Securitatea sistemelor informatice

Principiile de baza ale securitatii

Curs 1

Anul III, Informatica
2022-2023

Adela Georgescu
Facultatea de Matematica – Informatica
Universitatea Bucuresti

Informatii administrative

- Cadre didactice

Adela Georgescu

adela@fmi.unibuc.ro adela.georgescu@unibuc.ro

Laborator

George Teseleanu, Paul Cotan,

Daniel Popescu, Cristian Matei

Organizarea si evaluare

1. Organizare:
   - » 2h curs / sapt
   - » 2h laborator / sapt
2. Evaluare
   - » 3p teme laborator
   - » 1p teme Moodle
   - » 6p examen scris
3. Conditii de promovare

   $\geq 5p$

- Moodle – materiale de curs si laborator

Securitatea sistemelor informatice este esentiala

- Atacuri recente:
  - ✓ LinkedIn 2021 – datele a 700 milioane (92%) utilizatori au fost expuse
  - ✓ 2019 – datele a 533 milioane utilizatori au fost expuse
  - ✓ 2018 – toate parolele utilizatorilor accesibile retelei interne
- …si multe altele

Securitatea sistemelor informatice este esentiala

- Atacuri mai vechi: HeartBleed
- Vulnerabilitate grava in libraria criptografica OpenSSL
  - Lipsa verificarii marginilor inainte de a copia in memorie un input “ne-sanitizat”
  - O eroare de implementare, iar nu de criptografie
- Permite oricui de pe internet sa citeasca memoria sistemelor protejate de versiunile vulnerabile OpenSSL
  - Chei secrete
  - Parole
  - Pachete decriptate primite prin conexiunea SSL
- Descoperit in martie 2014, existent din 2012

Top 10 produse vulnerabile in 2022

	Product Name	Vendor Name	Product Type	Number of Vulnerabilities
1	Debian Linux	Debian	OS	6879
2	Android	Google	OS	4639
3	Fedora	Fedoraproject	OS	3645
4	Ubuntu Linux	Canonical	OS	3555
5	Mac Os X	Apple	OS	3019
6	Linux Kernel	Linux	OS	2942
7	Windows 10	Microsoft	OS	2889
8	Iphone Os	Apple	OS	2738
9	Windows Server 2016	Microsoft	OS	2676
10	Chrome	Google	Application	2518

Sursa: https://www.cvedetails.com/top-50-products.php?year=2022

CVE (Common Vulnerabilities and Exposures) Program – identifica, catalogheaza vulnerabilitatile cibernetice

Domenii de securitate

- **Computer Security** – protejeaza date si resurse (de regula se refera la sistemele computerizate)
  - Security policies, access control, malware etc.

- **Network Security** – protejeaza date in timpul transmisiei si comunicarii
- **Web Security** – protectie fata de un atacator web

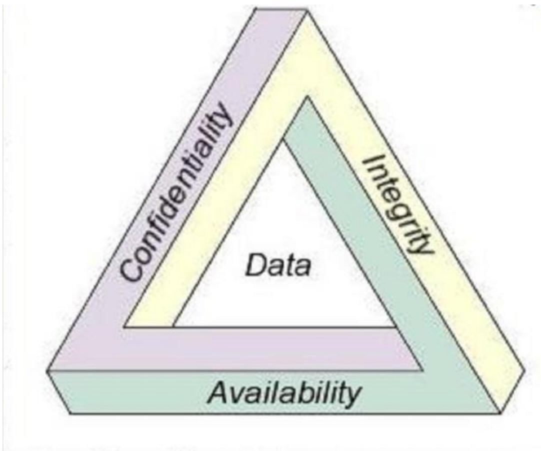
- **Software Security** - protejeaza software-ul folosit intr-un sistem computerizat

Structura cursului

- Introducere in securitate: principii generale
- Introducere in criptografie, criptografia istorica
- Criptografia cu cheie secreta: criptare, coduri de autentificare a mesajelor, hashing
- Criptografia cu cheie publica: criptare, semnaturi digitale
- PKI, protocoale de securitate pentru retele (TLS)

Amenintari si obiectivele securitatii

- Triada C-I-A (confidentiality, integrity, availability)
- **Confidentialitate –** bunurile protejate pot fi *vazute* doar de persoanele autorizate
- **Integritate -** bunurile protejate pot fi *modificate* doar de persoanele autorizate
- **Disponibilitate (availability) -** bunurile protejate pot fi *utilizate* doar de persoanele autorizate



Principiile securitatii

- Criptografice
  - ✓Principiul lui Kerkoff: doar cheia este secreta, constructia (algoritmul) e publica
  - ✓Principiul separarii cheilor: chei diferite pentru scopuri diferite
  - ✓Principiul diversitatii: foloseste tipuri diferite de algoritmi

Principiile securitatii

- Alte principii
  - **Principiul simplitatii**: keep it simple
  - **Securitate implicita** (*security by default*): trebuie gandita de la inceput, iar nu adaugata mai tarziu

Principiile securitatii

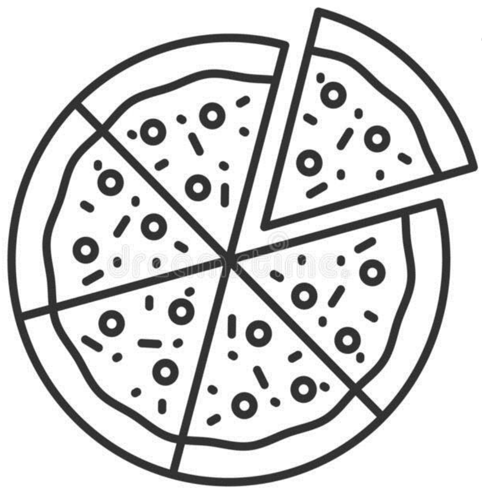
- Alte principii
  - Principiul increderii minime (*principle of minimal trust*): minimizarea numarului de entitati carora le acordam incredere
  - Principiul celei mai slabe verigi (*principle of the weakest link*): securitatea unui sistem este data de punctul sau cel mai slab
  - Principiul celui mai mic privilegiu (*least privilege*): se acorda **exact** privilegiul necesar pentru efectuarea unei activitati

Principiile securitatii

- **Principiul modularitatii**: totul trebuie pastrat modular
- **Defence in depth** – securitate la diverse nivele

Criptografie si Securitate

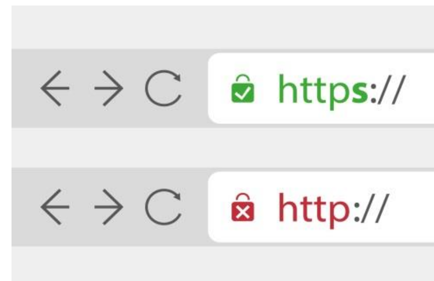
Criptografie



Securitate

Criptografia cotidiana

- Aplicatii de mesagerie
- Acces internet prin https



- ATM

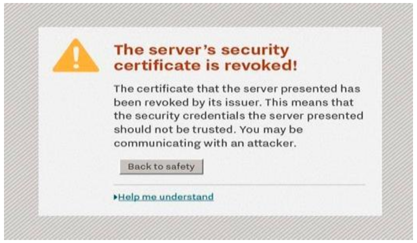
- Bitcoin

- Tor: navigare anonima pe web
- ....

Cateva statistici

- 2017 - Veracode –a 2-a problema de securitate a aplicatiilor – utilizarea nesigura a criptografiei:

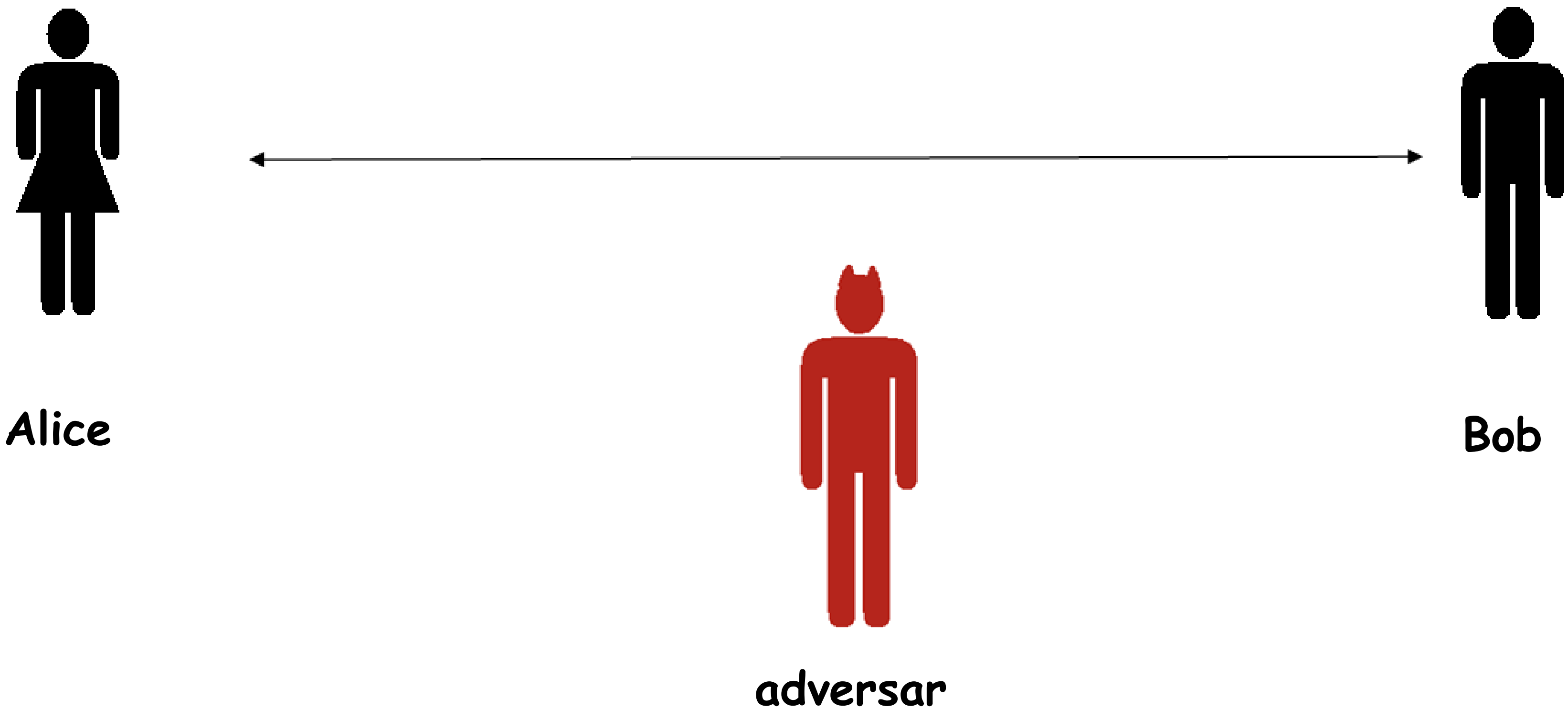
  - Folosirea de algoritmi criptografici nesiguri (MD5, DES, etc.)



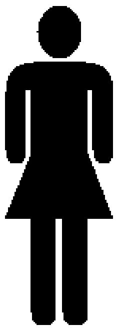
  - Validarea necorespunzatoare a certificatelor

  - Stocarea de informatii sensibile in clar
  - Putere de criptare neadecvata

Ce este criptografia?

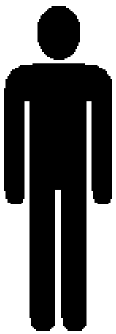


Ce este criptografia?



