

**Міністерство освіти і науки України**  
**Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені**  
**Ігоря Сікорського»**  
**Факультет інформатики та обчислювальної техніки**  
**Кафедра інформатики та програмної інженерії**

**Звіт**

з лабораторної роботи № 5.2 з дисципліни  
«Ігрова фізика»

**„ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ**  
**ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА”**

**Виконав(ла)**

ПП-15 Мешков Андрій Ігорович  
(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

**Перевірив**

Скирта Юрій Борисович  
(прізвище, ім'я, по батькові)

Київ 2022

## Лабораторна робота № 5.2

# ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

### Теорія методу та опис експериментальної установки

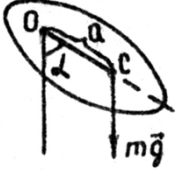


Рис.5.1

Фізичний маятник (рис. 5.1) це тверде тіло, яке може коливатись відносно нерухомої горизонтальної осі під дією сили тяжіння. Його рух можна описати, використовуючи основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла в проекції на вісь обертання:

$$M = I \beta,$$

де  $I$  – момент інерції маятника відносно осі підвісу,  $\beta$  – кутове прискорення,  $M$  – алгебраїчна сума моментів зовнішніх сил відносно осі підвісу.

Нехай центр мас маятника знаходиться у точці  $C$  на відстані  $a$  від осі обертання маятника.  $O$ . Тоді на відхилений від положення рівноваги маятник масою  $m$  діє момент сили тяжіння:

$$M = -mga \sin \alpha$$

Знак «-» означає, що момент намагається повернути маятник у положення рівноваги, тобто зменшити кут  $\alpha$  відхилення маятника від положення рівноваги. Таким чином, нехтуючи силами тертя й опори руху маятника і використовуючи базовий рівень динаміки обертального руху, дістаємо:

$$I \beta = -mga \sin \alpha \quad (5.1)$$

Для малих відхилень від положення рівноваги  $\sin \alpha \approx \alpha$ , отже рівняння (5.1) можна записати у вигляді:

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mga \alpha = 0 \quad (5.2)$$

Безпосередньою підстановкою можна переконатись у тому, що розв'язком рівняння (5.2) є функція

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t \quad (5.3)$$

де  $\alpha_0$  – початковий кут відхилення маятника,  $\omega$  – власна циклічна частота гармонічних коливань маятника. Враховуючи формулу (5.3), можна зробити висновок, що малі відхилення фізичного маятника від положення рівноваги призводять до гармонічних коливань, частота яких залежить від маси маятника, моменту інерції маятника відносно підвісу, вісь і відстань від цієї осі до центра мас маятника. Беручи до уваги зв'язок між

частотою  $\omega$  та періодом  $T$  коливань, період коливань фізичного маятника можна записати як

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad (5.4)$$

Позначимо через  $I_0$  момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через центр мас  $C$  і паралельна до осі підвісу. Згідно теореми Штейнера:  $I = I_0 + ma^2$ . Тоді маємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}} \quad (5.5)$$

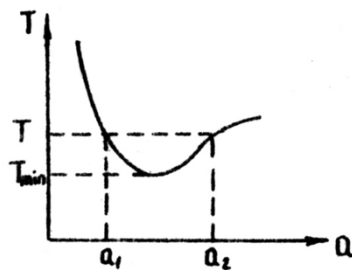


Рис. 5.2

При  $T > T_{min}$  одне і те ж значення періоду коливань досягається при двох різних значеннях відстані  $a$ .

$$\frac{I_0 + ma_1^2}{mga_1} = \frac{I_0 + ma_2^2}{mga_2}$$

Звідси  $I_0 = ma_1a_2$ , тоді

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a_1 + a_2}{g}}$$

Формула (5.6) може бути використана для експериментального визначення прискорення вільного падіння  $g$ . Змінюючи відстань  $a$  між центром мас маятника та його осі підвісу, необхідно побудувати графік залежності  $T(x)$ , (де  $x$  – відстань від точки підвіски  $O_1$  до вантажу  $B_1$ ), з якого визначити значення відстаней  $a_1$  і  $a_2$ , для яких період коливань  $T$  має таке ж значення. Тоді можна визначити прискорення вільного падіння за формулою:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} (a_1 + a_2) \quad (5.7)$$

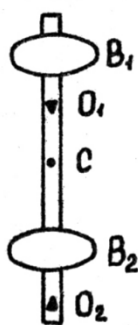


Рис.5.3

З порівняння формул для періодів коливань фізичного та математичного маятників видно, що приведена довжина фізичного маятника  $l_{пр.} = I / ma$

Визначити приведену довжину фізичного маятника найзручніше з допомогою оборотного маятника.

