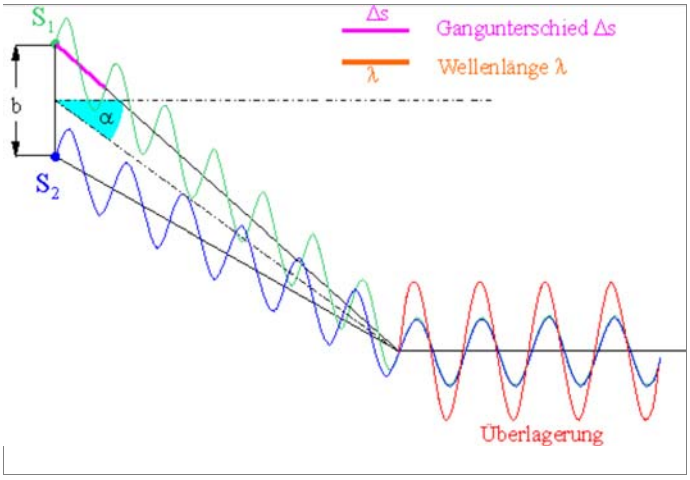
Ein Berg von Welle 1 trifft auf einen Berg von Welle 2 oder ein Tal von Welle 1 trifft auf ein Tal von Welle 2. In diesem Fall kommt es zur Maximalauslenkung (z.B. des Korkens).

Zur konstruktiven Interferenz kommt es immer dann, wenn für den Gangunterschied $\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right|$ gilt

$$\Delta s = n \cdot \lambda \quad \text{mit} \quad \text{n} \in \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ \ldots\}$$

Man spricht für $n = 0 \Rightarrow \Delta s = 0 \cdot \lambda = 0$ vom Maximum 0. Ordnung.

Für $n = 1 \Rightarrow \Delta s = 1 \cdot \lambda = \lambda$ kommt es zum Maximum 1. Ordnung.



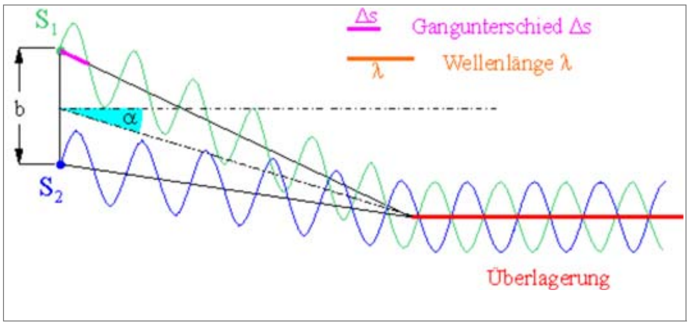
Destruktive Interferenz

Ein Berg von Welle 1 trifft auf ein Tal von Welle 2 oder ein Tal von Welle 1 trifft auf einen Berg von Welle 2. In diesem Fall kommt es zur Auslöschung (z.B. keine Auslenkung des Korkens).

Zur destruktiven Interferenz kommt es immer dann, wenn der Gangunterschied $\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right|$ die Werte $\frac{\lambda}{2}$, $3 \cdot \frac{\lambda}{2}$, $5 \cdot \frac{\lambda}{2}$ usw. annimmt. Mathematisch elegant kann man dies in der folgenden Form schreiben:

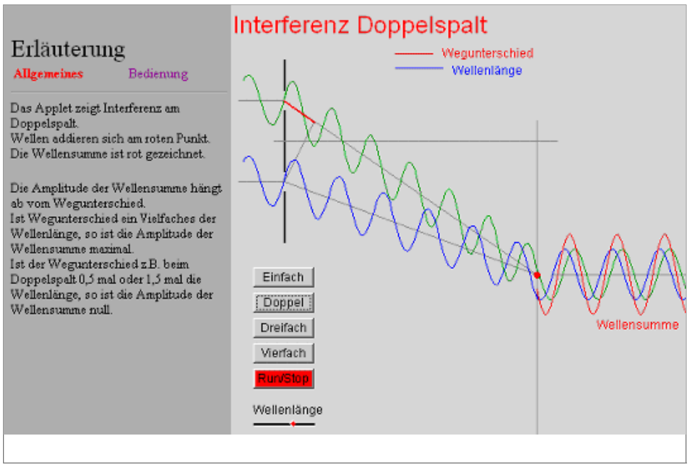
$$\Delta s = \left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \quad \text{mit} \quad \text{n} \in \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ \ldots\}$$

Man spricht für $n = 1 \Rightarrow \Delta s = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda = \frac{\lambda}{2}$ vom Minimum 1.Ordnung.