Alice

M - mesajul secret



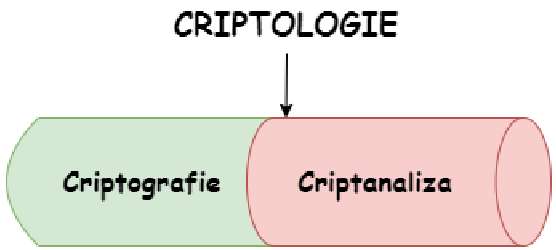
Bob

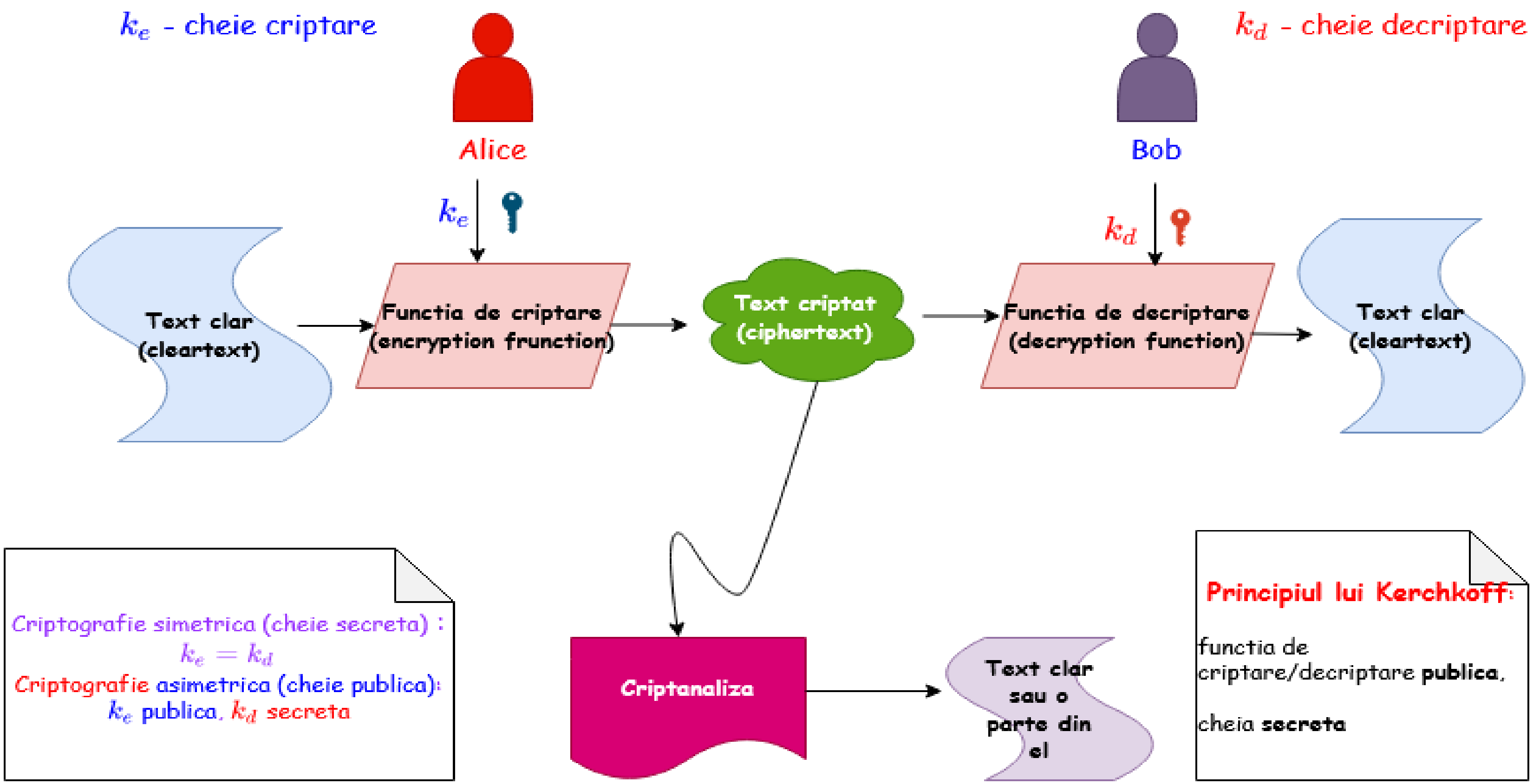
Eve

Charlie

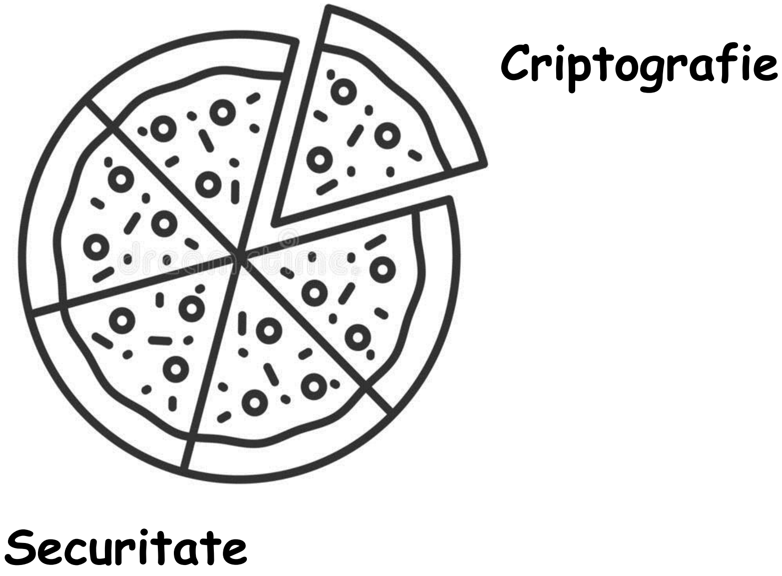
Incercarea de a mentine proprietatile de securitate in prezenta unui adversar pasiv sau activ.

Terminologie





Criptografie si Securitate



- Criptografie: cum folosim k_e si k_d ca sa asiguram securitatea comunicatiilor pe un canal nesigur
- Securitate: cum protejeaza calculatorul/sistemul cheile stocate k_e si k_d de diverse atacuri (virusi, viermi etc.)

Criptografia clasica vs. criptografia moderna

Critografia istorica

Criptografia moderna

1980

- comunicatii secrete
- criptografia ca o arta
- rezervata doar oganizatiilor militare

- criptografia ca o stiinta
- include multe altele pe langa comunicatii secrete
- disponibila tuturor

Scopul si obiectivele criptografiei

Vom fi interesati sa:

- Definim scopurile de securitate → Principiul 1: definitii formale
- Invatam sa construim algoritmi de criptare si decriptare
- Ne asiguram ca acesti algoritmi de criptare isi ating scopul → Principiul 3: demonstratii de securitate

Ce proprietati de securitate asigura criptografia?

- Confidentialitatea (mesajelor) - adversarul nu vede sau nu poate obtine mesajul M

- Integritatea (mesajelor) – Alice (sau Bob) trebuie sa isi dea seama daca mesajul primit a fost modificat – asigurata de MAC sau semnaturi digitale

- Autentificarea (expeditorului si a mesajului) – Bob trebuie sa poata verifica ca mesajul provine de la Alice

- Ne-repudierea - Alice nu poate nega ca a trimis mesajul lui Bob

Ce proprietati de securitate asigura criptografia?

Retineti:

- confidentialitate - criptare
- integritate (fara confidentialitate) - coduri de autentificare a mesajelor (MAC) sau semnaturi digitale
- integritate + confidentialitate - criptare autentificata

Criptografi castigatori ai premiului Turing

- Mai multe personalitati din domeniul criptografiei au castigat premiul Turing de-a lungul timpului.

R

S

A

D

H

Securitatea sistemelor informatice

Sisteme istorice de criptare. Securitate perfecta.

Curs 2

Anul III, Informatica
2022-2023

Adela Georgescu
Facultatea de Matematica – Informatica
Universitatea Bucuresti

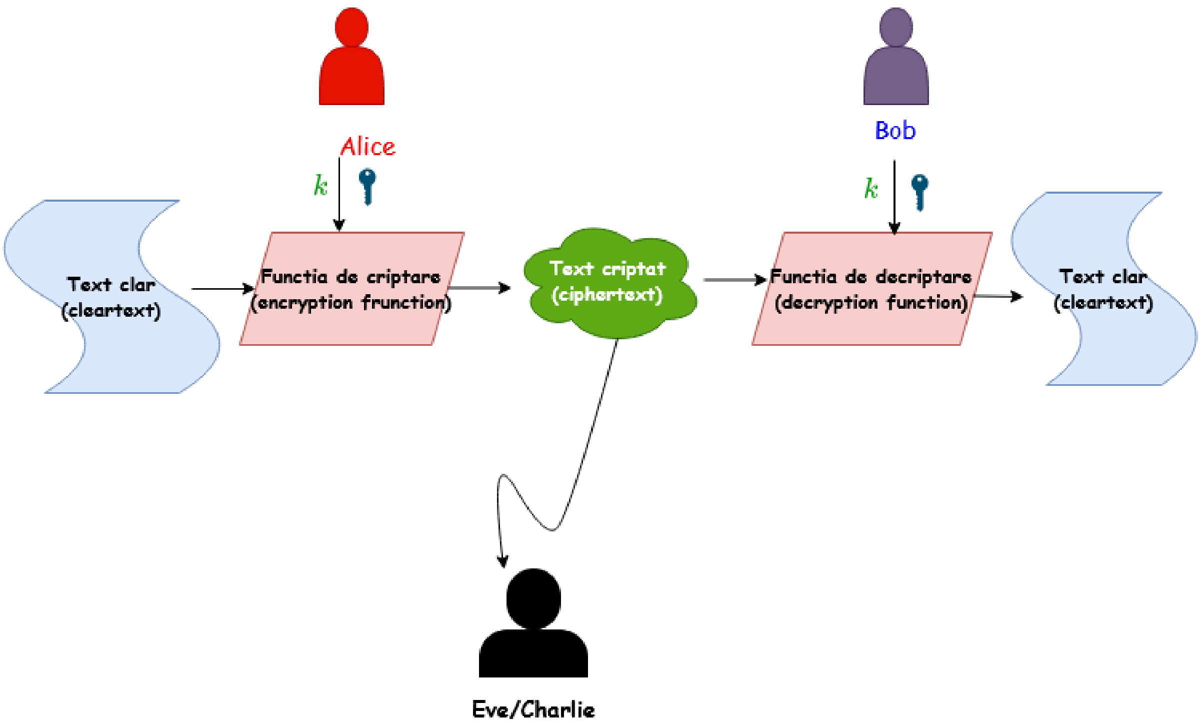
Bibliografie

- Introduction to Modern Cryptography, 3rd edition. Johnathan Katz, Yehuda Lindell

- Encyclopedia of Cryptography and Security
  https://www.researchgate.net/publication/230674947_Springer_Encyclopedia_of_Cryptography_and_Security

- https://www.coursera.org/learn/crypto

Criptarea simetrica (cu cheie secreta)



Criptarea simetrica (cu cheie secreta)

Definitie

Un sistem de criptare simetric definit peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$, *cu:*

- $\mathcal{K}$ = *spațiul cheilor*
- $\mathcal{M}$ = *spațiul textelor clare (mesaje)*
- $\mathcal{C}$ = *spațiul textelor criptate*

este un triplet $(\mathrm{Gen}, \mathrm{Enc}, \mathrm{Dec})$, *unde:*

1. Gen: *este algoritmul probabilistic de generare a cheilor care întoarce o cheie* k *conform unei distribuții*
2. $\mathrm{Enc} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$
3. $\mathrm{Dec} : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

a.î. $\forall m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K} : Dec_k(Enc_k(m)) = m$.

Criptarea simetrica (cu cheie secreta)

- K = variabilă aleatoare ce reprezintă valoarea cheii returnată de Gen
- $Pr[K = k]$ = probabilitatea cheii generate de Gen de a lua valoarea k, $\forall k \in \mathcal{K}$
- M = variabilă aleatoare ce reprezintă mesajul care se criptează
- $Pr[M = m]$ = probabilitatea ca mesajul de criptat să ia valoarea $m \in \mathcal{M}$

Criptarea simetrica (cu cheie secreta)

- K = variabilă aleatoare ce reprezintă valoarea cheii returnată de Gen
- $Pr[K = k]$ = probabilitatea cheii generate de Gen de a lua valoarea k, $\forall k \in \mathcal{K}$
- M = variabilă aleatoare ce reprezintă mesajul care se criptează
- $Pr[M = m]$ = probabilitatea ca mesajul de criptat să ia valoarea $m \in \mathcal{M}$
- expl. de probabilitate de distributie peste $\mathcal{M}$:
  $\mathcal{M} = \{\mathrm{atacati\ azi}, \mathrm{nu\ atacati}\}$ cu $Pr[M = \mathrm{atacati\ azi}] = 0.2$ si $Pr[M = \mathrm{nu\ atacati}] = 0.8$

