

Trabalho 1

Autores: Luís Duarte (up201703871), Telmo Ribeiro (up201805124)

Unidade Curricular: Métodos de Apoio à Decisão

PROF^o JOÃO PEDRO PEDROSO

Conteúdo

1	Formulação do 1ºModelo	3
2	Receita Óptima e Plano de Produção do 1ºModelo	4
3	Aumento da Linha de Produção do 1ºModelo	5
4	Formulação do 2ºModelo	5
5	Receita Óptima e Plano de Produção do 2ºModelo	7
6	Aumento da Linha de Produção do 2ºModelo	7

1 Formulação do 1º Modelo

A formulação do modelo começou pela definição de três conjuntos dos quais usufruímos na totalidade do mesmo. Estes vão estar comumente associados tanto com parâmetros como com variáveis. A sua definição e atribuição no ficheiro .data encontra-se demonstrada a baixo.

```
set types := R C I;
set months := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12;
set productionLines := Cleaning Cooking Packing;
```

Para a criação dos parâmetros optou-se por dividir a tabela de preços por unidade de marmelada, apresentada no enunciado, em três matrizes bidimensionais de forma a facilitar tanto a sua compreensão como o acesso às mesmas. Convencionou-se a sua divisão nos três planetas distintos. De forma semelhante, foi também a tabela das linhas de produção transformada numa matriz.

Todos estes parâmetros podem ser encontrados na sua totalidade no ficheiro com extensão data.

```
param mercuryPrices {months, types} >= 0;
param venusPrices {months, types} >= 0;
param marsPrices {months, types} >= 0;

param productionLinesCapacity {productionLines, types} >= 0;
```

Aquando da escolha das variáveis de decisão, convencionou-se usar três matrizes. Cada uma representa as unidades de marmelada do tipo t que vão ser enviadas para um dos planetas no mês m , sendo que $t \in \{R, C, I\}$ e $m \in [1, 2, 3, \dots, 12]$. O termo reservado *integer* tem como objetivo apenas permitir inteiros, uma vez que, uma unidade de marmelada é estipulada como indivisível.

```
var mercuryShipped {months, types} >= 0 integer;
var venusShipped {months, types} >= 0 integer;
var marsShipped {months, types} >= 0 integer;
```

No enunciado é-nos revelado que existem "shuttles" mensais para cada planeta, sendo que estes têm a capacidade de transportar 1000 unidades de marmelada. Podemos obter as unidades enviadas para um planeta num dado mês através da soma das unidades dos três tipos de marmelada, sendo que este valor tem de ser majorado por 1000. Tal condição deve ser verificada para os três planetas e para os 12 meses.

Em baixo apresentamos essas restrições devidamente escritas em AMPL.

```
subject to mercuryMaxAmountShipped {m in months}: sum {t in types} mercuryShipped[m, t] <= 1000;
subject to venusMaxAmountShipped {m in months}: sum {t in types} venusShipped[m, t] <= 1000;
subject to marsMaxAmountShipped {m in months}: sum {t in types} marsShipped[m, t] <= 1000;
```

A quantidade total de marmelada produzida de um tipo t para um mês m pode ser obtida através da soma das quantidade desse mesmo tipo que foram enviadas para cada uma das três colónias nesse mês, uma vez que não havendo inventário, toda a quantidade de marmelada produzida foi distribuída entre as colónias.

Se dividirmos esse resultado pela capacidade máxima oferecida por uma linha de produção p ,

obtemos a fracção do mês correspondente ao tratamento dessa quantia de marmelada nessa linha de produção para esse tipo de marmelada.

Ao somarmos as fracções para os diferentes tipos de marmelada obtemos a fracção do mês que foi gasta na plenitude por essa linha de produção.

Trivialmente, este último resultado não pode ser superior a 1.

Vê-se esta condição a ser aplicada para todos os meses do ano de 2057 e para todas as linhas de produção na imagem abaixo.

```
subject to productionLinesMaxCapacity {m in months, p in productionLines}: sum {t in types}
(mercuryShipped[m, t] + venusShipped[m, t] + marsShipped[m, t])
/ productionLinesCapacity[p, t] <= 1;
```

Ao multiplicarmos a previsão do preço de uma unidade de marmelada do tipo t para o mês m com a quantidade de marmelada desse mesmo tipo que foi enviada para uma dada colónia nesse mesmo mês, obtemos o lucro feito por t durante m nessa colónia.

Por sua vez, ao somarmos os lucros realizados por t durante m para as três colónias, obtemos o lucro total de t durante m .

Uma vez que, realizamos esse processo para todos os tipos e para todos os meses, então obtemos a receita no final do ano de 2057.