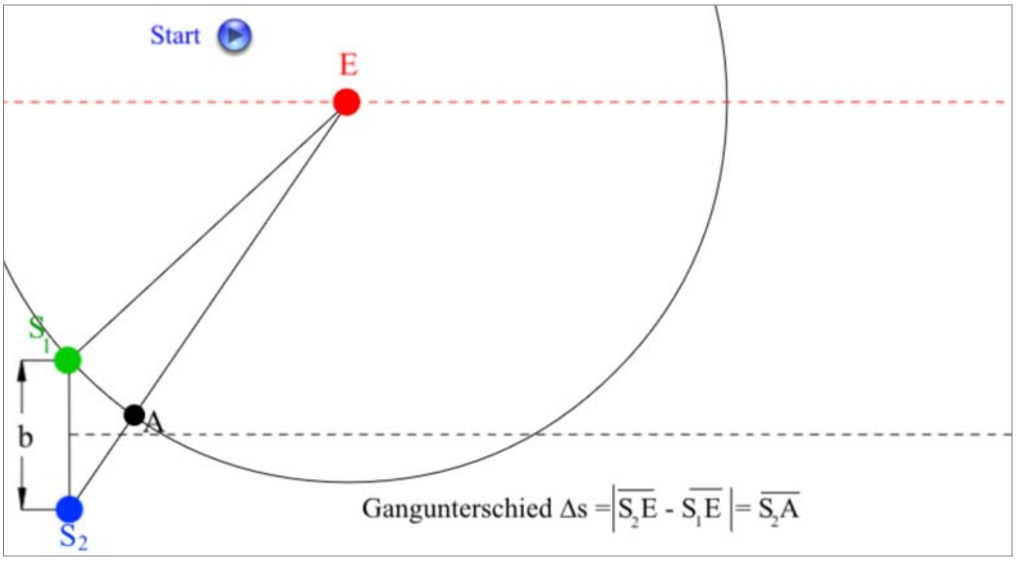


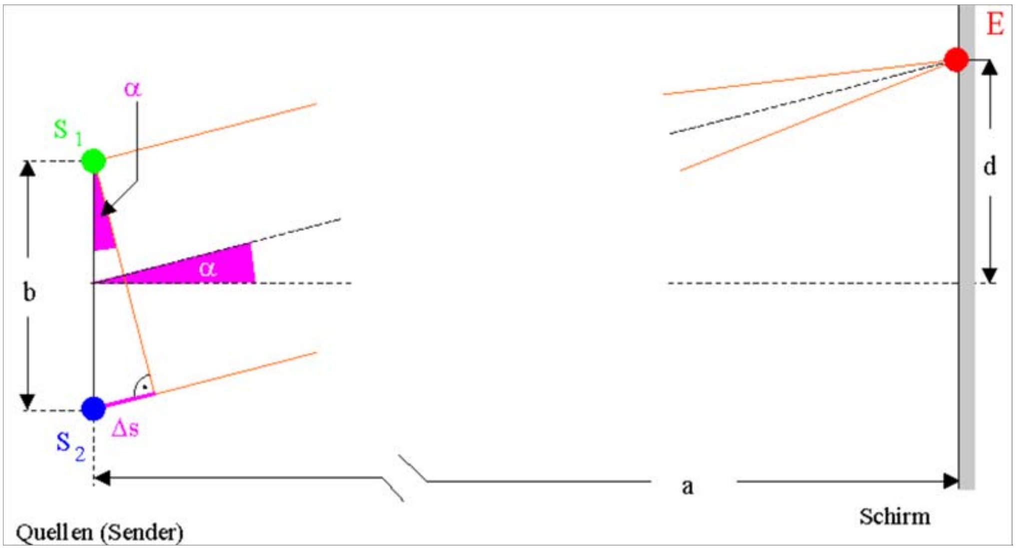
Das sehr schöne **Java Applet** von Peter Kraus, bei der die beiden Sender jeweils Spalte sind, auf die eine ebene Welle trifft (Doppelspalt), zeigt auch die Zustände zwischen den beiden oben besprochenen Extremfällen. Um zu dem nebenstehenden Bild zu gelangen, müssen Sie beim Applet zuerst die Schaltfläche "Doppel" anklicken.

In der Animation können Sie die Position des Empfängers (roter Punkt rechts) mit der Maus verändern und verschiedene Werte für die Wellenlänge mit einem Schieber (unten) einstellen.



Die Berechnung der Winkelweite α, unter dem ein Maximum oder Minimum erscheint, wird dann besonders einfach, wenn die Entfernung a des Empfängers E sehr groß gegenüber dem Abstand b der beiden Sender ist ($b \ll a$). Wie die folgende Animation zeigt, werden in diesem Fall die Geraden S_1E und S_2E nahezu parallel und die Winkelweite β fast 90°.