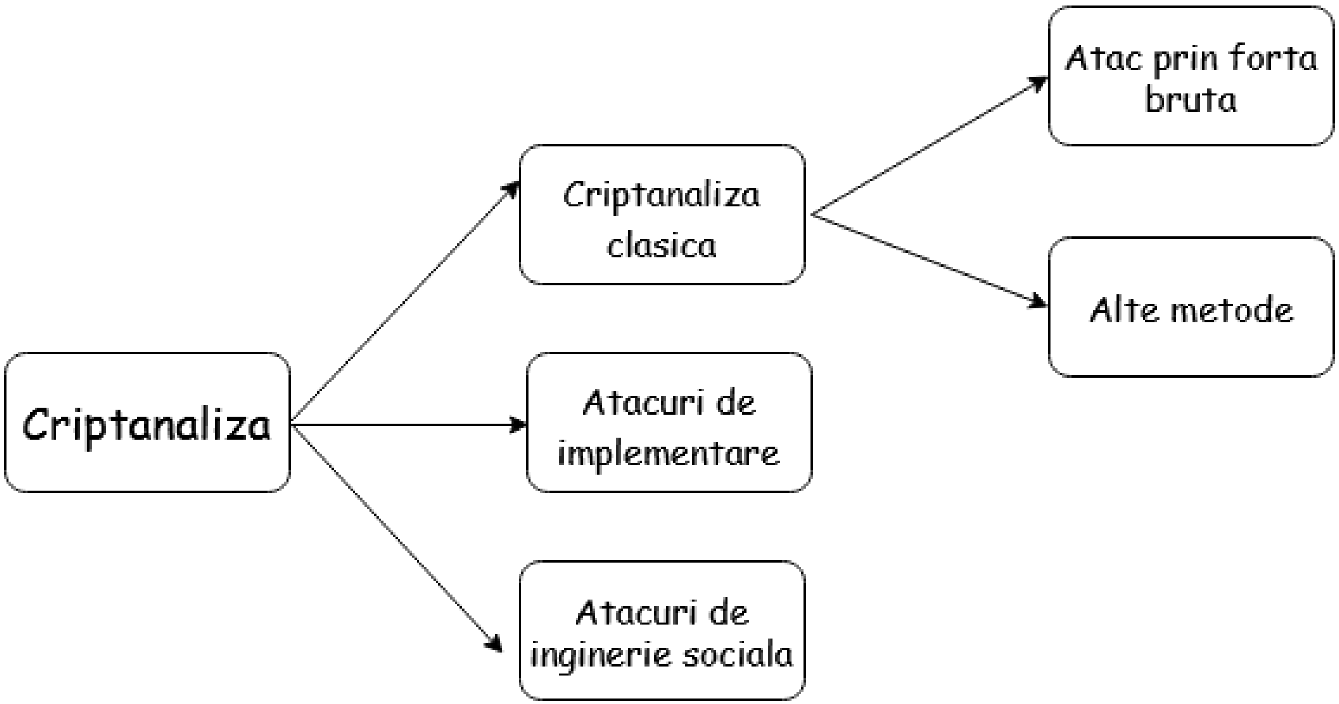
Terminologie

- Mesajul în forma originară se numește text clar;
- Expeditorul rescrie mesajul folosind un sistem de criptare, adică îl criptează și obține un text criptat;
- Destinatarul îl decriptează cunoscând metoda folosită pentru criptare;
- Procesul de determinare a cheii aferente unui sistem de criptare, cunoscând doar textul criptat (eventual și alte informații auxiliare) se numește criptanaliză;
- Decriptarea și criptanaliza au același scop: găsirea textului clar; diferența constă în faptul că la criptanaliză nu se cunoaște cheia de decriptare.

Scenarii de atac

- Atac cu text criptat (ciphertext-only attack): Atacatorul știe doar *textul criptat* - poate încerca un atac prin forță brută prin care se parcurg toate cheile până se găsește cea corectă;
- Atac cu text clar (known-plaintext attack): Atacatorul cunoaște una sau mai multe perechi *(text clar, text criptat)*;
- Atac cu text clar ales (chosen-plaintext attack): Atacatorul poate obține criptarea unor texte clare alese de el;
- Atac cu text criptat ales (chosen-ciphertext attack): Atacatorul are posibilitatea să obțină decriptarea unor texte criptate alese de el.

Criptanaliza



Sisteme de criptare istorice

Cifruri de permutare / transpoziție

Definitie

Un cifru de permutare *presupune rearanjarea literelor în textul clar pentru a obține textul criptat.*

Cifruri de permutare / transpoziție

- sistemul Rail Fence >>> curs
- cifruri generale de transpoziție >>> laborator

Rail Fence

$$\begin{array}{c|cccc} & \multicolumn{4}{c}{\longrightarrow} \\ \hline & M & A & R & T \\ \downarrow & E & J & I & A \\ & S & C & P & T \\ \hline \end{array}$$

Text clar: mesaj criptat
Cheia: $k = 3$
Text criptat: MARTEJIASCPT

Cifruri de substitiuţie monoalfabetice

- cifrul lui Cezar
- substituție simplă
- sistemul Cavalerilor de Malta

Cifrul lui Cezar

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P

n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Text clar: mesaj criptat
Text criptat: PHVDM FULSWDW

Cifrul lui Cezar

- $\mathcal{K} = \{0, 1, \ldots, 25\}$
- $\mathcal{M} = \{a, b, \ldots, z\}^*$
- $\mathcal{C} = \{A, B, \ldots, Z\}^*$
- $\mathrm{Enc} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$
- $\mathrm{Dec} : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

Cifrul lui Cezar

- $\mathcal{K} = \{0, 1, \ldots, 25\}$
- $\mathcal{M} = \{a, b, \ldots, z\}^*$
- $\mathcal{C} = \{A, B, \ldots, Z\}^*$
- $\mathrm{Enc} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$

$$Enc_k(m) = m + k \pmod{26}$$

- $\mathrm{Dec} : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

Generalizare - Shift cipher

- $\mathcal{K} = \{0, 1, \ldots, 25\}$
- $\mathcal{M} = \{a, b, \ldots, z\}^*$
- $\mathcal{C} = \{A, B, \ldots, Z\}^*$
- $\mathrm{Enc} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$

$$Enc_k(m) = m + k \pmod{26}$$

- $\mathrm{Dec} : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

$$Dec_k(c) = c - k \pmod{26}$$

Criptanaliză - Atac prin forță brută

- $|\mathcal{K}| = 26$
- atac prin forță brută (căutare exhaustivă): încercarea, pe rând, a tuturor cheilor posibile până când se obține un text clar cu sens

Principiul cheilor suficiente: O schemă sigură de criptare trebuie să aibă un spațiu al cheilor suficient de mare a.î. să nu fie vulnerabilă la căutarea exhaustivă.

Substituția simplă

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
F	I	L	O	R	U	X	A	D	G	J	M	P

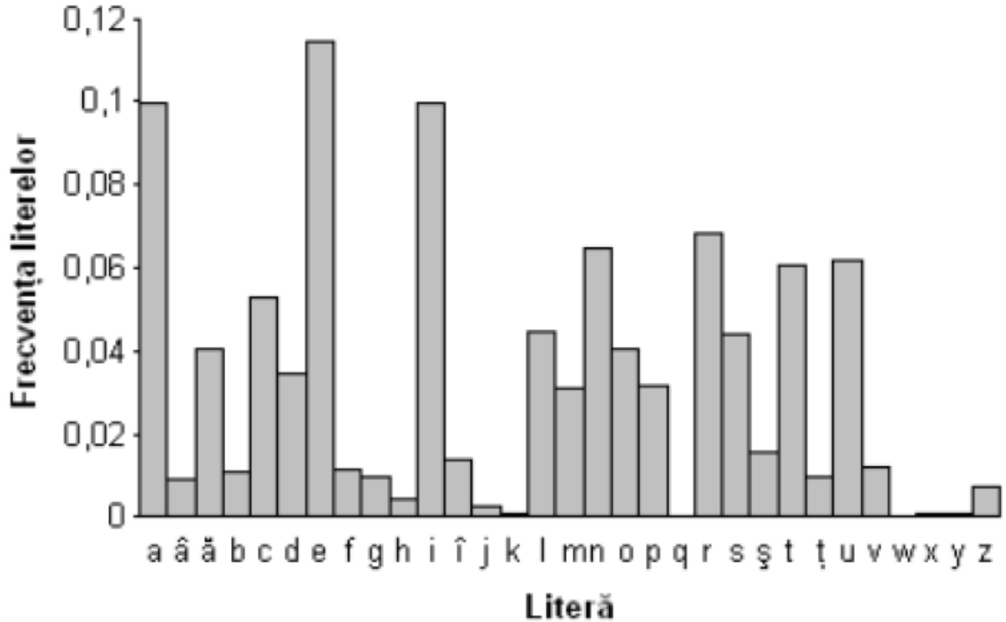
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
S	V	Y	B	E	H	K	N	Q	T	W	Z	C

Text clar: mesaj criptat
Text criptat: PRHFG LEDYKFK

Criptanaliză - Analiza de frecvență

- $|\mathcal{K}| = 26!$
- atacul prin forță brută devine mai dificil
- analiza de frecvență: determinare corespondenței între alfabetul clar și alfabetul criptat pe baza frecvenței de apariție a literelor în text, cunoscând distribuția literelor în limba textului clar
  - se cunoaște limba textului clar
  - lungimea textului permite analiza de frecvență

Criptanaliză - Analiza de frecvență



[Wikipedia]

Cifruri de substitiuţie polialfabetice / poligrafice

- sistemul Playfair
- sistemul Hill
- sistemul Vigenére

Cifrul Vigenére

Text clar:	c	u	r	s	c	r	i	p	t	o	g	r	a	f
Cheie:	c	h	e	i	e	c	h	e	i	e	c	h	e	i
Text criptat:	E	B	V	A	G	T	P	T	B	S	I	Y	E	N

Cifrul Vigenére

- $\mathcal{K}$
- $\mathcal{M}$
- $\mathcal{C}$
- $\mathrm{Enc} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$
- $\mathrm{Dec} : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

Cifrul Vigenére

- $\mathcal{K} = \{0, 1, \ldots, 25\}$
- $\mathcal{M} = \{0, 1, \ldots, 25\}^*$
- $\mathcal{C} = \{0, 1, \ldots, 25\}^*$
- $\mathrm{Enc} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$
  Textul clar: $m_0 m_1 \ldots m_{n-1}$
  Cheia: $k_0 k_1 \ldots k_x$
- $\mathrm{Dec} : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

Cifrul Vigenére

- $\mathcal{K} = \{0, 1, \ldots, 25\}$
- $\mathcal{M} = \{0, 1, \ldots, 25\}^*$
- $\mathcal{C} = \{0, 1, \ldots, 25\}^*$
- $\mathrm{Enc} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$
  Textul clar: $m_0 m_1 \ldots m_{n-1}$
  Cheia: $k_0 k_1 \ldots k_x$

  $$Enc_{k_j}(m_i) = m_i + k_j \pmod{26}$$

  unde $j = i \bmod x$
- $\mathrm{Dec} : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

  $$Dec_{k_j}(c_i) = c_i - k_j \pmod{26}$$

Vigenére – criptanaliza

- Pentru o cheie de **n** caractere, spatiul cheilor $|\mathcal{K}| = 26^n$
- Un text criptat c = $c_1 c_2$… poate fi impartit in **s** parti in care fiecare parte a fost criptata cu aceeasi litera din alfabet.

  pentru j ∈ $\{1,2,..,s\}$

$$c_j = m_j + k_j$$
$$c_{j+s} = m_{j+s} + k_j$$
$$c_{j+2s} = m_{j+2s} + k_j$$

- Daca se cunoaste lungimea *p* a cheii, problema se reduce la criptanaliza a *p* texte criptate cu shift cipher
- Putem face analiza de frecventa pe fiecare sir separat

Sisteme mecanice de criptare

Masina Enigma

Sisteme mecanice

Criptografia moderna

- Se bazeaza pe 3 principii moderne

Principiul 1 – orice problema criptografica necesita o definitie clasica si riguroasa – *discutat in Curs 1*

(scheme construite dupa acest principiu sunt folosite azi in TLS, SSH, IPSec)

Principiul 2 - securitatea primitivelor criptografice se bazeaza pe prezumptii clare de securitate

Principiul 3 – orice constructie criptografica trebuie sa fie insotita de o demonstratie de securitate conform principiilor anterioare

Principiul 2 – prezumptii (ipoteze) de securitate

- majoritatea constructiilor criptografice moderne **nu pot fi** demonstrate ca fiind **sigure neconditionat**

- ipotezele de securitate trebuie sa fie explicite
  - permit cercetatorilor sa valideze aceste ipoteze
  - permit comparatia intre doua scheme bazate pe ipoteze diferite de securitate
  - implicatii practice in cazul unor erori aparute in cadrul ipotezei de securitate
  - necesare pentru demonstratiile de securitate

Exemplu de ipoteza de securitate (problema dificila)

- Factorizarea numerelor mari
  - Se da un numar compus N si se cere descompunerea lui in factori primi.
  - Expl: 85 = 17 * 5
  - Astazi nu se cunoaste nici un algoritm care sa factorizeze un numar de 400 cifre intr-un timp practic
- Totusi:
  1. Un algoritm mai rapid ar putea exista
  2. Un calculator cuantic factorizeaza rapid (inca nu a fost construit dar se fac eforturi in acest sens)
  3. Criptografia "post-cuantica" este in plina dezvoltare – competitia de standardizare post-cuantica NIST, criptografia bazata pe latici etc.

Principiul 3 - demonstratii de securitate

- ofera o demonstratie riguroasa a faptului ca o constructie satisface definitia data in ipoteze de securitate clare

- fara o demonstratie riguroasa, intuitia ca o schema este corecta poate avea consecinte dezastruoase

- majoritatea demonstratiilor folosesc o abordare reductionista

Teorema *Constructia Y este sigura conform definitiei daca prezumptia X este adevarata.*

- demonstratia va arata cum un adversar care sparge schema Y poate incalca prezumptia X.

