

# Automatique ISMIN 1A P2018 Examen – 23 mai 2016, 1h30

Aucun document n'est autorisé. Téléphone interdit. La calculatrice est autorisée.  
Le sujet comporte 2 exercices (6 pages).

Un certain nombre de résultats relatifs à la réponse indicielle d'un système du 2<sup>nd</sup> ordre sont rappelés en annexe.

Note sur 29 ramenée sur 20.

## **Exercice 1 :** (6 pts)

On considère un système à retour unitaire dont la FTBO est tracée dans le lieu de Black de la figure 1. La tracé est gradué en pulsation pour 6 points de la courbe (unité : rad/s).

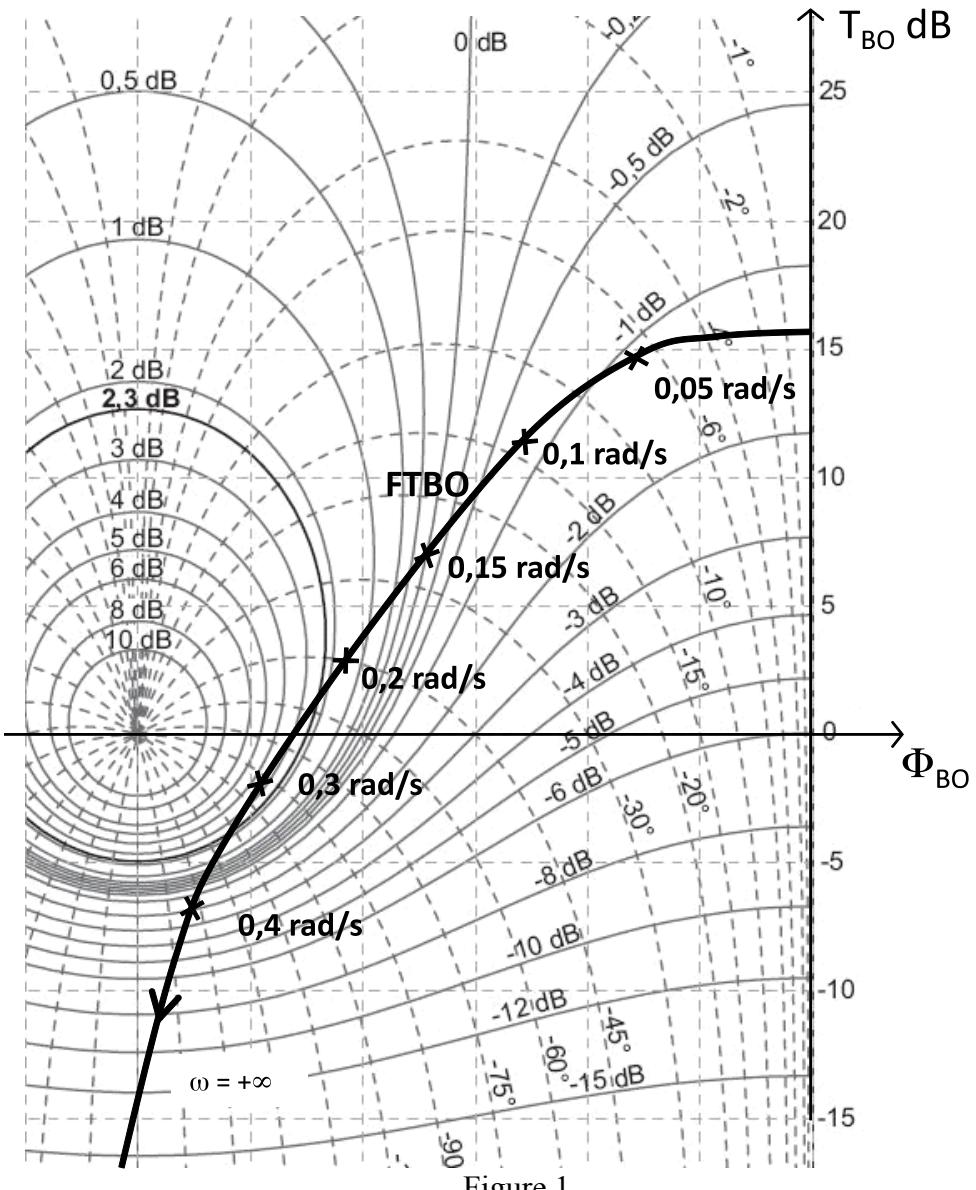


Figure 1

1. Donner les marges de gain et de phase du système considéré. Conclure sur la stabilité en boucle fermée.
2. Tracer le module exprimé en dB de sa FTBF. Quel est le facteur de résonance ?
3. On assimilera la FTBF à un système du 2<sup>nd</sup> ordre. Tracer la réponse temporelle à un échelon de ce système asservi.

**Exercice 2 :** Asservissement et correction d'un système du 1<sup>er</sup> ordre (23 pts)

On considère un système du 1<sup>er</sup> ordre placé dans une boucle d'asservissement comme indiqué figure 2. L'exercice est basé sur l'étude des différents correcteurs envisagés.

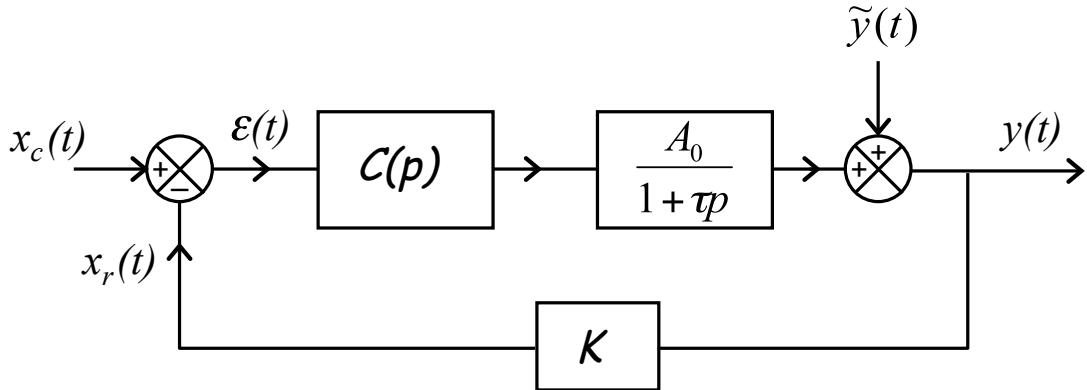


Figure 2 – Système asservi.