Графік показує, що з кожного сторони від центру мас маятника існує на два положення опорних призм, в яких періоди коливань маятника збігаються. Якщо при переміщенні вантажів уздовж вудку вдасться знайти такі положення тягара, в які періоди коливання маятника на обох опорах призми однакові, але в той же час єдині ваг  $B_1$  має бути поруч кінця стрижня, а другий  $B_2$  – між серединою стержня і опора призми  $O_2$ , то період коливань маятник:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (5.8)$$

де  $L = a_1 + a_2$  – відстань між опорами маятникові призми. При цьому, як випливає з формулі (5.8), задана довжина фіз маятника дорівнює відстані  $L$  між опорами призми і, отже

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

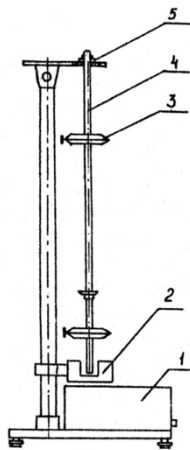


Рис.5.5

Для визначення вільного прискорення падіння використовується в цій роботі експериментальна установка (рис. 5.5), яка складається з вертикального стояка, на верх кінець якого закріплена скоба, до якої за допомогою опорної призми (5) підвішено фіз (обертвий) маятник, який є сталевим стрижень (4) з двома вантажами (3). Вантажники і опорні призми можна переміщати уздовж стрижня і зафіксувати в потрібному положенні для за допомогою шурупів. Розташування тягарів визначається за шкалою, нанесеною на стрижень. IN в нижній частині стояка є кронштейн с фотоелектричний датчик (2), який подає сигнал кінець відліку часу та кількість періодів коливань на цифровий лічильник мілісекунд, розташований на передню панель приладової панелі (1).

### Порядок виконання роботи

1. Перевірили правильність установки тягарців на стрижні. Виміряли відстань  $L=400\text{мм}$  між опорними призмами маятника.

2. Виміряли час  $t_1$  десяти повних коливань маятника згідно з пп.4-6 інструкції до виконання завдання 1.

3. Повторили вимірювання часу десяти повних коливань маятника 10 разів, кожного разу переміщуючи тягарець  $B_1$  вздовж стрижня на  $\Delta X = 10\text{ мм}$ . Результати занесли до табл.5.2.

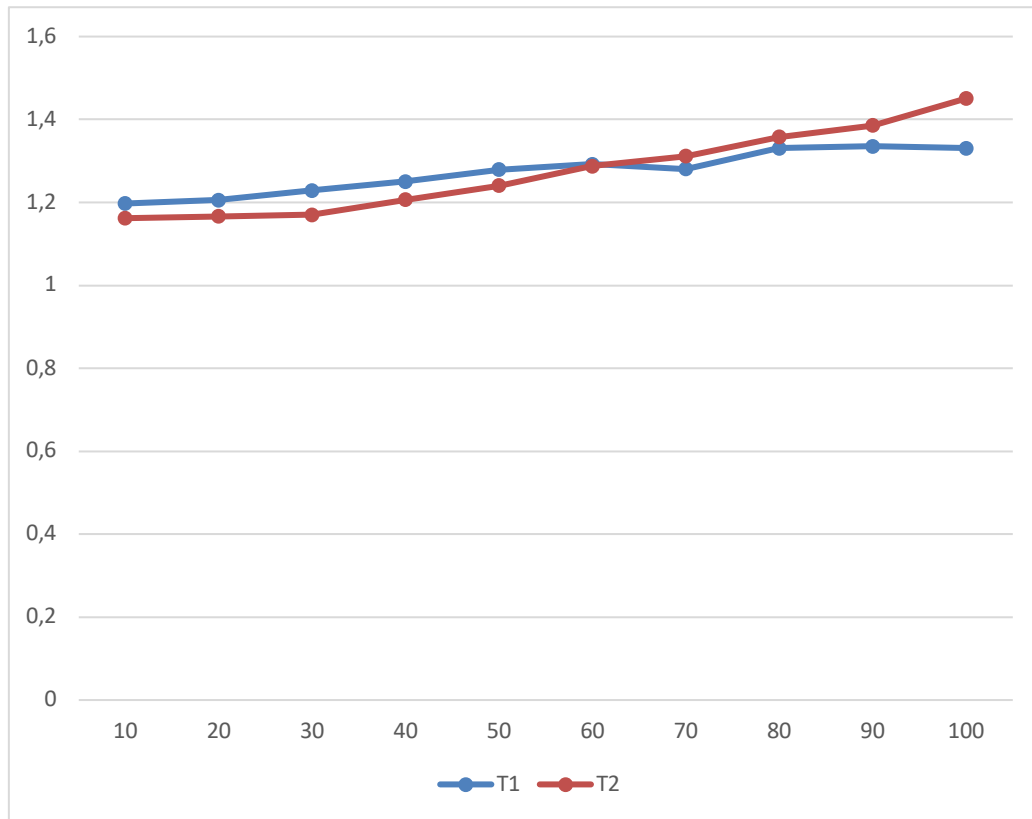
4. Зняли оборотний маятник з кронштейна, перевернули його і підвісили на кронштейні за допомогою другої опорної призми. Повторили вимірювання часу  $t_2$ , за пп.2-3 для тих самих положень тягарця  $B_1$ . Після закінчення експерименту вимкнути установку.

