

Prak.: P2 Semester: WS14/15 Wochentag: Do Gruppennr.: 21

Name: Schal Vorname: Paul

Name: Fall Vorname: Klara

Emailadresse(n): latexvorlage@fachschaft.physik.kit.edu

Versuch: Absorption radioaktiver Strahlung (P2-80) Fehlerrech.: Nein

Betreuer: M. Mustermann Durchgeführt am: 01.09.14

Wird vom Betreuer ausgefüllt.

1. Abgabe am: \_\_\_\_\_

Rückgabe am: \_\_\_\_\_ Begründung:

2. Abgabe am: \_\_\_\_\_

Ergebnis: + / 0 / -

Fehlerrechnung: Ja / Nein

Datum: \_\_\_\_\_

Handzeichen: \_\_\_\_\_

Bemerkungen:

# Inhaltsverzeichnis

|   |               |
|---|---------------|
| <b>1. Vorbereitungen</b>  | <b>1-1</b>    |
| 1.1. Aufbau der Atome . . . . .                                     | 1-1           |
| 1.2. Zerfall . . . . .  | 1-3           |
| 1.3. Geiger-Müller-Zählrohr . . . . .                               | 1-3           |
| <b>2. Messprotokoll</b>   | <b>2</b>      |
| <b>3. Auswertung</b>  | <b>3-1</b>    |
| 3.1. Geiger-Müller-Zählrohr . . . . .                               | 3-1           |
| 3.1.1. Einsatzspannung . . . . .                                    | 3-1           |
| 3.1.2. Untergrundrate . . . . .                                     | 3-1           |
| 3.1.3. Totzeit . . . . .  | 3-1           |
| 3.1.4. Abstandsgesetz . . . . .                                     | 3-3           |
| 3.2. Absorptionsmessungen . . . . .                                 | 3-5           |
| 3.2.1. $\alpha$ -Absorption . . . . .                               | 3-5           |
| 3.2.2. $\beta$ -Absorption . . . . .                                | 3-8           |
| 3.2.3. $\gamma$ -Absorption . . . . .                               | 3-12          |
| 3.2.3.1. Blei-Absorption von $^{60}\text{Co}$ -Strahlung . . . . .  | 3-12          |
| 3.2.3.2. Blei-Absorption von $^{137}\text{Cs}$ -Strahlung . . . . . | 3-12          |
| 3.2.3.3. Absorption verschiedener Materialien . . . . .             | 3-12          |
| <b>Anhang</b>   | <b>Anh.-1</b> |
| A. Modell zur Berechnung des Zerfallsverhältnisses . . . . .        | Anh.-1        |
| <b>Literaturverzeichnis</b>   | <b>Lit.-1</b> |

# Abbildungsverzeichnis

|   |     |
|---|-----|
| 1.1. (a) Aufbau eines Atoms; (b) Aufbau eines Atomkerns: . . . . .                            | 1-2 |
| 1.2. Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohrs: . . . . .  | 1-4 |
| 1.3. Kennlinie eines Geiger-Müller-Zählrohrs: . . . . .                                       | 1-4 |
| 3.1. Auftragung der Zählrate über die Einsatzspannung . . . . .                               | 3-3 |
| 3.2. Auftragung der Zählrate über die Distanz . . . . .                                       | 3-4 |
| 3.3. Logarithmische Auftragung der Zählrate über die Distanz mit linearer Anpassung . . . . . | 3-4 |
| 3.4. Abschirmung der $\alpha$ -Teilchen: . . . . .  | 3-6 |

|  |      |
|--|------|
| 3.5. Zählrate der $\alpha$ -Teilchen am Zählrohr . . . . .   | 3-6  |
| 3.6. Abnahme der $\alpha$ -Teilchen bei Durchgang durch die Materie: . . . . .                             | 3-7  |
| 3.7. Abnahme der $\beta$ -Teilchen beim Durchdringen von Materie: . . . . .                                | 3-9  |
| 3.8. Auftragung der Zählrate über die Absorberdicke: . . . . .   | 3-10 |
| 3.9. Logarithmische Auftragung der Zählrate über die Absorberdicke: . . . . .                              | 3-10 |
| 3.10. Logarithmische Auftragung der Zählrate der Teilchen geringer Reichweite: .                           | 3-11 |
| 3.11. Doppeltlogarithmische Auftragung der korrigierten Werte mit linearer Re-<br>gression . . . . .       | 3-13 |
| 3.12. Doppeltlogarithmische Auftragung der korrigierten Werte mit linearer Re-<br>gression . . . . .       | 3-13 |
| 3.13. Auftragung der gemessenen Strahlintensitäten über die Dichten der Ab-<br>schirmmaterialien . . . . . | 3-14 |

## Tabellenverzeichnis

|  |      |
|--|------|
| 3.1. Messung der Zählrate über die Einsatzspannung . . . . .                   | 3-2  |
| 3.2. Untergrundrate der drei Versuchsaufbauten . . . . .                       | 3-2  |
| 3.3. Totzeiten der drei Versuchsaufbauten . . . . .                            | 3-3  |
| 3.4. Messung der Zählrate bei verschiedenen Abständen . . . . .                | 3-4  |
| 3.5. Abnahme der $\alpha$ -Teilchen bei Durchgang durch die Materie: . . . . . | 3-7  |
| 3.6. Zahl der $\beta$ -Teilchen nach Durchgang durch Materie: . . . . .        | 3-9  |
| 3.7. Korrigierte Zählraten bei verschiedenen Absorberdicken . . . . .          | 3-12 |
| 3.8. Korrigierte Zählraten bei verschiedenen Absorberdicken . . . . .          | 3-13 |
| 3.9. Strahlintensität bei verschiedenen Abschirmmaterialien . . . . .          | 3-14 |

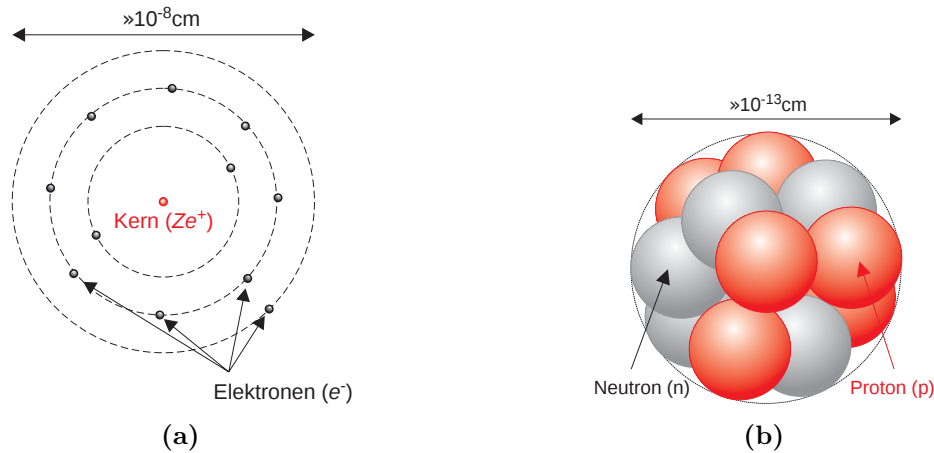
# 1. Vorbereitungen

Seit Ende des 19. Jahrhunderts wird nun der Begriff der Radioaktivität untersucht, dessen Effekte zuerst 1896 durch Becquerel entdeckt und anschließend durch Marie und Pierre Curie untersucht wurden. Heute weiß man, dass es sich bei Radioaktivität um das Zerfallen instabiler Atomkernen handelt, welche beim Zerfallsprozess abstrahlen (radioaktive Strahlung). Mitunter, da die Strahlung zu massiven Gesundheitsschäden an sämtlichen Lebensformen nehmen kann, ist die Abschirmung dieser Strahlung von großer Bedeutung. Weiter ist auch die Messbarkeit radioaktiver Strahlung wichtig, da der Mensch diese nicht wahrnehmen kann. Beide Aspekte sind Teil dieses Versuchs. [HW03]

## 1.1. Aufbau der Atome

Die Materie, wie wir sie kennen, besteht aus Molekülen und Atomen, wobei die Moleküle selbst wieder Atome enthalten. Ein einzelnes Atom setzt sich aus einem elektrisch positiv geladenen Kern und mehreren negativ geladenen Elektronen zusammen. Die Elektronen sind sehr viel (ca. 1/2000-mal) leichter als der Kern. In klassischer Näherung umkreisen die Elektronen den Kern (s. Abb. 1.1a). (Diese Anschauung ist allerdings nicht konsistent zur klassischen Elektrodynamik, laut welcher die Elektronen kontinuierlich Energie abstrahlen und somit in den Kern stürzen müssten. Das Atom wäre somit instabil; als erste anschauliche Vorstellung genügt es jedoch meist.) In der Quantenmechanik stellt man fest, dass die Elektronen eine gewisse Aufenthaltswahrscheinlichkeit um den Kern haben. In jedem Fall befinden sich die Elektronen in einem gewissen Bereich um den Kern, dessen halber Durchmesser als Atomradius bezeichnet wird. Dieser befindet sich in der Größenordnung von 1 Å. Die positive Ladung des Kerns ist ein vielfaches der Elementarladung (der Ladung eines Elektrons),  $q = Z \cdot e$ . Das Atom ist neutral geladen, wenn es genau so viele Elektronen in seiner Hülle bindet, wie es positive Ladungen in seinem Kern trägt. Andernfalls nennt man es ein Ion. Die Anzahl der Kernladungen ist charakteristisch für ein Atom und von maßgeblicher Bedeutung für die Chemie. Einzig durch die Wechselwirkung der Elektronen in der Hülle des Atoms mit denen anderer Atome kommt es zu chemischen Reaktionen und chemischen Bindungen. Der Kern spielt in diesem Teilbereich keine Rolle.