Tel que :  $K = 5 \cdot 10^{-8} \text{ SI}$   $A_0 = 90 \text{ SI}$   $\tau = 0,1 \text{ ms}$

$\tilde{y}(t)$  est un signal perturbateur que l'on considérera comme étant nul, sauf mention contraire.

### I. Correction proportionnelle.

$C(p)$  est un correcteur proportionnel :  $C(p) = C_0$ .

- a. Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $T_{BO}(p)$  pour  $C_0 = 1$  et  $\tilde{y}(t) = 0$  (identifier les points remarquables des tracés).
- b. Calculer  $C_0$  afin d'obtenir une pulsation de transition de  $10^5 \text{ rad/s}$ .
- c. Calculer et tracer la réponse en sortie du système en boucle fermée à un échelon de tension unitaire à l'entrée.
- d.  $\tilde{y}(t)$  est maintenant un signal perturbateur contenant une composante continue ainsi qu'une composante sinusoïdale de pulsation  $500 \text{ rad/s}$  :  $\tilde{y}(t) = 5 \cdot 10^8 + 10^7 \cdot \cos(500t)$   
Quel est l'effet sur la sortie de ce signal perturbateur ? Voir en fin d'exercice un ensemble de conseils de résolution de cette question.

## II. Correction intégrale.

$C(p)$  est un correcteur intégral :  $C(p) = C_0/p$ .

- a. Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $T_{BO}(p)$  pour  $C_0 = 1$  et  $\tilde{y}(t) = 0$  (identifier les points remarquables des tracés).
- b. Calculer  $C_0$  afin d'obtenir une marge de phase de  $45^\circ$ .
- c. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée et déterminer la valeur du temps de réponse à 5% à partir des abaques (pour un 2<sup>nd</sup> ordre).
- d.  $\tilde{y}(t)$  prend la même valeur qu'au I.d. Quel est l'effet sur la sortie de ce signal perturbateur ?

## III. Correction proportionnelle et intégrale.

$C(p)$  est un correcteur proportionnel et intégral :  $C(p) = C_0(1+tp)/p$ .

- a. Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $T_{BO}(p)$  pour  $C_0 = 1$  et  $\tilde{y}(t) = 0$  (identifier les points remarquables des tracés).
- b. Calculer  $C_0$  afin d'obtenir une pulsation de transition de  $10^5$  rad/s.
- c. Déterminer la valeur du temps de réponse à 5% du système asservi lorsque l'entrée est un échelon de tension.
- d.  $\tilde{y}(t)$  prend la même valeur qu'au I.d. Quel est l'effet sur la sortie de ce signal perturbateur ?

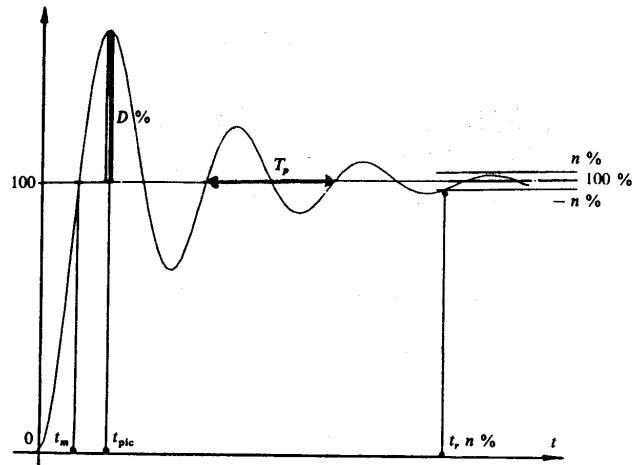
## IV. Bilan.

Discuter et comparer les performances des trois correcteurs envisagés ( $tr_{5\%}$ , filtrage de  $\tilde{y}(t)$ ).

Etude du signal perturbateur  $\tilde{y}(t) = 5 \cdot 10^8 + 10^7 \cdot \cos(500t)$  , question I.d :

- Penser à décomposer l'étude par application du principe de superposition,
- Exprimer  $Y(p)/\tilde{Y}(P)$  en considérant une entrée de consigne nulle,
- Pour l'étude du terme sinusoïdal approximer  $T_{BO}(j\omega)$  pour la valeur de  $\omega$  considérée.

## Annexe – Réponse indicielle des systèmes linéaires du 2<sup>nd</sup> ordre.



$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Pulsation de résonance

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2m^2}$$

Pulsation de coupure

$$\omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - 2m^2 + \sqrt{1 + (1 - 2m^2)^2}}$$

Facteur de résonance

$$M = \frac{1}{2m\sqrt{1 - m^2}}$$

Temps de montée

$$t_m = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - m^2}} (\pi - \arccos m)$$