Aus der Zeichnung kann man entnehmen, dass für den Gangunterschied Δs gilt

$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta s}{b} \Leftrightarrow \Delta s = b \cdot \sin(\alpha) \quad (1)$$

und dass für die Winkelweite α gilt

$$\tan(\alpha) = \frac{d}{a} \quad (2)$$

Ist α sehr klein (d.h. in der Schulpraxis $\alpha < 5^\circ$), so stimmt der Sinus und der Tangens eines Winkels gut überein, d.h. es gilt $\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha)$; man nennt dies die **Kleinwinkelnäherung**. Mit dieser Näherung folgt dann aus (1) und (2)

$$\Delta s = b \cdot \tan(\alpha) = b \cdot \frac{d}{a}$$

Wellenlängenmessung mit Hilfe des Doppelspalts:

Mit Hilfe der letzten Beziehung lässt sich nun mit Hilfe des Doppelspalts die Wellenlänge von Licht berechnen. Beobachtet man z.B. bei Bestrahlung des Doppelspalts mit dem Spaltabstand b das Maximum dritter Ordnung des roten Laserlichts im Abstand d_3 vom Maximum nullter Ordnung, so gilt (beim Maximum 3. Ordnung ist der Gangunterschied $\Delta s = 3 \cdot \lambda$)

$$3 \cdot \lambda_{\text{rot}} = b \cdot \frac{d_3}{a} \Leftrightarrow \lambda_{\text{rot}} = b \cdot \frac{d_3}{3 \cdot a}$$

- Die Größen d_3 und a sind mit einem Maßband festzustellen.

- Der Spaltabstand b des Doppelspalts ist meist angegeben. Ist dies nicht der Fall, so lässt er sich bequem feststellen, indem man den Diarahmen in dem sich in der Regel der Doppelspalt befindet in einen Diaprojektor steckt und in größerer Entfernung den Abstand b' der beiden Spaltbilder feststellt. Den wahren Abstand b der Spalte erhält man, indem man in einem zweiten Schritt ein Dia mit einem transparenten Millimetermaßstab in den Projektor steckt und den Abstand $\Delta x'$ zweier benachbarter Millimeterlinien misst. Für b gilt dann

$$\frac{b}{1\text{mm}} = \frac{b'}{\Delta x'} \Leftrightarrow b = \frac{b'}{\Delta x'}\text{mm}$$

>

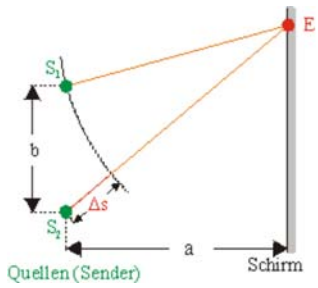
Gangunterschied Zweiquellen

Es gilt nicht a >> b

Der Abstand b der beiden Quellen (Spalte) ist nicht klein gegenüber der Entfernung a des Beobachtungspunktes.
Zur Berechnung des Gangunterschiedes kann man keine Näherungen heranziehen.
Es gilt:

$$\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right|$$

Hinweis:
Die Verwendung des Satzes von Pythagoras ist meist hilfreich.

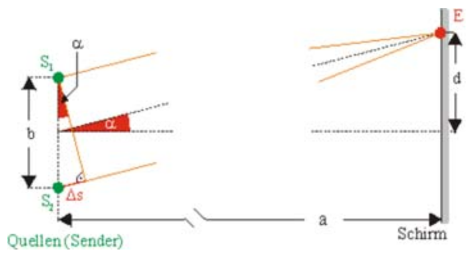


Es gilt a >> b

Der Abstand b der beiden Quellen (Spalte) ist sehr klein gegenüber der Entfernung a des Beobachtungspunktes.

In diesem Fall kann annähernd davon ausgehen, dass die beiden Wellenstrahlen, die von den Sendern zum Empfänger laufen, parallel sind. Es gilt dann:

$$\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right| = b \cdot \sin(\alpha)$$



Außerdem gilt:

$$\tan(\alpha) = \frac{d}{a}$$

Ist α sehr klein (d.h. in der Schulpraxis $\alpha < 5^\circ$), so stimmt der Sinus und der Tangens eines Winkels gut überein: Kleinwinkelnäherung

$$\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha)$$

$$\Delta s = b \cdot \tan(\alpha) \Rightarrow \Delta s = b \cdot \frac{d}{a}$$

Optische Weglänge

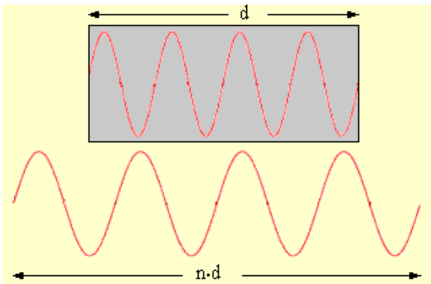
Trifft eine elektromagnetische Welle aus der Luft (Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0) auf transparente Materie (Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle c_1), so löst sie in der Materie eine frequenzgleiche elektromagnetische Welle aus (erzwungene Schwingung).

