Examen[1] GAL, an I, sem. II, Informatică, Seria 13
25.06.2021

Nume și prenume: ______________________________

Grupa: __________

1. Decideți care dintre următoarele mulțimi sunt subspații vectoriale reale ale lui $\mathbb{R}^3$: (1 punct)
   (a) $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 - 5z^2 = 0\}$; (0.2p)
   (b) $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + 7z^2 = 0\}$; (0.2p)
   (c) $W_3 = \{\alpha(1, -1, 4) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$; (0.2p)
   (d) $W_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y - 3z = 1\}$; (0.2p)
   (e) $W_5 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 3y + 4z = 0\}$. (0.2p)
   Justificați răspunsurile.

2. Fie aplicația $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, (2 puncte)
$$f(x, y, z) = (2x - 2y, -2x + y - 2z, -2y).$$
   (a) Arătați că f este aplicație liniară și scrieți matricea lui f în baza canonică a lui $\mathbb{R}^3$. (0.5p)
   (b) Arătați că f este un endomorfism diagonalizabil. (1p)
   (c) Determinați o bază în care f are forma diagonală. (0.5p)

3. În spațiul euclidian $\mathbb{E}^3 = (\mathbb{R}^3, <\ ,\ >)$ (unde $<\ ,\ >$ este produsul scalar canonic) se consideră vectorii $f_1 = (1, -2, -1)$ și $f_2 = (2, 1, 2)$. (2.5 puncte)
   (a) Calculați $\|f_1\|$, $\|f_2\|$ și unghiul dintre f_1 și f_2. (0.5p)
   (b) Determinați un vector nenul $f_3 \in \mathbb{E}^3$ astfel încât f_3 să fie perpendicular pe f_1 și f_2. (0.5p)
   (c) Pentru f_3 obținut la punctul (b), ortonormați sistemul $\{f_1, f_2, f_3\}$ prin procedeul de ortonormalizare Gram-Schmidt. (1p)
   (d) Determinați coordonatele vectorului $v = (1, 2, 3)$ în reperul ortonormat obținut la punctul (c). (0.5p)

4. Fie $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^2$ conica de ecuație (2 puncte)
$$\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 6xy + 6x - 6y + 4 = 0.$$
   (a) Să se precizeze natura și genul conicei date. (0.5p)
   (b) Să se reducă $\mathcal{C}$ la forma canonică, precizându-se schimbarea izometrică de reper efectuată. (1p)
   (c) Să se calculeze excentricitatea conicei $\mathcal{C}$. (0.5p)

5. În spațiul $\mathbb{R}^3$ cu structura euclidiană canonică, fie planele (1.5 puncte)
$$(\pi_1) : \ x_1 + 3x_2 - x_3 - 1 = 0;$$
$$(\pi_2) : \ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0.$$
   (a) Decideți dacă punctul $A = (2, 1, 1) \in \pi_1 \cap \pi_2$; (0.5p)
   (b) Fie $B = (1, 2, -1)$. Determinați planul π ce conține punctul B astfel încât $\pi \| \pi_1$. (1p)

[1] Subiectele 1-5 sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.
Timp de lucru: 2 ore. Baftă!

Ilie Petre-Cristian 25.06.2021

Grupa 133

Examen Gal

① a) $W_1 \ni (0,0,0)$? $\Rightarrow \begin{cases} 0+0-5\cdot 0=0 \text{ (A)} \\ \cancel{W_1 \ni E} \end{cases}$

$\Downarrow$

Poate fi subspațiu

$\Downarrow$

Se verifică dacă e parte stabilă sau nu.

$\Downarrow$

Dacă Da $\Rightarrow W_1$ e subspațiu vectorial al lui $\mathbb{R}^3$

altfel, nu

b) $W_2 \ni (0,0,0) \Rightarrow$ Procedăm ca la W_1

c) $W_3 \ni (0,0,0)$? ; $\alpha=0 \Rightarrow (0,0,0) \in W_3$

~~c) Procedăm la fel, cu parte stabilă~~

~~c)~~ Este o dreaptă, conține $(0,0,0)$

$\Downarrow$

subspațiu vectorial

d) $W_4 \not\ni (0,0,0)$ $\quad (0+0-0 \neq 1)$

$\Downarrow$

Nu e subsp. vectorial

e) $W_5 \ni (0,0,0)$ $\quad (0+0+0=0 \text{ A})$

$\Downarrow$

Procedăm ca la W_1, W_2 cu parte stabilă

(2) $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$; $f(x,y,z) = (2x-2y, -2x+y-2z, -2y)$

