

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені
Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт

з лабораторної роботи № 5 з дисципліни
«Ігрова фізика»

„ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ПОВІТРІ МЕТОДОМ СТОЯЧОЇ
ХВИЛІ”

Виконав(ла)

ІП-15 Мешков Андрій Ігорович

(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

Перевірив

Скирта Юрій Борисович

(прізвище, ім'я, по батькові)

Київ 2022

Лабораторна робота № 5

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ПОВІТРІ МЕТОДОМ СТОЯЧОЇ ХВИЛІ

Теорія методу та опис експериментальної установки

Будь-яка частка пружного середовища, виведена з положення рівноваги, під дією пружних сил прагне повернутися в первісне положення і робить коливання. Коливання однієї частки передається сусіднім, потім наступним, зв'язаним з ними, і т.ін.; така сукупність коливних часток утворює хвилю.

Якщо частки роблять коливання біля положення рівноваги в напрямках, перпендикулярних поширенню хвилі, вони називаються поперечними. Так, хвилі на поверхні води є поперечними.

Якщо ж частки середовища роблять коливання уздовж напрямку поширення хвилі, то вони називаються подовжніми. Звукові хвилі – подовжні.

Рівняння хвилі, що біжить, має вигляд:

$$\varepsilon_1 = A_m \cos 2\pi \left(\nu_t - \frac{x}{\lambda} \right), (1)$$

Де ε_1 – зсув будь-якої хвилі з координатою X у момент часу t ; λ – довжина хвилі; T – період коливань; A – амплітуда.

Якщо хвиля, що біжить, відбивається, то назустріч їй буде поширюватися відбита хвиля з тією ж амплітудою і частотою. Її рівняння

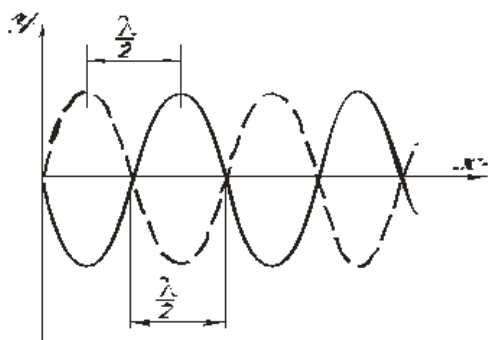
$$\varepsilon_1 = A \cos 2\pi \left(\nu_t + \frac{x}{\lambda} \right), (2)$$

Перед $\frac{x}{\lambda}$ знак «+», тому що відбита хвиля поширюється в зворотному напрямку осі X .

У результаті додавання хвилі, що біжить, і відбитої хвилі у середовищі утворюється стояча хвиля. За допомогою стоячої хвилі можна визначити швидкість поширення хвиль.

Рівняння стоячої хвилі одержимо, склавши рівняння (1) і (2):

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos 2\pi \nu_t, (3)$$



Множник $\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = A \cos$ не залежить від часу і виражає амплітуду стоячої хвилі. Амплітуда залежить від координати точок середовища. У визначених точках амплітуда дорівнює сумі амплітуд обох коливань; такі точки називаються пучностями. В інших точках результуюча амплітуда дорівнює нулю, ці точки називаються вузлами.

Визначимо координати пучностей. Амплітуда стоячої хвилі A у цих точках максимальна і дорівнює $2A$. Це має місце в тому випадку, коли $\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 1$.

Отже, $2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm k\pi$, де $k = 0, 1, 2 \dots$.

Звідси знаходимо координати пучностей $x = \pm k \frac{\lambda}{2}$, тобто пучність розташовується через $\frac{\lambda}{2}$.

В загальному випадку умова існування стоячої хвилі повітря у обмеженій циліндричній трубці довжиною L , така:

$$L = \frac{m\lambda}{4}, \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \quad (4)$$

Якщо на протилежних межах знаходяться пучності або вузли, то рівняння (4) можемо переписати у вигляді:

$$L = m\lambda/2, \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \quad (5)$$

Але якщо вузли та пучності на протилежних кінцях:

$$L = \frac{m\lambda}{2} - \frac{m\lambda}{4} = (2m - 1) \frac{\lambda}{4}, \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \quad (6)$$

Середнє значення довжини стоячої хвилі обчислюють за формулою:

