МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформатики та програмної інженерії

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з курсу «Ймовірнісні моделі та статистичне оцінювання в інформаційно-управляючих системах»

Викладач:

Вєчерковська А.С.

Виконав:

студент 2 курсу групи ІП-15 ФІОТ  
Мєшков Андрій Ігорович

Київ-2023

**Розрахунково-графічна робота**

**Завдання 1**

**Завдання:**

* За вибіркою з нормальної генеральної сукупності критерієм перевірити гіпотезу про нормальний розподіл;
* Побудувати довірчі інтервали для: математичного сподівання при відомій дисперсії; математичного сподівання при невідомій дисперсії; для дисперсії;
* Задати структуру та параметри (кожному індивідуально) ідеальної багатовимірної лінійної регресії, реалізувати віртуальний активний експеримент і за його результатами методом найменших квадратів знайти оцінки її коефіцієнтів.

Хід розрахунків показаний у табличному файлі.

**Хід роботи:**

1. За вибіркою з нормальної генеральної сукупності критерієм перевірити гіпотезу про нормальний розподіл;

Індивідуально було створена вибірка з нормальною генеральною сукупністю з n=60 елементів.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 18 | 20 | 14 | 11 | 8 | 12 |
| 12 | 15 | 11 | 12 | 21 | 14 |
| 12 | 11 | 6 | 9 | 13 | 12 |
| 18 | 11 | 13 | 12 | 11 | 16 |
| 13 | 13 | 9 | 18 | 17 | 20 |
| 7 | 19 | 10 | 8 | 12 | 12 |
| 11 | 16 | 26 | 18 | 15 | 18 |
| 8 | 21 | 15 | 13 | 12 | 14 |
| 13 | 16 | 15 | 12 | 14 | 14 |
| 13 | 12 | 17 | 13 | 15 | 15 |

Для розрахунків був побудований варіаційний ряд. Були знайдені кількість інтервалів m=, та крок інтервалу , де в чисельнику різниця максимального та мінімального елементів вибірки. Були побудовані інтервали [x1, x2),…,[xm, xm+1]. Були знайдені центри частинних інтервалів xi\*=xi-1+.

Нульова гіпотеза H0 – вибірка розподілена за нормальним законом, H1 – вибірка не розподілена за нормальним законом, при рівні значущості .

Обчислюємо вибіркову середню(x\* average), . Обчислюємо виправлену дисперсію *s2=(*, де . Знаходимо правлене вибіркове середнє квадратичне відхилення

13,9166667

207,354167

*s2*= 13,9124294

3,72993691

Нам необхідно знайти критерій χ2-Пірсона, для цього з припущенням, що розподіл нормальним шукаємо теоретичні частоти n′ за таблицею. Маючи необхідні параметри, нормалізуємо випадкову величину Х – переходимо до величини Z і обчислюємо інтервали (zi;zi+1), де , , . Обчислюємо теоретичні ймовірності потрапляння Z з інтервалами (zi;zi+1), , де Ф(х) – функція Лапласа, значення якої ми знаходимо з таблиці. Знаходимо теоретичні частоти *n′i=nPi*.

Маючи теоретичні частоти знаходимо спостережуване значення критерію χ2сп=.

Область прийняття нульової гіпотези визначаємо нерівністю: χ2сп= χ2кр(), k=l-3=m-3, критичну точку знаходимо в таблиці.

За нашими даними χ2сп= 15,3994748> χ2кр()=11,07, тому ми маємо підстави відкинути нульову гіпотезу.