Der Kern (s. Abb. 1.1b) besteht aus positiv geladenen Protonen und neutral geladenen Neutronen; sie zusammen bilden die so genannten Nukleonen. Die Elektrodynamik verbietet ein solches System zunächst, da die positiven Ladungen eine repulsive Kraft aufeinander ausüben. Es gibt jedoch eine weitere Kraft (die Kernkraft), welche zum Einen sehr stark ist, insbesondere stark genug, um die Protonen sehr nah beieinander zu halten, zum Anderen aber sehr lokalisiert ist, da sie nicht ausreicht, um auch die Nukleonen anderer Atomkerne anzuziehen. Im Rutherford'schen Streuexperiment wird die Streuung von vollständig ionisierten Helium-Atomen an einer Goldfolie untersucht. Wegen des Coulomb-Potentials des quasi punktförmigen Kerns des Gold-Atoms bewegt sich der Helium-Kern auf einer Hyperbel am Gold-Kern vorbei. Je größer die Energie der eingestrahlteten Teilchen ist, desto geringer ist der minimale Abstand zwischen Projektil und Target, der erreicht wird. Ab einer bestimmten Energie bricht die Transmission ein, die Helium-Kerne werden



**Abbildung 1.1.:** (a) **Aufbau eines Atoms;** (b) **Aufbau eines Atomkerns:** Beim Atom kreisen die Elektronen im großen Abstand um den Kern, während im Kern die Nukleonen dicht gepackt sind (aus [EKS07, S. 507]).

von den Gold-Kernen absorbiert. Aus der Energie der Teilchen lässt sich berechnen, ab welchem Radius die Teilchen absorbiert werden. Ab diesem Abstand erfahren die Helium-Kerne attraktive Wechselwirkungen durch die Kernkräfte. Dieser Abstand wird auch als Kernradius bezeichnet und befindet sich in der Größenordnung von 1 fm, ist also sehr viel kleiner als der Atomradius. [HW03]

Die Protonen und Neutronen im Kern haben ungefähr die Gleiche Masse,

$$m_n \approx m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 1836 \cdot m_e. \quad (1.1)$$

Als Massenzahl  $A \in \mathbb{N}$  definiert man die Anzahl der Nukleonen, also die Summe der Anzahl der Protonen (Ordnungszahl)  $Z$  und der Neutronen  $N$ ,

$$A = Z + N. \quad (1.2)$$

Die Zahl der Protonen  $Z$  definiert, um welches chemisches Element es sich handelt (Position im Periodischen System der Elemente). Atome des gleichen chemischen Elementes mit unterschiedlichen Neutronen-Zahlen bezeichnet man als Isotope. Zur Kennzeichnung einer bestimmten Sorte von Atomen wird die Zahl der Protonen  $Z$  und die Massenzahl  $A$  vor die Abkürzung des Elements geschrieben, z.B. bezeichnet  $^{12}_6\text{C}$  den Kohlenstoff mit 6 Protonen und 6 Neutronen.

Nicht alle Atomkerne sind stabil (Radionuklide). Es gibt Elemente mit stabilen Isotopen (jene geringer Ordnungszahl) und Elemente ohne ein stabiles Isotop (jene hoher Ordnungszahl). Jedes Element weist jedoch eine instabile Konfiguration auf. Ist ein Kern instabil, so zerfällt er. Mit stabilen und instabilen Kernen können außerdem Kernfusion und Kernspaltung durchgeführt werden. Bei der Kernspaltung teilt sich der Kern in zwei Elemente auf; bei der Kernfusion entsteht aus zwei Kernen ein neuer Kern.

Der Zerfall von Kernen lässt sich im Widerspruch zur klassischen Physik nicht voraussagen. Es lässt sich lediglich eine Halbwertszeit  $T_{1/2}$  für eine Zerfallsart eines Isotops messen. Diese gibt an, nach welcher Zeit nur noch die Hälfte der Isotope des untersuchten Elements vorhanden sind. Es lässt sich vor dem Zerfall jedoch nicht bestimmen, welche Atome zerfallen werden. Dies geschieht willkürlich und nur in der Gesamtheit lässt sich eine Aussage mittels der Halbwertszeit treffen. Der Zerfall der Atome lässt sich durch Einwirkungen von außen so gut wie nicht beeinflussen (außer man beschießt den Kern mit hochenergetischen Teilchen). Insbesondere haben chemische Bedingungen keine Effekte auf den Zerfall der Atome.

## 1.2. Zerfall

Instabile Kerne können zerfallen. Dabei ändert sich durch verschiedene Vorgänge ihre Massenzahl und/oder ihre Ordnungszahl. Meist handelt es sich nicht um einen einzigen Zerfallsprozess, sondern um eine Zerfallsreihe. Zerfällt ein instabiles Isotop in ein anderes, so zerfällt dieses weiter, bis ein stabiles Isotop erreicht wird. Manche Isotope können auf unterschiedlichen Weise zerfallen und sich so in verschiedene Elemente umwandeln. Es entstehen viele verschiedene parallel ablaufende Zerfallsreihen. Zunächst zu den möglichen Zerfallsarten:

- **$\alpha$ -Zerfall:** Ein instabiler Kern kann unter Aussendung eines vollständig ionisierten Helium-Kerns ( $\alpha$ -Teilchen) seine Massenzahl um 4 und seine Ordnungszahl um 2 verringern.
- **$\beta^-$ -Zerfall:** Hierbei wandelt sich im Kern ein Neutron in ein Proton um. Es verändert sich die Massenzahl also nicht, die Ordnungszahl jedoch steigt. Dabei wird ein Elektron und ein Elektron-Anti-Neutrino erzeugt und mit der freigesetzten Energie aus dem Kern gestrahlt.
- **$\beta^+$ -Zerfall:** Diese läuft analog zur  $\beta^-$ -Zerfall ab, jedoch verläuft hier die Umwandlung umgekehrt. Es wird also ein Proton in ein Neutron umgewandelt, so verringert sich die Ordnungszahl um 1. Die entstehenden Teilchen sind dabei ein Anti-Elektron (oder auch Positron) und ein Elektron-Neutrino.

Die Zerfälle können durch die Fajans-Soddyschen Verschiebungsgesetze dargestellt werden:

$${}^Z_A\text{X} \xrightarrow{\alpha} {}^{Z-2}_{A-4}\text{X}, \quad {}^Z_A\text{Y} \xrightarrow{\beta^-} {}^{Z+1}_A\text{Y}, \quad {}^Z_A\text{Y} \xrightarrow{\beta^+} {}^{Z-1}_A\text{Y}, \quad (1.3)$$

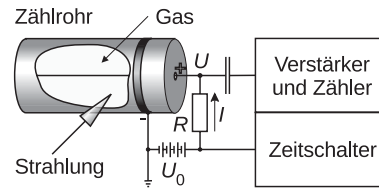
Bei den oben genannten Zerfällen entstehen entsprechende gleichnamige Strahlungen. Neben der ausgesandten Teilchen wird Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung frei gesetzt. Diese sehr hochenergetische Strahlung nennt sich auch  $\gamma$ -Strahlung, welche bei vielen Prozessen zusätzlich entsteht. Die Strahlungsarten unterscheiden sich mit unter wesentlich durch ihre Durchdringungsfähigkeit der Materie. Die abgestrahlten Teilchen ionisieren Atome in der umgebenden Materie und verlieren dabei an Energie. Je mehr ein Teilchen auf einem Raumbereich ionisiert, desto geringer ist die Durchdringungsfähigkeit. Diese hängt natürlich auch vom zu durchdringenden Material, insbesondere von dessen Dichte, ab. Auch das Gewicht der wechselwirkenden Teilchen ist wichtig, da die Strahlung mehr Energie an Teilchen gleicher Masse verlieren kann.

$\alpha$ -Teilchen wechselwirken sehr stark und haben daher eine nur sehr kurze Reichweite.  $\beta^-$ - und  $\beta^+$ -Teilchen haben eine höhere Reichweite und wechselwirken deutlich weniger mit der Umgebung. Die  $\gamma$ -Strahlung hingegen wechselwirkt nur sehr wenig und hat eine sehr hohe Reichweite.

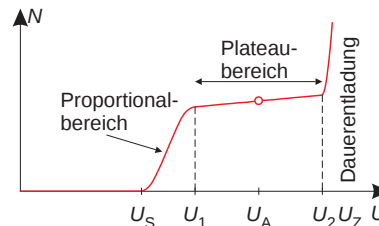
Bei den Umwandlungsprozessen wird eine feste, diskrete Energie frei gesetzt. Beim  $\alpha$ -Zerfall wird diese Energie auf das  $\alpha$ -Teilchen übertragen und dieses hat für jeden Zerfall dieser Sorte einen festen Wert. Bei den  $\beta$ -Zerfällen sind hingegen zwei Teilchen im Spiel, unter welchen sich die Energie des Zerfalls aufteilt. Somit findet man bei ein und dem gleichen  $\beta$ -Zerfall Strahlung unterschiedlicher Energie. Da die Energie des Elektron-Neutrinos minimal 0 werden kann, gibt es für das Elektron und somit die  $\beta^-$ -Strahlung eine maximale Energie. [EKS07]

## 1.3. Geiger-Müller-Zählrohr

Das Geiger-Müller-Zählrohr nutzt die ionisierende Wirkung der radioaktiven Strahlung aus, um diese zu messen. Es handelt sich um ein mit Gas gefülltes zylindrisches Gefäß, in dessen Mitte axial ein Draht geführt wird (s. Abb. 1.2). Zwischen Draht und Gefäßwand wird eine



**Abbildung 1.2.: Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohrs:** Gasteilchen werden ionisiert und sorgen für einen messbaren Stromfluss (aus [EKS07, S. 514]).



