

Лабораторная работа №1

Никифоров Данил

19 апреля 2020 г.

Содержание

Введение	2
Задания	2
1 задание	2
2 задание	2
3 задание	4
4 задание	5

Введение

Цель: научиться верстать в LaTeX

Задания

1 задание

Вычислить следующий интеграл с подробным описанием всех действий:

$$\int x \cdot \ln 4x \, dx$$

- Воспользуемся формулой интегрирования по частям:

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int x \cdot \ln 4x \, dx = (*) \left| \begin{array}{l} u = \ln 4x, \quad du = \frac{dx}{x} \\ dv = x \, dx, \quad v = \frac{x^2}{2} \end{array} \right| (*) = \ln 4x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{dx}{x} =$$

$$= \ln 4x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \int x \, dx = \ln 4x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{4} \cdot x^2 + C.$$

2 задание

Численно вычислить следующий интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$:

$$\int_0^\infty \sin x^2 \, dx = 0.626657$$

Код для вычисления данного интеграла.

```

#include <iostream>
#include <math.h>
#include <vector>
using namespace std;

double f(double x) { return sin(x*x); }

int main() {
    vector <double> Integral(4);
    double a = 0.0, b = 2000;
    double h = 0.00001;
    double n = (b - a) / h;

    for(int i = 0; i < n; i++) {
        Integral[0] += f(a + h * i) * h; //left
        Integral[1] += f((a + h/2) + h * i) * h;
        if (i > 0) {
            Integral[2] += f(a + h * i) * h;
        }
        Integral[3] += (f(a + h * i) + f(a + h * (i + 1))) / 2 * h;
    }
    Integral[2] += f(a + h * n) * h;

    cout << "-----\n";
    cout << " |Result|is>>>>>>>-<" << " |" << "\n";
    cout << " |Left:::::" << Integral[0] << "<|" << "\n";
    cout << " |Middle:::::" << Integral[1] << "<|" << "\n";
    cout << " |Right:::::" << Integral[2] << "<|" << "\n";
    cout << " |Trapeze:::::" << Integral[3] << "<|" << "\n";
    cout << "-----\n";
    return 0;
}

```

- Метод левых прямоугольников : 0.626627 ; $\delta = 0.00003$
- Метод центральных прямоугольников : 0.626622 ; $\delta = 0.000035$
- Метод правых прямоугольников : 0.626617 ; $\delta = 0.00004$
- Метод трапеций : 0.626622 ; $\delta = 0.000035$

3 задание

Для следующих дифференциальных уравнений определить тип, и с помощью программ компьютерной математики найти общее решение:

1. $y \cdot \ln y - y' \cdot \sqrt{1 - x^2} = 0$

Решение:

Уравнение первого порядка с разделяющимися переменными

$$\log \log y = \arcsin x + C.$$

2. $xy' = \frac{\sec xy}{y} - y$

Решение:

Обобщенное однородное уравнение первого порядка

$$-\frac{1}{x^2} + xy \cdot \sin xy + \cos xy = C.$$

3. $y' = \frac{x + y}{y - x + 2}$

Решение:

Уравнение первого порядка, сводящееся к однородному

$$\frac{y^2 + (4 - 2x)y - x^2}{2} = C.$$

$$4. \quad y' \cdot \sin x + y \cdot \cos x = \operatorname{tg} x$$

Решение:

Линейное уравнение первого порядка

$$y = \frac{\ln \sec x + C}{\sin x}.$$

4 задание

Проверить, является ли представленная неявная функция решением следующей задачи Коши:

$$y' \cdot (2y - x \cdot \sqrt{e^{2y^2} - 1}) = y \cdot \operatorname{tg} xy, \quad y(0) = 1; \quad y^2 = \ln \sec xy$$

```
(%i1) solution(x, y) := y^2 = log(sec(x*y));
(%o1) solution(x,y):=y^2=log(sec(x*y))
(%i2) solution(0, 1);
(%o2) 1=0
```

Условие не выполняется, следовательно представленная неявная функция не является решением данной задачи Коши.