a) Fie $\left.\begin{cases} v_1 = (x_1, y_1, z_1) \\ v_2 = (x_2, y_2, z_2) \end{cases}\right\} \in \mathbb{R}^3$. $\alpha v_1 + \beta v_2 =$

$$= \cancel{\alpha(x_1 +} (\alpha_1 x_1 + \beta x_2, \alpha y_1 + \beta y_2, \alpha z_1 + \beta z_2)$$

$$\cancel{f(\alpha v_1 + \beta v_2) = (2\alpha x_1 + 2\beta x_2}$$

$$f(\alpha v_1 + \beta v_2) = \alpha(2x_1 - 2y_1, -2x_1 + y_1 - 2z_1, -2y_1) +$$

$$+ \beta(2x_2 - 2y_2, -2x_2 + y_2 - 2z_2, -2y_2) =$$

$= \alpha f(v_1) + \beta f(v_2) \Rightarrow f$ este aplicație liniară

$$A_f = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Calculăm rădăcinile polinomului caracteristic

$$P(\lambda) = \det(A_f - \lambda I_3) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 0 \\ -2 & 1-\lambda & -2 \\ 0 & -2 & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (2-\lambda)(1-\lambda)(-\lambda) + 0 + 0 - 0 \cancel{(2-\lambda)-(2-\lambda)} - 4(2-\lambda)$$

$$-4(-\lambda) = (-2\lambda+\lambda^2)(1-\lambda) - 8 + 4\lambda + 4\lambda =$$

$$= \cancel{-2\lambda+\lambda^3} - 2\lambda + \lambda^2 + 2\lambda^2 - \lambda^3 - 8 + 8\lambda =$$

$$= -\lambda^3 + 3\lambda^2 + 6\lambda - 8$$

Egalăm $-\lambda^3+3\lambda^2+6\lambda-8$ cu 0

$$\Rightarrow -(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-4) = 0 \Rightarrow 3 \text{ rădăcini } \begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = 2 \\ \lambda_3 = 4 \end{cases}$$

Toate 3 au multiplicitatea 1 $\left(\underbrace{\mu(\lambda=1) = \mu(\lambda=2) = \mu(\lambda=4)}_{\text{adunate } = 3 = \dim \mathbb{R}^3 \ (1)} = 1\right)$

Calculăm subspațiile proprii :

$$S_\lambda : \begin{cases} (2-\lambda)x - 2y = 0 \\ -2x + (1-\lambda)y - 2z = 0 \\ -2y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

$$S_{\lambda_1} : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ -2x - 2z = 0 \Rightarrow x + z = 0 \Rightarrow x = -z \text{ ; Notăm } z = \alpha \\ -2y - z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\alpha \\ \cancel{} \; -2y = \alpha \Rightarrow y = -\frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{\lambda_1} = \left\{ \left(-\alpha, -\frac{\alpha}{2}, \alpha\right) \middle| \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

$$S_{\lambda_2} : \begin{cases} -2y = 0 \Rightarrow y = 0 \\ -2x - y - 2z = 0 \Rightarrow -2x - 2z = 0 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ -2z = 0 \Rightarrow z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{\lambda_2} = \{(0,0,0)\}$$

$$S_{\lambda_3} : \begin{cases} -2x - 2y = 0 \Rightarrow x = -y \\ -2x - 3y - 2z = 0 \\ -2y - 4z = 0 \Rightarrow 2y = -4z \Rightarrow \cancel{} \; y = -2z \end{cases}$$

Notăm $z = \alpha \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -y \\ y = -2\alpha \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2\alpha$

$$\Rightarrow V_{\lambda_3} = \{ (2\alpha, -2\alpha, \alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R} \}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_a(\lambda_1) = m_g(\lambda_1) \\ m_a(\lambda_2) = m_g(\lambda_2) \\ m_a(\lambda_3) = m_g(\lambda_3) \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right\} \Rightarrow f \text{ este diagonalizabil}$$

c) $B = \{ V_1 = (-2, -1, 2), V_2 = (0, 0, 0), V_3 = (4, -4, 2) \}$

(un exemplu de bază în care am luat $\alpha = 2$ în toți vectorii)