**Abbildung 1.3.: Kennlinie eines Geiger-Müller-Zählrohrs:** Je nach Spannung treten verschiedene Effekte auf und der Stromfluss variiert (aus [EKS07, S. 515]).

Spannung angelegt. Ionisiert radioaktive Strahlung die Gasmoleküle, werden diese zu den entsprechenden Leitern hin beschleunigt. Aufgrund der Beschleunigung erhalten die Ionen und die Elektronen zwischen den Stößen mit anderen Gas-Teilchen so viel Energie, dass sie es schaffen, andere Moleküle und Atome zu ionisieren. Es entsteht ein Lawinen-Effekt, welcher zu einem messbaren Stromfluss führt. Anhand dessen kann das Eintreten eines radioaktiven Strahlteilchens registriert werden.

Treten mehrere Teilchen in kurzer Zeit nacheinander in das Zählrohr ein, kann das nachfolgende Teilchen eventuell nicht registriert werden. Grund ist die Abschirmung des elektrischen Feldes in der Gaskammer durch die Ionen des zuvor registrierten Teilchens. Die Zeit, in der das Rohr daher keine weiteren Teilchen registrieren kann, nennt man Totzeit  $t_{\text{tot}}$  und ist bei den meisten Zählrohren in der Größenordnung von 1 ms.

Untersucht man die registrierten Teilchen des Zählrohrs als Funktion der Spannung bei konstanter Einstrahlung, findet man folgenden Zusammenhang: Bis zu einem Schwellwert  $U_S$  reicht die Spannung nicht aus, um einen Kaskaden-Effekt zu erreichen, man misst also keine Registrierungen. Danach wächst die Zählrate mit der Spannung an. Man erreicht einen Bereich, in dem jedes eintreffende ionisierende Teilchen registriert wird, den Plateau-Bereich. In diesem Bereich ändert sich die Zählrate nur wenig. Erhöht man die Spannung weiter, kommt es zu Dauergasentladung, welche das Zählrohr ggf. sogar zerstören kann (s. Abb. 1.3).

Neben der untersuchten Strahlung (bspw. die einer radioaktiven Probe) gibt es ständig eine nicht vermeidbare Zählrate, die sogenannte Nullrate  $N_0$ . Sie wird durch die Strahlung radioaktiver Verunreinigungen in der vom Versuchsaufbau umgebenden Materie oder durch kosmische Strahlung verursacht. Sie sollte bei der Untersuchung von Strahlungen stets mit berücksichtigt werden.

$$N_{\text{ges}} = N_P + N_0. \quad (1.4)$$

Bei der Abschirmung von Strahlung ist generell noch zu beachten, dass die Strahlung gemäß des  $1/r^2$ -Abstandsgesetzes abnimmt. Der Abstand der Probe zum Zählrohr ist damit - unabhängig von der Durchdringungsfähigkeit der Strahlung - maßgeblich für die Zahl der gemessenen Registrierungen. [EKS07]

## 3. Auswertung

Da die Versuche besonders zeitaufwändig sind, wird darauf verzichtet, alle Messungen von jeder Versuchsgruppe durchzuführen. In dieser Auswertung kann daher nur auf die exakte Versuchsdurchführung der Untersuchung von Gamma-Absorption aus Aufgabenteil II.4 zurück gegriffen werden. Bei den anderen Teilen wird von der Durchführung des Versuchs gemäß der Angaben des Aufgabenblattes ausgegangen.

### 3.1. Geiger-Müller-Zählrohr

#### 3.1.1. Einsatzspannung

Die Spannung des Zählrohrs wird langsam erhöht, gleichzeitig wird die Zählrate gemessen. Der in den Vorbereitungen erläuterte Bereich, in dem die Zählrate gleichmäßig ansteigt, ist in diesem Versuchsaufbau schwierig zu messen. Hier, wie auch in der weiteren Auswertung, wird ein Mittelwert aus den mit *CASSYLAB* aufgenommen Einzelmessungen erzeugt. Die gemessenen Werte enthält Tab 3.1; eine Auftragung der Zählrate über die Spannung zeigt Abb. 3.1.

#### 3.1.2. Untergrundrate

Die Untergrundrate der drei Zählrohre wird durch eine Messung der Zählrate über eine Dauer von 800 s ohne die Störung durch die radioaktiven Präparate gemessen. Die erhaltenen Untergrundraten enthält Tab. 3.2.

#### 3.1.3. Totzeit

Wie in den Vorbereitungen erwähnt, wird während der Totzeit nach einer Registrierung kein weiteres Teilchen gemessen. Zunächst soll noch der Zusammenhang der gemessenen, der tatsächlichen Zählrate und der Totzeit ermittelt werden.

Die eigentliche Zählrate sei  $n$ , die gemessene Zählrate  $n'$  und die Totzeit  $t_{\text{tot}}$ . Nach jedem registrierbaren Teilchen werden damit im Mittel  $n \cdot t_{\text{tot}}$  Teilchen nicht wahrgenommen. Auf jedes gemessene Teilchen kommen daher noch  $n \cdot t_{\text{tot}}$  weitere Teilchen, welche zusammen den tatsächlichen Wert ergeben, also  $n = n' + n'nt_{\text{tot}} = n'(1 + nt_{\text{tot}})$ . Durch Umformung erhält man die tatsächliche Zählrate aus der gemessenen:

$$n = \frac{n'}{1 - n't_{\text{tot}}}. \quad (3.1)$$

Dies wird im weiteren Verlauf der Auswertung für die Bestimmung der tatsächlichen Zählrate aus den gemessenen wichtig sein.

Aus einer Messung mit zwei Präparaten wie in Aufg. 2, lässt sich die Totzeit ermitteln. Man misst nacheinander die Zählrate mit dem ersten, mit zweiten und zuletzt mit beiden



**Tabelle 3.1.: Messung der Zählrate über die Einsatzspannung** (Aufg 1.1)

| $U / \text{V}$ | $N / \frac{1}{\text{s}}$ |
|----------------|--------------------------|
| 2,997          | 0,40                     |
| 3,0134         | 2,40                     |
| 3,0224         | 137,28                   |
| 3,0308         | 162,88                   |
| 3,0422         | 216,68                   |
| 3,0478         | 213,60                   |
| 3,0970         | 228,76                   |
| 3,1976         | 227,96                   |
| 3,2968         | 233,80                   |
| 3,3940         | 239,28                   |
| 3,5034         | 238,44                   |
| 3,5982         | 242,72                   |
| 3,7018         | 247,76                   |
| 3,8032         | 247,96                   |
| 3,8980         | 241,64                   |
| 3,9972         | 249,12                   |
| 4,3936         | 252,40                   |
| 4,7898         | 245,16                   |
| 5,1908         | 254,04                   |
| 5,3842         | 252,84                   |

**Tabelle 3.2.: Untergrundrate der drei Versuchsaufbauten** (Aufg 1.2)

| Versuch Nr. | $N_0 / \frac{1}{\text{s}}$ |
|-------------|----------------------------|
| 1           | 0,40625                    |
| 2           | 0,25000                    |
| 3           | 0,25626                    |

Präparaten. Die tatsächlichen Zählraten  $n_1$  und  $n_2$  addieren sich, jedoch aufgrund der Totzeit nicht die gemessenen Zählraten  $n'_1$  und  $n'_2$ . Es gilt aber nach obiger Formel (3.1):

$$\frac{n'_1}{1 - n'_1 t_{\text{tot}}} + \frac{n'_2}{1 - n'_2 t_{\text{tot}}} = \frac{n'_{1+2}}{1 - n'_{1+2} t_{\text{tot}}}. \quad (3.2)$$

Man geht in dieser Gleichung zu absoluten Werten über, da im Experiment die absolute Ereigniszahl  $N'_i$  in einem festen Zeitintervall  $T$  gemessen wurde:

$$\frac{N'_1}{1 - N'_1 \frac{t_{\text{tot}}}{T}} + \frac{N'_2}{1 - N'_2 \frac{t_{\text{tot}}}{T}} = \frac{N'_{1+2}}{1 - N'_{1+2} \frac{t_{\text{tot}}}{T}}. \quad (3.3)$$

Unter den Zusatzbedingungen  $0 < N_1$ ,  $0 < N_2$ ,  $N_1 + N_2 < N_{12}$ ,  $T > 0$  und  $t_{\text{tot}} > 0$  löst *Mathematica* dieses Gleichungssystem nach  $t_{\text{tot}}$  mit folgendem Ergebnis auf:

$$t_{\text{tot}} = \frac{T}{N_{1+2}} \left( 1 + \sqrt{\frac{(N_{1+2} - N_1)(N_{1+2} - N_2)}{N_1 N_2}} \right). \quad (3.4)$$

Einsetzen der Messwerte der drei Versuchsaufbauten liefert die entsprechenden Totzeiten. Die Ergebnisse enthält Tab. 3.3.