Aus $\frac{c_0}{c_1} = n$ folgt wegen $c = f \cdot \lambda$: $\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = n$

Da die Lichtgeschwindigkeit in Luft (Vakuum) am größten ist, folgt: $\lambda_1 < \lambda_2$;

Dies hat zur Folge, dass auf ein Materiestück der Länge d die gleiche Anzahl von Wellenlängen trifft, wie im Vakuum auf die Strecke $n \cdot d$.
Man bezeichnet $n \cdot d$ als optische Weglänge.

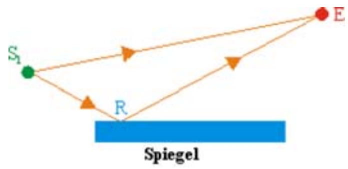
Bezüglich der Interferenz sind die Länge $n \cdot d$ in Luft und d in Materie gleichwertig.



Phasensprung

Wird Licht an einem Übergang vom optisch dünneren Medium zum optisch dichteren Medium reflektiert, so findet ein Phasensprung statt. Man berücksichtigt dies, in dem man zum geometrischen Weg noch die Strecke $\frac{\lambda}{2}$ addiert.

$$\Delta s = \left|\overline{SR} + \overline{RE} + \frac{\lambda}{2} - \overline{ES}\right|$$



>

Gitter

Gittertypen

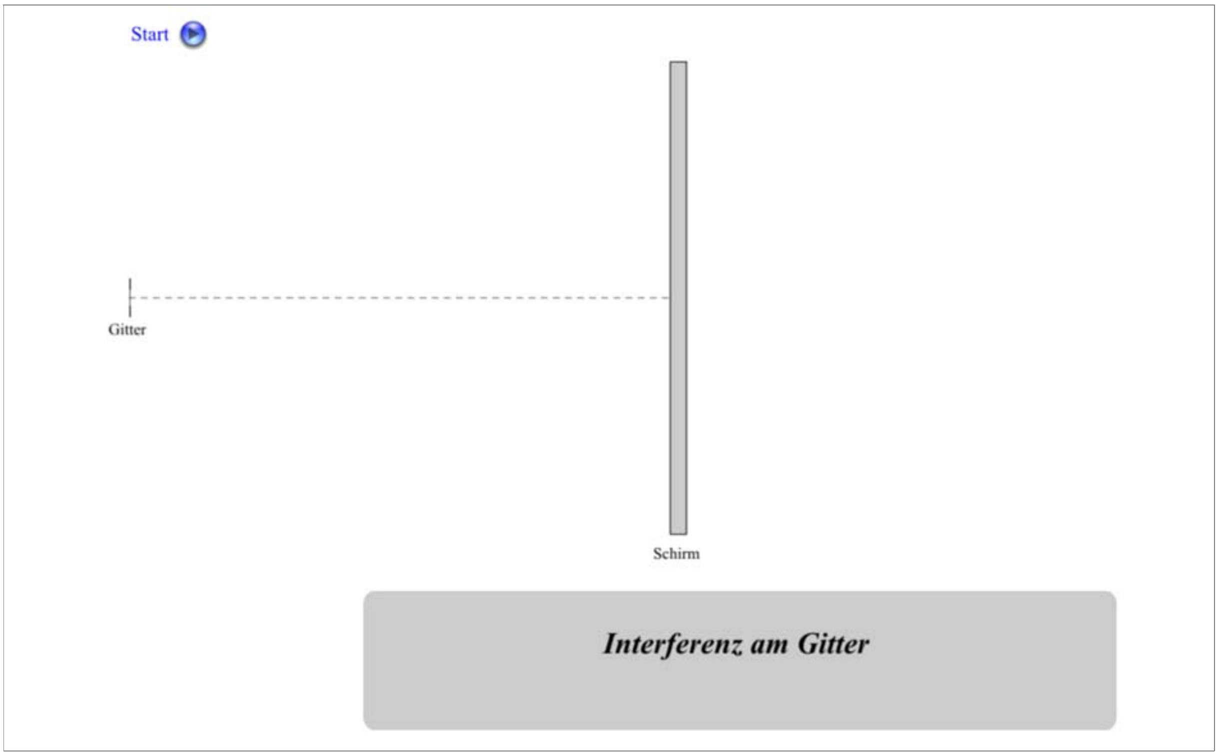
Transmissionsgitter

Mit Hilfe des Doppelspalts kann die Wellenlänge des Lichts auf eine recht brauchbare Weise bestimmt werden. Für Präzisionsmessungen der Lichtwellenlänge verwendet der Physiker jedoch keinen Doppelspalt, sondern ein sogenanntes Gitter, bei dem das Licht durch viele Spalte - bei denen jeweils der Spaltabstand b und die Spaltbreite B gleich ist - gelangt (**Transmissionsgitter**). Zur Herstellung eines Transmissionsgitters werden z.B. in eine Glasplatte mit einem Diamanten in gleichmäßigen Abständen Striche geritzt. Die Striche stellen die undurchsichtigen Stege des Gitters dar. Die durchsichtigen Lücken zwischen den Stegen stellen die gleichabständigen Spalte des Gitters dar. Der Spaltabstand b wird meist als Gitterkonstante b bezeichnet. Bei guten Gittern sind bis zu 400 Striche pro Millimeter auf die Glasplatte geritzt. Die Spaltbreite B wird bei den folgenden theoretischen Betrachtungen als extrem klein angenommen. Auf diese Weise kann man davon ausgehen, dass von den Spalten sogenannte HUYGENS'sche Elementarwellen ausgehen.