$\Rightarrow B$ are formă diagonală

③ $f_1 = (1,-2,-1)$; $f_2 = (2,1,2)$

a) $\|f_1\| = \sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2} = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$

$\|f_2\| = \sqrt{2^2+1^2+2^2} = \sqrt{4+1+4} = \sqrt{9} = 3$

$\measuredangle(f_1, f_2) = ?$; Numim unghiul θ

$$\cos\theta = \frac{\langle f_1, f_2 \rangle}{\|f_1\|\,\|f_2\|} = \frac{(2\cdot 1)+(-2\cdot 1)+(-1\cdot 2)}{3\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{-2}{3\sqrt{6}} = -\frac{2}{3\sqrt{6}} \Rightarrow \theta = \arccos\left(-\frac{2}{3\sqrt{6}}\right)$$

b) $f_3 \in E^3$; $\begin{cases} f_3 \perp f_1 \Rightarrow \langle f_3, f_1 \rangle = 0 \\ f_3 \perp f_2 \Rightarrow \langle f_3, f_2 \rangle = 0 \end{cases}$

Luăm $f_3 = (\alpha, \beta, \gamma)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 2\beta - \gamma = 0 \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = 0 \;\; /:2 \;=\; \alpha + \frac{1}{2}\beta + \gamma = 0 \end{cases} \quad (+)$$

$\Rightarrow 2\alpha - \frac{3}{2}\beta = 0$

$2\alpha = \frac{3}{2}\beta$

$\alpha = \frac{3}{4}\beta \Rightarrow \frac{3}{4}\beta + \frac{1}{2}\beta + \gamma = 0$

$\Rightarrow \frac{5}{4}\beta = -\gamma$

$\beta = -\frac{4}{5}\gamma$

Notăm γ cu $\lambda \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{3}{4}\beta \\ \beta = -\frac{4}{5}\lambda \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)\lambda = -\frac{3}{5}\lambda$

$\Rightarrow f_3 = \left(-\frac{3}{5}\lambda, -\frac{4}{5}\lambda, \lambda\right)$. Nouă ne trebuie un vector nenul $\Rightarrow$ alegem $\lambda = 5 \Rightarrow f_3 = (-3, -4, 5) \neq (0,0,0)$

Ver: $\begin{cases} \langle f_3, f_1 \rangle = -8 + 8 = 0 \text{ (A)} \\ \langle f_3, f_2 \rangle = -6 - 4 + 10 = 0 \text{ (A)} \end{cases} \Longrightarrow$

$\Rightarrow$ c) $B = \{ f_1 = (1,-2,-1),\ f_2 = (2,1,2),\ f_3 = (-3,-4,5) \}$

P.O.G.S. $\begin{cases} e_1 = \dfrac{f_1}{\|f_1\|} = \dfrac{1}{\sqrt{6}}(1,-2,-1) \\ e_i = \dfrac{e_i'}{\|e_i'\|} \ ;\ e_i' = f_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} \langle f_i, e_j \rangle e_j \end{cases}$

$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$

$\Rightarrow e_2' = f_2 - \langle f_2\, e_1 \rangle e_1 = (2,1,2) - \cancel{e}\dfrac{1}{\sqrt{6}} \cdot (-2) \cdot e_1 =$

$= (2,1,2) + \dfrac{2}{\sqrt{6}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{6}}(1,-2,-1) = (2,1,2) + \left(\dfrac{1}{3}, -\dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$

$= \left(\dfrac{7}{3}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$ $\cancel{\Rightarrow e_2 = \frac{1}{}}$ $= \dfrac{1}{3}(7, 1, 5)$

$\Rightarrow e_2 = \dfrac{1}{\sqrt{49+1+4}} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot (7,1,5) = \dfrac{1}{9\sqrt{6}}(7,1,5)$

$e_3 = \dfrac{e_3'}{\|e_3'\|}$; $e_3' = f_3 - \langle f_3, e_1 \rangle e_1 - \langle f_3, e_2 \rangle e_2 =$