Retineti

Critografia istorica

Criptografia moderna

1980

- Abordare ad-hoc
- Abordare riguroasa

Securitate perfecta (neconditionata)

- Sistemele de criptare istorice (substitutie, permutare, Vigenere, Playfair etc.) pot fi sparte cu un efort computational foarte mic

- In cursul de azi - scheme perfect sigure care rezista in fata unui adversar cu putere computationala nelimitata

- Insa ... limitarile sunt inevitabile

Generare aleatorism

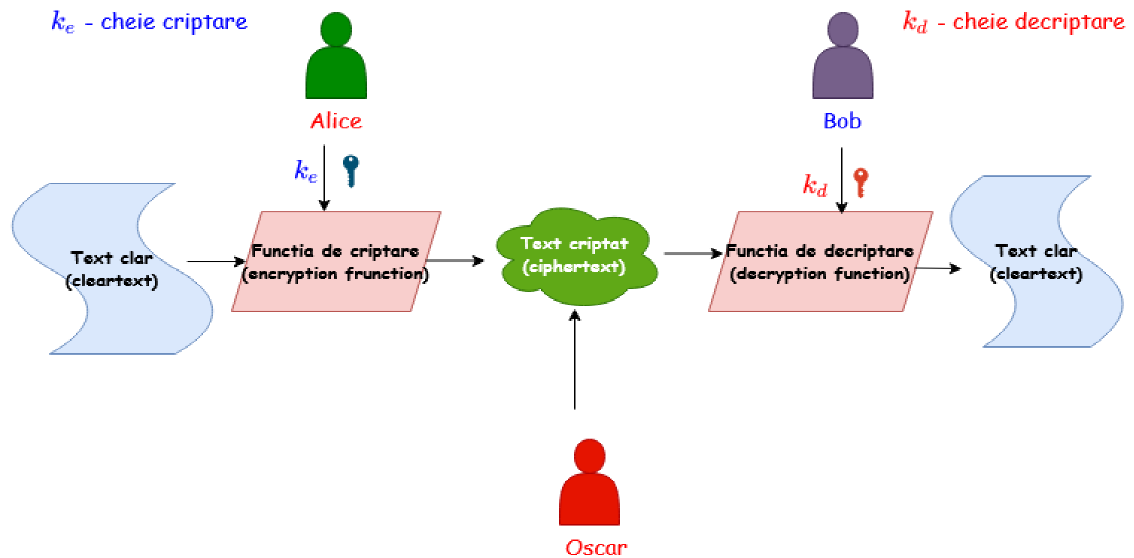
- In exemplul urmator cheile sunt generate aleator, deci avem nevoie de o sursa buna de aleatorism

- Trebuiesc folosite generatoare de numere aleatoare create in scop criptografic iar nu unele generale care nu sunt destinate aplicatiilor criptografice

- Expl.: functia **rand()** din libraria stdlib.h din C nu este sigura din punct de vedere criptografic

- Sunt necesare doua proprietati pentru criptografie:
  1. **Generala** - poseda proprietati statistice bune (nu poate fi reprodus)
  2. **Specifica** – este impredictibil: fiind dati n biti de iesire, este imposibil de calculat (infezabil computational) care sunt urmatorii biti

Securitate perfecta (Shannon 1949)



Ipoteza: Oscar cunoaste distributia peste M

Securitate perfecta:

1. daca Oscar afla textul criptat nu are nici un fel de informatie in plus decat daca nu l-ar fi aflat (nu schimba ceea ce stie el despre distributia peste M).

(textul criptat nu ofera nici un fel de informatie despre textul clar)

2. Oscar nu poate ghici care din doua posibile mesaje clare a fost criptat, doar vazand textul criptat

Securitate perfecta (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste $\mathcal{M}$, pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m|C = c] = Pr[M = m]$$

- $Pr[M = m]$ - probabilitatea *a priori* ca Alice să aleagă mesajul m;
- $Pr[M = m|C = c]$ - probabilitatea *a posteriori* ca Alice să aleagă mesajul m, chiar dacă textul criptat c a fost văzut ;
- securitate perfectă - dacă Oscar afla textul criptat nu are nici un fel de informație în plus decât dacă nu l-ar fi aflat.

Securitate perfecta (Shannon 1949)

Definitie

O schemă de criptare (Enc, Dec) *este perfect sigură dacă pentru orice mesaje* $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ *cu* $|m_0| = |m_1|$ *și* $\forall c \in \mathcal{C}$ *următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[Enc_k(m_0) = c] = Pr[Enc_k(m_1) = c]$$

unde $k \in \mathcal{K}$ *este o cheie aleasă uniform.*

- fiind dat un text criptat, este imposibil de ghicit dacă textul clar este m_0 sau m_1
- cel mai puternic adversar nu poate deduce nimic despre textul clar dat fiind textul criptat

One Time Pad (OTP)

- Patentat in 1917 de Vernam (mai poartă denumirea de Cifrul Vernam)
- Algoritmul:
  1. Fie $l > 0$ iar $\mathcal{M} = \mathcal{C} = \mathcal{K} = \{0,1\}^l$
  2. Cheia k se alege cu distribuție uniformă din spațiul cheilor $\mathcal{K}$
  3. **Enc**: dată o cheie $k \in \{0,1\}^l$ și un mesaj $m \in \{0,1\}^l$, întoarce $c = k \oplus m$.
  4. **Dec**: dată o cheie $k \in \{0,1\}^l$ și un mesaj criptat $c \in \{0,1\}^l$, întoarce $m = k \oplus c$.

One Time Pad (OTP)

mesaj clar:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- avantaj - criptare și decriptare rapide
- dezavantaj - cheia foarte lungă (la fel de lungă precum textul clar)
- Este OTP sigur?

One Time Pad (OTP)

mesaj clar:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

mesaj clar:	1	1	0	0	0	0	1	1	0	$\oplus$
cheie:	0	0	0	1	0	1	1	1	1	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- Același text criptat poate să provină din orice text clar cu o cheie potrivită
- Dacă adversarul nu știe decât textul criptat, atunci nu știe nimic despre textul clar!

Securitatea perfecta

- Securitatea perfecta nu este imposibila dar..
  - cheia trebuie sa fie la fel de lunga precum mesajul
  - inconveniente practice (stocare, transmisie)
  - cheia trebuie sa fie folosita o singura data – one time pad
- Exercitiu: *Ce* se intampla daca folosim o aceeasi cheie de doua ori cu sistemul OTP ?

OTP

- Daca un adversar obtine

$$C = M \oplus K \text{ si } C' = M' \oplus K$$

- atunci el poate calcula

$$C \oplus C' = (M \oplus K) \oplus (M' \oplus K) = (M \oplus M')$$

ceea ce invalideaza proprietatea de securitate perfecta

Limitarile securitatii perfecte

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) *de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor* $\mathcal{M}$ *și un spațiu al cheilor* $\mathcal{K}$*. Atunci* $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Sau altfel spus

Limitarile securitatii perfecte

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor $\mathcal{M}$ și un spațiu al cheilor $\mathcal{K}$. Atunci $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Sau altfel spus

Teoremă

Nu există nici o schemă de criptare (Enc, Dec) perfect sigură în care mesajele au lungimea n biți iar cheile au lungimea (cel mult) $n-1$ biți.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 3.1 -
Securitate computațională

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Securitate perfectă

- Primul curs: Sisteme de criptare istorice (substituție, Vigenere etc.) care pot fi sparte cu efort computațional foarte mic

Securitate perfectă

- Primul curs: Sisteme de criptare istorice (substituție, Vigenere etc.) care pot fi sparte cu efort computațional foarte mic
- Cursul de azi: Scheme perfect sigure care rezistă în fața unui adversar cu putere computațională nelimitată

Securitate perfectă

- Primul curs: Sisteme de criptare istorice (substituție, Vigenere etc.) care pot fi sparte cu efort computațional foarte mic
- Cursul de azi: Scheme perfect sigure care rezistă în fața unui adversar cu putere computațională nelimitată
- Insă...limitările sunt inevitabile

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste $\mathcal{M}$, pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m|C = c] = Pr[M = m]$$

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste $\mathcal{M}$, pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m | C = c] = Pr[M = m]$$

- $Pr[M = m]$ - probabilitatea *a priori* ca Alice să aleagă mesajul m;

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ *este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste* $\mathcal{M}$*, pentru orice mesaj* $m \in \mathcal{M}$ *și orice text criptat* c *pentru care* $Pr[C = c] > 0$*, următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[M = m | C = c] = Pr[M = m]$$

- $Pr[M = m]$ - probabilitatea *a priori* ca Alice să aleagă mesajul m;
- $Pr[M = m | C = c]$ - probabilitatea *a posteriori* ca Alice să aleagă mesajul m, chiar dacă textul criptat c a fost văzut ;

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ *este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste* $\mathcal{M}$*, pentru orice mesaj* $m \in \mathcal{M}$ *și orice text criptat* c *pentru care* $Pr[C = c] > 0$*, următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[M = m|C = c] = Pr[M = m]$$

- $Pr[M = m]$ - probabilitatea *a priori* ca Alice să aleagă mesajul m;
- $Pr[M = m|C = c]$ - probabilitatea *a posteriori* ca Alice să aleagă mesajul m, chiar dacă textul criptat c a fost văzut ;
- securitate perfectă - dacă Oscar afla textul criptat nu are nici un fel de informație în plus decât dacă nu l-ar fi aflat.

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție echivalentă

O schemă de criptare (Enc, Dec) *este perfect sigură dacă pentru orice mesaje* $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ *cu* $|m_0| = |m_1|$ *și* $\forall c \in \mathcal{C}$ *următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[M = m_0 | C = c] = Pr[M = m_1 | C = c]$$

unde $k \in \mathcal{K}$ *este o cheie aleasă uniform.*

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție echivalentă

O schemă de criptare (Enc, Dec) *este perfect sigură dacă pentru orice mesaje* $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ *cu* $|m_0| = |m_1|$ *și* $\forall c \in \mathcal{C}$ *următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[M = m_0 | C = c] = Pr[M = m_1 | C = c]$$

unde $k \in \mathcal{K}$ *este o cheie aleasă uniform.*

- fiind dat un text criptat, este imposibil de ghicit dacă textul clar este m_0 sau m_1

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție echivalentă

O schemă de criptare (Enc, Dec) *este perfect sigură dacă pentru orice mesaje* $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ *cu* $|m_0| = |m_1|$ *și* $\forall c \in \mathcal{C}$ *următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[M = m_0 | C = c] = Pr[M = m_1 | C = c]$$

unde $k \in \mathcal{K}$ *este o cheie aleasă uniform.*

- fiind dat un text criptat, este imposibil de ghicit dacă textul clar este m_0 sau m_1
- cel mai puternic adversar nu poate deduce nimic despre textul clar dat fiind textul criptat

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

- Patentat in 1917 de Vernam (mai poartă denumirea de Cifrul Vernam)
- Algoritmul:
  1. Fie $l > 0$ iar $\mathcal{M} = \mathcal{C} = \mathcal{K} = \{0,1\}^l$
  2. Cheia k se alege cu distribuție uniformă din spațiul cheilor $\mathcal{K}$
  3. **Enc**: dată o cheie $k \in \{0,1\}^l$ și un mesaj $m \in \{0,1\}^l$, întoarce $c = k \oplus m$.
  4. **Dec**: dată o cheie $k \in \{0,1\}^l$ și un mesaj criptat $c \in \{0,1\}^l$, întoarce $m = k \oplus c$.

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1 $\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- avantaj - criptare și decriptare rapide

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- avantaj - criptare și decriptare rapide
- dezavantaj - cheia foarte lungă (la fel de lungă precum textul clar)

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- avantaj - criptare și decriptare rapide
- dezavantaj - cheia foarte lungă (la fel de lungă precum textul clar)
- Este OTP sigur?

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul
- incoveniente practice (stocare, transmitere)

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul
- incoveniente practice (stocare, transmitere)
- cheia trebuie să fie folosită o singură dată - one time pad - de ce?

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul
- incoveniente practice (stocare, transmitere)
- cheia trebuie să fie folosită o singură dată - one time pad - de ce?

Exercițiu Ce se întâmplă dacă folosim o aceeași cheie de două ori cu sistemul OTP ?

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) *de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor* $\mathcal{M}$ *și un spațiu al cheilor* $\mathcal{K}$*. Atunci* $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$*.*

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor $\mathcal{M}$ și un spațiu al cheilor $\mathcal{K}$. Atunci $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Demonstrație

Intuitie:

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor $\mathcal{M}$ și un spațiu al cheilor $\mathcal{K}$. Atunci $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Demonstrație

Intuitie:

- *Pentru orice text criptat, se încearcă decriptarea lui cu toate cheile posibile din $\mathcal{K}$ și se obține o listă de cel mult $|\mathcal{K}|$ elemente*

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor $\mathcal{M}$ și un spațiu al cheilor $\mathcal{K}$. Atunci $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Demonstrație

Intuitie:

- *Pentru orice text criptat, se încearcă decriptarea lui cu toate cheile posibile din $\mathcal{K}$ și se obține o listă de cel mult $|\mathcal{K}|$ elemente*
- *Dacă $|\mathcal{K}| < |\mathcal{M}|$ unele mesaje nu sunt pe listă - contradicție cu securitatea perfectă (vezi definiția)*

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;
- Majoritatea construcțiilor criptografice moderne $\rightarrow$ securitate computațională;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;
- Majoritatea construcțiilor criptografice moderne → securitate computațională;
- Schemele moderne *pot fi sparte* dacă un atacator are la dispoziție suficient spațiu și putere de calcul.

