吉林大学

国家级物理实验教学示范中心

National Demonstration Center for Experimental Physics Education (Jilin University)

实验成绩	
教师签字	
批改日期	

实　验　报　告

普通物理实验

实验题目：单摆实验

学　　院：数学学院

学　　号：10230524

姓　　名：黎瀚文

组　　别：A2　　实验台号：3

时　　间：2024 年 10 月 9 日 星期三 晚上

1 实验内容

1. 调节单摆支架底脚螺丝，使摆线垂直于地面
2. 将悬线一端固定在摆球上，另一端固定在支架上读出从悬点到乒乓球底端的距离 l
3. 摆长固定为 $60cm$，将乒乓球拉离平衡位置，使悬线与竖直方向成一适当小的角度 θ，用数字毫伏计测量乒乓球摆动 5 个周期所需的时间，测量 5 次
4. 改变摆长分别为 $70cm$、$80cm$、$90cm$、$95cm$(摆长 $95cm$ 是由于实验中悬线长度不足 $100cm$ 故取悬线最大值)
5. 测量摆角仪大小，据此将摆角仪调至能读角度位置
6. 固定摆长为 $90cm$，改变摆角分别为 10°、15°、20°、25°、30°

2 原始数据

表 1: 测量乒乓球直径

直径 D/mm	25.02	25.00	25.02	25.00	25.00

表 2: 测量 $\theta = 10°$ 时不同摆长的单摆运动 5 个周期的时间

摆长 l/cm	1	2	3	4	5
60	7.5853	7.5848	7.5860	7.5858	7.5847
70	8.2086	8.2086	8.2083	8.2089	8.2080
80	8.7849	8.7851	8.7844	8.7843	8.7854
90	9.3451	9.3455	9.3450	9.3455	9.3446
95	9.6322	9.6319	9.6326	9.6322	9.6326

* 运动时间单位为 s

表 3: 摆长为 $90cm$ 时不同 θ 运动 5 个周期的时间

摆角 $\theta/°$	1	2	3	4	5
10	9.3456	9.3460	9.3457	9.3464	9.3464
15	9.3682	9.3688	9.3690	9.3677	9.3685
20	9.3978	9.3999	9.3997	9.3989	9.3992
25	9.4351	9.4377	9.4361	9.4361	9.4375
30	9.4811	9.4803	9.4809	9.4817	9.4811

* 运动时间单位为 s

计算原始数据中经过 5 次测量得到的数据的平均值为

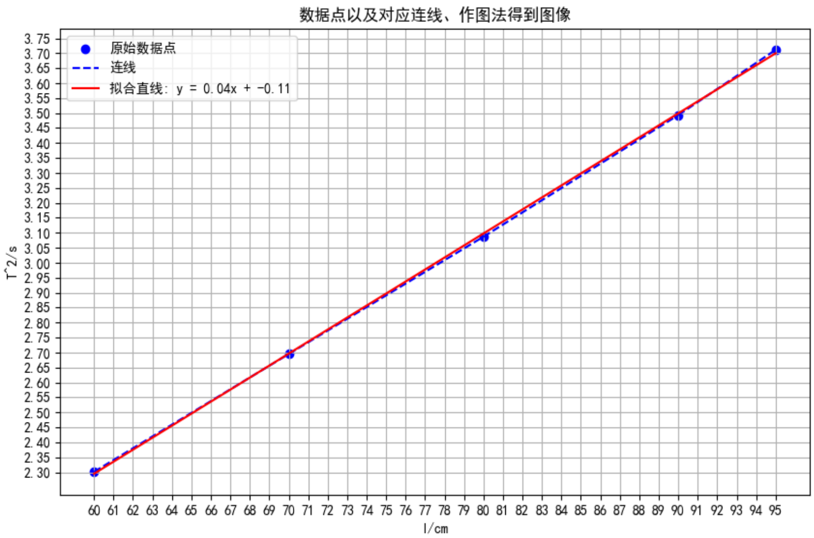
表 4: 原始数据得到测量时间的平均值

摆长 l/cm	60	70	80	90	95
$\overline{T}/s$	7.58532	8.20848	8.78482	9.34514	9.63230
摆角 $\theta/°$	10	15	20	25	30
$\overline{T}/s$	9.34602	9.36844	9.3991	9.43650	9.48102