Reflexionsgitter

Beim Reflexionsgitter wird mit dem Diamant eine spiegelnde Oberfläche geritzt. Dadurch entstehen viele kleine Spiegelchen an denen das Licht reflektiert und gebeugt wird. Bei guten Reflexionsgittern schaffte man bis zu 1700 Striche pro Millimeter.

Intensitätsverteilung



Fazit: Durch Verwendung mehrerer Spalte (Gitter) werden die Interferenzmaxima intensiver und schärfer. Auf diese Weise ist eine sehr genaue Bestimmung der Wellenlänge des untersuchten Lichts möglich (vgl. auch nachfolgende Herleitung). Die beim Mehrfachspalt auftretenden Nebenmaxima spielen bei genügend hoher Spaltzahl keine Rolle, ihre Intensität ist zu vernachlässigen.

Berechnung der Wellenlänge

Der Gangunterschied Δs benachbarter Wellenstrahlen, welche zum k-ten Maximum laufen, ist

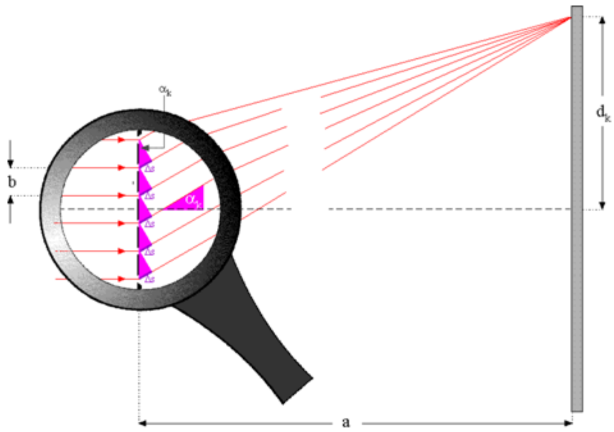
$$\Delta s = k \cdot \lambda \quad (1)$$

Für den Zusammenhang zwischen der Gitterkonstanten b, der Winkelweite α_k, unter dem das Maximum k-ter Ordnung erscheint, und dem Gangunterschied Δs gilt nach dem Sinussatz in einem der kleinen rechtwinkligen Dreiecke

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\Delta s}{b} \Leftrightarrow \Delta s = b \cdot \sin(\alpha_k) \quad (2)$$

Hieraus ergib sich durch Gleichsetzen von (1) und (2) für die Wellenlänge

$$k \cdot \lambda = b \cdot \sin(\alpha_k) \Leftrightarrow \lambda = \frac{b \cdot \sin(\alpha_k)}{k} \quad (3)$$



Da die Winkelweite α_k schlecht gemessen werden kann, führt man sie auf entsprechende Längenmessungen zurück: Es gilt nämlich nach dem Satz des PYTHAGORAS und dem Sinusssatz im großen rechtwinkligen Dreieck

$$\sin(\alpha_k) = \frac{d_k}{\sqrt{a^2 + {d_k}^2}} \quad (4)$$

Setzt man nun (4) in Gleichung (3) ein, so ergibt sich

$$\lambda = \frac{b \cdot \frac{d_k}{\sqrt{a^2+{d_k}^2}}}{k} = \frac{b \cdot d_k}{k \cdot \sqrt{a^2 + {d_k}^2}} \quad (5)$$

Bei guten Gittern und entsprechend hoher Ordnungszahl muss obige Formel (5) zur Wellenlängenberechnung benutzt werden.

Bei nicht allzu guten Gittern und bei niedriger Ordnungszahl kann es sein, das α_k nicht größer als ca. 5° ist. In diesem Fall kann man mit der **Kleinwinkelnäherung** rechnen, die besagt, dass für kleine Winkelweiten der Sinus und der Tangens in etwa gleich sind. Es liefert nämlich der Tangenssatz im großen rechtwinkligen Dreieck

$$\tan(\alpha_k) = \frac{d_k}{a} \quad (4')$$

und mit $\sin(\alpha_k) \approx \tan(\alpha_k)$ liefert das Einsetzen von $(4')$ in Gleichung (3) die vereinfachte Formel

$$\lambda = \frac{b \cdot \frac{d_k}{a}}{k} = \frac{b \cdot d_k}{k \cdot a} \quad (5')$$