1. Побудувати довірчі інтервали для: математичного сподівання при відомій дисперсії; математичного сподівання при невідомій дисперсії; для дисперсії;

Для обчислень ми будемо використовувати дані з попереднього завдання.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 18 | 20 | 14 | 11 | 8 | 12 |
| 12 | 15 | 11 | 12 | 21 | 14 |
| 12 | 11 | 6 | 9 | 13 | 12 |
| 18 | 11 | 13 | 12 | 11 | 16 |
| 13 | 13 | 9 | 18 | 17 | 20 |
| 7 | 19 | 10 | 8 | 12 | 12 |
| 11 | 16 | 26 | 18 | 15 | 18 |
| 8 | 21 | 15 | 13 | 12 | 14 |
| 13 | 16 | 15 | 12 | 14 | 14 |
| 13 | 12 | 17 | 13 | 15 | 15 |

n=60

13,9166667

*s2*= 13,9124294

3,72993691

Також візьмемо надійність γ = 0,95.

При відомому параметрі σ довірчим для математичного сподівання є інтервал:

де t – розвʼязок рівняння 2Ф(t)= γ. В нашому випадку t=1,96, n-1, бо маємо вибіркову дисперсію у розподілі Стьюдента, а не популяційну у нормальному розподілі.

Довірчий інтервал для математичного сподівання при відомій дисперсії (12,9648977; 14,8684357).

При невідомому параметрі σ довірчим для математичного сподівання припускається стандартний випадок нормального розподілу, де σ=1, тому можна скорегувати минулу формулу:

що дає не дуже точні результати: (13,6614964; 14,1718369).

При невідомому математичному сподіванні довірчий інтервал із надійністю γ для дисперсії D(X) нормального розподілу має вигляд:

Де додатні числа визначаються з рівностей *F()=F()=*

Де F(x) — функція розподілу випадкової величини χ2(хі-квадрат) з (n−1) ступенями свободи.

Для дисперсії довірчий інтервал: (9,99590016; 20,6957121).

1. Задати структуру та параметри (кожному індивідуально) ідеальної багатовимірної лінійної регресії, реалізувати віртуальний активний експеримент і за його результатами методом найменших квадратів знайти оцінки її коефіцієнтів.

Метод найменших квадратів для багатовимірної лінійної регресії використовується для знаходження оптимальних параметрів моделі, яка описує залежність між залежною змінною і декількома незалежними змінними. Основна ідея методу найменших квадратів полягає в мінімізації суми квадратів розбіжностей між спостережуваними значеннями залежної змінної і прогнозованими значеннями, обчисленими за допомогою лінійної функції з набором незалежних змінних. У багатовимірній лінійній регресії модель може бути виражена наступним чином:

y = β₀ + β₁x₁ + β₂x₂ + ... + βₖxₖ + ε, де y - залежна змінна, x₁, x₂, ..., xₖ - незалежні змінні (фактори), β₀, β₁, β₂, ..., βₖ - параметри моделі, ε - помилка. Y=XB+E, як матричний вигляд

Метод найменших квадратів для багатовимірної лінійної регресії полягає в знаходженні таких значень параметрів β₀, β₁, β₂, ..., βₖ, які мінімізують суму квадратів розбіжностей між фактичними значеннями залежної змінної і прогнозованими значеннями.

Реалізуємо віртуальний експеримент, для цього створимо дані x₁, x2 з результатами y. Кожна сукупність має 50 елементів. Для нашого експерименту повинна виконуватись рівняння y=β₀ + β₁x₁ + β₂x₂, ε – можна припустити нульове значення для ідеального випадку.

Далі створимо розширену матриці предикторів, для цього додаємо одиничний масив як перший стовпець (β₀= β₀\* x0, x0=1). Транспонуємо матрицю і отримуємо XT.

Суть нашого експерименту вирішити матричне рівняння Y=X\*B, XTY=XT\*X\*B, B=(XT\*X)-1 \*XT\*Y.

Маючи XT, побудуємо матриці XTX, XTY, (XTX)-1, (XTX)-1\* XTY, використавши функції Excel та Google sheets для транспонування, обернення та множення матриць.

Знаходимо оцінки коефіцієнтів – це одномірний масив:

|  |
| --- |
| 295.3094267 |
| -0.1468351926 |
| -0.1098866551 |

Β=

Умовно маємо рівняння y=295,31-0,15x1-0,11x2.