Таблиця 1

№ досліду	$X, \text{мм}$	$t_1, \text{с}$	$T_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$T_2, \text{с}$
1	10	11,974	1,1974	11,62	1,162
2	20	12,06	1,206	11,664	1,1664
3	30	12,29	1,229	11,701	1,1701
4	40	12,504	1,2504	12,069	1,2069
5	50	12,79	1,279	12,404	1,2404
6	60	12,926	1,2926	12,876	1,2876
7	70	12,81	1,281	13,116	1,3116
8	80	13,31	1,331	13,581	1,3581
9	90	13,357	1,3357	13,853	1,3853
10	100	13,307	1,3307	14,506	1,4506

### Обробка результатів вимірювань

1. Побудували в одній системі координат графіки залежності періодів коливань  $T_1$  та  $T_2$  від положення  $X$  рухомого тягарця.



2. За графіками знайшли координату  $X_0$  точки перетину.

$$T_0 \approx 1,29 \text{ с}$$

$$X_0 \approx 60 \text{ мм}$$

3. За формулою (5.9) визначили прискорення вільного падіння.

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2} \approx 9,489 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

4. Оцінити похибку результатів вимірювання (за вказівкою викладача).

$$g_{\text{standart}} = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\delta = \left| \frac{g - g_{\text{standart}}}{g_{\text{standart}}} \right|$$

$$\delta = 0,0327 = 3,27\%$$

## Контрольні запитання

1. Розповісти про гармонічні коливання та їх основні характеристики. Як перетворюється енергія при гармонічних коливаннях?

*Гармонічні коливання — коливання, при яких зміщення коливної точки від положення рівноваги змінюється з часом за законом синуса або косинуса.*

*Характеристики: зміщення, амплітуда, фаза, період, частота, циклічна частота.*

*У процесі гармонічних коливань відбуваються лише взаємні перетворення потенціальної та кінетичної енергії тіла, що коливається. Повна енергія гармонічних коливань не змінюється з часом.*

2. Сформулювати теорему Штейнера та навести приклади її використання.

*Момент інерції досягає свого мінімального значення, коли вісь проходить через центр мас.*

*Розрахунок моменту інерції значно спрощується, якщо вісь, відносно якої обчислюється момент інерції тіла, є його віссю симетрії. Коли це не так, для полегшення обчислень зручно скористатися теоремою Штейнера.*

3. Дати визначення поняття фізичного маятника. Вивести формулу періоду коливань фізичного маятника.

*Фізичний маятник це тверде тіло, яке може коливатись відносно нерухомої горизонтальної осі під дією сили тяжіння.*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}}$$

$$\frac{I_0 + ma_1^2}{mga_1} = \frac{I_0 + ma_2^2}{mga_2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a_1 + a_2}{g}}$$

4. Дати визначення приведеної довжини фізичного маятника. Від чого залежить її величина?

*Приведена довжина фізичного маятника – це довжина такого математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду коливань відповідного фізичного маятника.*

*Величина залежить від моменту інерції, маси та відстані між точкою підвісу і центру мас.*

5. Який маятник називається оборотним? Які основні властивості оборотного маятника?

*Оборотний маятник, який є одним з видів фізичного маятника, являє собою сталевий стрижень, на якому по різні боки від центру мас розташовані два масивні тягарці, переміщуючи які вздовж стрижня можна в досить широких межах змінювати період коливань.*

*У всякому фізичному маятнику можна знайти такі дві точки, розташовані по різні боки від центру мас, що при послідовному підвішуванні маятника за одну і іншу з них період коливань маятника залишається незмінним.*

Висновок: під час виконання лабораторної роботи ми навчилися визначати прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника, та на практиці застосували отримані теоретичні знання. Провели вимірювання показників, обробили дані за допомогою формул. Оцінили результати на похибку.