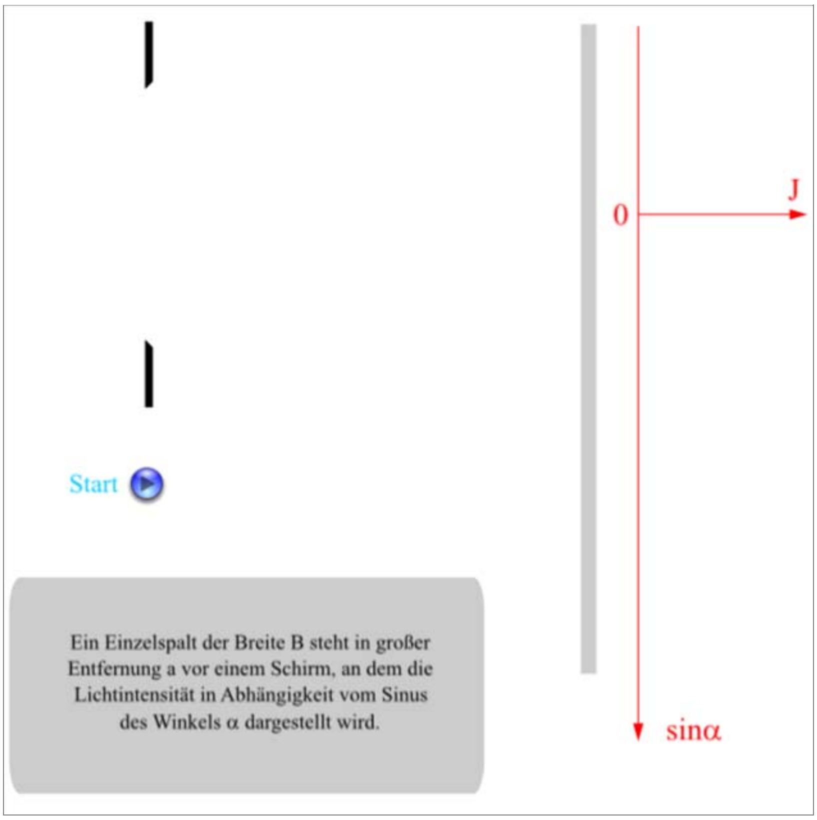
Hinweis: Eine weitere Möglichkeit, Gleichung $(5')$ zu erhalten ist die Überlegung, dass für kleine Winkel $d_k \ll a$ ist und deshalb in Gleichung

(5) ${d_k}^2$ unter der Wurzel vernachlässigt werden kann. Damit ergibt sich $\sqrt{a^2+{d_k}^2} \approx \sqrt{a^2} = a$ und damit aus Gleichung (5) Gleichung $(5')$.

>

Einfachspalt

Hinweis: Die folgende Darstellung macht die Lage für die Maxima und Minima beim Einzelspalt nur plausibel. Für eine genauere Herleitung muss man etwas tiefer einsteigen. Hilfen dazu findet man auf dem **Applet von Peter Kraus.**



Trifft eine ebene Wellenfront auf einen Einzelspalt der Breite B, so kann man sich die Interferenzerscheinung hinter dem Spalt dadurch erklären, dass von Punkten im Spalt sogenannte **HUYGENS'sche Elementarwellen** ausgehen, welche interferieren. Vereinfachend soll angenommen werden, dass vom Spalt zwölf Elementarwellen ausgehen. In der nebenstehenden Animation sind die Wellenstrahlen dieser Elementarwellen für verschiedene Winkelweiten α gelb dargestellt. Es ergibt sich

Das Maximum 0. Ordnung liegt bei $\alpha = 0^\circ$

Das 1. Minimum ergibt sich, wenn der Gangunterschied $\Delta s = B \cdot \sin(\alpha)$ der Randstrahlen des Bündels eine Wellenlänge λ beträgt:

$$B \cdot \sin(\alpha) = \lambda \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) = \frac{\lambda}{B}$$

Das 1. Maximum ergibt sich, wenn der Gangunterschied $\Delta s = B \cdot \sin(\alpha)$ der Randstrahlen des Bündels $\frac{3}{2} \cdot \lambda$ beträgt:

$$B \cdot \sin(\alpha) = \frac{3}{2} \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda}{B}$$

Das 2. Minimum ergibt sich, wenn der Gangunterschied $\Delta s = B \cdot \sin(\alpha)$ der Randstrahlen des Bündels $2 \cdot \lambda$ beträgt:

$$B \cdot \sin(\alpha) = 2 \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) = 2 \cdot \frac{\lambda}{B}$$