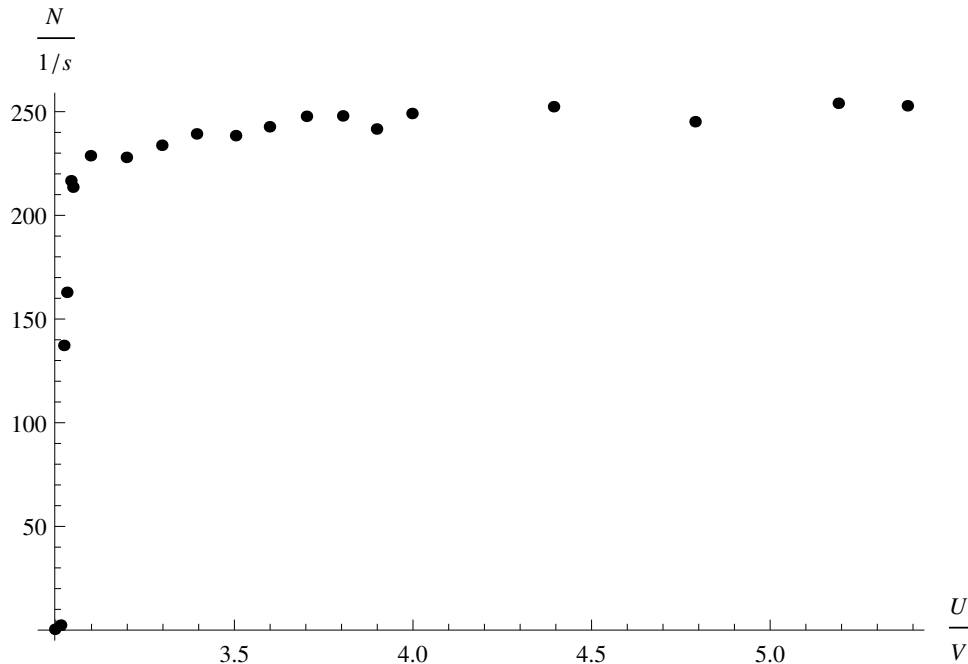


Abbildung 3.1.: Auftragung der Zählrate über die Einsatzspannung (Aufg 1.1)

Tabelle 3.3.: Totzeiten der drei Versuchsaufbauten (Aufg 1.3)

| Versuch Nr. | $t_{\text{tot}} / \text{ms}$ |
|-------------|------------------------------|
| 1           | 0,0561175                    |
| 2           | 0,133589                     |
| 3           | 0,101034                     |

### 3.1.4. Abstandsgesetz

Zur Verifikation des Abstandsgesetzes wird die Zählrate in Abhängigkeit vom Abstand Präparat-Zählrohr gemessen. Die erhaltenen Werte mitsamt einer Abweichung von 1 mm für die Distanzen und einer Standardabweichung der Zählraten enthält Tab. 3.4. Eine Auftragung dieser zeigt Abb. 3.2. Da hier keine detaillierte Fehlerbetrachtung durchgeführt werden soll, werden auf die Fehler in der logarithmischen Auftragung verzichtet. Eine lineare Regression dieser erfolgt ebenfalls nur auf Basis der Bestwerte. Beide zeigt Abb. 3.3. Also Regressions-Parameter für die logarithmische Anpassung findet man:

$$\log\left(\frac{N}{\frac{1}{s}}\right) = (-1,45 \pm 0,04) \cdot \log\left(\frac{d}{\text{mm}}\right) + (7,59 \pm 0,13). \quad (3.5)$$

Hierbei wurde der 4. Messpunkt bei notiertem Abstand  $d = 30 \text{ mm}$  als Ausreißer eingestuft und nicht in die Regression mit einbezogen. Die Distanzen wurden aus den gemessenen Daten um 5 mm nach oben korrigiert, da der Abstand der Spitze des Aluminiumstifts zur Stirnfläche etwa 1 mm und der Abstand von der Stirnfläche zum Präparat 5 mm betragen. Weiter wurde auf die gemessenen Zählraten die Korrektur aus (3.1) angewandt und anschließend noch die Untergrundzählrate abgezogen (jeweils unter Verwendung der Nullrate und der Totzeit des entsprechenden Versuchsaufbaus).

Tabelle 3.4.: Messung der Zählrate bei verschiedenen Abständen (Aufg 1.4)

| $d / \text{mm}$ | $N / \frac{1}{\text{s}}$ |
|-----------------|--------------------------|
| $15 \pm 2$      | $36 \pm 5$               |
| $20 \pm 2$      | $26 \pm 6$               |
| $25 \pm 2$      | $19 \pm 3$               |
| $35 \pm 2$      | $9 \pm 3$                |
| $45 \pm 2$      | $8 \pm 2$                |
| $55 \pm 2$      | $6 \pm 3$                |
| $75 \pm 2$      | $4 \pm 2$                |
| $105 \pm 2$     | $2 \pm 1$                |

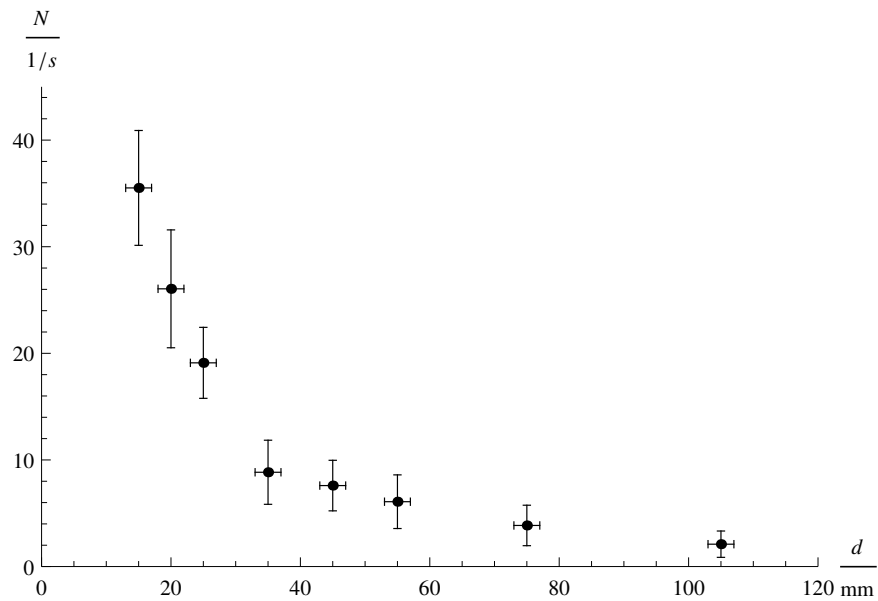


Abbildung 3.2.: Auftragung der Zählrate über die Distanz (Aufg 1.4)

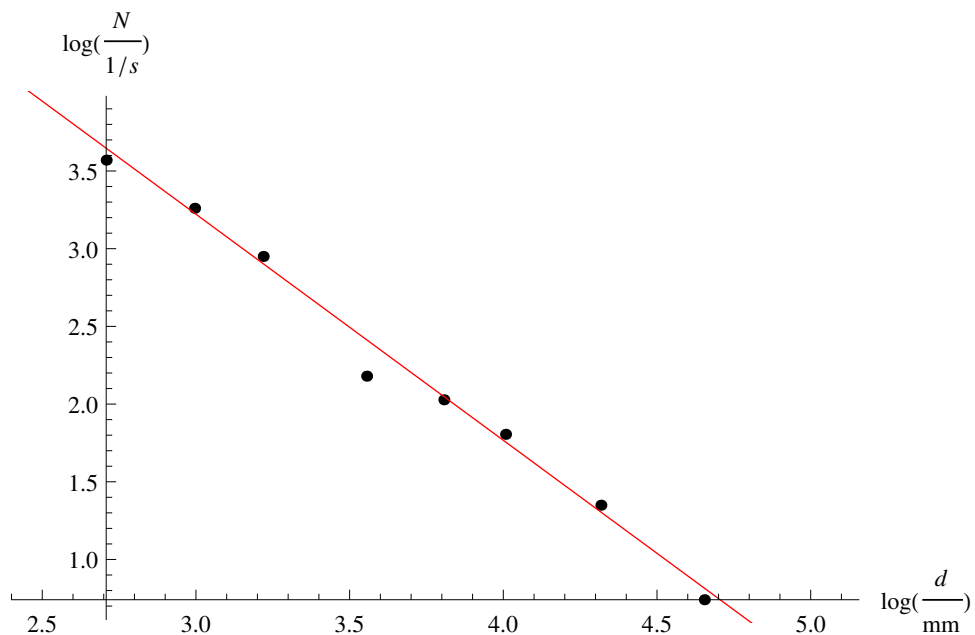


Abbildung 3.3.: Logarithmische Auftragung der Zählrate über die Distanz mit linearer Anpassung (Aufg 1.4)

## 3.2. Absorptionsmessungen

### 3.2.1. $\alpha$ -Absorption

Die Abstände müssen wieder um 8 mm nach oben korrigiert werden, 7 mm für den Abstand des Präparats zum Quellrand und 1 mm für die Eintrittsfensterdicke. Aus den gemessenen Daten wird dann die Zählrate der  $\alpha$ -Teilchen ermittelt. Die gemessenen Werte werden wieder gemäß Formel (3.1) korrigiert und anschließend wird die Differenz aus der Messung der Gesamtzählrate und der der  $\gamma$ -Teilchen gebildet. Eine Korrektur um die Totzeit ist nicht notwendig, da diese bei der Bildung der Differenz der beiden Messungen bereits entfällt. Anschließend ist noch eine Korrektur des Raumwinkel notwendig, welche gemäß der folgenden Formel vorgenommen wird:

$$\alpha = \alpha' \cdot \frac{2}{1 - \cos \arctan(R/d)}. \quad (3.6)$$

Hierbei entspricht  $R = 4,5$  mm dem Radius des Fensters des Zählrohrs und  $d$  dem Abstand von Präparat zum Zählrohr. Dieser Zusammenhang soll kurz hergeleitet werden.

Die  $\alpha$ -Teilchen werden von der punktförmigen Quelle gleichmäßig in alle Raumrichtungen abgestrahlt. Sei  $\alpha(x)$  der Teil der  $\alpha$ -Teilchen, der nach dem Durchdringen einer Luftschicht der Dicke  $x$  noch vorhanden ist. Dann ist der Anteil der  $\alpha$ -Teilchen der punktförmigen Quelle im Abstand  $r$  im Raumwinkelstück  $\omega$ :

$$\alpha' = \alpha(r) \cdot \frac{\omega}{4\pi}. \quad (3.7)$$

Gemessen wird die Zählrate am Zählrohr,  $\alpha'$ . Gesucht ist jedoch die Abhängigkeit der Zahl der  $\alpha$ -Teilchen von der zurück gelegten Distanz  $\alpha(x)$ . Es folgt somit:

$$\alpha(d) = \alpha' \cdot \frac{4\pi}{\omega}. \quad (3.8)$$

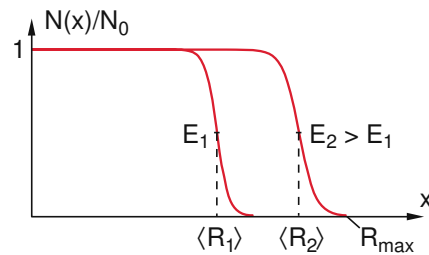
Gefragt ist jetzt also nur noch das Raumwinkelstück  $\omega$  in Abhängigkeit vom Abstand  $d$  von Präparat zum Zählrohr und vom Radius  $R$  des Zählrohrfensters.