Temps de réponse à  $n\%$  ( $m < 0,7$ )

$$t_r \cong \frac{1}{\omega_0 m} \ln \left( \frac{100}{n} \right)$$

Temps de pic

$$t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - m^2}}$$

Pseudo-période

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - m^2}}$$

Dépassee

$$D\% = 100 e^{-\pi m / \sqrt{1 - m^2}}$$

Nombre d'oscillations complètes

$$n \cong Q = \frac{1}{2m}$$

$m$	$t_m \omega_0$	$t_{r5\%} \omega_0$	$t_{pic} \omega_0$	$T_p \omega_0$	D %	$\omega_r / \omega_0$	$\omega_c / \omega_0$	$\omega_c / \omega_r$	$M_{dB}$	$m$
0,1	1,68	30	3,16	6,31	73	0,99	1,54	1,56	14	0,1
0,15	1,74	20	3,18	6,36	62	0,98	1,53	1,56	10,5	0,15
0,2	1,81	14	3,21	6,41	53	0,96	1,51	1,57	8,1	0,2
0,25	1,88	11	3,24	6,49	44	0,94	1,48	1,59	6,3	0,25
0,3	1,97	10,1	3,29	6,59	37	0,91	1,45	1,61	4,8	0,3
0,35	2,06	7,9	3,35	6,71	31	0,87	1,42	1,63	3,6	0,35
0,4	2,16	7,7	3,43	6,86	25	0,82	1,37	1,67	2,7	0,4
0,45	2,28	5,4	3,52	7,04	21	0,77	1,33	1,72	1,9	0,45
0,5	2,42	5,3	3,63	7,26	16	0,71	1,27	1,8	1,2	0,5
0,55	2,58	5,3	3,76	7,52	12,6	0,63	1,21	1,93	0,7	0,55
0,6	2,77	5,2	3,93	7,85	9,5	0,53	1,15	2,17	0,3	0,6
0,65	3	5	4,13	8,27	6,8	0,39	1,08	2,74	0,1	0,65
0,7	3,29	3	4,4	8,8	4,6	0,14	1,01	7,14	0	0,7
0,75	3,66	3,1	4,75	9,5	2,84	-	0,94	-	-	0,75
0,8	4,16	3,4	5,24	10,5	1,52	-	0,87	-	-	0,8
0,85	4,91	3,7	5,96	11,93	0,63	-	0,81	-	-	0,85
0,9	6,17	4	7,21	14,41	0,15	-	0,75	-	-	0,9
0,95	9,09	4,1	10,06	20,12	0,01	-	0,69	-	-	0,95

### Transformées de Laplace usuelles.

Dirac :  $\delta(t) \xrightarrow{TL} 1$

$$\sin(\omega t) \xrightarrow{TL} \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

Échelon :  $\Gamma(t) \xrightarrow{TL} \frac{1}{p}$

$$\cos(\omega t) \xrightarrow{TL} \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

Rampe :  $t \xrightarrow{TL} \frac{1}{p^2}$

$$e^{-at}.cos(\omega t) \xrightarrow{TL} \frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$$

$$e^{-at}. \sin(\omega t) \xrightarrow{TL} \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$$

$$t.e^{-at} \xrightarrow{TL} \frac{1}{(p+a)^3}$$

Transformées de Laplace inverses usuelles ( $f(t)$  causale) :

$$\frac{1}{p^n} \xrightarrow{TL^{-1}} \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad n \geq 1$$

$$\frac{1}{1+\tau.p} \xrightarrow{TL^{-1}} \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{1}{p.(1+\tau.p)} \xrightarrow{TL^{-1}} 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{1}{p^2.(1+\tau.p)} \xrightarrow{TL^{-1}} t - \tau + \tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{1+a.p}{1+\tau.p} \xrightarrow{TL^{-1}} \frac{a}{\tau} \left( \delta(t) + \frac{\tau-a}{a\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

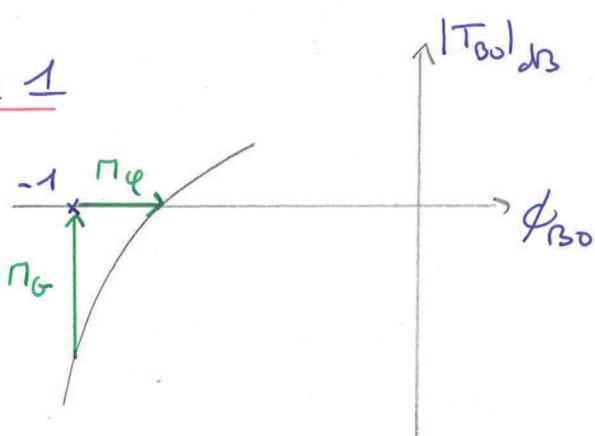
$$\frac{1+a.p}{p.(1+\tau.p)} \xrightarrow{TL^{-1}} 1 + \frac{a-\tau}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{1+a.p}{p^2.(1+\tau.p)} \xrightarrow{TL^{-1}} t + (a-\tau) - (a-\tau) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{1}{(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)} \xrightarrow{TL^{-1}} \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left( e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

Exercice 1

1)



2

On relève

$$M_\phi \approx 40^\circ$$

$$M_G \approx 14 \text{ dB}$$

$M_\phi > 0$  et  $M_G > 0$  le syst. sera stable en BF

2)

- pour  $\omega = 0 \text{ rad/s}$  le tracé de la FTBD coupe (approximativement) l'isomodule à  $-1,5 \text{ dB}$  de la FTBF

$$\hookrightarrow |FTBF|_{\text{dB}} \underset{\omega=0}{\approx} -1,5 \text{ dB}$$

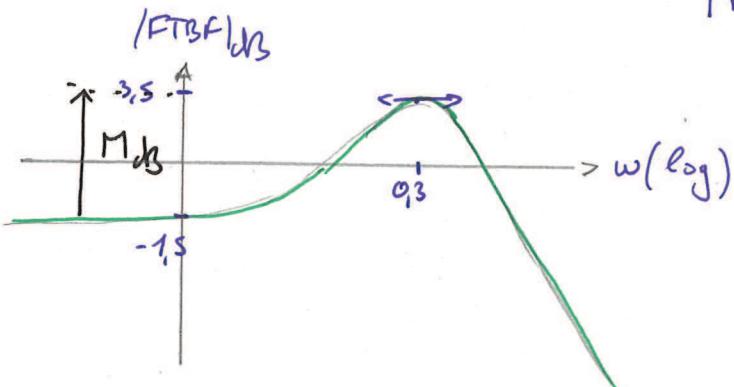
- pour  $\omega = 0,3 \text{ rad/s}$  le tracé de la FTBD est tangent à l'isomodule à  $3,5 \text{ dB}$  de la FTBF