u.s.w.. Allgemein erhält man

Bedingung für Minima am Einzelspalt

$$B \cdot \sin(\alpha) = k \cdot \lambda \text{ mit k} \in \mathbb{N}$$

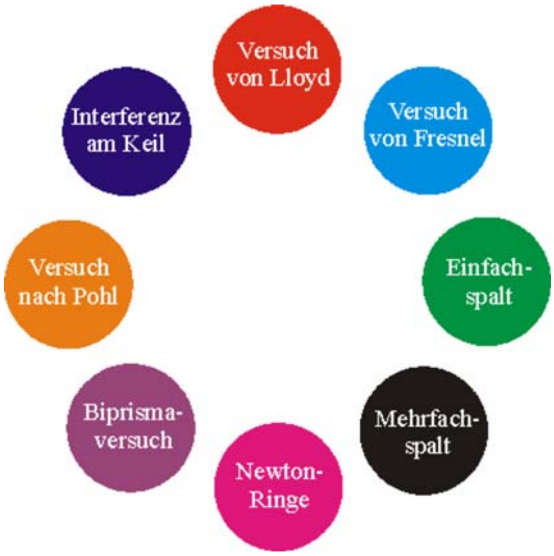
Bedingung für Maxima am Einzelspalt

$$B \cdot \sin(\alpha) = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ mit k} \in \mathbb{N}$$

>

Interferenzversuche

Von dieser Seite gelangen Sie per Mausklick zu einer Kurzbeschreibung der aufgeführten Versuche. Dabei wird jeweils nur ein Überblick - keine Herleitung - gegeben. Details können Sie bei den Versuchen nachlesen.



Bedingung für Konstruktive Interferenz (Verstärkung) und damit Helligkeit:

$$\Delta s = k \cdot \lambda\ ;\ k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \ldots\}$$

Bedingung für Destruktive Interferenz (Auslöschung) und damit Dunkelheit:

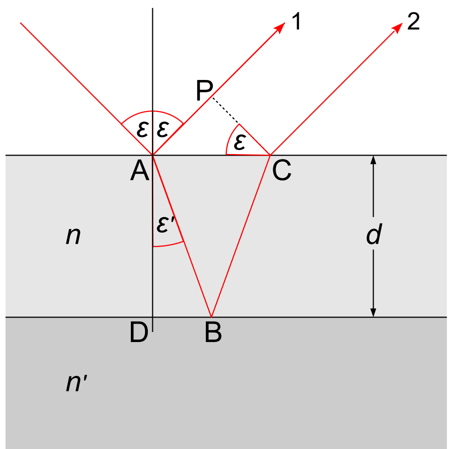
$$\Delta s = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda\ ;\ k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \ldots\}$$

Bei nahezu allen vorgestellten Versuchen schafft man durch einen "Trick" aus einer Lichtquelle zwei Lichtquellen, deren Licht kohärent ist.

>

Interferenz an dünnen Schichten

Bei der Interferenz an dünnen Schichten fällt Licht aus der Luft (Brechungsindex 1) unter dem Winkel der Weite ε auf eine dünne Schicht mit der Dicke d und dem Brechungsindex n, die sich oberhalb einer weiteren Schicht mit dem Brechungsindex n' befindet. Ein Teil des Lichts (1) wird an der Oberfläche (A) reflektiert, ein anderer Teil des Lichts (2) wird beim Eintritt in die Schicht zum Lot hin gebrochen, an der Unterseite der Schicht (B) reflektiert und beim Austritt aus der Schicht (C) vom Lot weg erneut gebrochen. Schließlich fallen die beiden Teilstrahlen wieder zusammen und interferieren.



Um herauszufinden, unter welchen Winkeln konstruktive und unter welchen Winkeln destruktive Interferenz von Licht einer bestimmten Wellenlänge λ auftritt, benötigt man den optischen Gangunterschied $\Delta s = n \cdot \overline{|AB|} + n \cdot \overline{|BC|} - \overline{|AP|}$ der beiden, ab der Strecke $\overline{PC}$ wieder parallelen Wellenfronten (1) und (2). Wegen $\overline{|BC|} = \overline{|AB|}$ beträgt dieser Gangunterschied auch

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot \overline{|AB|} - \overline{|AP|}$$

Wendet man nun trigonometrische Beziehungen in den Dreiecken ADB und ACP an, nutzt, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist, beachtet das Brechungsgesetz $n = \frac{\sin(\varepsilon)}{\sin(\varepsilon')}$ und führt einige trigonometrische und algebraische Umformungen durch, so erhält man schließlich

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\varepsilon)}$$

Herleitung einblenden

Bei der Reflexion am optisch dichteren Medium tritt immer ein Phasensprung von π, der einem zusätzlichen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ entspricht, auf. Dies ist wegen $n > 1$ auf jeden Fall bei der Reflexion am Punkt A und im Fall $n' > n$ auch am Punkt B der Fall, was den Phasensprung am Punkt A dann wieder ausgleicht. Somit ergeben sich folgende Fälle:

1. Fall: $n' < n$

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\varepsilon)} - \frac{\lambda}{2}$$

2. Fall: $n' > n$

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\varepsilon)}$$

Somit ergibt sich

Für den Fall $n' < n$ (z.B. Luft - Seifenlauge - Luft)

Aus der Bedingung $\Delta s = k \cdot \lambda$ mit $k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$ für Konstruktive Interferenz (Verstärkung) und damit Helligkeit ergibt sich

$$2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\varepsilon)} - \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda\ ;\ k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$$