Dazu führt man folgende Rechnung durch: Man legt die Quelle in den Ursprung und untersucht den Raumwinkel einer Kreisscheibe des Radius  $R$  im Abstand  $d$  von diesem Punkt aus. Man wähle die Polarkoordinaten zur Integration mit der z-Achse in Richtung des Mittelpunktes der Scheibe und findet so den maximalen Öffnungswinkel  $\Theta = \arctan(R/d)$ . Die Integration liefert dann:

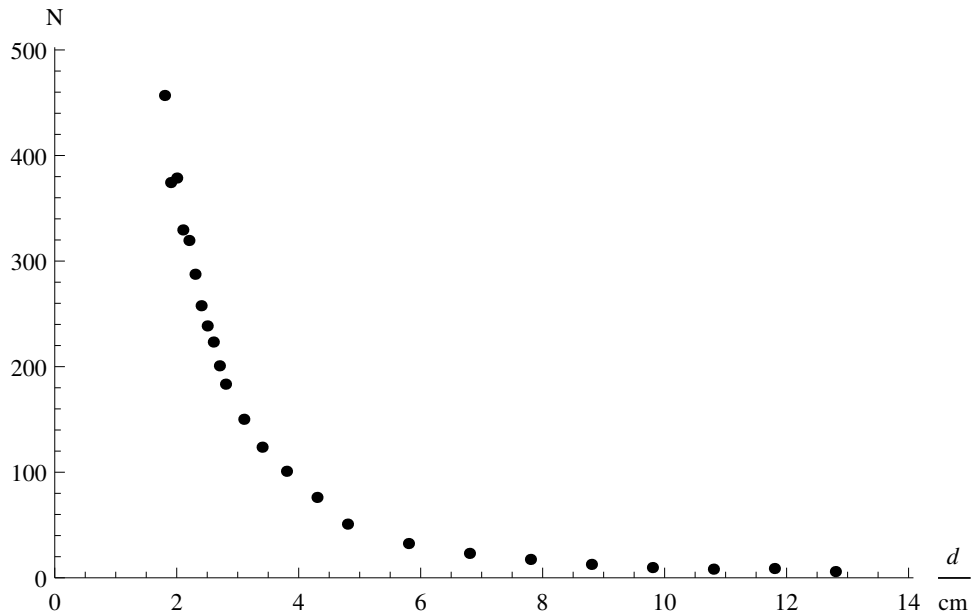
$$\begin{aligned} \omega &= \int \frac{\hat{n} \cdot d\vec{a}}{\rho^2} = \int_0^{2\pi} d\phi \left( \int_0^{\arctan(R/d)} d\Theta \sin(\Theta) \right) \\ &= 2\pi \cdot [-\cos(\Theta)]_{\Theta=0}^{\Theta=\arctan(R/d)} \\ &= 2\pi \cdot (1 - \cos(\arctan(R/d))) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Mit Gl. (3.7) folgt so die Relation aus Gl. (3.6). Mithilfe sämtlicher Korrekturen erhält man nun den Bestand der  $\alpha$ -Teilchen in Abhängigkeit von der durchdrungenen Materie. Die berechneten Werte enthält Tab. 3.5. Eine Auftragung ohne Raumwinkel-Korrektur befindet sich in Abb. 3.5; eine Auftragung mit Raumwinkel-Korrektur und einer linearen Regression der ersten Messpunkte (jener im annähernd linearen Bereich) findet sich in Abb. 3.6. Die Regression wurde aus folgenden Gründen so gewählt.

Abb. 3.4 zeigt die voraus gesagte Abnahme der  $\alpha$ -Teilchen beim Durchdringen der Materie. Die Teilchenzahl bleibt zunächst konstant, nimmt dann rasch ab und bleibt dann konstant bei 0. Die entsprechend definierte mittlere Reichweite ist in dieser Abb. ebenfalls eingezeichnet. Den genannten Kurvenverlauf findet man auch bei der Auftragung der hier gemessenen



**Abbildung 3.4.: Abschirmung der  $\alpha$ -Teilchen:**  $N(x)$  ist hierbei die Zahl der Teilchen, die die Materie der Dicke  $x$  durchdrungen haben (aus [Dem10, S. 90])



**Abbildung 3.5.: Zählrate der  $\alpha$ -Teilchen am Zählrohr** (Aufg. 2)

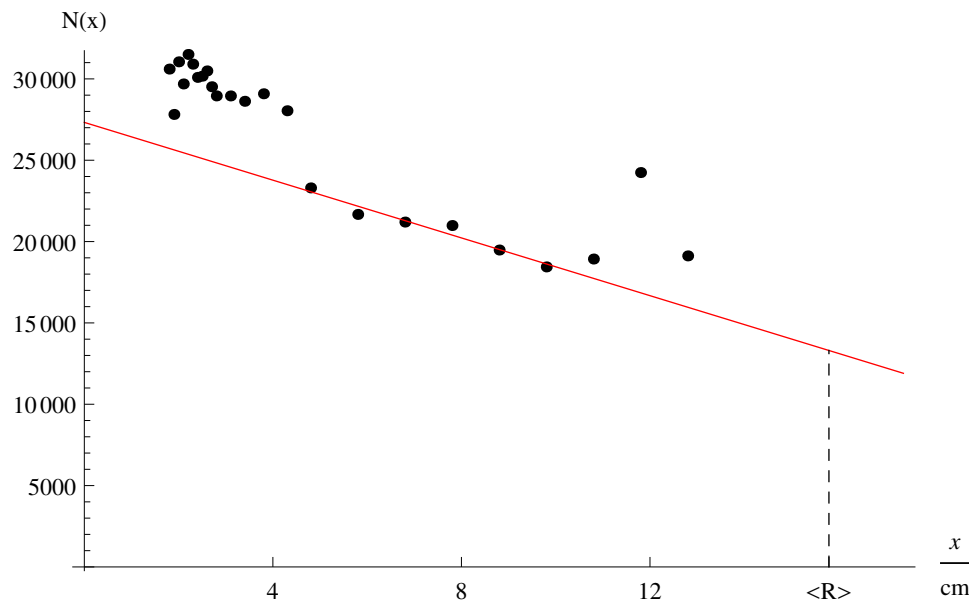
Werte (s. Abb. 3.6). Man fittet an die Werte im nicht konstanten Bereich eine Gerade an und sucht den Punkt, an dem sie auf die Hälfte des Wertes abgefallen ist, der für kleine Abstände vorliegt (verwende hier 11. Messpunkt bei ungefähr 4 mm), und findet so die mittlere Reichweite  $\langle R \rangle$ . Als Geradengleichung ergibt sich:

$$N(x) = (-890 \pm 100) \frac{x}{\text{cm}} + (27\,330 \pm 750), \quad (3.10)$$

welche ebenfalls in genannter Abb. 3.6 eingezeichnet ist. Die mittlere Reichweite berechnet sich so unter der Verwendung der Bestwerte zu:

$$\langle R \rangle = 15,8 \text{ cm}. \quad (3.11)$$

Die letzten drei Messwerte wurden bei der Regression vernachlässigt, da sie aufgrund der Hintergrundstrahlung zu starke statistische Abweichungen aufweisen.



**Abbildung 3.6.: Abnahme der  $\alpha$ -Teilchen bei Durchgang durch die Materie:**  $x$  ist hierbei die Strecke. Die Daten beinhalten die Raumwinkel-Korrektur und die Gerade zeigt eine lineare Regression der ersten Messpunkte (des annähernd linearen Bereichs) (Aufg. 2).

**Tabelle 3.5.: Abnahme der  $\alpha$ -Teilchen bei Durchgang durch die Materie:**  $\alpha$  bezeichnet die unkorrigierten Daten und  $\alpha'$  die Daten mit einer Raumwinkel-Korrektur (Aufg. 2).

| $d / \text{cm}$ | $\alpha'$ | $\alpha$ |
|-----------------|-----------|----------|
| 1,8             | 456,876   | 30 603,8 |
| 1,9             | 374,393   | 27 815,5 |
| 2,0             | 378,652   | 31 049,5 |
| 2,1             | 329,51    | 29 688,9 |
| 2,2             | 319,526   | 31 503,6 |
| 2,3             | 287,534   | 30 905,5 |
| 2,4             | 257,715   | 30 093,1 |
| 2,5             | 238,58    | 30 168,2 |
| 2,6             | 223,334   | 30 490,4 |
| 2,7             | 200,804   | 29 516,8 |
| 2,8             | 183,421   | 28 954,4 |
| 3,1             | 150,155   | 28 953,1 |
| 3,4             | 123,726   | 28 622,9 |
| 3,8             | 100,909   | 29 085,0 |
| 4,3             | 76,1512   | 28 041,3 |
| 4,8             | 50,8601   | 23 299,5 |
| 5,8             | 32,4645   | 21 669,8 |
| 6,8             | 23,1334   | 21 199,0 |
| 7,8             | 17,4194   | 20 986,4 |
| 8,8             | 12,7102   | 19 480,6 |
| 9,8             | 9,706 05  | 18 442,3 |
| 10,8            | 8,204 14  | 18 927,0 |
| 11,8            | 8,804 64  | 24 242,9 |
| 12,8            | 5,902 35  | 19 119,8 |

