РК1

Токарев В
ИУ9-51Б



№2.

$\{waw \mid |w|_{abab} = |w|_{ba} \ \& \ w \in \{a,b\}^*\}$.

Пересечём с $a^+bab^+aa^+bab^+$

Возьмём $w = a^p bab^p$, p - длина накачки

$|w|_{ba} = 1$

$|w|_{abab} = 1$

$a \dots a\ ba\ b \dots b\ a\ a \dots a\ ba\ b \dots b$

Если накачиваем неоднородные фрагменты, то выходим из рег. выр. Получим 2 синхр. пары, которые не можем накачать одновременно.

После нулевой накачки либо:

- обе пары рассинхр. по кол-ву, если накач. фрагменты 2 и 3
- одна из пар рассинхр. по кол-ву, если накачать только 1 фрагм.
- середина сдвинулась, левая часть не равна правой.

Пересечение => не КС.

Ответ: исходный язык не КС.

№4.

$L$ - язык задания. ~~Блок~~ Lookahead-блок обозначим: [ ]

$L_1$ - рег., приним. eps

$L_2$ - рег., описывающие пустые множества строк.

Заметим, что $L_1 \cap L_2 = \emptyset$.

$\forall$ регулярку в алфавите {a} без скобок и одним во lookahead-блоком

$r_1 = (a(\text{"*"})?)^*$

$r_2 = r_1?[(r_1(\text{"|"}r_1)^*)?]r_1?$

$r_2(r_1 | )\ r_2( | r_1)$

r – любое рег. выр. в заданных правилах

Заметим, что $r_1$ задаёт непустое множество строк.

Т.е. r описывает $\varnothing \Leftrightarrow r_2 r_2$, где $r_2$ описывает $\varnothing$.

$r_2$ опис. $\varnothing$, когда её центр. блок требует строго больше букв, чем правый

Т.е. $\forall$ альтернатива в lookahead блоке содерж. больше букв без "*", чем содерж. букв без "*" правый блок.

Т.е. $a \ldots a [x_1 | x_2 | \ldots | x_n] y$.

assert $\forall i,\ x_i > y$.

Д-жем, что $L_2$ – не КС.

Пересечём его с $a[a^+|a^+]a^+$

$w = a[\underbrace{a^{p+1}}_{\mathrm{I}} \,|\, \underbrace{a^{p+1}}_{\mathrm{II}}]\underbrace{a^p}_{\mathrm{III}}$.

Накачиваем 2 фрагмента:

- если можем, то нулевой накачкой выходим отсюда
- если хотя бы 1 фрагмент попал в III, то полож. накачкой делаем $|\mathrm{III}| > |\mathrm{II}| \Rightarrow$ вышли из языка.
- если ни один фрагмент не в III, то отриц. накачкой делаем: $(|\mathrm{I}| \text{ или } |\mathrm{II}|) \le |\mathrm{III}|$.

Пересечение с рег. – не КС $\Rightarrow$ $L_2$ – не КС.

$L_1$ – рег.

Достаточно, чтобы хотя бы одна из альтернатив принимала eps

т.е. $(a\text{"*"})^*$.

Обозначим $A = (a\text{"*"}?)^*$; $B = (a\text{"*"})^*$.

$e_1 = \underbrace{(A\text{"|"})^* \ B \ \text{"|"}(A\text{"|"})^*} A\text{"["}A(\text{"|"}A)^*\text{"]"}A\underbrace{(\text{"|"}A)^*}$

$e_2 = \underbrace{(A\text{"|"})^*}\underbrace{A\text{"["}A(\text{"|"}A)^*\text{"]"}A}\underbrace{(\text{"|"}A)^* \ \text{"|"} \ B(\text{"|"}A)^*}$

Продолж. см. на листе 2.

Токарев И
ИУ9-51Б
Лист 2

$l_3 = (A"|")^* B[B("|"B)^*]B("|"A)^*$

$\mathcal{L}_1 = l_1 | l_2 | l_3$ - рег.

$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$; $\mathcal{L}_1$ - не КС $\quad \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \varnothing$.

$\mathcal{L}_2$ - рег

Покажем, что $\mathcal{L}$ - не КС.