$\hookrightarrow$  résonnance en BF

$$\underline{\omega_{r,BF} = 0,3 \text{ rad/s}}$$

2

$$|FTBF|_{\text{dB}} \underset{\omega_{r,BF}}{=} 3,5 \text{ dB}$$



On va calculer le facteur de résonnance :

$$\underline{M_{dB} = 3,5 - (-1,5) = 5 \text{ dB}}$$

3) Dès lors que la PTBF est assimilée à un syst. du 2<sup>nd</sup> ordre on peut utiliser le tableau de la p4 ; d'après  $\Gamma_{dB} = 5 dB$  on prendra :

$$D\% \approx 37$$

$$\frac{\omega_n}{\omega_0} \approx 0,91$$

$$t_{n5\%} \cdot \omega_0 \approx 10,1$$

$$t_{pic} \cdot \omega_0 \approx 3,29$$

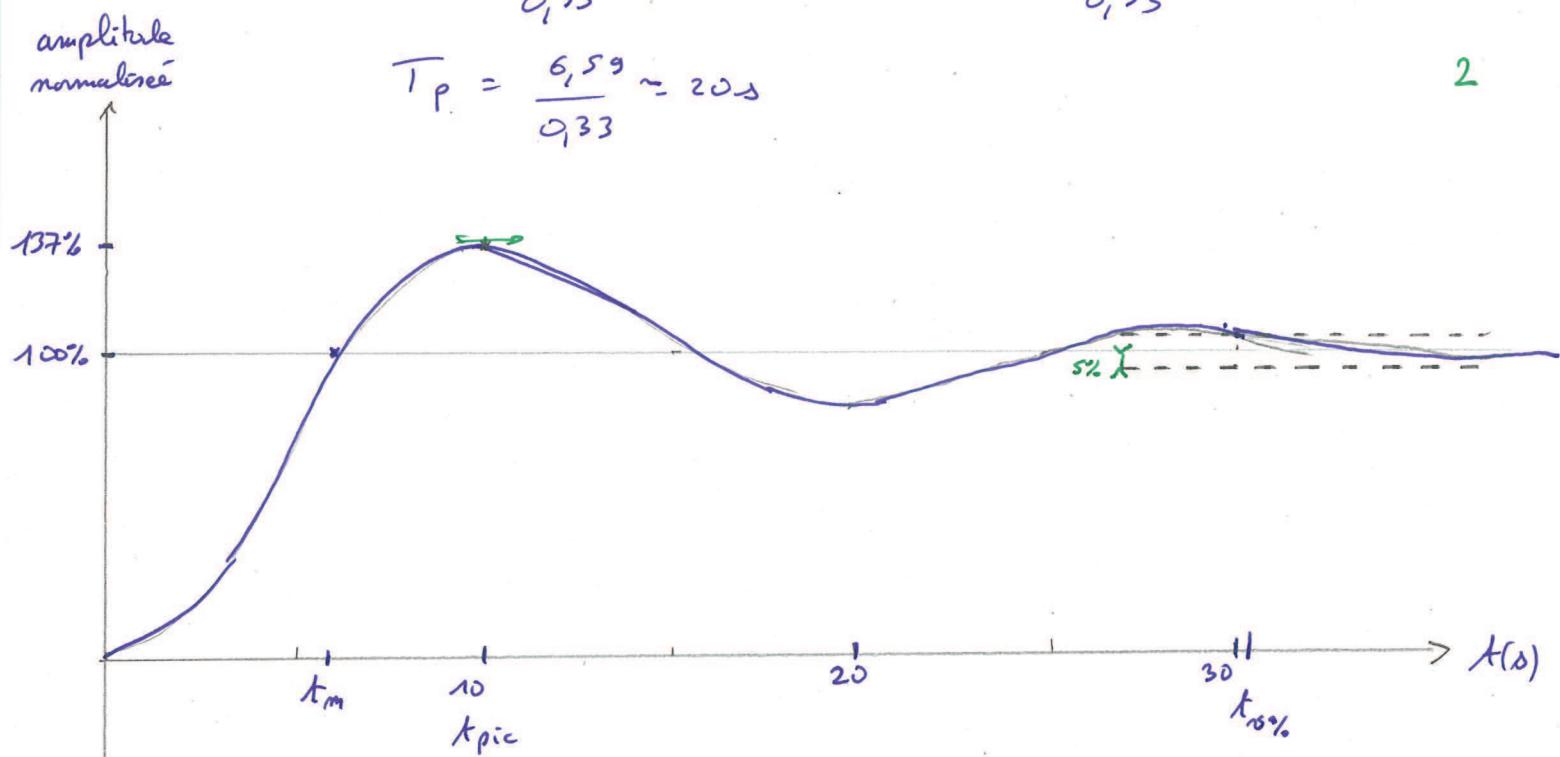
$$\text{avec } \omega_n = \omega_{n,3\%} = 0,3 \text{ rad/s}$$

$$\text{mais } \omega_0 = \frac{0,3}{0,91} = 0,33 \text{ rad/s} \quad t_{n5\%} = \frac{10,1}{0,33} = 30,6 \text{ s}$$