$= (-3,-4,5) - \dfrac{1}{\sqrt{6}} \cdot \overbrace{(-3+8-5)}^{0} \cdot e_1 - \dfrac{1}{9\sqrt{6}}(-21-4+10)\, e_2 =$

$$e_2 = \frac{1}{\sqrt{49+1+25}} \cdot \frac{1}{3} \cdot (7,1,5) = \frac{1}{5\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{3} \cdot (7,1,5) = \quad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$= \frac{1}{15\sqrt{3}}(7,1,5)$$

$$e_3 = \frac{e_3'}{\|e_3'\|} \; ; \; e_3' = f_3 - \langle f_3, e_1 \rangle e_1 - \langle f_3, e_2 \rangle e_2 =$$

$$= (-3,-4,5) - 0 - \frac{1}{15\sqrt{3}} \cdot \underbrace{(-21-4+25)}_{0} e_2 =$$

$$= (-3,-4,5) - 0 - 0 = (-3,-4,5)$$

$$\Rightarrow e_3 = \frac{1}{\sqrt{9+16+25}} \cdot (-3,-4,5) = \frac{1}{5\sqrt{2}}(-3,-4,5)$$

$$\Rightarrow \beta' = \left\{ e_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1,-2,-1),\ e_2 = \frac{1}{15\sqrt{3}}(7,1,5), \right.$$

$$\left. ,\ e_3 = \frac{1}{5\sqrt{2}}(-3,-4,5) \right\}$$

d) $v = (1,2,3)$

$$(1,2,3) = \langle v, e_1 \rangle e_1 + \langle v, e_2 \rangle e_2 + \langle v, e_3 \rangle e_3$$

$$\Rightarrow v = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot (-6) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}}_{\frac{-6}{6} = -1} \cdot (1,-2,1) + \frac{1}{15\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{15\sqrt{3}} \cdot (7+2+15) \cdot (7,1,5)$$

$$+ \frac{1}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{5\sqrt{2}} \cdot (-3-8+15) \cdot (-3,-4,5) =$$

$$= (-1, 2, -1) + \frac{24}{45^2}(7,1,5) + \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{50}_{25}}(-3,-4,5)$$

$$\Rightarrow \text{Coord. } v = \left(-1 + \frac{24 \cdot 7}{45^2} - \frac{6}{25},\ 2 + \frac{24}{45^2} + \left(-\frac{8}{25}\right),\ -1 + \frac{24 \cdot 5}{45^2} + \frac{10}{25}\right)$$

④ $C: x^2+y^2-6xy+6x-6y+4=0$

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \delta = 1-9 = -8$

$A' = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \Delta = \underbrace{4-27}_{-50}-27 \underbrace{-9-9-36}_{-54} =$

$= -104$

$\delta < 0 \Rightarrow$ Hiperbolă

$\Delta \neq 0 \Rightarrow$ Degenerata

b) $\delta = -8 \neq 0 \Rightarrow$ are centrul $P_0(x_0^0, y_0^0)$ cu

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-6y+6=0 \Rightarrow x = \dfrac{-6+6y}{2} = -3+3y \\ 2y-6x-6=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow 2y-6(-3+3y)-6=0 \Rightarrow 2y+18-18y-6=0$

$-16y+12=0 \Rightarrow y = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{4} \\ x = -3 - 3y = -3 - \frac{9}{4} = -\frac{12}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{21}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_0\left(-\frac{21}{4}, \frac{3}{4}\right)$$

Realizăm o translație

$$t \begin{cases} x' = x - x^0 \\ y' = y - y^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + \frac{21}{4} \\ y' = y + \frac{3}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = x' - \frac{21}{4} \\ y = y' - \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$t(\Gamma): (x')^2 + (y')^2 - 6x'y' + \frac{8^{4\,2\,1}}{104_{52\,26\,13}} = 0$$

$$\Rightarrow (x')^2 + (y')^2 - 6x'y' + \frac{1}{13} = 0$$

Determinăm subspațiile proprii

$$\det(A - \lambda I_2) = 0 = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -3 \\ -3 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow 1 + \lambda^2 - 2\lambda - 9 = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_{1,2} = \dfrac{2 \pm 6}{2} \\ \cancel{} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 4 \\ \lambda_2 = -2 \end{cases}$$

$$S_\lambda : \begin{cases} (1-\lambda)x - 3y = 0 \\ -3x + (1-\lambda)y = 0 \end{cases} \qquad S_{\lambda_1} : \begin{cases} -3x - 3y = 0 \\ -3x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -y$$