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?
- Raspuns: datorită limitărilor practice!

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?
- Raspuns: datorită limitărilor practice!
- Preferăm un compromis de securitate pentru a obține construcții practice.

Securitate computațională

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**
     Exemplu: Un atacator care realizeaza un atac prin forta bruta peste spatiul cheilor și testeaza o cheie/ciclu de ceas
     - calculator desktop - se pot testa aprox. 2^{57} chei/an

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**
     Exemplu: Un atacator care realizeaza un atac prin forta bruta peste spatiul cheilor și testeaza o cheie/ciclu de ceas
     - calculator desktop - se pot testa aprox. 2^{57} chei/an
     - supercalculator - se pot testa aprox. 2^{80} chei/an

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**
     Exemplu: Un atacator care realizeaza un atac prin forta bruta peste spatiul cheilor și testeaza o cheie/ciclu de ceas
     - calculator desktop - se pot testa aprox. 2^{57} chei/an
     - supercalculator - se pot testa aprox. 2^{80} chei/an
     - supercalculator, varsta universului - 2^{112} chei

Securitate computațională

2. Adversarii pot efectua un atac cu succes cu o **probabilitate foarte mică**;
Exemplu: un adversar află textul clar cu probabilitate 2^{-60} într-un an

- sunt șanse mai mari ca Alice și Bob să fie loviți de fulger în aceeași perioadă de timp

Securitate computațională

2. Adversarii pot efectua un atac cu succes cu o **probabilitate foarte mică**;
Exemplu: un adversar află textul clar cu probabilitate 2^{-60} într-un an
    - sunt șanse mai mari ca Alice și Bob să fie loviți de fulger în aceeași perioadă de timp
    - un eveniment cu prob. $2^{60}/sec$. se produce o dată la un miliard de ani

Indistinctibilitate perfectă

- Pentru securitatea perfectă am dat două definitii echivalente, a doua sublinia ideea de indistinctibilitate: adversarul nu poate distinge între criptările a două mesaje diferite
- Vom defini indistinctibilitatea pe baza unui experiment $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare

Indistinctibilitate perfectă

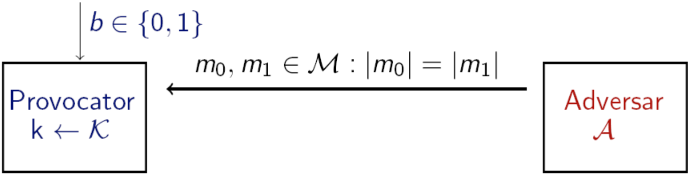
- Pentru securitatea perfectă am dat două definitii echivalente, a doua sublinia ideea de indistinctibilitate: adversarul nu poate distinge între criptările a două mesaje diferite
- Vom defini indistinctibilitatea pe baza unui experiment $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare
- Personaje participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**.

Indistinctibilitate perfectă

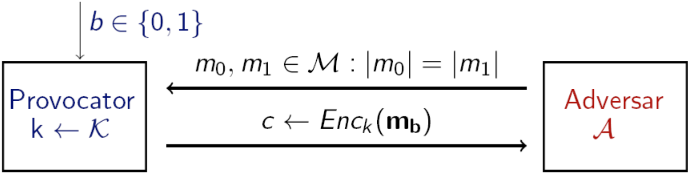
- Pentru securitatea perfectă am dat două definitii echivalente, a doua sublinia ideea de indistinctibilitate: adversarul nu poate distinge între criptările a două mesaje diferite
- Vom defini indistinctibilitatea pe baza unui experiment $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare
- Personaje participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**.
- Trebuie să definim capabilitățile adversarului: el poate vedea **un singur text criptat cu o anume cheie**, fiind un adversar *pasiv* care poate rula atacuri în timp polinomial, si nu are nici o alta interactiune cu Alice sau Bob

Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$

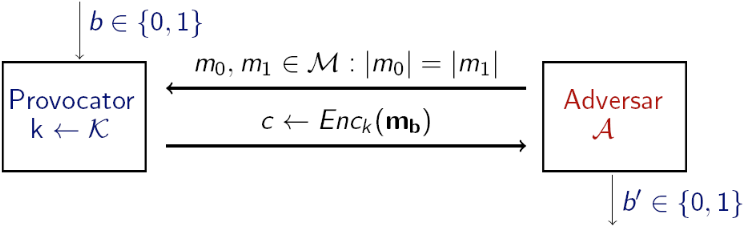
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



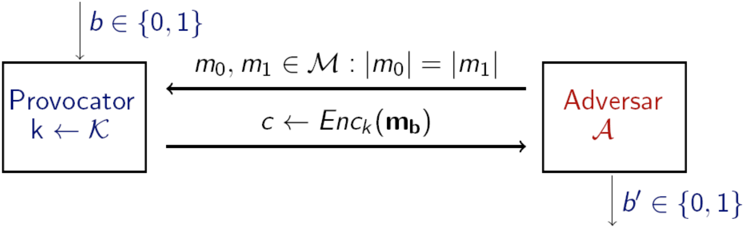
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



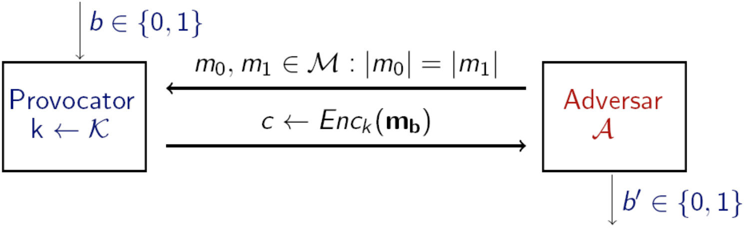
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$

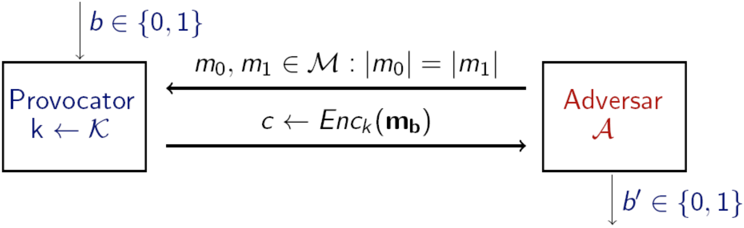


Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

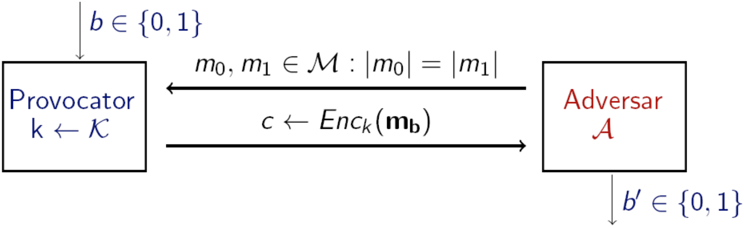
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.
- Schema π este *perfect indistinctibilă* dacă

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] = \frac{1}{2}$$

Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.
- Schema π este *perfect indistinctibilă* dacă

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] = \frac{1}{2}$$

- Reamintim ca indistinctibilitatea perfectă este doar o definitie alternativa pentru securitatea perfectă

Securitate computațională

- Vom relaxa securitatea perfectă cu privire la indistinctibilitate
- Vom prezenta două abordări: concretă și asimptotică

Securitate computațională concretă

O schemă de criptare este (t, ϵ)-indistinctibila dacă orice adversar care rulează în timp cel mult t

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon$$

Securitate computațională concretă

O schemă de criptare este (t, ϵ)-indistinctibila dacă orice adversar care rulează în timp cel mult t

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon$$

- probabilitatea de succes a adversarului $\leq \epsilon$
- adversarul ruleaza in timp $\leq t$

Securitate computațională concretă

O schemă de criptare este (t, ϵ)-indistinctibila dacă orice adversar care rulează în timp cel mult t

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon$$

- probabilitatea de succes a adversarului $\leq \epsilon$
- adversarul ruleaza in timp $\leq t$
- dezavantaj: am dori sa avem scheme in care utilizatorul isi poate ajusta nivelul de securitate dorit

Securitate computațională asimptotică

- parametru de securitate n atât pentru schema de criptare cât și pentru părțile oneste și adversar
  - poate fi vazut ca lungimea cheii
  - timpul în care rulează adversarul și probabilitatea lui de succes sunt funcții de n
  - este cunoscut adversarului
  - permite utilizatorului să își aleagă nivelul de securitate dorit - este fixat la momentul inițializării schemei de criptare

Securitate computațională asimptotică

- Se impune o nouă modalitate de a defini securitatea:

Definiție

O schemă de criptare este indistinctibila dacă pentru orice adversar PPT, exista o functie neglijabila ϵ *așa încat*

$$Pr[Priv_{\mathcal{A},\pi}^{eav}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon(n)$$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)
  - ϵ ne-neglijabiă în n dacă $\exists p(n) : \epsilon(n) > 1/p(n)$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)
  - ϵ ne-neglijabiă în n dacă $\exists p(n) : \epsilon(n) > 1/p(n)$
  - ϵ neglijabilă în n dacă $\forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) \leq 1/p(n)$

Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?

Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?
  - pentru $n \leq 40$, atunci un adversar care rulează în 40^3 minute (adica 6 saptamani) sparge schema cu probabilitate 1

Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?
  - pentru $n \leq 40$, atunci un adversar care rulează în 40^3 minute (adica 6 saptamani) sparge schema cu probabilitate 1
  - pentru $n = 50$, atunci un adversar care rulează în 50^3 minute (adica aproximativ 3 luni) sparge schema cu probabilitate aprox. $1/1000$ (ar putea sa nu fire acceptabil)

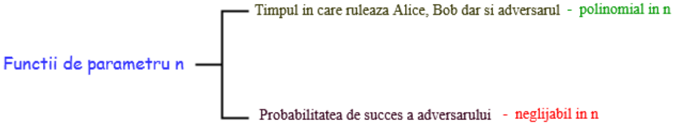
Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?
  - pentru $n \leq 40$, atunci un adversar care rulează în 40^3 minute (adica 6 saptamani) sparge schema cu probabilitate 1
  - pentru $n = 50$, atunci un adversar care rulează în 50^3 minute (adica aproximativ 3 luni) sparge schema cu probabilitate aprox. $1/1000$ (ar putea sa nu fire acceptabil)
  - pentru $n = 500$, atunci un adversar care rulează în 200 de ani sparge schema cu probabilitate aprox. 2^{-500} (acceptabil)

Important de reținut!

- Parametrul de securitate *n* este public cunoscut si parte din schema
- Input-urile pentru toti algoritmii, inclusiv adversarul, sunt polinomiale in *n*
- Tipic, *n* este lungimea cheii secrete (de ex. $n = 128$, 256 etc.)



Criptarea simetrică - redefinită

Definiție

Un sistem de criptare simetric definit peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$, *cu:*

- $\mathcal{K}$ = *spațiul cheilor*
- $\mathcal{M}$ = *spațiul textelor clare (mesaje)*
- $\mathcal{C}$ = *spațiul textelor criptate*

este un triplet $(\mathrm{Gen}, \mathrm{Enc}, \mathrm{Dec})$, *unde:*

1. $\mathrm{Gen}(1^n)$: *este algoritmul probabilistic de generare a cheilor care întoarce o cheie k conform unei distribuții*
2. Enc: *primește o cheie k și un mesaj* $m \in \{0,1\}^*$ *și întoarce* $c \leftarrow Enc_k(m)$
3. Dec: *primește cheia k și textul criptat și întoarce m sau "eroare".*

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 3.2 -
Aleatorism

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Aleatorism

- Am definit ce înseamnă pentru o schemă de criptare să fie sigură (noțiunea de indistinctibilitate, curs 3), vrem să vedem o construcție

Aleatorism

- Am definit ce înseamnă pentru o schemă de criptare să fie sigură (noțiunea de indistinctibilitate, curs 3), vrem să vedem o construcție
- In cadrul securității computaționale putem avea
  - chei mai scurte pentru mesaje mai lungi

Aleatorism

- Am definit ce înseamnă pentru o schemă de criptare să fie sigură (noțiunea de indistinctibilitate, curs 3), vrem să vedem o construcție
- In cadrul securității computaționale putem avea
  - chei mai scurte pentru mesaje mai lungi
  - refolosirea cheilor pentru mai multe mesaje

Aleatorism

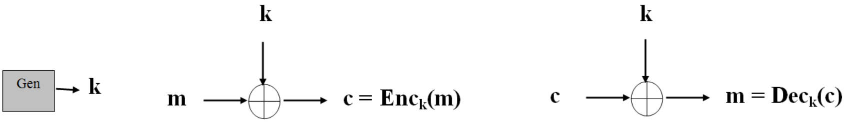
- Incercăm criptare în stil OTP: cheia va masca mesajul dar
  - masca nu va fi doar cheia ci masca $= f(\text{cheie})$ unde f este o functie de extindere a cheii