$$t_{pic} = \frac{3,29}{0,33} \approx 10 \text{ s}$$

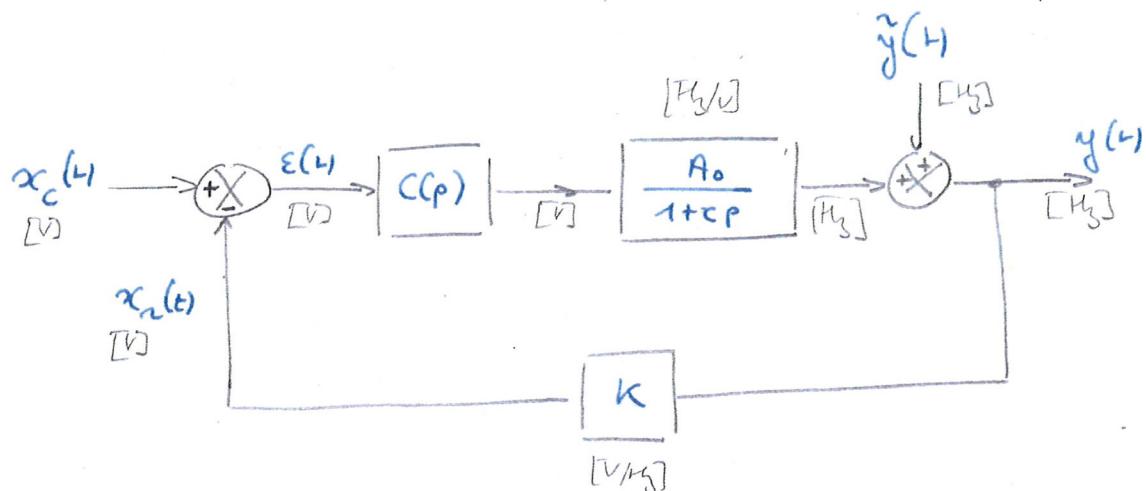
$$t_m = \frac{1,97}{0,33} \approx 6 \text{ s}$$

$$T_p = \frac{6,59}{0,33} \approx 20 \text{ s}$$



## Exercice 2 Asservissement

23 pts



$$K = 5 \cdot 10^{-8}$$

$$A_0 = 90$$

$$\tau = 0,1 \text{ ms}$$

$\tilde{y}(t)$  perturbation

### I - Connexion proportionnelle.

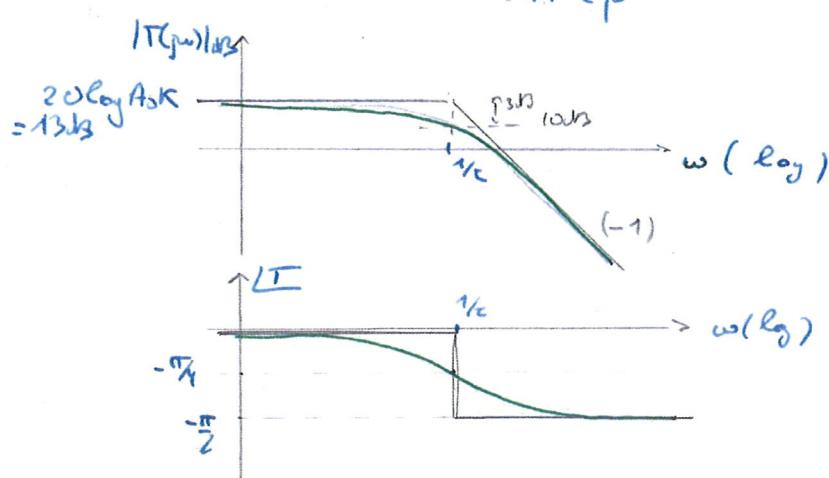
$$C(p) = C_0$$

$$\underline{\text{I-1-}} \quad C_0 = 1 \quad \tilde{y}(t) = 0$$

$$T_{BO}(p) = \frac{x_n(p)}{x_c(p)} = C(p) \cdot \frac{A_0}{1 + \tau p} \cdot K$$

$$T_{BO}(p) = \frac{A_0 K}{1 + \tau p}$$

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = 10^4 \text{ rad/s}$$



$$\begin{aligned} A_0 K &= 5 \cdot 10^{-8} \times 9 \cdot 10^7 \\ &= 45 \cdot 10^{-1} = 4,5 \end{aligned}$$

not 20 log A\_0 K = 13 dB

2

II-2- On cherche  $\omega_t = 10^5 \text{ rad/s}$  ( $|T(j\omega)|_{B_3} = 0$ )  
 not  $\omega_t = 10 \omega_c$   
 ce qui correspond à une décade

La perte de l'asymptote étant de  $-20 \text{ dB}/\text{décade}$   
 on a actuellement  $|T(j\omega)|_{\omega=10^5 \text{ rad/s}} = 13-20$   
 $= -7 \text{ dB}$

Il faut donc "recouvrir" la perte de  $7 \text{ dB}$

$$\text{Là } 20 \log C_0 = 7 \\ \boxed{C_0 = 10^{\frac{7}{20}} = 2,23}$$

I-3- Réponse à un échelon en boucle fermée

$$FTBF = H(p) = \frac{\cancel{C_0 A_0 / 1 + Cp} \text{ chaîne directe}}{1 + T(p)}$$

$$H(p) = \frac{C_0 A_0}{1 + \tau p + K C_0 A_0}$$

$$H(p) = \frac{\cancel{C_0 A_0 / 1 + K C_0 A_0}}{1 + \frac{\tau}{1 + K C_0 A_0} \cdot p} = \frac{G_F}{1 + \zeta_F p}$$

avec  $G_F = \frac{C_0 A_0}{1 + K C_0 A_0}$   
 $\zeta_F = \frac{\tau}{1 + K C_0 A_0}$

$$\text{on a } Y(p) = H(p) \cdot X_L(p)$$

$$\text{par un échelon unitaire } \xrightarrow[T_L]{X_L(p)} X_L(p) = \frac{1}{p}$$