Notăm $y = \alpha$

$$\Rightarrow V_{\lambda_1} = \{\alpha(-1,1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$$

$$S_{\lambda_2} : \begin{cases} 3x - 3y = 0 \\ -3x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y$$

Notăm $y = \alpha$

$\Downarrow$

$$V_{\lambda_2} = \{\alpha(1,1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_1 = (-1,1) \\ f_2 = (1,1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_1 = \dfrac{f_1}{\|f_1\|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(-1,1) \\ e_2 = \dfrac{f_2}{\|f_2\|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(1,2) \end{cases}$$

Efectuăm rotaţie

$$r \begin{cases} x'' = \frac{1}{\sqrt{2}}(-x'+y') \\ y'' = \frac{1}{\sqrt{2}}(x'+y') \end{cases} \qquad R = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

R mat. ortogonală

$\Downarrow$

$R^{-1} = {}^tR \Rightarrow$

$\cancel{\Rightarrow R^{-1} =} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{1}{\sqrt{2}}(-x''+y'') \\ y' = \frac{1}{\sqrt{2}}(x''+y'') \end{cases}$

$\Rightarrow (r \circ t)(\Gamma): \; 4(x'')^2 + (-2)(y'')^2 + \frac{1}{13} = 0 \,/ : \frac{1}{13}$

$\cancel{\Rightarrow 52(x'')^2 - 26(y'')^2 + 1 = 0}$

$\cancel{\Rightarrow \frac{(x'')^2}{a^2} + \frac{(y'')^2}{b^2}}$

$\Rightarrow \frac{4}{13}(x'')^2 - \frac{2}{13}(y'')^2 + 1 = 0$

forma canonică $\Rightarrow \frac{(x'')^2}{a^2} - \frac{(y'')^2}{b^2} + 1 = 0$ unde $\begin{cases} a = \sqrt{\frac{13}{4}} \\ b = \sqrt{\frac{13}{2}} \end{cases}$

c) Conica este hiperbolă $\Rightarrow$ excentricitatea ei este : $e > 1$ ($e = \frac{F}{H}$ unde F = focar, H = proiecția ortogonală)

(5) $\pi_1 : x_1 + 3x_2 - x_3 - 1 = 0$

$\pi_2 : 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0$

a) $A = (3,1,1) \in \pi_1 \cap \pi_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 1 = 0 & / \cdot 2 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 2 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases} \Big/ (-) \Rightarrow$

$\Rightarrow 7x_2 - 2 = 0 \Rightarrow 7x_2 - 2 = 0$

$\Rightarrow x_2 = \frac{2}{7}$

$\cancel{\begin{cases} 2x_1 \\ 2x_1 - 2x_3 - \frac{2}{7} = 0 \end{cases}}$ $\cancel{\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 1 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}}$

$\Rightarrow \cancel{\{ x_1 + 3x_2 - 3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x_1 - 2x_3 - \frac{2}{7} = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_3 - \frac{1}{7} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = x_3 + \frac{1}{7}$$

$$\Downarrow$$

Notăm $x_3 = \alpha$

$$\Rightarrow \cancel{2x_3} + \underbrace{\frac{2}{7} + \frac{12}{7}}_{\cancel{2}} - \cancel{2x_3} - \cancel{2} = 0 \text{ (A)}$$

$$\Rightarrow \pi_1 \cap \pi_2 = \left(\alpha + \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \alpha\right)$$

$$A = (2, 1, 1) \notin \left(\alpha + \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \alpha\right)$$

b) $B = (1, 2, -1)$; $\pi : ?$; $\pi \parallel \pi_1$

$$\Downarrow$$

$$\pi : x_1 + 3x_2 - x_3 + d = 0$$

$$B \in \pi \Rightarrow 5 + 6 + 1 + d = 0$$

$$\Rightarrow 12 + d = 0 \Rightarrow d = -12$$

$$\Rightarrow \pi : x_1 + 3x_2 - x_3 - 12 = 0$$