### 3.2.2. $\beta$ -Absorption

Die gemessenen Werte werden natürlich zunächst wieder unter Berücksichtigung der Totzeit mittels Gl. (3.1) und der Nullrate korrigiert. Die Werte enthält Tab. 3.6. Abb. 3.7 zeigt den vorausgesagten Verlauf. Es wird die Teilchenzahl logarithmisch gegen den Abstand  $x$  aufgetragen. Dabei ergibt sich für geringe Abstände ein linearer Abfall und ab einem bestimmten Punkt eine noch stärkere Abnahme. Die Teilchenzahl sinkt also für eine kurze Zeit exponentiell und dann nochmals deutlich schneller auf 0 ab, ihr Logarithmus dann also auf  $-\infty$ . Letzter Bereich ist in diesem Experiment schwer beobachtbar, gut ablesbar ist nur der lineare Bereich. Genau den letzten Teil der schnellen Abnahme ist aber bedeutend für die Reichweite der Teilchen. Es wird also eine lineare Anpassung an den ersten Bereich erstellt und der Punkt gesucht, an dem der Einbruch statt findet, was in etwa der maximalen Reichweite entspricht. In Abb. 3.7 tritt das etwa bei  $\log(N/N_0) = 10^{-3}$  ein. In diesem Versuch finden sich zwei Messpunkte bei ca.  $3000\text{ }\mu\text{m}$  und  $4000\text{ }\mu\text{m}$ , welche beide bereits im Untergrundbereich liegen. Erster ist nur noch minimal größer als Zählrate 0 und zweiter liegt sogar im negativen Bereich. Man geht daher davon aus, dass bei Messpunkt  $x = 3000\text{ }\mu\text{m}$  der Einbruch stattfindet. Genauer handelt es sich hierbei um den Einbruch der Zerfalls-Strahlung höherer Reichweite. Dass in diesem Versuch zwei Zerfälle zu beobachten sind, lässt sich auch anhand der logarithmischen Auftragung der Messwerte erkennen. Dort gibt es bereits bei kleinen  $x$  einen linearen Bereich mit noch geringerer Steigung. Das Verfahren lautet insgesamt also viel folgt:

An den linearen Bereich von  $500\text{ }\mu\text{m}$  bis  $2000\text{ }\mu\text{m}$  wird eine lineare Funktion angefitet und der Schnittpunkt mit dem logarithmischen Wert des Messpunktes bei  $x = 3000\text{ }\mu\text{m}$  gesucht. Dies entspricht der maximalen Reichweite der Teilchen hoher Reichweite. Die Teilchen niedriger Reichweite sind bereits früher abgefallen und stören diese Untersuchung nicht mehr. Um nun dieses Verfahren auch auf die Teilchen niedriger Reichweite anwenden zu können, werden diese um die nun bekannte Zählrate der höherenergetischen Strahlung im Bereich  $x < 500\text{ }\mu\text{m}$  subtrahiert, da sich diese Werte als Überlagerung beider Zerfälle ergeben. Dies liefert als maximale Reichweite für den höherenergetischen  ${}^{90}_{39}\text{Y}$ -Zerfall:

$$R_{\max}({}^{90}_{39}\text{Y} \xrightarrow{\beta^-} {}^{90}_{40}\text{Zr}) \approx 3000\text{ }\mu\text{m}, \quad (3.12)$$

und für den niederenergetischen  ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ -Zerfall:

$$R_{\max}({}^{90}_{38}\text{Sr} \xrightarrow{\beta^-} {}^{90}_{39}\text{Y}) \approx 168\text{ }\mu\text{m}. \quad (3.13)$$

Die linearen Regressionen ergeben die Zusammenhänge

$$\log\left(\frac{N}{\frac{1}{s}}\right) = (-1,34 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \cdot \log\left(\frac{d}{\text{mm}}\right) + (4,30 \pm 0,07). \quad (3.14)$$

für die höherenergetische Strahlung und

$$\log\left(\frac{N}{\frac{1}{s}}\right) = (-20,7 \pm 1,5) \cdot 10^{-3} \cdot \log\left(\frac{d}{\text{mm}}\right) + (3,75 \pm 0,05). \quad (3.15)$$

für niederenergetische Strahlung. Mit der Dichte des Absorbermaterials  $\rho = 2,71\text{ gc/m}^3$  folgt so der Massenabsorptionskoeffizient für die höherenergetische Strahlung:

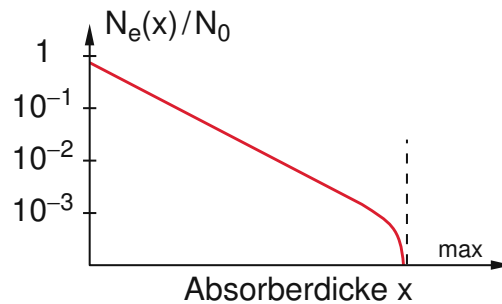
$$\kappa = \frac{(-1,34 \pm 0,04) \cdot 10^{-3}}{2,71\text{ gc/m}^3} \approx (0,494 \pm 0,015) \cdot 10^{-6}\text{ m}^3/\text{kg}, \quad (3.16)$$

und für die niederenergetische Strahlung:

$$\kappa = \frac{(-20,7 \pm 1,5) \cdot 10^{-3}}{2,71\text{ gc/m}^3} \approx (7,6 \pm 0,5) \cdot 10^{-6}\text{ m}^3/\text{kg}. \quad (3.17)$$

**Tabelle 3.6.: Zahl der  $\beta$ -Teilchen nach Durchgang durch Materie:**  $d$  bezeichnet hier die Dicke des Materials. (Aufg. 3)

| $x / \mu\text{m}$ | $N / \frac{1}{\text{s}}$ |
|-------------------|--------------------------|
| 18,0              | 101,104                  |
| 22,0              | 100,144                  |
| 24,5              | 100,408                  |
| 34,8              | 95,825                   |
| 37,0              | 93,5614                  |
| 62,0              | 85,1875                  |
| 112,0             | 71,3028                  |
| 212,0             | 54,1492                  |
| 322,0             | 48,1106                  |
| 537,0             | 34,8517                  |
| 992,0             | 20,9125                  |
| 1472,0            | 10,865                   |
| 2002,0            | 5,29                     |
| 3012,0            | 0,9225                   |
| 4012,0            | 0,3875                   |



**Abbildung 3.7.: Abnahme der  $\beta$ -Teilchen beim Durchdringen von Materie:**  $N(x)$  ist die Zahl der  $\beta$ -Teilchen, die die Materie der Dicke  $x$  durchdringen können (aus [Dem10, S. 92]).

Mithilfe der auf dem Aufgabenblatt gegebenen Flammersfeld-Beziehung folgt außerdem die Grenzenenergie des höherenergetischen Zerfalls,

$$W_{\text{Gr}} = 1760 \text{ keV}, \quad (3.18)$$

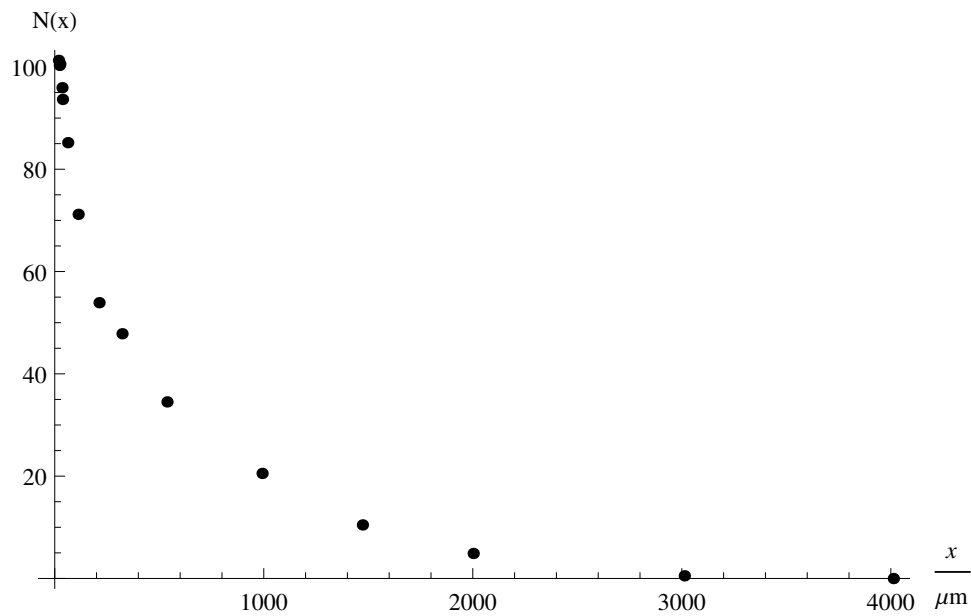
und die des niederenergetischen,

$$W_{\text{Gr}} = 211 \text{ keV}, \quad (3.19)$$

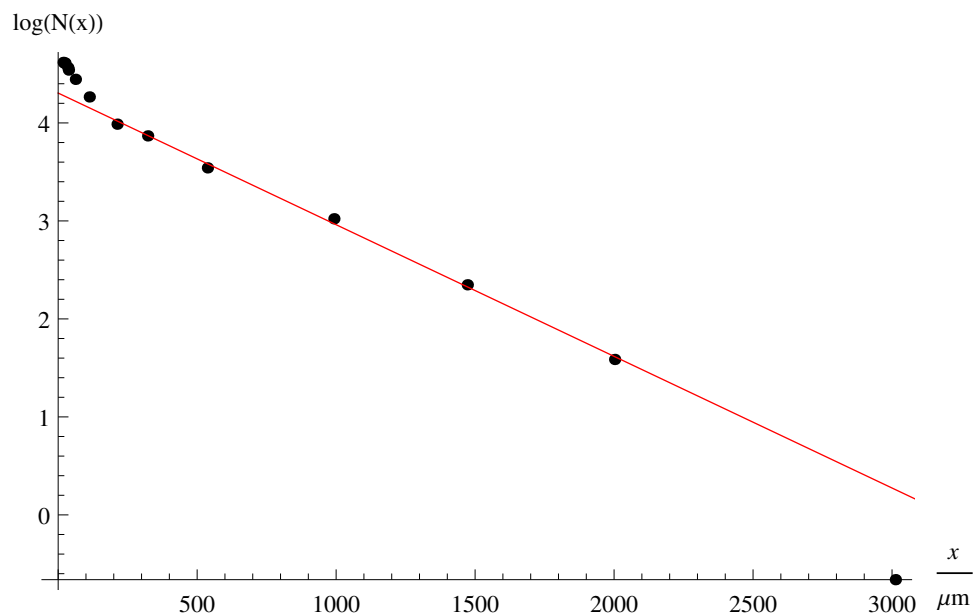
was in etwa in der Größenordnung der Literatur-Werte liegt (2284 keV, bzw. 540 keV).