3 数据处理与分析

3.1 数据处理分析问题一

3.1.1 数据处理、绘图与计算斜率、求重力加速度 g



通过计算机模拟作图法得到图像如图所示其中由于上述测得数据为单摆运动 5 个周期所得到的数据，故经过计算一个周期内以 T^2 为纵坐标、l 为横坐标得到的直线的的斜率 $k = 0.0401319\ s^2/cm$

通过单位代换得到 $k = 4.01319\ s^2/m$，由公式

$$T^2 = \frac{4\pi^2 l}{g}$$

带入 $k = 4.01319\ s^2/m$ 得到

$$g = \frac{4\pi^2}{k} = \frac{4\pi^2}{4.01319} m/s^2 = 9.83717 m/s^2$$

求得重力加速度为 $9.83717 m/s^2$

3.1.2 与实际值比较并计算百分差

查询数据得到长春当地重力加速度为 $g_{理论} = 9.80476 m/s^2$。显然计算得到的重力加速度比理论值更大。由百分差计算公式

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{g - g_{理论}}{g_{理论}} \times 100\% \\ &= \frac{9.83717 - 9.80476}{9.80476} \times 100\% = 0.3306\%\end{aligned}$$

得到百分差为 0.3306%

3.2 数据处理分析问题二

3.2.1 根据作图法不确定度计算方法，计算斜率 k 的扩展不确定度

测量数据时，测量单摆仪器上的分度值为 $\Delta x = 0.1cm$，作图法中 T^2 的分度值为 $\Delta y = 0.05s^2$。设误差概率密度满足均匀分布，则其标准不确定度

$$u(T^2) = \frac{\Delta y}{\sqrt{3}} = \frac{0.05}{\sqrt{3}} s^2 = 0.028867 s^2$$
$$u(l) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} cm = 0.057735 cm$$

由作图法得到的直线上两点坐标设为 (x_1, y_1)，(x_2, y_2)，得到斜率为

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

取对数得到

$$\ln k = \ln(y_2 - y_1) - \ln(x_2 - x_1)$$

利用相对不确定度传递公式得

$$\begin{aligned}\frac{u_k}{|k|} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln k}{\partial y_2}\right)^2 u^2(y_2) + \left(\frac{\partial \ln k}{\partial y_1}\right)^2 u^2(y_1) + \left(\frac{\partial \ln k}{\partial x_2}\right)^2 u^2(x_2) + \left(\frac{\partial \ln k}{\partial x_1}\right)^2 u^2(x_1)} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{y_2 - y_1}\right)^2 u^2(y_2) + \left(\frac{-1}{y_2 - y_1}\right)^2 u^2(y_1) + \left(\frac{-1}{x_2 - x_1}\right)^2 u^2(x_2) + \left(\frac{1}{x_2 - x_1}\right)^2 u^2(x_1)}\end{aligned}$$

取曲线上两点得 $\frac{u_k}{|k|} = 0.051026$，带入 $k = 4.01319\ s^2/m$ 得到 $u_k = 0.20478\ s^2/m$
扩展不确定度取置信概率 $p = 0.955$，$K_p = 2$，则 $j = k$ 的扩展不确定度 U_k 为:

$$U_k = K_p u_k = 2 \times 0.20478\ s^2/m = 0.40956\ s^2/m$$

$k = 4.01319 \pm 0.40956\ s^2/m$

3.2.2 计算重力加速度 g 的扩展不确定度

已知公式

$$g = \frac{4\pi l}{T^2}$$

由不确定度传递公式

$$u(L)=\sqrt{\sum(\frac{\partial L}{\partial x_i})^2u(x_i)^2}$$

经计算得

$$\begin{aligned}\frac{u_g}{g}&=\sqrt{\frac{u^2(l)}{\bar{l}^2}+\frac{u^2(T^2)}{(\overline{T^2})^2}}\\&=\sqrt{\frac{0.057735^2}{79^2}+\frac{0.028867^2}{3.03541^2}}=0.00953812\end{aligned}$$