Aleatorism

- Incercăm criptare în stil OTP: cheia va masca mesajul dar
  - masca nu va fi doar cheia ci masca $= f(\text{cheie})$ unde f este o functie de extindere a cheii
  - pentru securitate perfecta masca trebuie sa fie perfect aleatoare

Aleatorism

- Incercăm criptare în stil OTP: cheia va masca mesajul dar
  - masca nu va fi doar cheia ci masca $= f(\text{cheie})$ unde f este o functie de extindere a cheii
  - pentru securitate perfecta masca trebuie sa fie perfect aleatoare
  - pentru securitate computațională, este suficient ca masca sa para aleatoare pentru un adversar PPT chiar daca nu este
- Vom avea avea nevoie întâi să definim noțiunea de *generatoare de numere pseudoaleatoare* ca element important de construcție pentru schemele de criptare simetrice



Pseudoaleatorismul

- Un șir pseudoaleator "arată" similar unui șir uniform aleator din punct de vedere al oricărui algoritm **polinomial**;

Pseudoaleatorismul

- Un șir pseudoaleator "arată" similar unui șir uniform aleator din punct de vedere al oricărui algoritm **polinomial**;
- Altfel spus: un algoritm **polinomial** nu poate face diferența între o secvență **perfect aleatoare** și una **pseudoaleatore** (decât cu probabilitate neglijabilă);

Pseudoaleatorismul

- Un șir pseudoaleator "arată" similar unui șir uniform aleator din punct de vedere al oricărui algoritm **polinomial**;
- Altfel spus: un algoritm **polinomial** nu poate face diferența între o secvență **perfect aleatoare** și una **pseudoaleatore** (decât cu probabilitate neglijabilă);
- Sau: o distribuție a secvențelor de lungime l este **pseudoaleatoare** dacă este **nedistinctibilă** de distribuția uniformă a secvențelor de lungime l;

Pseudoaleatorismul

- Un șir pseudoaleator "arată" similar unui șir uniform aleator din punct de vedere al oricărui algoritm **polinomial**;
- Altfel spus: un algoritm **polinomial** nu poate face diferența între o secvență **perfect aleatoare** și una **pseudoaleatore** (decât cu probabilitate neglijabilă);
- Sau: o distribuție a secvențelor de lungime l este **pseudoaleatoare** dacă este **nedistinctibilă** de distribuția uniformă a secvențelor de lungime l;
- Mai exact: nici un algoritm polinomial nu poate spune dacă o secvență de lungime l este eșantionarea unei distribuții pseudoaleatoare sau este o secvență total aleatoare de lungime l.

Pseudoaleatorismul

- În analogie cu ce știm deja:
  - **pseudoaleatorismul** este o relaxare a **aleatorismului perfect**

Pseudoaleatorismul

- În analogie cu ce știm deja:
  - **pseudoaleatorismul** este o relaxare a **aleatorismului perfect**

asa cum

  - **securitatea computațională** este o relaxare a **securității perfecte**

Sistem de criptare

- Revenind la criptare ...

Sistem de criptare

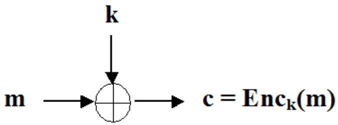
- Revenind la criptare ...
- ... aceasta presupune 2 faze:
  - **Faza 1**: se generează o secvență pseudoaleatoare de biți, folosind un generator de numere pseudoaleatoare (PRG)

Sistem de criptare

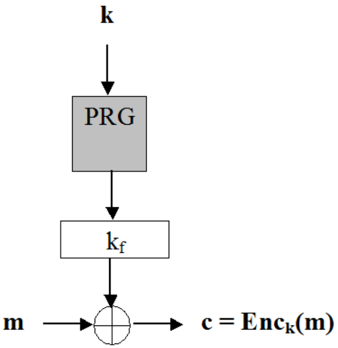
- Revenind la criptare ...
- ... aceasta presupune 2 faze:
  - **Faza 1**: se generează o secvență pseudoaleatoare de biți, folosind un generator de numere pseudoaleatoare (PRG)
  - **Faza 2**: secvența obținută se XOR-ează cu mesajul clar

Sistem de criptare bazat generator de numere aleatoare

OTP (One Time Pad)



Sistem de cripare



PRG

- Ramâne să definim noțiunea de generator de numere aleatoare sau PRG *(PseudoRandom Generator)*;

PRG

- Ramâne să definim noțiunea de generator de numere aleatoare sau PRG *(PseudoRandom Generator)*;
- Acesta este un algoritm **determinist** care primește o "sământă" relativ scurtă *s* (*seed*) și generează o secvență *pseudoaleatoare* de biți;

PRG

- Ramâne să definim noțiunea de generator de numere aleatoare sau PRG *(PseudoRandom Generator)*;
- Acesta este un algoritm **determinist** care primește o "sămânță" relativ scurtă s (*seed*) și generează o secvență *pseudoaleatoare* de biți;
- Notăm $|s| = n$, $|PRG(s)| = l(n)$

PRG

- Ramâne să definim noțiunea de generator de numere aleatoare sau PRG *(PseudoRandom Generator)*;
- Acesta este un algoritm **determinist** care primește o "sămânță" relativ scurtă s (*seed*) și generează o secvență *pseudoaleatoare* de biți;
- Notăm $|s| = n$, $|PRG(s)| = l(n)$
- PRG prezintă interes dacă:

$$l(n) \geq n$$

(altfel NU "generează aleatorism")

PRG

Definiție

Fie $l(\cdot)$ un polinom și G un algoritm polinomial determinist a.î. $\forall n \in \{0,1\}^n$, G generează o secvență de lungime $l(n)$.
G se numește *generator de numere pseudoaleatoare (PRG)* *dacă se satisfac 2 proprietăți:*

1. *Expansiune: $\forall n, l(n) \geq n$*
2. *Pseudoaleatorism: $\forall$ algoritm PPT $\mathcal{D}$, $\exists$ o funcție neglijabilă negl a.î.:*

$$|Pr[D(r) = 1] - Pr[D(G(s)) = 1]| \leq negl(n)$$

unde $r \leftarrow^R \{0,1\}^{l(n)}, s \leftarrow^R \{0,1\}^n$

$l(n)$ se numește *factorul de expansiune* *al lui G*

Notații

- $\mathcal{D}$ = *Distinguisher*
- PPT = Probabilistic Polynomial Time
- $x \leftarrow^{R} X$ = x este ales uniform aleator din X
- $negl(n)$ = o funcție neglijabilă în (parametrul de securitate) n

Notații

- $\mathcal{D}$ = *Distinguisher*
- PPT = Probabilistic Polynomial Time
- $x \leftarrow^R X$ = x este ales uniform aleator din X
- $negl(n)$ = o funcție neglijabilă în (parametrul de securitate) n

În plus:

- Vom nota $\mathcal{A}$ un adversar (Oscar / Eve), care (în general) are putere polinomială de calcul

Exemplu

- Consideram următorul PRG: $G(s) = s || \oplus_{i=1}^{n} s_i$

Exemplu

- Consideram următorul PRG: $G(s) = s|| \oplus_{i=1}^{n} s_i$
- factorul de expansiune $l(n) = n + 1$

Exemplu

- Consideram următorul PRG: $G(s) = s|| \oplus_{i=1}^{n} s_i$
- factorul de expansiune $l(n) = n + 1$
- Consideram algoritmul D astfel: $D(w) = 1$ dacă și numai dacă ultimul bit al lui w este egal cu xor-ul tuturor biților precendenți

Exemplu

- Consideram următorul PRG: $G(s) = s|| \oplus_{i=1}^{n} s_i$
- factorul de expansiune $l(n) = n + 1$
- Consideram algoritmul D astfel: $D(w) = 1$ dacă și numai dacă ultimul bit al lui w este egal cu xor-ul tuturor biților precendenți
- Se verifica usor ca $Pr[D(G(s)) = 1] = 1$

Exemplu

- Consideram următorul PRG: $G(s) = s|| \oplus_{i=1}^{n} s_i$
- factorul de expansiune $l(n) = n + 1$
- Consideram algoritmul D astfel: $D(w) = 1$ dacă și numai dacă ultimul bit al lui w este egal cu xor-ul tuturor biților precendenți
- Se verifica usor ca $Pr[D(G(s)) = 1] = 1$
- Daca r este uniform, atunci bitul final al lui r este uniform si deci $Pr[D(r) = 1] = \frac{1}{2}$

Exemplu

- Consideram următorul PRG: $G(s) = s|| \oplus_{i=1}^{n} s_i$
- factorul de expansiune $l(n) = n + 1$
- Consideram algoritmul D astfel: $D(w) = 1$ dacă și numai dacă ultimul bit al lui w este egal cu xor-ul tuturor biților precendenți
- Se verifica usor ca $Pr[D(G(s)) = 1] = 1$
- Daca r este uniform, atunci bitul final al lui r este uniform si deci $Pr[D(r) = 1] = \frac{1}{2}$
- $|\frac{1}{2} - 1|$ nu e neglijabilă si deci G nu este PRG

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă
- Exemplificam pentru un G care dubleaza lungimea intrarii i.e. $l(n) = 2n$

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă
- Exemplificam pentru un G care dubleaza lungimea intrarii i.e. $l(n) = 2n$
- Pentru distributia uniforma peste $\{0,1\}^{2n}$, fiecare din cele 2^{2n} este ales cu probabilitate ...

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă
- Exemplificam pentru un G care dubleaza lungimea intrarii i.e. $l(n) = 2n$
- Pentru distributia uniforma peste $\{0,1\}^{2n}$, fiecare din cele 2^{2n} este ales cu probabilitate ...
- ... $\frac{1}{2^{2n}}$

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă
- Exemplificam pentru un G care dubleaza lungimea intrarii i.e. $l(n) = 2n$
- Pentru distributia uniforma peste $\{0,1\}^{2n}$, fiecare din cele 2^{2n} este ales cu probabilitate ...
- ... $\frac{1}{2^{2n}}$
- Consideram distributia output-ului lui G cand primeste la intrare un sir uniform de lungime n

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă
- Exemplificam pentru un G care dubleaza lungimea intrarii i.e. $l(n) = 2n$
- Pentru distributia uniforma peste $\{0,1\}^{2n}$, fiecare din cele 2^{2n} este ales cu probabilitate ...
- ... $\frac{1}{2^{2n}}$
- Consideram distributia output-ului lui G cand primeste la intrare un sir uniform de lungime n
- Numarul de siruri diferite din codomeniul lui G este cel mult ...

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă
- Exemplificam pentru un G care dubleaza lungimea intrarii i.e. $l(n) = 2n$
- Pentru distributia uniforma peste $\{0,1\}^{2n}$, fiecare din cele 2^{2n} este ales cu probabilitate ...
- ... $\frac{1}{2^{2n}}$
- Consideram distributia output-ului lui G cand primeste la intrare un sir uniform de lungime n
- Numarul de siruri diferite din codomeniul lui G este cel mult ...
- ... 2^n

Observații

- Distributia output-ului unui PRG este departe de a fi uniformă
- Exemplificam pentru un G care dubleaza lungimea intrarii i.e. $l(n) = 2n$
- Pentru distributia uniforma peste $\{0,1\}^{2n}$, fiecare din cele 2^{2n} este ales cu probabilitate ...
- ... $\frac{1}{2^{2n}}$
- Consideram distributia output-ului lui G cand primeste la intrare un sir uniform de lungime n
- Numarul de siruri diferite din codomeniul lui G este cel mult ...
- ... 2^n
- Probabilitatea ca un sir de lungime $2n$ sa fie output al lui G este $2^n/2^{2n} = 1/2^n$

Observații

- Seed-ul unui PRG este analogul cheii unui sistem de criptare

Observații

- Seed-ul unui PRG este analogul cheii unui sistem de criptare
- seed-ul trebuie ales uniform si mentinut secret

Observații

- Seed-ul unui PRG este analogul cheii unui sistem de criptare
- seed-ul trebuie ales uniform si mentinut secret
- seed-ul trebuie sa fie suficient de lung asa incat un atac prin forta bruta sa nu fie fezabil

Sistem de criptare bazat pe PRG

Definiție

Un sistem de criptare (Enc, Dec) *definit peste* $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$ *se numește sistem de criptare bazat pe PRG dacă:*

1. $Enc : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{C}$

$$c = Enc_k(m) = G(k) \oplus m$$

2. $Dec : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \to \mathcal{M}$

$$m = Dec_k(c) = G(k) \oplus c$$

unde G *este un generator de numere pseudoaleatoare cu factorul de expansiune* l, $k \in \{0,1\}^n$, $m \in \{0,1\}^{l(n)}$

Securitate - interceptare unică

Teoremă

Dacă G este PRG, atunci sistemul definit anterior este un sistem de criptare simetric de lungime fixă computațional sigur pentru un atacator pasiv care care poate intercepta un mesaj.