Zuletzt bleibt noch die Frage danach, in welchem Verhältnis die beiden Zerfallsarten vorliegen werden. Eine Rechnung mit üblichen Modellen der physikalischen Chemie befindet sich in Anhang A. Die Rechnung ergibt, dass das Verhältnis von Yttrium-Zerfall zu Strontium-Zerfall ungefähr 1 ist, genauer  $\frac{k_Y}{k_Y - k_{\text{Sr}}}$ . Der Rechnung entnimmt man weiter, dass sich das System diesem Zustand über die Zeit gemäß eines exponentiellen, beschränkten Wachstums annähert.

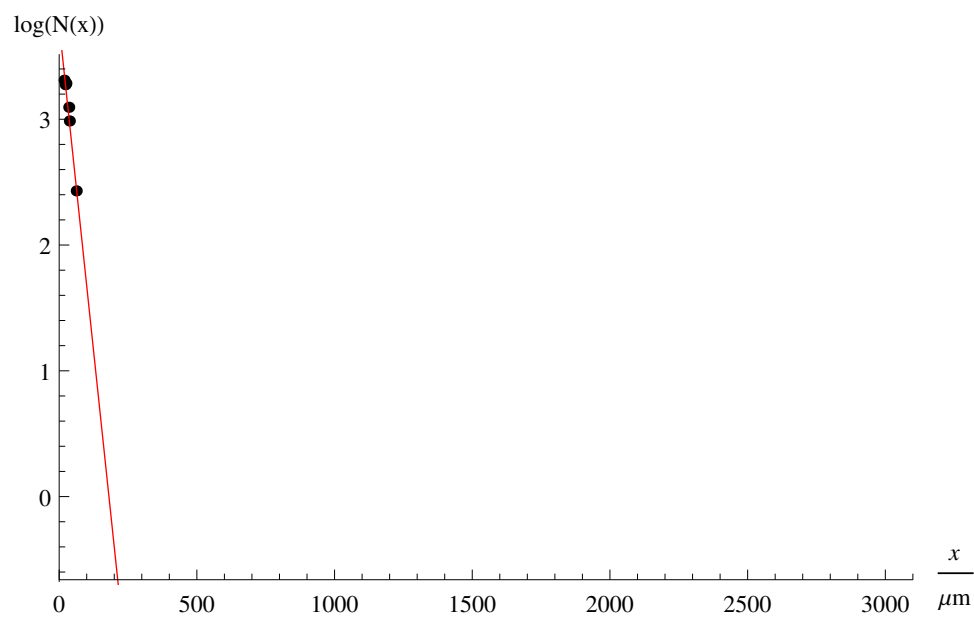




**Abbildung 3.8.: Auftragung der Zählrate über die Absorberdicke:**  $N(x)$  bezeichnet hier die Zählrate und  $x$  ist die Absorberdicke (Aufg. 3).



**Abbildung 3.9.: Logarithmische Auftragung der Zählrate über die Absorberdicke:**  $\log N(x)$  bezeichnet hier den Logarithmus der Zählrate und  $x$  ist die Absorberdicke. (Aufg. 3)



**Abbildung 3.10.: Logarithmische Auftragung der Zählrate der Teilchen geringer Reichweite:**  $\log N(x)$  bezeichnet hier den Logarithmus der Zählrate und  $x$  ist die Absorberdicke. Die eingezeichnete Funktion stellt eine lineare Regression dar (Aufg. 3).

### 3.2.3. $\gamma$ -Absorption

#### 3.2.3.1. Blei-Absorption von $^{60}\text{Co}$ -Strahlung

Die gemessenen Werte werden wieder gemäß Gl. (3.1) sowie um die Nullrate korrigiert und anschließend doppeltlogarithmisch aufgetragen. Die berechneten Werte enthält Tab. 3.7; die Auftragung mit linearer Regression zeigt Abb. 3.11. Die Regression ergibt als Fit-Parameter:

$$\log\left(\frac{N}{\frac{1}{s}}\right) = (n-0,35(6)) \cdot \log\left(\frac{d}{\text{mm}}\right) + (2,71 \pm 0,13). \quad (3.20)$$

#### 3.2.3.2. Blei-Absorption von $^{137}\text{Cs}$ -Strahlung

Das Verfahren ist analog zu dem aus Aufgabenteil 4.1. Die berechneten Werte enthält Tab. 3.8; die Auftragung mit linearer Regression zeigt Abb. 3.12. Die Regression ergibt als Fit-Parameter:

$$\log\left(\frac{N}{\frac{1}{s}}\right) = (n-0,73(17)) \cdot \log\left(\frac{d}{\text{mm}}\right) + (n3,0(4)). \quad (3.21)$$

#### 3.2.3.3. Absorption verschiedener Materialien

Da im Versuch die absolute Strahlung ohne Absorber nicht gemessen wurde, muss sich hier auf absolute Angaben der Strahlung beschränkt werden. Die gemessenen und korrigierten Werte enthält Tab. 3.9. Eine Auftragung über die Dichte zeigt Abb. 3.13.

**Tabelle 3.7.: Korrigierte Zählraten bei verschiedenen Absorberdicken (Aufg. 4.1)**

| $d / \text{mm}$ | $N / \frac{1}{s}$ |
|-----------------|-------------------|
| 1               | 12,597            |
| 2               | 12,009            |
| 5               | 10,2855           |
| 10              | 7,802 63          |
| 15              | 6,302 86          |
| 20              | 4,768 34          |
| 25              | 3,846 54          |

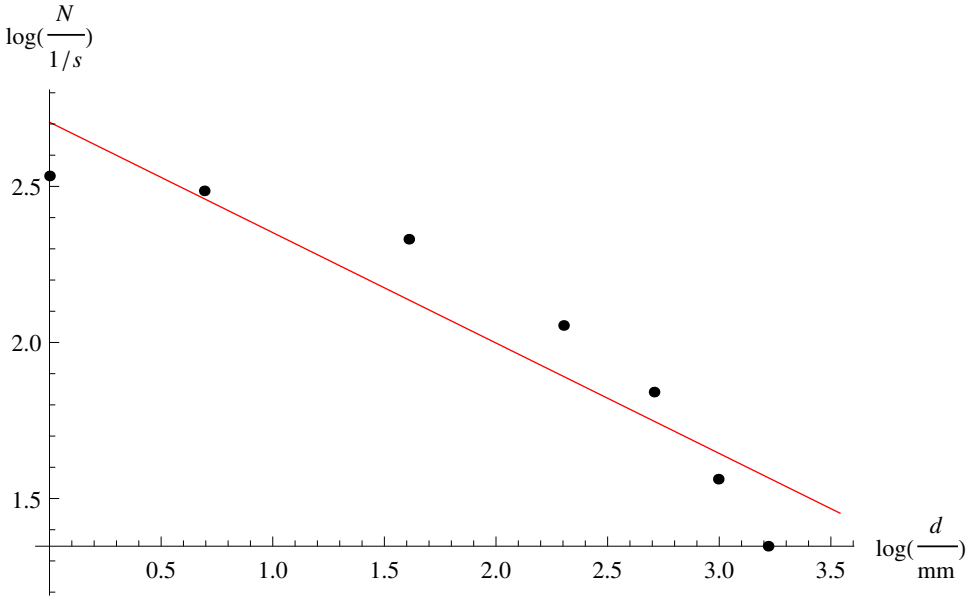


Abbildung 3.11.: Doppeltlogarithmische Auftragung der korrigierten Werte mit linearer Regression (Aufg. 4.1)

Tabelle 3.8.: Korrigierte Zählraten bei verschiedenen Absorberdicken (Aufg. 4.2)

| $d / \text{mm}$ | $N / \frac{1}{\text{s}}$ |
|-----------------|--------------------------|
| 1               | 12,4932                  |
| 2               | 11,2221                  |
| 5               | 11,0592                  |
| 10              | 5,265 05                 |
| 15              | 3,279 83                 |
| 20              | 1,855 86                 |
| 25              | 0,954 194                |