Como é facto que a matéria prima, as linhas de produção e o transporte não têm custos no caso estudado, então não precisamos fazer qualquer tipo de subtracção.

```
maximize revenue: sum {m in months} sum {t in types}
( mercuryShipped[m, t]*mercuryPrices[m, t] +
  venusShipped[m, t]*venusPrices[m, t] +
  marsShipped[m, t]*marsPrices[m, t] );
```

2 Receita Óptima e Plano de Produção do 1º Modelo

Após realizada a formulação do modelo com o auxílio da linguagem AMPL e da resolução do problema com o software GLPK alcançou-se a receita óptima de 492946 SolarCoins.

O plano de produção que resulta em tal receita encontra-se descrito na tabela a baixo.

Tabela do Plano de Produção/Envio

	Vénus			Marte			Mercúrio		
	R	C	I	R	C	I	R	C	I
Janeiro	308	0	0	0	0	1000	0	0	0
Fevereiro	0	0	0	0	850	0	0	0	0
Março	0	0	0	0	850	0	0	0	0
Abril	0	0	0	0	850	0	0	0	0
Maio	422	0	0	0	656	0	0	0	0
Junho	422	0	0	0	656	0	0	0	0
Julho	0	0	200	0	0	1000	0	0	0
Agosto	0	0	1000	0	0	200	0	0	0
Setembro	0	0	0	0	850	0	0	0	0
Outubro	0	0	0	0	850	0	0	0	0
Novembro	308	0	0	0	0	1000	0	0	0
Dezembro	308	0	0	0	0	1000	0	0	0

3 Aumento da Linha de Produção do 1º Modelo

Com a análise do ficheiro .sol obtido nas condições anteriores, consta-se que a linha de produção responsável por cozinhar atingiu o seu máximo 7 vezes sendo elas para os meses de fevereiro, março, abril, julho, agosto, setembro e outubro.

Por sua vez, a linha de produção encarregue de empacotar atingiu o máximo 2 vezes sendo elas para os meses de maio e junho.

A linha de produção voltada para a limpeza nunca foi sobrecarregada.

Tendo em conta estes dados, podemos afirmar que na disponibilidade de aumentar uma linha de produção deveria ser priorizada a da cozinha.

Tabela da Fracção de Utilização das Linhas de Produção

	Limpeza	Cozinha	Embalamento
Janeiro	0.879429	0.99982	0.910667
Fevereiro	0.553746	1	0.566667
Março	0.553746	1	0.566667
Abril	0.553746	1	0.566667
Maio	0.849362	0.999873	1
Junho	0.849362	0.999873	1
Julho	0.685714	1	0.6
Agosto	0.685714	1	0.6
Setembro	0.553746	1	0.566667
Outubro	0.553746	1	0.566667
Novembro	0.879429	0.99982	0.910667
Dezembro	0.879429	0.99982	0.910667

4 Formulação do 2º Modelo

A formulação do modelo para o segundo caso de estudo é bastante semelhante à do primeiro. Tanto os conjuntos como os parâmetros mantêm-se inalterados.

```

set types := R C I;
set months := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12;
set productionLines := Cleaning Cooking Packing;

param mercuryPrices {months, types} >= 0;
param venusPrices {months, types} >= 0;
param marsPrices {months, types} >= 0;

param productionLinesCapacity {productionLines, types} >= 0;

```

Ocorreu, no entanto, a criação de duas novas variáveis de decisão, sendo elas matrizes bidimensionais.

A primeira, de nome *produced*, tem como objetivo representar a quantidade de um tipo *t* de marmelada que foi produzida para um determinado mês *m*.

A segunda, de nome *leftOver*, tem como objetivo representar a quantidade de um tipo *t* de marmelada que sobrou de um determinado mês *m*.

```

var mercuryShipped {months, types} >= 0 integer;
var venusShipped   {months, types} >= 0 integer;
var marsShipped    {months, types} >= 0 integer;

```

```

var produced {months, types} >= 0 integer;
var leftOver {months, types} >= 0 integer;

```

As primeiras três restrições mantêm-se as mesmas uma vez que não foi alterada a capacidade máxima dos "shuttles".

Sabendo que a quantidade produzida já não é obrigatoriamente a mesma que a enviada é necessário alterar a condição das linhas de produção.

Uma vez que possui-se a variável *produced*, esta vai desempenhar o papel das soma das unidades do tipo *t* enviadas para cada colónia no mês *m*.

```

subject to mercuryMaxAmountShipped {m in months}: sum {t in types} mercuryShipped[m, t] <= 1000;
subject to venusMaxAmountShipped   {m in months}: sum {t in types} venusShipped[m, t] <= 1000;
subject to marsMaxAmountShipped    {m in months}: sum {t in types} marsShipped[m, t] <= 1000;

```

É essencial a introdução de duas novas restrições.