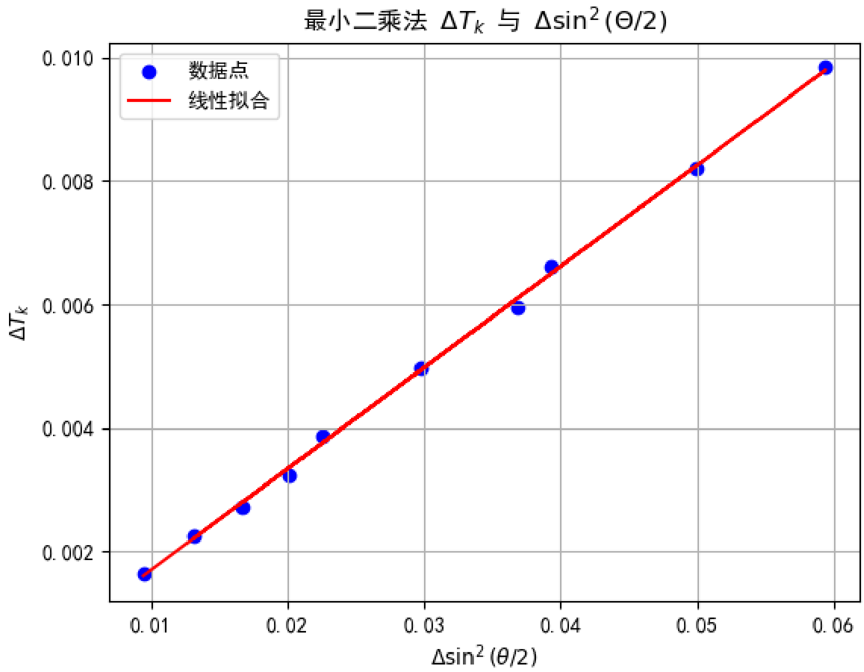
经计算可得到 $u_g=0.0938281m/s^2$

扩展不确定度取置信概率 $p=0.955$，$K_p=2$，则 U_g:

$$U_g=K_pu_g=2\times0.0938281\ m/s^2=0.1876562\ m/s^2$$

故综上所述 $g=9.83717\pm0.18766\ m/s^2$

3.3 用最小二乘法验证单摆周期与摆角关系



最小二乘法拟合得到的直线 $y=ax+b$ 的斜率 a 为 0.164148，一次项为 0.00004997

结合图像和最小二乘法拟合系数可看出：任取两组 T_k、T_i，记 $T_k-T_i=\Delta T$、$\sin^2(\frac{\theta_k}{2})-\sin^2(\frac{\theta_i}{2})=\Delta\sin^2(\frac{\theta}{2})$，显然 ΔT 与 $\Delta\sin^2(\frac{\theta}{2})$ 成正比关系，比值为常数 $a=0.164148$

4 思考题

4.1 空气阻尼是否影响单摆周期

在理想情况下，没有空气阻力或其他摩擦力，单摆的周期只与摆长 L 和重力加速度 g 有关. 此时，周期不依赖于振幅（在小角度近似下），也不受空气阻力影响

而对于有阻尼的单摆，运动方程可以写为：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta\frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

其中 β 是阻尼系数。阻尼会使单摆周期从理想情况的 T_0 变为：

$$T_d = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\beta}{T_0}\right)^2}}$$

由此可见，当阻尼较小（β 很小）时，周期略微增加；当阻尼变大时，周期变化显著

4.2 做实验的注意事项

1. 单摆的摆长是从悬挂点到摆球中心的距离。在实验中，摆长的测量必须准确，尤其是摆球较大时，应该从球的中心测量到悬挂点
2. 使用质量较大且均匀的球体作为摆球，以减少空气阻力对实验结果的影响。球体应尽量对称，以保证摆动时受力均匀
3. 单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 是基于小角度近似推导的。因此，在实验中应尽量保持摆角较小。如果摆角过大，公式将不再适用，产生较大的误差。
4. 确保单摆的悬挂点固定牢固，避免在摆动过程中出现位移或松动
5. 当单摆运动成锥摆时及时修正单摆运动

4.3 锥摆不修正的影响

摆锤始终在竖直平面内运动，与理想的线性单摆不同，锥摆的周期会受到摆锤与竖直方向夹角的影响。不进行锥摆修正时，忽略了单摆与竖直平面的夹角，未修正的周期公式将高估锥摆的周期，导致周期计算偏大

4.4 实验的主要误差来源

结合实验内容和具体实验操作分析，由于操作主要集中在静止释放单摆使其在竖直平面内运动，误差主要来源为单摆运动常不在竖直平面上