suit  $Y(p) = \frac{G_F}{p(1 + \zeta_F p)}$

$\downarrow T_C^{-1}$

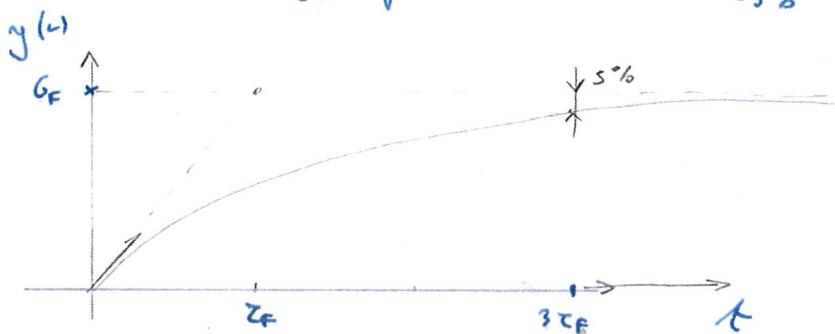
$$y(t) = G_F \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_F}} \right) \quad k > 0$$

avec  $G_F = \frac{2,23 \cdot 90 \cdot 10^6}{1 + 5 \cdot 10^{-8} \cdot 2,23 \cdot 90 \cdot 10^6} = 18,25 \text{ N.H}_3/\text{V}$

$$\zeta_F = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{1 + 5 \cdot 10^{-8} \cdot 2,23 \cdot 90 \cdot 10^6} = 9 \mu\text{s}$$

2

suit pour un 1<sup>er</sup> ordre  $t_{2,5\%} = 3\tau_F = 27 \mu\text{s}$



I-4-  $\tilde{y}(t) = 5 \cdot 10^8 + 10^7 \cdot \cos(500t)$   
 $\tilde{\omega} = 500 \text{ rad/s}$

On a  $Y(p) = \frac{C_0 A_0}{1 + \tau_F p} \cdot \varepsilon(p) + \tilde{Y}(p)$

en l'absence de courant  $\varepsilon(p) = -k Y(p)$

suit  $Y(p) = -\frac{k C_0 A_0}{1 + \tau_F p} Y(p) + \tilde{Y}(p)$

$$Y(p) \cdot \left[ 1 + \frac{k C_0 A_0}{1 + \tau_F p} \right] = \tilde{Y}(p)$$

$$\frac{Y(p)}{\tilde{Y}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{C_0 A_0}{\tau_F p}}$$

$\tau_{\text{cpl}}(p)$

Par application du théorème de superposition

on sépare en 2 l'étude de la perturbation  $\tilde{y}_2(t)$

la réponse totale étant égale à la réponse à l'échelon plus la réponse harmonique du sinus.

Réponse à un échelon  $\tilde{y}_2^e(t) = 5 \cdot 10^8 P(t)$

↓

$$Y_2(p) = \frac{5 \cdot 10^8}{P}$$

suit  $Y_2(p) = \frac{5 \cdot 10^8}{P \left( 1 + \frac{KA_0 C_0}{1 + \tau p} \right)} = \frac{5 \cdot 10^8}{P \left( \frac{1 + KA_0 C_0 + \tau p}{1 + \tau p} \right)}$  on a  
 $KA_0 C_0 = 10$

$$Y_2(p) = \frac{5 \cdot 10^8 (1 + \tau p)}{P (1 + \tau p)}$$

$$Y_2(p) = \frac{5 \cdot 10^8}{m} \cdot \frac{(1 + \tau p)}{P \left( 1 + \frac{\tau}{m} p \right)}$$

↓  $T \cdot L^{-1}$

$$y_2(t) = \frac{5 \cdot 10^8}{m} \cdot \left[ 1 + \frac{\tau - \frac{\tau}{m}}{\frac{\tau}{m}} e^{-\frac{m}{\tau} t} \right] \quad t > 0$$

$$y_2(t) = 45,45 \cdot 10^6 \cdot \left[ 1 + 10 e^{-\frac{m}{\tau} t} \right] \quad t > 0$$

not  $y_2(t) \approx 45,45 \cdot 10^6$  pour  $t > 3 \cdot \frac{\tau}{m}$

Réponse harmonique

$$\tilde{y}_2^h(t) = 10^7 \cos(500t)$$

les transitoires étant éteints  
la réponse est une sinusoidale  
de nos pulsations

$$t_1 \quad 500 \text{ rad/s} \ll \omega_c = 10^4 \text{ rad/s}$$

... 1 ...

$$500 \text{ rad/s} \ll \omega_c = 10^4 \text{ rad/s}$$

on peut considérer que l'im est de la zone

pour laquelle  $|T_{B0}|_{dB} = 20 \text{ dB}$  nature mortale de 10

$$\text{et } \underline{T_{B0}} \approx 0$$

dans ce cas

$$\frac{Y(j\omega)}{\underline{Y}(j\omega)} = \frac{1}{1 + \underline{T}_{B0}(j\omega)}$$

