

# Relatório do Segundo Trabalho

**Autor:** Telmo Ribeiro (up201805124)

**Unidade Curricular:** Métodos de Apoio à Decisão

PROF<sup>o</sup> JOÃO PEDRO PEDROSO

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Primeiro Exercício</b>	<b>3</b>
1.1	Formulação do Problema . . . . .	3
1.2	Receita Ótima e Plano de Produção . . . . .	5
1.3	Conclusões . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Segundo Exercício</b>	<b>6</b>
2.1	Formulação do Problema . . . . .	6
2.2	Receita Ótima e Plano de Produção . . . . .	7
2.3	Conclusões . . . . .	8

# 1 Primeiro Exercício

## 1.1 Formulação do Problema

Com o propósito de responder ao primeiro exercício o problema foi formulado da seguinte maneira:

### ■ Dados do Problema:

Planets	(D1)
Types	(D2)
Operations	(D3)
Months	(D4)
ForecastPrices <sub>ptm</sub>	(D5)
ProductionLinesCapacity <sub>ot</sub>	(D6)
ShuttleCapacity	(D7)
CharterCost	(D8)
EarthHoldingCost	(D9)

### Legenda:

(D1) Conjunto de planetas (colônias terrestres)	Mercury Venus Mars
(D2) Conjunto de tipos de marmelada	R C I
(D3) Conjunto de operações para produção	Cleaning Cooking Packing
(D4) Conjunto de meses	1 ... 12
(D5) Previsão do preço em p por unidade de t durante m	Tabela 1 do Enunciado
(D6) Taxa de produção de o para t	Tabela 2 do Enunciado
(D7) Capacidade de transporte de um shuttle	1000
(D8) Custo de fretar um shuttle	10000
(D9) Custo mensal de armazenar uma unidade de marmelada na Terra	1

### ■ Variáveis:

ShippedUnits <sub>ptm</sub>	quantidade de t enviada para p no período m
ProducedUnits <sub>tm</sub>	quantidade de t produzida no período m
EarthStashedUnits <sub>tm</sub>	quantidade de t mantida no inventário terrestre no fim do período m
CharteredShuttles <sub>pm</sub>	opção de envio de um shuttle para p com chegada em m

### ■ Notas:

$p \in \text{Planets}$   
 $t \in \text{Types}$   
 $m \in \text{Months}$   
 $o \in \text{Operations}$   
 $\text{CharteredShuttles}_{pm} \in \{0, 1\}$

### ■ Formulação:

$$\begin{aligned}
\text{maximize profit} = & \sum_{p \in \text{Planets}} \sum_{t \in \text{Types}} \sum_{m \in \text{Months}} \text{ShippedUnits}_{ptm} \times \text{ForecastPrices}_{ptm} \\
& - \sum_{t \in \text{Types}} \sum_{m \in \text{Months}} \text{EarthStashedUnits}_{tm} \times \text{EarthHoldingCost} \\
& - \sum_{p \in \text{Planets}} \sum_{m \in \text{Months}} \text{CharteredShuttles}_{pm} \times \text{CharterCost}
\end{aligned}$$

$$\text{subject to : } \sum_{t \in \text{Types}} \text{ProducedUnits}_{tm} / \text{ProductionLinesCapacity}_{ot} \leq 1, \forall m \in \text{Months}, \forall o \in \text{Operations} \quad (\text{R1})$$

$$\sum_{t \in \text{Types}} \text{ShippedUnits}_{ptm} \leq \text{ShuttleCapacity}, \forall p \in \text{Planets}, \forall m \in \text{Months} \quad (\text{R2})$$

$$\text{EarthStashedUnits}_{t0} = 0, \forall t \in \text{Types} \quad (\text{R3})$$

$$\text{ProducedUnits}_{tm} + \text{EarthStashedUnits}_{t,m-1} = \sum_{p \in \text{Planets}} \text{ShippedUnits}_{ptm} + \text{EarthStashedUnits}_{tm}, \quad \forall t \in \text{Types}, \forall m \in \text{Months} \quad (\text{R4})$$