Aus der Bedingung $\Delta s = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$ mit $k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$ für Destruktive Interferenz (Auslöschung) und damit Dunkelheit ergibt sich

$$2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\varepsilon)} - \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda\ ;\ k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$$

Für den Fall $n' > n$ (z.B. Luft - Öl - Wasser)

Aus der Bedingung $\Delta s = k \cdot \lambda$ mit $k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$ für Konstruktive Interferenz (Verstärkung) und damit Helligkeit ergibt sich

$$2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\varepsilon)} = k \cdot \lambda\ ;\ k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$$

Aus der Bedingung $\Delta s = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$ mit $k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$ für Destruktive Interferenz (Auslöschung) und damit Dunkelheit ergibt sich

$$2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\varepsilon)} = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda\ ;\ k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \dots\}$$

>

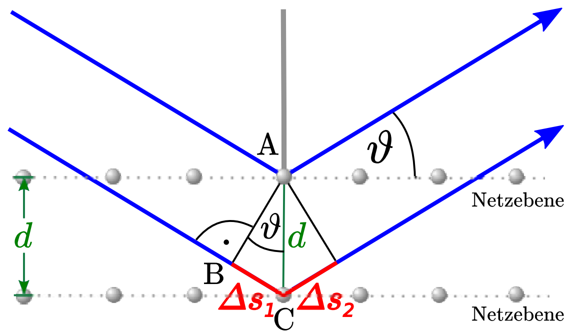


Abbildung 2: BRAGG-Reflexion mit Mikrowellen

Weiterlesen

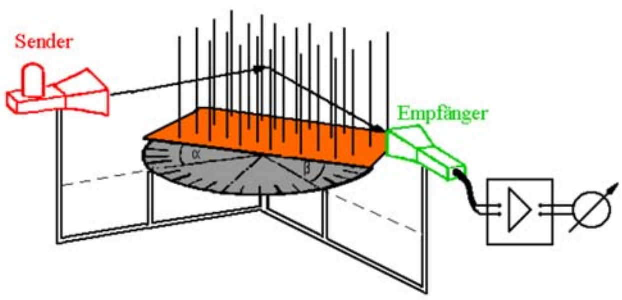


Abbildung 1: BRAGG-Reflexion mit Mikrowellen

Weiterlesen

Hinweis: Hilfen zur Lösung dieser Aufgabe findest du im Grundwissen zur BRAGG-Reflexion.

Weiterlesen

Ausgehend von der BRAGG-Gleichung erhält man durch Umstellen

$$\begin{aligned} n \cdot \lambda &= 2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta_n) \qquad &|: n \\ \lambda &= \frac{2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta_n)}{n} \end{aligned}$$

Für $n = 1$ erhält man nach Einsetzen der gegebenen Werte

$$\lambda = \frac{2 \cdot 329 \cdot 10^{-12}\mathrm{m} \cdot \sin(4,97^\circ)}{1} = 57,0 \cdot 10^{-12}\mathrm{m}$$

Weiterlesen

Hinweis: Hilfen zur Lösung dieser Aufgabe findest du im Grundwissen zur BRAGG-Reflexion.

Weiterlesen

Weiterlesen

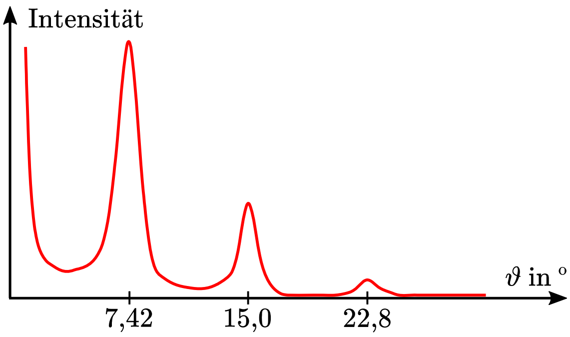


Abbildung 2

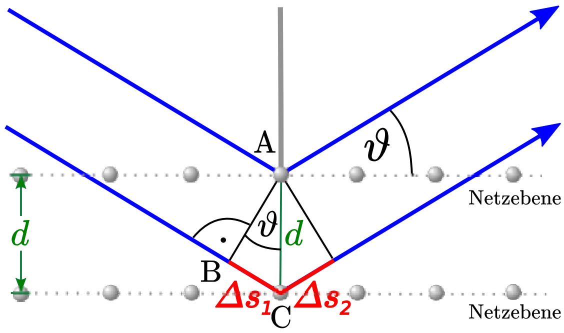
Weiterlesen

Hinweis: Hilfen zur Lösung dieser Aufgabe findest du im Grundwissen zur BRAGG-Reflexion.

Weiterlesen

Hinweis: Hilfen zur Lösung dieser Aufgabe findest du im Grundwissen zur BRAGG-Reflexion.

Weiterlesen



Weiterlesen