От обратного:

$\rceil\ \mathcal{L}$ - не КС $\Rightarrow \exists$ PDA

$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \varnothing \Rightarrow$ фин. сост. $\mathcal{L}_1$ не пересекаются с фин. сост. $\mathcal{L}_2$

Уберём финальные для $\mathcal{L}_2 \Rightarrow$ получим PDA для $\mathcal{L}_1 \Rightarrow \mathcal{L}_1$ - КС

$\Rightarrow \nexists$ PDA для $\mathcal{L} \Rightarrow \mathcal{L}$ - не КС.

№3.

$S \to aQSb$

$S \to aaS | bbbS | eps$

$Q$ содержит нечёт "a"-тек.

$r_1 = (aa|bbb)^*$ - если все "a" по парам.

$r_2 = (aa|bbb)^* a b^* \underbrace{(ab^*ab^*)^* ab^*}_{Q}$ b - если "a" чётно.

$r_3 = (aa|bbb)^* a \underbrace{b^* (ab^*ab^*)}_{QQ} b(aa|bbb)^* b$ - если "a" нечётно.

$r_1 | r_2 | r_3$ - рег.

№1.

Язык задания – $\mathcal{L}_1$.

1). $S \to (a|b)^+ (A|S)^* S (A|S)^*$

2) $A \to (a|b)^+ (A|S)^* A (A|S)^*$ ← $A$ достижим.

3). $\begin{cases} S \to x (A|S)^* A (A|S)^* \\ S \to y (A|S)^* S (A|S)^* \end{cases}$ ← $xy \in (a|b)^+$

Покажем, что $\mathcal{L}_1$ – рег.

Строки языка имеют вид:

Rule – каждая строчка вида:

$$(A|S) \to (a|b)^* (A|S)^*.$$

Тогда строчки языка имеют вид:

$$(Rule;)^* Rule.$$

∄ конечное кол-во разбиение строк Rule на классы экв.:

0). $S \to$

1). $A \to$

2). $S \to (a|b)^+$.

3). $A \to (a|b)^+$

4). $S \to (a|b)^+ (S)^+$

5). $S \to (S)^+$

6). $S \to (a|b)^+ (S|A)^* (SA|AS) (S|A)^*$.

7). $S \to (S|A)^* (SA|AS) (S|A)^*$.

8). $A \to (a|b)^+ A^+$

9). $A \to (A)^+$

10). $A \to (a|b)^+ (S|A)^* (SA|AS) (S|A)^*$.

11). $A \to (S|A)^* (SA|AS) (S|A)^*$.

12). $S \to A^+$

13). $S \to (a|b)^+ A^+$.

14). $A \to S^+$.

15). $A \to (a|b)^+ S^+$.

См. прод. на листе 3

Токарев И.
ИУ9-515
Лист 3.

∃ строка из правил w имеет вид $(Rule;)^* Rule = x_1; x_2; \dots; x_n$.

$a_1, a_2, \dots, a_n$ - классы экв. для $x_1, \dots, x_n$.

Обозн. $A = set(a_1, \dots, a_n)$

A принимает одно из $2^{16}$ значений.

∃ подмн-во $A_{true}$ мн-ва всех возм. зн. A. и $A_{false} = A \setminus A_{true}$:

$w_1 \in L \Leftarrow\Rightarrow A \in A_{true}$, т.е. комб. классов экв. дающие грамматики из $L_1$.

Комбинаций конечное число. Напишем рег. выр. для комбинации:

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}^?$

$x_1 < x_2 < \dots < x_n$.

Берём все эл-ты $S_n$:

$(y_1 y_2 \dots y_n) \leftarrow$ i-ый эл-т $S_n$

$r_i = y_1; (y_1;)^* y_2; ((y_1|y_2);)^* y_3; ((y_1|y_2|y_3);)^* \dots (y_n|y_n; ((y_1|y_2|\dots|y_n);)^* (y_1|\dots y_n)$

Строим $r_i$ для ∀ эл-та $S_n$.

⇓

$(r_1|r_2|\dots|r_{n!}) = R_k$ - рег. выр. для k-го эл-та прав. комбинаций классов эквив.

$L_1 = R_1|R_2|\dots|R_m$ - рег.