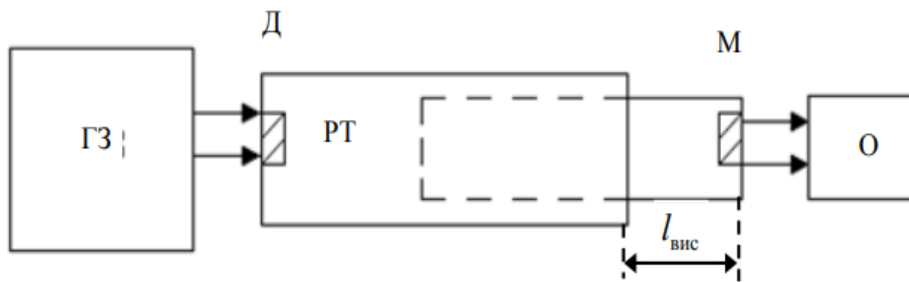
$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{\Delta l}{m - 1} \quad (7)$$

Якщо підставити рівняння (12) у формулу (9), то знайдемо довжину звукової хвилі:

$$\lambda = 2\lambda_{\text{ст}} = \frac{2\Delta l}{m - 1} \quad (8)$$

Знаючи довжину звукової хвилі λ і частоту ϑ , визначають швидкість звукової хвилі в повітрі за формулою:

$$v = \lambda\vartheta = 2\lambda_{\text{ст}}\vartheta = \frac{2\vartheta\Delta l}{m - 1} \quad (9)$$



На рисунку зображено схему установки, яка складається з:

- Звукового генератора (ГЗ)
- Динаміку (Д)
- Розсувної труби (РТ)
- Мікрофону (М)
- Осцилографу (О)

ГЗ збуджує електромагнітні коливання звукової частоти і надсилає до Д, який перетворює коливання на акустичні. При відбитті хвилі від М виникає зворотна біжуча хвиля, і у результаті накладання утворюються стояча хвиля.

Порядок виконання роботи

$$T = 288,5 \text{ K}$$

№	$\vartheta_1 = 1000\text{Гц}$				$\vartheta_2 = 1500\text{Гц}$				$\vartheta_3 = 2000\text{Гц}$			
	L_1	L_m	m	v_1	L_1	L_m	m	v_2	L_1	L_m	m	v_3
1	1,15	1,83	5	339,50	1,02	1,93	9	341,25	1,07	1,92	11	341,20
2	1,16	1,85	5	342,00	1,01	1,92	9	340,50	1,08	1,93	11	340,40
3	1,01	1,87	6	342,40	1,01	1,92	9	341,25	1,01	1,95	12	341,82

де довжини L_1 та L_m вказані в метрах, а швидкості – у метрах за секунду.

Вимірявши всі результати, обрахуємо швидкість за формулою (8) та занесемо її у відповідну колонку.

Тепер обрахуємо середню швидкість за формулою:

$$\langle v \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\sum_{j=1}^k v_{ij}}{k}}{n} \quad (10)$$

$$\langle v \rangle = \frac{\frac{339,5 + 342 + 342,4}{3} + \frac{341,25 + 340,5 + 341,25}{3} + \frac{341,2 + 340,4 + 341,82}{3}}{3} \quad \left[\frac{\text{М}}{\text{с}} \right]$$

$$\langle v \rangle = 341,15 \quad \left[\frac{\text{М}}{\text{с}} \right]$$

Для оцінки відхилення вибіркового середнього $\langle x \rangle$ від істинного значення вимірюваної величини, де x в нас під час підрахунку похибки буде замість v , вводиться середня квадратична похибка середнього $S_{\langle x \rangle}$, яка обчислюється за формулою:

$$S_{\langle x \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2} \quad (11)$$

У нашому випадку вимірів було 9, тому $n = 9$.

Позначимо через β_1 і β_2 інтервал значень, до якого із заданою ймовірністю довіри α потрапляє вимірювана величина x .

$$\beta_1 = \langle x \rangle - \Delta x_{\text{випадкове}}, \quad (12)$$

$$\beta_2 = \langle x \rangle + \Delta x_{\text{випадкове}}, \quad (13)$$

де $\Delta x_{\text{випадкове}}$ – напівширина інтервалу довіри, що визначається за формулою:

$$\Delta x_{\text{випадкове}} = t_{a,n} \cdot S_{\langle x \rangle}, \quad (14)$$

де $t_{a,n}$ – коефіцієнт Стюдента, який залежить від імовірності довіри α та числа

вимірів n . По умові $\alpha = 0,9$.