Para um tipo *t* de marmelada, a produção do primeiro mês será dada pela quantidade de *t* que vai ser enviada para cada uma das colónias mais a quantidade de *t* que permanecerá no inventário.

Esta é a primeira restrição que podemos ver na imagem abaixo.

Para os restantes 11 meses, a produção de *t* no mês *n* será dada pela quantidade de *t* que vai ser enviada para cada uma das colónias mais a quantidade de *t* que permanecerá no inventário menos a quantidade de *t* que ficou no inventário no mês *m* - 1, uma vez que produzimos em *m* mais o inventário do mês *m* - 1 poderá ser igual ao que enviámos para as colónias em *m* mais o excedente de *m*.

```

subject to firstMonthProduction {t in types}: produced[1, t] =
mercuryShipped[1, t] + venusShipped[1, t] + marsShipped[1, t] + leftOver[1, t];

subject to generalMonthProduction {m in 2 .. 12, t in types}: produced[m, t] =
mercuryShipped[m, t] + venusShipped[m, t] + marsShipped[m, t] + leftOver[m, t] - leftOver[m - 1, t];

```

A receita final vai ser obtida de forma semelhante ao primeiro caso de estudo.

A única alteração a ter em conta é que agora é preciso subtrair a quantidade de um tipo *t* de marmelada que ficou em inventário num determinado mês *m* multiplicado pelo valor a pagar por cada unidade que fica em inventário num dado mês (1).

```

maximize revenue: sum {m in months} sum {t in types}
( mercuryShipped[m, t]*mercuryPrices[m, t] +
  venusShipped[m, t]*venusPrices[m, t] +
  marsShipped[m, t]*marsPrices[m, t] - leftOver[m, t] );

```

5 Receita Óptima e Plano de Produção do 2ºModelo

Após resolver o novo modelo com o auxílio das técnicas utilizadas no modelo anterior obteve-se a quantia de 560540 SolarCoins para a receita óptima. O plano de produção que resulta em tal receita encontra-se descrito na tabela a baixo.

Tabela do Plano de Produção

	R		C		I	
	Produzidas	Excedente	Produzidas	Excedente	Produzidas	Excedente
Janeiro	0	0	850	850	0	0
Fevereiro	420	420	657	1507	0	0
Março	420	840	657	2164	0	0
Abril	401	1241	160	1324	714	714
Maió	394	635	1	1000	943	1657
Junho	396	0	0	0	943	2600
Julho	0	0	0	0	1200	1000
Agosto	0	0	0	0	1200	0
Setembro	0	0	850	0	0	0
Outubro	0	0	850	0	0	0
Novembro	296	0	0	0	1008	0
Dezembro	308	0	0	0	1000	0

Tabela do Plano de Envio

	Vénus			Marte			Mercúrio		
	R	C	I	R	C	I	R	C	I
Janeiro	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fevereiro	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Março	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Abril	0	0	0	0	1000	0	0	0	0
Maió	1000	0	0	0	325	0	0	0	0
Junho	1000	0	0	0	1000	0	31	0	0
Julho	0	0	1000	0	0	1000	0	0	0
Agosto	0	0	1000	0	0	1000	0	0	1000
Setembro	0	0	0	0	850	0	0	0	0
Outubro	0	0	0	0	850	0	0	0	0
Novembro	296	0	0	0	0	1000	0	0	8
Dezembro	308	0	0	0	0	1000	0	0	0

6 Aumento da Linha de Produção do 2ºModelo

Com a análise do ficheiro .sol obtido nas condições anteriores, consta-se que a linha de produção responsável por cozinhar atingiu o seu máximo 6 vezes sendo elas para os meses de janeiro, julho, agosto, setembro, outubro e novembro.

Por sua vez, tanto a linha de produção encarregue de empacotar como a linha de produção voltada para a limpeza nunca foram sobrecarregadas.

Tendo em conta estes dados, podemos afirmar que na disponibilidade de aumentar uma linha de produção deveria ser priorizada a da cozinha, uma vez mais.

Tabela da Fração de Utilização das Linhas de Produção

	Limpeza	Cozinha	Embalamento
Janeiro	0.553746	1	0.566667
Fevereiro	0.848013	0.999968	0.998
Março	0.848013	0.999968	0.998
Abril	0.913235	0.999992	0.998333
Maio	0.933509	0.9975	0.934857
Junho	0.934857	0.999887	0.9995
Julho	0.685714	1	0.6
Agosto	0.685714	1	0.6
Setembro	0.553746	1	0.566667
Outubro	0.553746	1	0.566667
Novembro	0.872	1	0.898667
Dezembro	0.879429	0.99982	0.910667