$$\sum_{t \in \text{Types}} \text{ShippedUnits}_{ptm} \leq \text{ShuttleCapacity} \times \text{CharteredShuttles}_{pm}, \quad \forall p \in \text{Planets}, \forall m \in \text{Months} \quad (\text{R5})$$

$$\text{ShippedUnits}_{ptm} \geq 0, \forall p \in \text{Planets}, \forall t \in \text{Types}, \forall m \in \text{Months}$$

$$\text{ProducedUnits}_{tm} \geq 0, \forall t \in \text{Types}, \forall m \in \text{Months}$$

$$\text{EarthStashedUnits}_{tm} \geq 0, \forall t \in \text{Types}, \forall m \in \text{Months}$$

$$\text{CharteredShuttles}_{pm} \in \{0, 1\}, \forall p \in \text{Planets}, \forall m \in \text{Months}$$

### ■ Explicação:

Assumimos que existe uma linha de produção para cada uma das operações, usada na sequência Cleaning, Cooking e Packing para manufaturar cada um dos tipos e que, para este exercício, toda a quantidade enviada é vendida.

(R1) assegura-se que a capacidade total de cada uma das linhas de produção não é excedida.

(R2) impõe um máximo na entrega mensal para cada um dos planetas/meses, uma vez que a capacidade dos shuttles é limitada.

(R3) define o inventário a zero inicialmente, para todos os tipos.

(R4) determina o inventário terrestre no fim de cada mês. A quantidade de unidades produzidas num dado mês, somada ao inventário que sobrou do mês anterior, totaliza todas as unidades que temos disponível nesse dado mês. Esta última quantidade será repartida entre as unidades que enviamos para os planetas e as unidades em inventário no fim desse mês.

(R5) determina que se for necessário enviar uma qualquer quantidade de marmelada para um planeta, então será necessário fretar um shuttle. Como uma decisão, esta restrição só pode tomar dois valores: sim(1) ou não(0). No caso de não serem enviadas quaisquer quantidades para p num dado m então o valor do CharteredShuttles<sub>pm</sub> está livre de assumir qualquer resultado. Como fretar um shuttle tem custos associados então, aquando da otimização, este valor será forçado a 0 sempre que possível. Por outro lado, ao decidir-se enviar uma quantidade não nula, nas condições anteriores, o valor será forçado a 1.

## 1.2 Receita Ótima e Plano de Produção

Para a obtenção da receita ideal auxiliamo-nos da ferramenta glpsol. O ficheiros .mod e .dat que descrevem o modelo apresentado, assim como o .sol que possui o resultado e as tabelas auxiliares, encontram-se no mesmo diretório deste relatório. Após a sua análise temos que o valor, para o qual a receita é máxima, corresponde a 426984.5238 solarcoins.

Tabela do Plano de Produção

Mês	Produção				Inventário			
	R	C	I	Total	R	C	I	Total
1	0	850	0	850	0	850	0	850
2	0	850	0	850	0	1700	0	1700
3	0	850	0	650	0	2550	0	2550
4	0	850	0	850	0	2400	0	2400
5	220.238	283.333	657.143	1160.714	220.238	1683.33	657.143	2560.711
6	396.429	0	942.857	1339.286	0	300	1600	1900
7	0	0	1200	1200	0	300	800	1100
8	0	0	1200	1200	0	300	0	300
9	0	850	0	850	0	150	0	150
10	0	850	0	850	0	0	0	0
11	0	485.714	514.286	1000	0	0	0	0
12	0	0	1000	1000	0	0	0	0

Tabela do Plano de Vendas

Mês	Vendas de Mercúrio				Vendas de Vénus				Vendas de Marte			
	R	C	I	Total	R	C	I	Total	R	C	I	Total
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	1000
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	1000
6	0	0	0	0	616.667	383.333	0	1000	0	1000	0	1000
7	0	0	0	0	0	0	1000	1000	0	0	1000	1000
8	0	0	0	0	0	0	1000	1000	0	0	1000	1000
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	1000
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	1000
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	485.714	514.286	1000
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000

## 1.3 Conclusões

Ao analisar a tabela do plano de vendas observa-se que, quando ocorrem, as mesmas são realizadas em pacotes de 1000 unidades.