Demonstrație intuitivă

- OTP este perfect sigur;

Demonstrație intuitivă

- OTP este perfect sigur;
- Criptarea bazata pe PRG se obține din OTP prin înlocuirea *pad* cu $G(k)$;

Demonstrație intuitivă

- OTP este perfect sigur;
- Criptarea bazata pe PRG se obține din OTP prin înlocuirea *pad* cu $G(k)$;
- Dacă G este PRG, atunci *pad* și $G(k)$ sunt indistinctibile pentru orice $\mathcal{A}$ adversar PPT;

Demonstrație intuitivă

- OTP este perfect sigur;
- Criptarea bazata pe PRG se obține din OTP prin înlocuirea *pad* cu $G(k)$;
- Dacă G este PRG, atunci *pad* și $G(k)$ sunt indistinctibile pentru orice $\mathcal{A}$ adversar PPT;
- În concluzie, OTP și sistemul de criptare bazat pe PRG sunt indistinctibile pentru $\mathcal{A}$.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 4.0 -
Noțiuni de securitate mai puternice

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Securitate computațională

In cursurile anterioare:

- Am definit securitate perfectă, am vazut OTP - perfect sigur și am evidențiat limitările practice

Securitate computațională

In cursurile anterioare:

- Am definit securitate perfectă, am vazut OTP - perfect sigur și am evidențiat limitările practice
- In practică, vrem chei mai scurte și refolosirea cheii

Securitate computațională

In cursurile anterioare:

- Am definit securitate perfectă, am vazut OTP - perfect sigur și am evidențiat limitările practice
- In practică, vrem chei mai scurte și refolosirea cheii
- Am slăbit noțiunea de securitate perfectă și am obținut securitate computațională, considerand un adversar polinomial cu probabilitate neglijabilă de succes

Securitate computațională

In cursurile anterioare:

- Am definit securitate perfectă, am vazut OTP - perfect sigur și am evidențiat limitările practice
- In practică, vrem chei mai scurte și refolosirea cheii
- Am slăbit noțiunea de securitate perfectă și am obținut securitate computațională, considerand un adversar polinomial cu probabilitate neglijabilă de succes
- Am construit un sistem de criptare computațional sigur (satisface indistinctibilitatea) pentru care cheia de criptare este mai scurtă

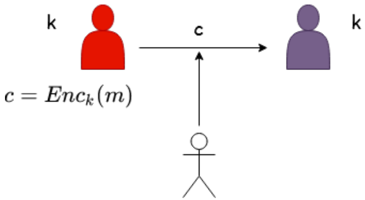
Securitate computațională

In cursurile anterioare:

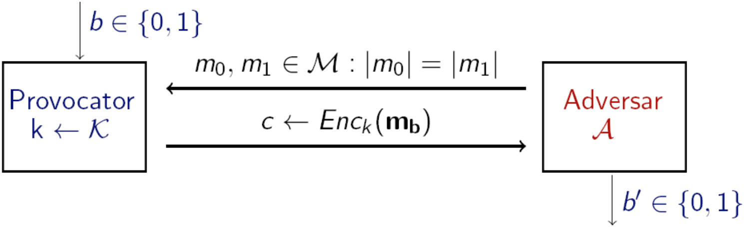
- Am definit securitate perfectă, am vazut OTP - perfect sigur și am evidențiat limitările practice
- In practică, vrem chei mai scurte și refolosirea cheii
- Am slăbit noțiunea de securitate perfectă și am obținut securitate computațională, considerand un adversar polinomial cu probabilitate neglijabilă de succes
- Am construit un sistem de criptare computațional sigur (satisface indistinctibilitatea) pentru care cheia de criptare este mai scurtă
- Insă acest sistem de criptare nu permite refolosirea cheii în siguranță

Securitate computațională

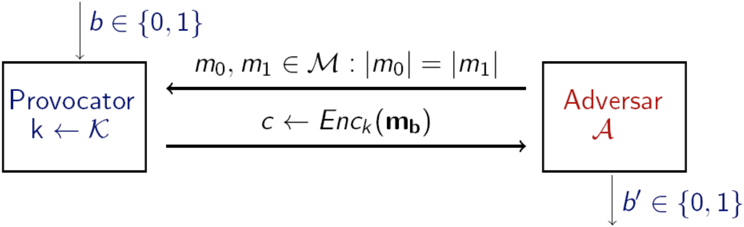
- In continuare considerăm noțiuni de securitate mai puternice care ne vor folosi pentru a obține refolosirea cheii
- Reamintim noțiunea de indistinctibilitate definită anterior, în cazul unui adversar care interceptează un singur mesaj criptat



Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

Securitate - interceptare simplă

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ este indistinctibilă în prezența unui atacator pasiv dacă pentru orice adversar $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

Securitate pentru interceptare multiplă

- In definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;

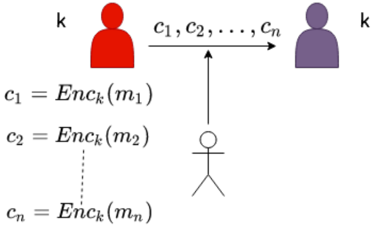
Securitate pentru interceptare multiplă

- In definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;

- In realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;

Securitate pentru interceptare multiplă

- In definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;
- In realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;
- Definim ce înseamnă o schemă sigură chiar și în aceste condiții.



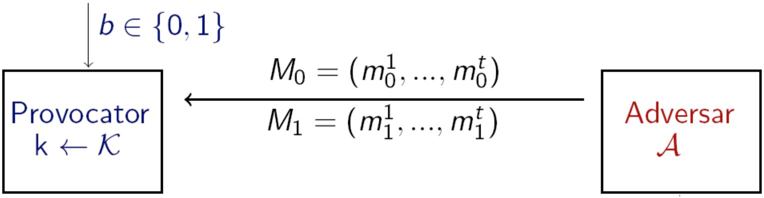
Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

$b \in \{0,1\}$

Provocator
$k \leftarrow \mathcal{K}$

Adversar
$\mathcal{A}$

Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

$b \in \{0,1\}$

Provocator
$k \leftarrow \mathcal{K}$

$M_0 = (m_0^1, ..., m_0^t)$

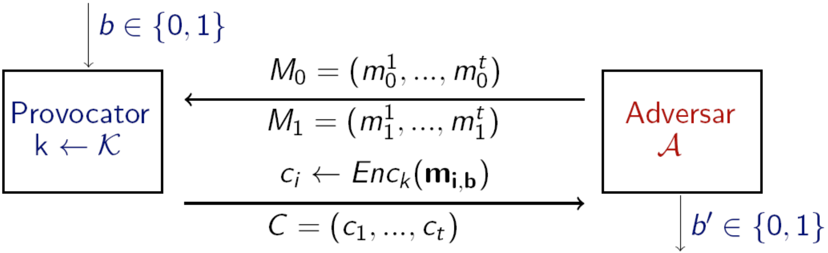
$M_1 = (m_1^1, ..., m_1^t)$

$c_i \leftarrow Enc_k(\mathbf{m_{i,b}})$

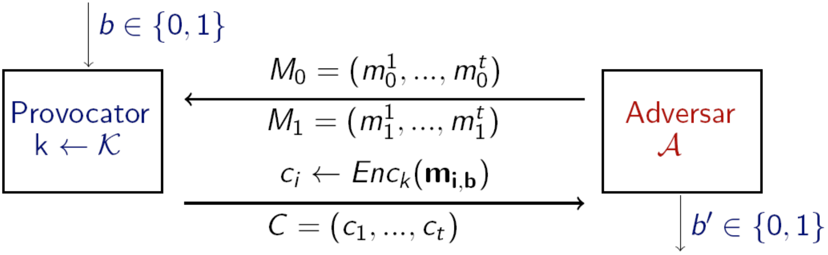
$C = (c_1, ..., c_t)$

Adversar
$\mathcal{A}$

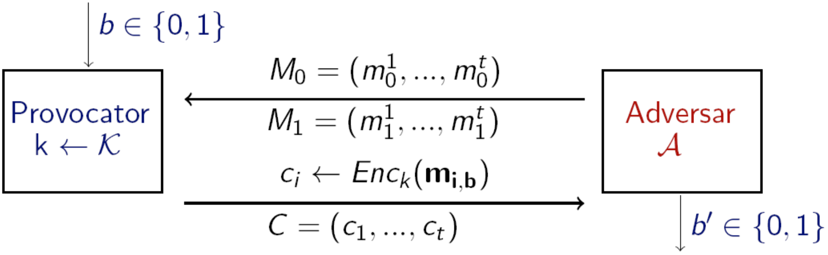
Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{mult}(n)$



Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{mult}(n)$

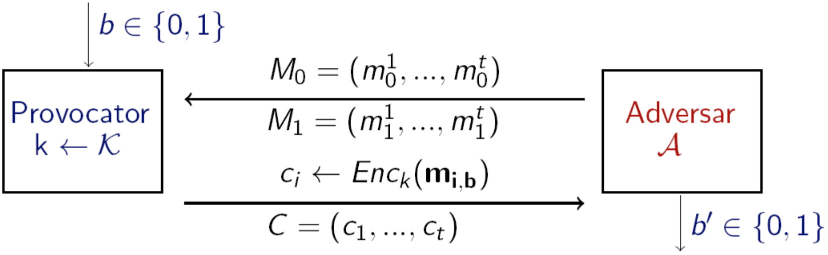


Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{mult}(n)$



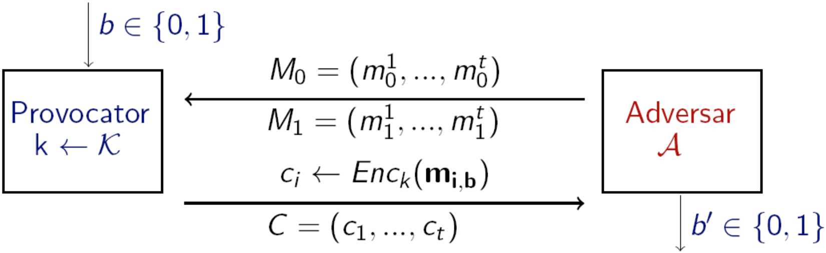
- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;

Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.

Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{mult}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.
- Securitatea pentru interceptare **simplă** nu implică securitate pentru interceptare **multiplă**!

Securitate pentru interceptare multiplă

Securitate pentru interceptare multiplă

Teoremă

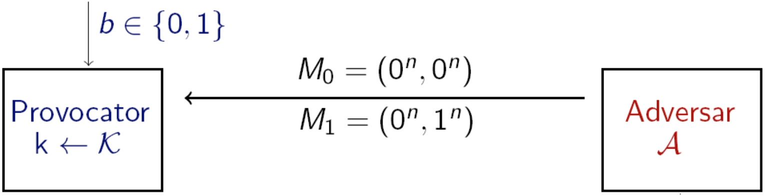
O schemă de criptare (Enc, Dec) *unde funcția Enc este deterministă nu are proprietatea de securitate la interceptare multiplă conform cu definiția de mai sus.*

Demonstrație

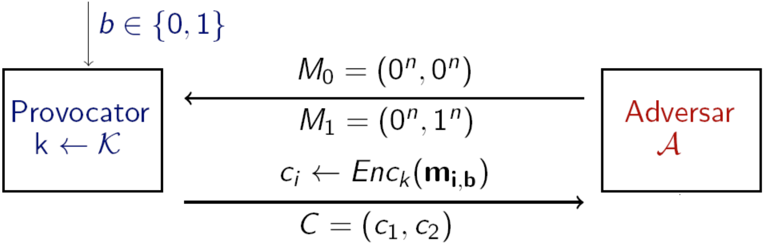
- Intuitiv, am vazut că schema OTP este sigură doar când o cheie este folosită o singură dată;
- La sistemul de criptare bazat pe PRG se întâmplă același lucru;
- Vom considera un adversar $\mathcal{A}$ care atacă schema (în sensul experimentului $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$)