$$\underline{y_2(t)} \approx \frac{10^7}{m} \cos(500t)$$

3

au final

$$\underline{y(t)} = 45 \cdot 10^6 + 9,1 \cdot 10^6 \cos(500t)$$

## II - Correction intégrale.

$$C(p) = \frac{C_0}{p}$$

### II - 1 -

$$T_{B0}(p) = \frac{C_0 A_0 K}{p(1 + \tau p)}$$

$$A_0 K = 4,5$$

$$\tau = 0,1 \text{ ms}$$

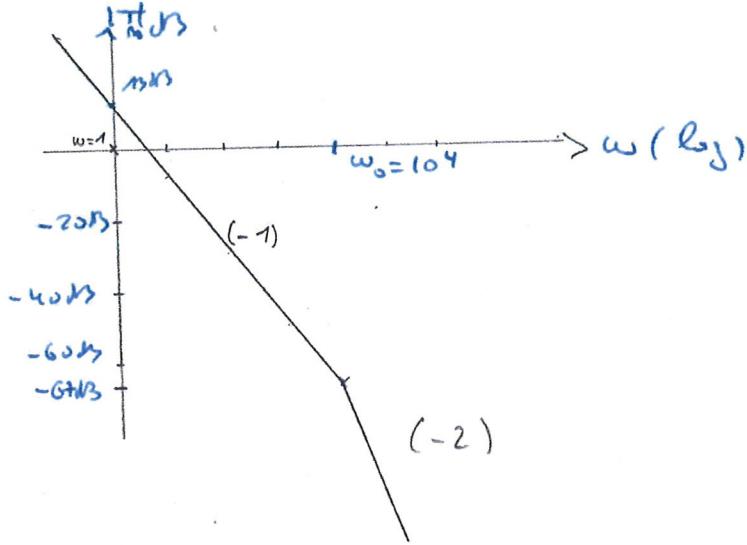
$$\hookrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\tau} = 10^4 \text{ rad/s}$$

$$|T_{B0}(j\omega_0)|_{dB} = 20 \log A_0 K - 20 \log \omega_0 - 20 \log \sqrt{1 + \frac{1}{\tau^2 \omega_0^2}}$$

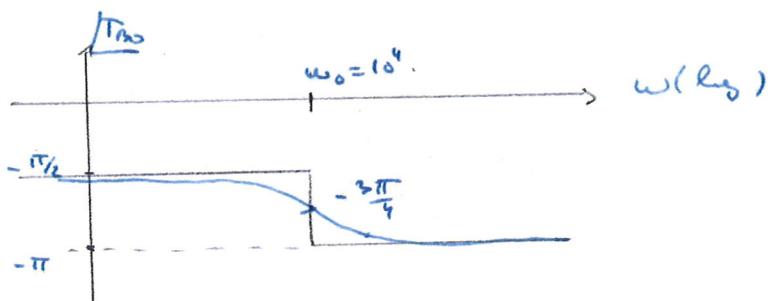
$$|T_{B0}(j\omega_0)|_{dB} = \underbrace{13 - 80 - 3}_{-67 \text{ dB pour la fin asymptotique}}$$

-67 dB pour la fin asymptotique

.../...



2



II - 2

par définition

$$P_\phi = \underline{|T_{B0}(j\omega_f)|} + 180^\circ = 45^\circ$$

$$\text{d'ici } \underline{|T_{B0}(j\omega_f)|} = -135^\circ = -\frac{3\pi}{4}$$

On constate à la lecture du diagramme de Bode que le pulsation pour laquelle  $\underline{|T_{B0}|} = -\frac{3\pi}{4}$  est  $\omega = \omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}$

On cherche donc à trouver  $\omega_f = \omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}$  mais se faire il faut "remonter" la courbe  $|T_{B0}|_{dB}$  en prenant  $C_0 > 1$

On a déjà établi  $|T_{B0}(j\omega_0)| = 70 \text{ dB} = \underline{|T_{B0}(j\omega_f)|}$   
 d'ici  $20 \log C_0 = 70 \text{ dB} \Rightarrow \boxed{C_0 = 3,1 \cdot 10^3}$

II-3-

$$FTBF = H(p) = \frac{\frac{C_0 A_0}{p(1+\epsilon p)}}{1 + \frac{K C_0 A_0}{p(1+\epsilon p)}} = \frac{\frac{C_0 A_0}{p(1+\epsilon p)}}{p(1+\epsilon p) + K C_0 A_0}$$

$$H(p) = \frac{\frac{C_0 A_0}{K C_0 A_0 + p + \epsilon p^2}}{1} = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{K C_0 A_0} \cdot p + \frac{\epsilon}{K C_0 A_0} \cdot p^2}$$

par identification  $\omega_0^2 = \left(\frac{\epsilon}{K C_0 A_0}\right)$   $\omega_0 = \sqrt{\frac{\epsilon}{K C_0 A_0}}$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 3,1 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 10^6}{10^{-4}}} =$$

$$\underline{\omega_0 = 11,8 \cdot 10^3 \text{ rad/s}}$$

$$e^L \quad \frac{2m}{\omega_0} = \frac{1}{K C_0 A_0} \quad m = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon K C_0 A_0}$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-8} \cdot 90 \cdot 10^6 \cdot 3,1 \cdot 10^3}} =$$

$$\underline{m = 0,42}$$

A la lecture des ultrasons pour un 2nd ordre:

$$t_{15\%} \omega_0 \approx 5,6$$

$$\therefore \underline{t_{15\%} = \frac{5,6}{\omega_0} = \frac{5,6}{11,8 \cdot 10^3} \approx 480 \mu s}$$

II-4-  $\tilde{y}(t) = 5 \cdot 10^3 + 10^2 \cos(500t)$   
 $\tilde{\omega} = 500 \text{ rad/s}$

$$\frac{Y(p)}{\tilde{Y}(p)} = \frac{1}{1 + T_{B0}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{C_0 A_0 K}{p(1+\epsilon p)}} \dots$$

Réponse à  $\tilde{y}_2(t) = 5 \cdot 10^3 \cdot \Gamma(t)$  ( $y(t) = \tilde{y}_1(t) + \tilde{y}_2(t)$ )

$$\tilde{Y}_2(p) = \frac{5 \cdot 10^3}{p}$$

↪  $Y_1(p) = \frac{5 \cdot 10^3}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{KA_0C_0}{p(1+\tau p)}}$

$$Y_1(p) = \frac{5 \cdot 10^3}{p + \frac{KA_0C_0}{1+\tau p}}$$

$y_2(\infty)$  =  $\lim_{p \rightarrow 0} p Y_1(p) = 0$  la courante continue de la perturbation est coupée