Ora, uma vez que incorremos em custos sempre que enviamos unidades para um planeta, seria de esperar que uma estratégia tomada seria de aproveitar o máximo da capacidade do shuttle. A diferença entre as unidades produzidas e as vendidas centra-se no facto de que se pode armazená-las para vender quando os preços estão mais altos, desde que, o custo de mantê-las em inventário não ultrapasse o lucro dessa decisão.

## 2 Segundo Exercício

### 2.1 Formulação do Problema

Com o propósito de responder ao segundo exercício foram realizadas as seguintes mudanças ao primeiro modelo:

■ **Dados Adicionados:**

ColonyHoldingCost (D1)

Lengeda:

(D1) Custo mensal de armazenar uma unidade de marmelada numa das colónias 2

■ **Variáveis Adicionadas:**

ColonyStashedUnits<sub>ptm</sub>                      quantidade de t mantida em inventário em p no período m  
SoldUnits<sub>ptm</sub>                                      quantidade de t vendida em p no período m

■ **Nova Formulação:**

$$\begin{aligned}
 \text{maximize profit} = & \sum_{p \in Planets} \sum_{t \in Types} \sum_{m \in Months} SoldUnits_{ptm} \times ForecastPrices_{ptm} \\
 & - \sum_{t \in Types} \sum_{m \in Months} EarthStashedUnits_{tm} \times EarthHoldingCost \\
 & - \sum_{p \in Planets} \sum_{m \in Months} CharteredShuttles_{pm} \times CharterCost \\
 & - \sum_{p \in Planets} \sum_{t \in Types} \sum_{m \in Months} ColonyStashedUnits_{ptm} \times ColonyHoldingCost
 \end{aligned}$$

subject to (R1), (R2), (R3) (R4), (R5) and :

$$ColonyStashedUnits_{pt0} = 0, \forall p \in Planets, \forall t \in Types \quad (R6)$$

$$ShippedUnits_{ptm} + ColonyStashedUnits_{pt,m-1} = SoldUnits_{ptm} + ColonyStashedUnits_{ptm}, \quad \forall p \in Planets, \forall t \in Types, \forall m \in Months \quad (R7)$$

$$ShippedUnits_{ptm} \geq 0, \forall p \in Planets, \forall t \in Types, \forall m \in Months$$

$$ProducedUnits_{tm} \geq 0, \forall t \in Types, \forall m \in Months$$

$$EarthStashedUnits_{tm} \geq 0, \forall t \in Types, \forall m \in Months$$

$$CharteredShuttles_{pm} \in \{0, 1\}, \forall p \in Planets, \forall m \in Months$$

$$ColonyStashedUnits_{ptm} \geq 0, \forall p \in Planets, \forall t \in Types, \forall m \in Months$$

$$SoldUnits_{ptm} \geq 0, \forall p \in Planets, \forall t \in Types, \forall m \in Months$$



Tabela do Plano de Vendas

Mês	Vendas de Mercúrio				Vendas de Vénus				Vendas de Marte			
	R	C	I	Total	R	C	I	Total	R	C	I	Total
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	8000	8000	0	0	1600	1600
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	850	0	850
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	850	0	850
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	485.714	514.286	1000
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000

### 2.3 Conclusões

Como é expectável, ao introduzir a condição de que as colónias podem armazenar unidades de marmelada nos inventários locais, o valor da receita aumentou de 426984.5238 para 626028.5714 solarcoins.

Ora, o inventário terrestre já permitia armazenar marmelada com o intuito de vender quando os preços estivessem mais altos. No entanto, como os shuttles possuem uma capacidade de transporte finita, a quantidade máxima que podíamos vender a um planeta num dado mês seria essa capacidade. Podia então, ocorrer o caso de ser proveitoso vender mais do que 1000 unidades de t nesse mês, para lucrar com a subida do preço, mas não conseguimos ter essa quantia disponível para venda. Com a possibilidade de inventários locais, tal problema foi mitigado.