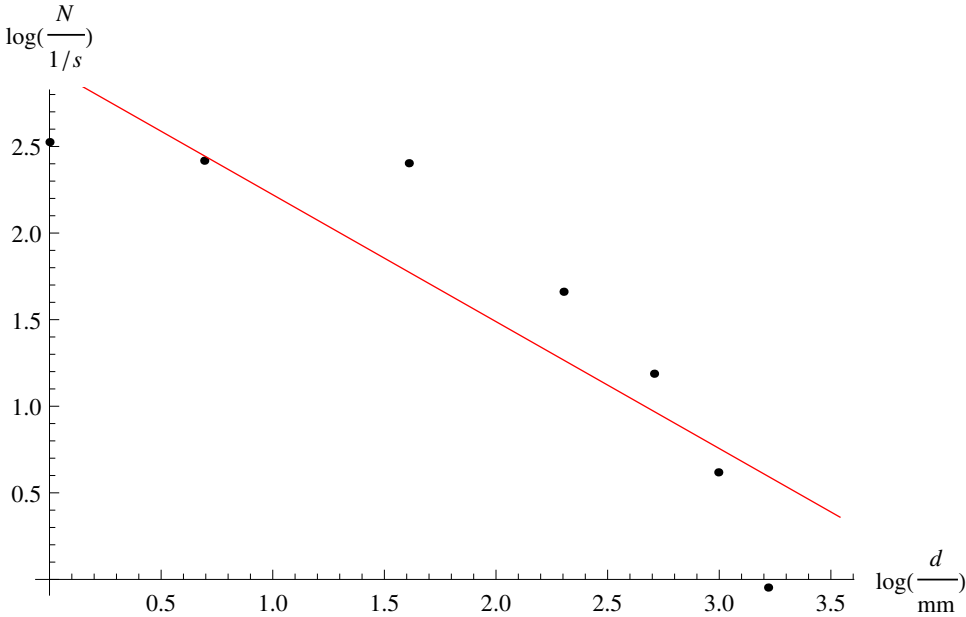
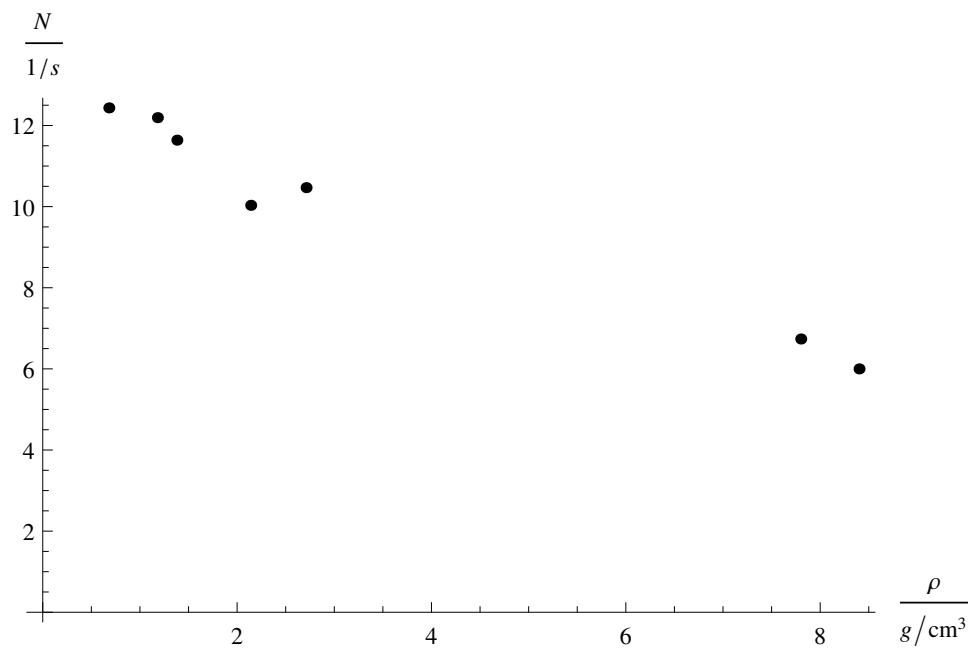


Abbildung 3.12.: Doppeltlogarithmische Auftragung der korrigierten Werte mit linearer Regression (Aufg. 4.2)

**Tabelle 3.9.: Strahlintensität bei verschiedenen Abschirmmaterialien** (Aufg. 4.3)

| Material  | $\rho$ / g/cm <sup>3</sup> | $N$ / $\frac{1}{s}$ |
|-----------|----------------------------|---------------------|
| Aluminium | 2,71                       | 10,4675             |
| Beton     | 2,14                       | 10,0321             |
| Blei      | 11,34                      | 3,846 54            |
| Eisen     | 7,8                        | 6,736 73            |
| Hartholz  | 0,68                       | 12,434              |
| Messing   | 8,4                        | 5,999 62            |
| Plexiglas | 1,18                       | 12,1929             |
| Trovidur  | 1,38                       | 11,6378             |



**Abbildung 3.13.: Auftragung der gemessenen Strahlintensitäten über die Dichten der Abschirmmaterialien** (Aufg. 4.3)

# Anhang

## A. Modell zur Berechnung des Zerfallsverhältnisses

Bei chemischen Reaktion wird die Veränderung der Konzentrationen beteiligter Stoffe sowie deren Reaktionsgeschwindigkeiten mithilfe von Systemen von Differenzialgleichungen beschrieben. Es treten oft so genannte Reaktionen „erster Ordnung“ auf, welche vom Prinzip dem Zerfall radioaktiver Präparate gleich kommen. Für eine Reaktion eines Stoffes A zu B mit Ratenkonstante  $k_B$  und Folgereaktion B zu C mit Ratenkonstante  $k_C$ ,



gelten die Differenzialgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d[A]}{dt} &= -k_B[A], \\ \frac{d[B]}{dt} &= -k_C[B] + k_B[A] \quad \text{und} \\ \frac{d[C]}{dt} &= k_C[B] \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Als Lösung erhält man für die Konzentrationen [A] und [B]:

$$\begin{aligned} [A] &= [A]_0 e^{-k_B t}, \\ [B] &= \frac{k_B [A]_0}{k_C - k_B} (e^{-k_B t} - e^{-k_C t}), \\ [C] &= [A]_0 \left( 1 + \frac{k_B e^{-k_C t} - k_C e^{-k_B t}}{k_C - k_B} \right). \quad [\text{EW11}] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Dieses Modell lässt sich nun einheitlich auf den Zerfall der beiden Präparate übertragen. Man identifiziert [A] mit der Zahl der  $^{90}_{38}\text{Sr}$ -, [B] mit der der  $^{90}_{39}\text{Y}$ - und [C] mit der der  $^{90}_{40}\text{Zr}$ -Atome. Wie aus der Lösung von [A] schon deutlich wird, erhält man die Raten-Konstanten aus den Halbwertszeiten,

$$k = \frac{\log(2)}{T_{1/2}}, \quad (\text{A.4})$$

wobei  $T_{1/2}$  die Halbwertszeit des jeweiligen Zerfalls sei (im Folgenden sei außerdem  $k_{\text{Sr}} = k_B$ ,  $k_Y = k_C$  und  $N_{\text{Sr},0} = [A]_0$ ). Man berechnet nun die zeitlichen Ableitungen:

$$\dot{N}_{\text{Sr}}(t) = N_{\text{Sr},0} \cdot (-k_{\text{Sr}}) e^{-k_{\text{Sr}} t} \quad (\text{A.5})$$

$$\dot{N}_{\text{Zr}}(t) = -N_{\text{Sr},0} \cdot k_{\text{Sr}} \cdot k_Y \frac{e^{-k_Y t} - e^{-k_{\text{Sr}} t}}{k_Y - k_{\text{Sr}}}. \quad (\text{A.6})$$

Gesucht ist das Verhältnis der Zerfälle pro Zeiteinheit. Die Zahl der  $^{90}_{39}\text{Y}$ -Zerfälle ist gleich dem Negativen der zeitlichen Steigung der Zahl an  $^{90}_{40}\text{Zr}$ -Atomen. Somit folgt für das Verhältnis:

$$v = \frac{-\dot{N}_{\text{Zr}}(t)}{\dot{N}_{\text{Sr}}(t)} = \frac{k_Y}{k_Y - k_{\text{Sr}}} (1 - e^{(k_{\text{Sr}} - k_Y)t}) \quad (\text{A.7})$$

Man verwendet dann, dass  $T_{1/2,Y} \ll T_{1/2,Sr}$  und somit  $k_Y \gg k_{Sr}$  und findet so:

$$\approx \frac{k_Y}{k_Y - k_{Sr}} \left(1 - e^{-k_Y t}\right). \quad (\text{A.8})$$

Die Konstanten sind nach Gl. (A.4)  $k_{Sr} = 7,63 \cdot 10^{-10} \text{ 1/s}$  und  $k_Y = 3,01 \cdot 10^{-6} \text{ 1/s}$ . Setzt man  $t/T_{1/2}$  beispielsweise 100, so findet man den  $2^{t/T_{1/2}}$ -Term in der Größenordnung von  $10^{-30}$  (was weniger als einem Jahr entspräche, also recht sinnvoll wäre - zur Erinnerung:  $t$  ist die Zeit nach der Anfangsbedingung  $N_Y = N_{Zr} = 0$ ). Damit lässt sich der Term mit dem Exponenten ebenfalls vernachlässigen und man findet:

$$\approx \frac{k_Y}{k_Y - k_{Sr}} \approx \frac{k_Y}{k_Y} = 1. \quad (\text{A.9})$$

# Literaturverzeichnis

- [Dem10] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 4 - Kern-, Teilchen- Und Astrophysik*. Springer DE, Berlin, 3. auflage Auflage, 2010, ISBN 978-3-642-01598-4.
- [EKS07] Eichler, H. J., H. D. Kronfeldt und J. Sahm: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*. Springer DE, Berlin, zweite, erweiterte und aktualisierte auflage Auflage, 2007, ISBN 978-3-540-29968-4.
- [EW11] Elstner, M. und P. Weis: *Physikalische Chemie I-B: Kinetik*. Vorlesungsskript PC-I, Februar 2011.
- [HW03] Haken, H. und H. C. Wolf: *Atom- und Quantenphysik : Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen*. Springer DE, Berlin, 8., aktualisierte und erw. aufl. Auflage, 2003, ISBN 3-540-02621-5; 978-3-642-62142-0.