Використавши дані у формулах (12) – (14), можемо записати:

$$\langle x \rangle - t_{a,n} \cdot S_{\langle x \rangle} \leq x \leq \langle x \rangle + t_{a,n} \cdot S_{\langle x \rangle} \quad (15)$$

або з імовірністю α :

$$x = \langle x \rangle \pm t_{a,n} \cdot \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2} \quad (16)$$

За допомогою формули (16) знайдемо ширину інтервалу, в якому шукана величина x буде знаходитись з імовірністю 90%. Приймаючи до уваги, що коефіцієнт Стюдента $t_{a,n} = t_{0,9;9} = 1,86$.

$$v = 341,15 \pm 1,86 \sqrt{\frac{1}{9 \cdot 8} (0,045)} \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$

$$v = 341,15 \pm 1,86 \sqrt{0,000625} \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$

Отже, для дослідів похибка буде:

$$v = 343,6 \pm 0,0465 \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$

Щоб знайти абсолютну та відносну похибку, нам, по-перше, потрібно обрахувати теоретичне значення швидкості звуку:

$$v_{\text{теор}} = 20,1\sqrt{T}, \quad (17)$$

де T – температура повітря в лабораторії.

Тоді використовуючи формулу (23), обрахуємо теоретичне значення швидкості звуку:

$$v_{\text{теор}} = 20,1\sqrt{288,5} = 341,4 \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$

Тепер, знаючи значення $v_{\text{теор}}$, можемо знайти похибку результатів вимірювання:

$$\Delta v = \langle v \rangle - v_{\text{теор}} \quad (18)$$

Використовуючи формулу (24) отримаємо абсолютну похибку:

$$\Delta v = 341,15 - 341,4 = -0,25 \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$

Мірою відносного відхилення знайденого значення фізичної величини від істинного значення є відносна похибка. Її визначають як модуль відношення абсолютної похибки до істинного значення вимірюваної величини:

$$\delta = \left| \frac{\Delta v}{v_{\text{теор}}} \right| \quad (19)$$

З формули (19) визначимо відносну похибку:

$$\delta = \left| \frac{0,25}{341,4} \right| = 0,000732$$

$$\delta(\%) = 0,000732 * 100\% = 0,0732\%$$

Похибка вийшла дуже малою, отже, отримані результати також можна сприймати за дійсні.

Контрольні запитання

1. Вивести рівняння стоячої плоскої хвилі.

Так як хвильовий рух являє собою різновид механічного руху, що полягає в поширенні механічних коливань у просторі з часом, то ми можемо записати закон поширення плоских хвиль:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1(t, x) = A_m \cos \omega t - kx + \varphi_0,$$

де A_m – амплітуда хвилі, що дорівнює амплітуді відповідних механічних коливань;

ω – циклічна частота коливань; φ_0 – початкова фаза; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число;

$\omega t - kx + \varphi_0$ – фаза хвилі.

Також можемо розписати формулу для циклічної частоти:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Та перепишемо вираз для швидкості поширення хвиль:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

Тепер запишемо закон поширення відбитої хвилі:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2(t, x) = A_m \cos \omega t + kx + \varphi_0$$

З попередніх формул запишемо суперпозицію хвиль:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = A_m(\cos \omega t - kx + \varphi_0 + \cos \omega t + kx + \varphi_0)$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2A_m \cos kx \cos \omega t + \varphi_0$$

Або якщо початкова фаза рівна нулю, то:

$$\varepsilon = \varepsilon(t, x) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2A_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t,$$

де $2A_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$ являє собою амплітуду стоячої хвилі. Можемо помітити, що амплітуда стоячої хвилі вдвічі більша, ніж амплітуди хвиль, що падає та відбивається.

2. Які головні відмінності між біжучою і стоячою хвилями?

Як ми вже визначили, $2A_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$ являє собою амплітуду стоячої хвилі.