Réponse à  $\tilde{y}_2(t) = 10^7 \cos(500t)$

$$\tilde{\omega} = 500 \text{ rad/s} \ll \omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}$$

↪  $T_{30}(j\tilde{\omega}) \approx \frac{C_0 A_0 K}{j\tilde{\omega}}$

not  $\frac{Y_2(j\tilde{\omega})}{\tilde{Y}_2(j\tilde{\omega})} \approx \frac{1}{1 + \frac{K C_0 A_0}{j\tilde{\omega}}} = 13950$

$$\frac{Y_2(j\tilde{\omega})}{\tilde{Y}_2(j\tilde{\omega})} \approx \frac{j\tilde{\omega}}{K C_0 A_0}$$

On en déduit la réponse à la perturbation en régime harmonique :

$$y_2(t) = \frac{5 \cdot 10^3}{13950} \cos(500t + \frac{\pi}{2})$$

$$y_2(t) = 36 \cdot 10^4 \cos(500t + \frac{\pi}{2})$$

dans une application du th de superposition  
l'expression de la réponse globale à  $\tilde{y}(t)$ :

$$y(t) = \sigma + 3,6 \cdot 10^4 \sin(500t + \frac{\pi}{2})$$

3

$$\underline{y(t) = 3,6 \cdot 10^4 \sin(500t + \frac{\pi}{2})}$$

### III - Correction proportionnelle et intégrale.

$$C(p) = \frac{c_0 \cdot (1+cp)}{p}$$

#### III.1

$$T_{B0}(p) = \frac{c_0(1+cp)}{p} \times \frac{A_0}{(1+cp)} \times K$$

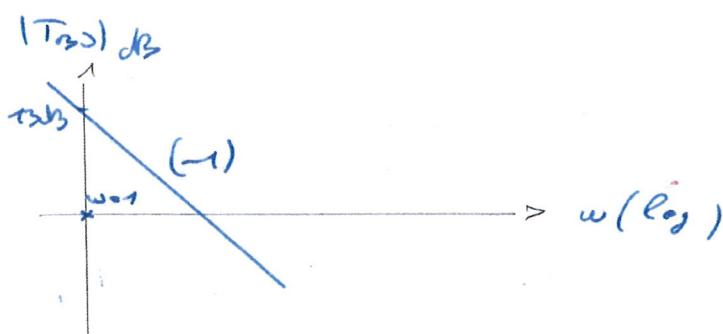
$$\underline{T_{B0}(p) = \frac{c_0 A_0 K}{p}}$$

pour  $\omega = 1 \text{ rad/s}$

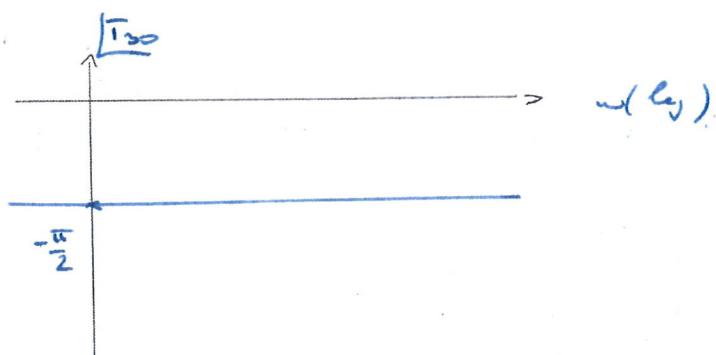
$$|T_{B0}(j\omega)| = c_0 A_0 K \quad c_0=1$$

$$= 90 \cdot 10^6 \times 5 \cdot 10^{-8}$$

$$= 4,5 \text{ rad/s} \approx 73 \text{ dB}$$



1



.../...

III - 2 -

On recherche

$$\omega_c = 10^5 \text{ rad/s}$$

$$|T_{D0}(j\omega_c)| = 1 = \frac{C_0 A_0 K}{\omega_c}$$

2  $\hookrightarrow C_0 = \frac{\omega_c}{A_0 K}$

$$C_0 = \frac{C_0^3}{90 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-8}} = 32 \cdot 10^4$$

III - 3 -

$$FTBF = H(p) = \frac{C_0 A_0 / p}{1 + \frac{G A_0 K}{p}} = \frac{C_0 A_0}{p + C_0 A_0 K}$$

$$H(p) = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{C_0 A_0 K} \cdot p}$$

2

$$1^{\text{er}} \text{ ordre de cte de temps } \tau' = \frac{1}{C_0 A_0 K} = \frac{1}{32 \cdot 10^4 \times 90 \cdot 10^6 \times 10^{-8}}$$

$$\tau' = 10^{-5} \text{ s}$$

$$\hookrightarrow t_{r_{50\%}} = 3\tau' = 30 \mu\text{s}$$

III - 4 -  $\tilde{y}(t) = 5 \cdot 10^3 + 10^3 \cos(500t)$

On demande de façon similaire au II-4 que la composante continue de  $\tilde{y}(t)$  soit coupée.

Et de la m<sup>e</sup> façon :

$$\frac{Y_2(j\tilde{\omega})}{Y_L(j\tilde{\omega})} = \frac{j\tilde{\omega}}{K C_0 A_0}$$

ce qui donne a :

$$y(t) = y_2(t) = \frac{5 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^8 \times 90 \cdot 10^6 \times 2,10^4} \cdot \cos(500t + \frac{\pi}{2})$$

2

$$\underline{y(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos(500t + \frac{\pi}{2})}$$

#### IV - Bilan

	tr <sub>5%</sub>	échelles 5.10 <sup>-8</sup>	carries 10 <sup>-7</sup>
P	27 µs	rôle 9%	rôle 91%
I	480 µs	effacée	rôle 0,36%
PI	30 µs	effacé	rôle 0,05%



La correction PI  
permet de concilier  
la trs. faible du P  
et les capacités d'effacement  
de la perturbation du I.