Тепер виразимо з формул (1), (2), (6) та (8) швидкість частинок:

$$v_x(x) = \frac{d\vartheta(x, t)}{dx} = -2A_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \omega t \quad (20)$$

Звідки максимальна швидкість:

$$v_{x_{max}} = 2A_m \omega \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (21)$$

Тоді можемо записати рівняння максимальної кінетичної енергії частинок:

$$W_{k_{max}} = \frac{mv^2}{2} = 2mA_m^2 \omega^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (22)$$

А максимальна потенціальна енергія частинок середовища у полі пружних сил:

$$W_{p_{max}} = \frac{kA^2(x)}{2} = 2kA_m^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = W_{k_{max}} \quad (23)$$

Значимо, що коливання $W_k(x, t)$ та $W_p(x, t)$ в часі проходять таким чином, що за фіксованого:

$$W_k(x, t) + W_p(x, t) = W_{k_{max}} + W_{p_{max}} \quad (24)$$

У точках вузлів стоячої хвилі x_v повна енергія коливань дорівнює нулю, бо у цих точках незалежно від амплітуди коливань і швидкості руху частинок, вони дорівнюють нулю.

Отже, характерною особливістю стоячої хвилі є те, що тут відсутнє передавання енергії від одних точок середовища до інших, як це відбувається у біжучій хвилі.

3. Що називають вузлом і пучністю стоячої хвилі?

У точках, для яких виконується умова

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm \pi k \quad (k = 0, 1, 2 \dots),$$

амплітуда досягає максимального значення $2A_m$. Ці точки називають пучностями стоячої хвилі, де координати пучностей:

$$x_p = \pm \frac{k\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2 \dots)$$

У точках, де

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad (k = 0, 1, 2 \dots),$$

амплітуда коливань дорівнює нулю. Ці точки називаються вузлами стоячої хвилі. Координати вузлів:

$$x_v = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2 \dots)$$

З наведених виразів видно, що відстань між сусідніми вузлами та сусідніми пучностями дорівнює $\frac{\lambda}{2}$, а відстань між сусідніми вузлом і пучністю дорівнює $\frac{\lambda}{4}$.

З виразу, що описує залежність амплітуди коливань в стоячій хвилі від координати можна зробити висновок, що коливання в точках по різні боки від площини вузла відбуваються в протифазі. У ділянці між двома сусідніми вузлами коливання відбуваються в однаковій фазі.

6. Чи відбувається перенесення енергії стоячою хвилею?

Ні, на відміну від біжучої хвилі, не відбувається, бо як ми вже зазначали в формулі (30), коливання $W_k(x, t)$ та $W_p(x, t)$ в часі проходять таким чином, що за фіксованого:

$$W_k(x, t) + W_p(x, t) = W_{k_{max}} + W_{p_{max}}$$

У точках вузлів стоячої хвилі x_v повна енергія коливань дорівнює нулю, бо у цих точках незалежно від амплітуди коливань і швидкості руху частинок, вони дорівнюють нулю.

8. Від чого залежить швидкість поширення звуку в різних середовищах?

Швидкість звуку в пружному твердотільному середовищі визначається співвідношенням:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль пружності середовища (модуль Юнга), ρ – густина середовища.

А у газах процес поширення звукових хвиль відбувається адіабатно, тобто звукові хвилі у газах поширюються, так швидко, що зумовлені локальні зміни об'єму і тиску в газовому середовищі відбуваються без теплообміну з навколишнім середовищем. На основі цього уявлення Лаплас вивів формулу для розрахунку фазової швидкості поширення звуку у газах, яку можна записати у вигляді:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

де $\gamma = C_p / C_v$ – показник адіабати (для повітря $\gamma = 1,4$); μ – молярна маса газу (для повітря $\mu = 0,029$ кг/моль); R – універсальна газова стала ($R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$)

Тобто ми вже можемо сказати, що швидкість поширення звуку в твердотільних середовищах залежить від густини самого середовища та модуля Юнга.

А в газах швидкість поширення звуку залежить від молярної маси газу, показника адіабати середовища та температури середовища.

Також знаючи формулу (15), можемо доповнити, швидкість звукової хвилі в повітрі визначають за формулою:

$$v = \lambda \vartheta = 2\lambda_{\text{ст}} \vartheta = \frac{2\vartheta \Delta l}{m - 1}$$

З цього випливає, що швидкість хвилі також опосередковано залежить від її джерела, а отже, і від довжини хвилі, і від її частоти.

Висновок: під час виконання лабораторної роботи, ми дізналися про методи визначення швидкості звуку у різних середовищах, а саме розглянули на практиці визначення швидкості звуку в повітрі методом стоячої хвилі. Дізналися про характеристики та класифікації хвиль. Розглянули поняття та необхідні умови для виникнення стоячої хвилі, та вивели її загальне рівняння. Виміряли три види помилок та переконались, що дослід був виконаний доволі чітко.