Demonstrație

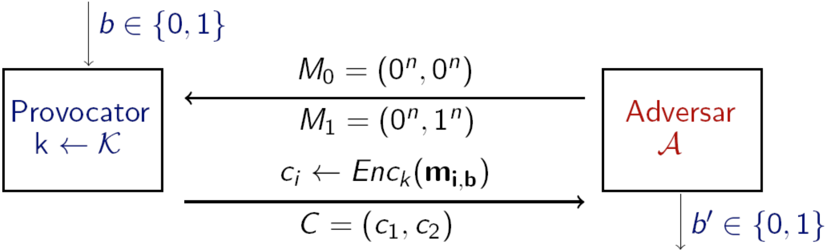
Demonstrație



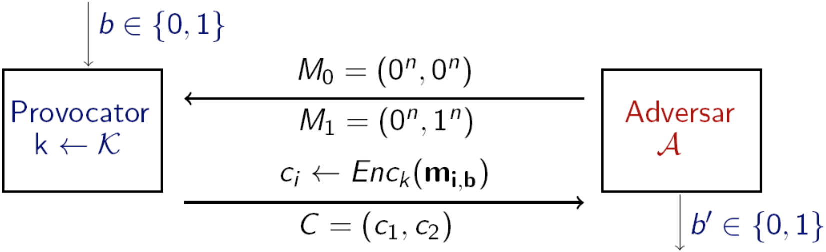
Demonstrație



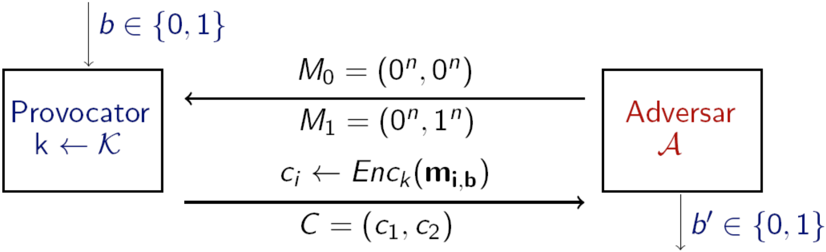
Demonstrație



Demonstrație

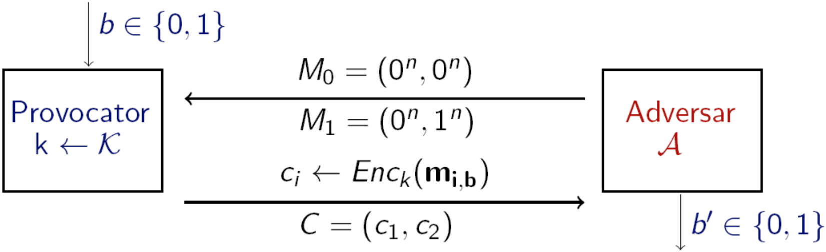


Demonstrație



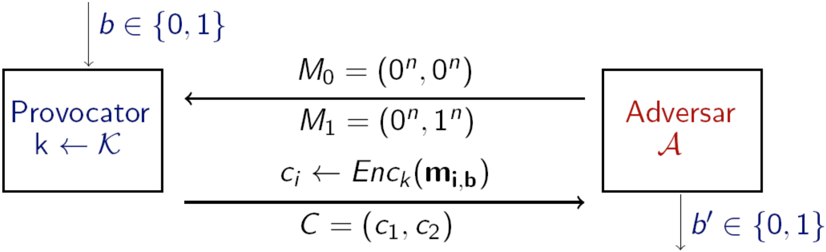
- Dacă $c_1 = c_2$, atunci $\mathcal{A}$ întoarce 0, altfel $\mathcal{A}$ întoarce 1.

Demonstrație



- Dacă $c_1 = c_2$, atunci $\mathcal{A}$ întoarce 0, altfel $\mathcal{A}$ întoarce 1.
- Analizăm probabilitatea ca $\mathcal{A}$ să ghicească b: dacă $b = 0$, același mesaj este criptat mereu ($m_0^1 = m_0^2$) iar $c_1 = c_2$ și deci $\mathcal{A}$ întoarce mereu 0;

Demonstrație



- Dacă $c_1 = c_2$, atunci $\mathcal{A}$ întoarce 0, altfel $\mathcal{A}$ întoarce 1.
- Analizăm probabilitatea ca $\mathcal{A}$ să ghicească b: dacă $b = 0$, același mesaj este criptat mereu ($m_0^1 = m_0^2$) iar $c_1 = c_2$ și deci $\mathcal{A}$ întoarce mereu 0;
- Dacă $b = 1$, atunci ($m_1^1 \neq m_1^2$) iar $c_1 \neq c_2$ și deci $\mathcal{A}$ întoarce mereu 1.

Concluzie

- $\mathcal{A}$ ghicește bitul b cu probabilitate 1 și deci schema nu este indistinctibilă la interceptare multiplă
- Pentru a obține *securitate la interceptare multipla*, avem nevoie de o schemă de criptare *probabilista*, așa încât la criptari succesive ale aceluiași mesaj să obținem texte criptate diferite

Scenarii de atac

- Reamintim câteva dintre scenariile de atac pe care le-am mai întâlnit:
  - Atac cu text criptat: Atacatorul știe doar *textul criptat* - poate încerca un atac prin forță brută prin care se parcurg toate cheile până se găsește cea corectă;

Scenarii de atac

- Reamintim câteva dintre scenariile de atac pe care le-am mai întâlnit:
    - Atac cu text criptat: Atacatorul știe doar *textul criptat* - poate încerca un atac prin forță brută prin care se parcurg toate cheile până se găsește cea corectă;
    - Atac cu text clar: Atacatorul cunoaște una sau mai multe perechi *(text clar, text criptat)*;

Scenarii de atac

- Reamintim câteva dintre scenariile de atac pe care le-am mai întâlnit:
  - Atac cu text criptat: Atacatorul știe doar *textul criptat* - poate încerca un atac prin forță brută prin care se parcurg toate cheile până se găsește cea corectă;
  - Atac cu text clar: Atacatorul cunoaște una sau mai multe perechi *(text clar, text criptat)*;
  - Atac cu text clar ales: Atacatorul poate obține criptarea unor texte clare alese de el;

Scenarii de atac

- Reamintim câteva dintre scenariile de atac pe care le-am mai întâlnit:
    - Atac cu text criptat: Atacatorul știe doar *textul criptat* - poate încerca un atac prin forță brută prin care se parcurg toate cheile până se găsește cea corectă;
    - Atac cu text clar: Atacatorul cunoaște una sau mai multe perechi *(text clar, text criptat)*;
    - Atac cu text clar ales: Atacatorul poate obține criptarea unor texte clare alese de el;
    - Atac cu text criptat ales: Atacatorul are posibilitatea să obțină decriptarea unor texte criptate alese de el.

Scenarii de atac

- Ultimele 2 scenarii de atac oferă adversarului putere crescută;

Scenarii de atac

- Ultimele 2 scenarii de atac oferă adversarului putere crescută;
- Acesta devine un adversar **activ**, care primește abilitatea de a obține criptarea și / sau decriptarea unor mesaje, respectiv texte criptate alese de el;

Scenarii de atac

- Ultimele 2 scenarii de atac oferă adversarului putere crescută;
- Acesta devine un adversar **activ**, care primește abilitatea de a obține criptarea și / sau decriptarea unor mesaje, respectiv texte criptate alese de el;
- În plus, adversarul poate alege mesajele sau textele criptate în mod **adaptiv** în funcție de răspunsurile primite precedent.

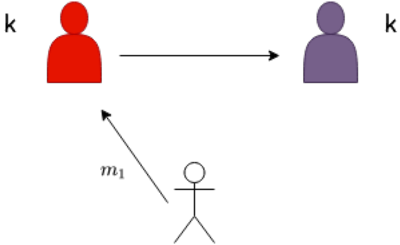
Securitate CPA

Securitate CPA

- CPA (Chosen-Plaintext Attack): adversarul poate să obțină criptarea unor mesaje alese de el;

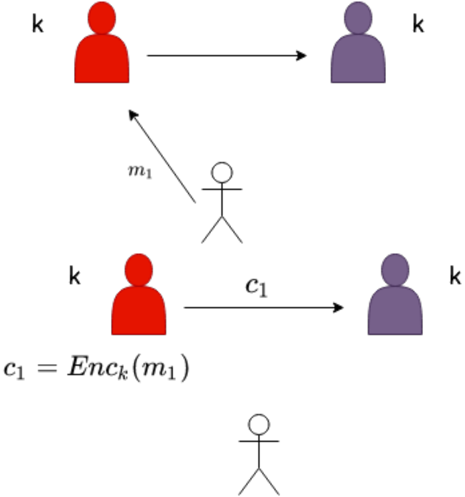
Securitate CPA

- CPA (Chosen-Plaintext Attack): adversarul poate să obțină criptarea unor mesaje alese de el;



Securitate CPA

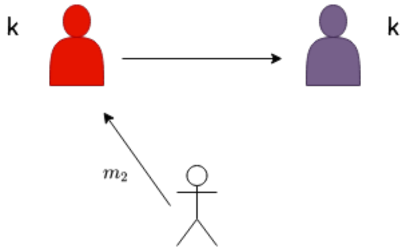
- CPA (Chosen-Plaintext Attack): adversarul poate să obțină criptarea unor mesaje alese de el;



Securitate CPA

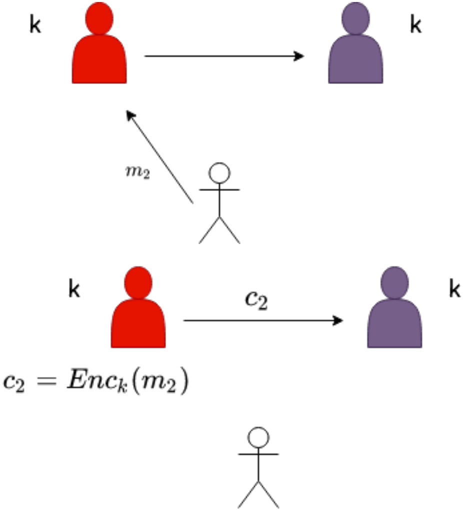
Securitate CPA

- adversarul poate cere criptarea unor mesaje alese de el repetitiv (polinomial de multe ori)



Securitate CPA

- adversarul poate cere criptarea unor mesaje alese de el repetitiv (polinomial de multe ori)



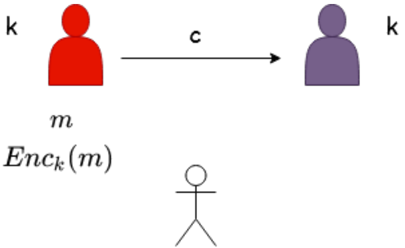
Securitate CPA

Securitate CPA

- mai tarziu adversarul observă criptarea unui mesaj necunoscut

Securitate CPA

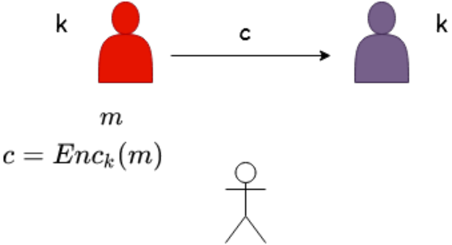
- mai tarziu adversarul observă criptarea unui mesaj necunoscut



$$m$$
$$c = Enc_k(m)$$

Securitate CPA

- mai tarziu adversarul observă criptarea unui mesaj necunoscut



- dorim ca adversarul să nu afle nici un fel de informație despre mesajul m

Securitate CPA

- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de criptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;

Securitate CPA

- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de criptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;
- Adversarul poate transmite către oracol orice mesaj m și primește înapoi textul criptat corespunzător;

Securitate CPA

- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de criptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;
- Adversarul poate transmite către oracol orice mesaj m și primește înapoi textul criptat corespunzător;
- Dacă sistemul de criptare este nedeterminist, atunci oracolul folosește de fiecare dată o valoare aleatoare nouă și neutilizată anterior.

Securitate CPA

- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul poate să distingă între criptările a două mesaje aleatoare;

Securitate CPA

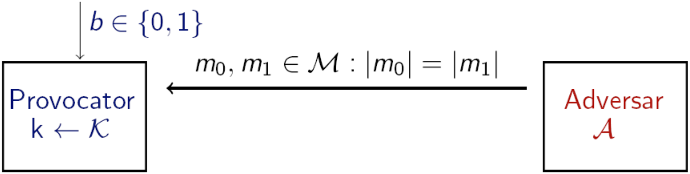
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul poate să distingă între criptările a două mesaje aleatoare;
- Vom defini securitatea CPA pe baza unui experiment de indistinctibilitate $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π;

Securitate CPA

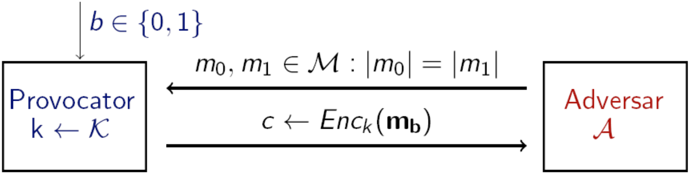
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul poate să distingă între criptările a două mesaje aleatoare;
- Vom defini securitatea CPA pe baza unui experiment de indistinctibilitate $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π;
- Personajele participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**;

Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

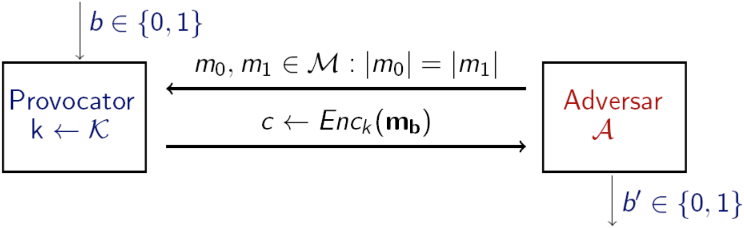
Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



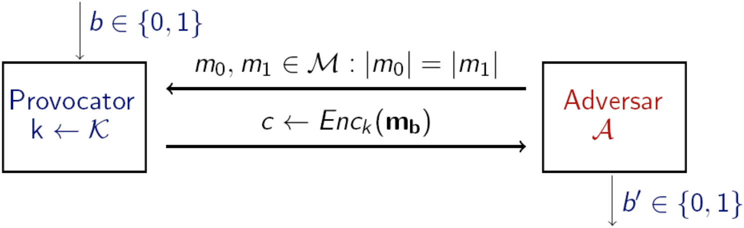
Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

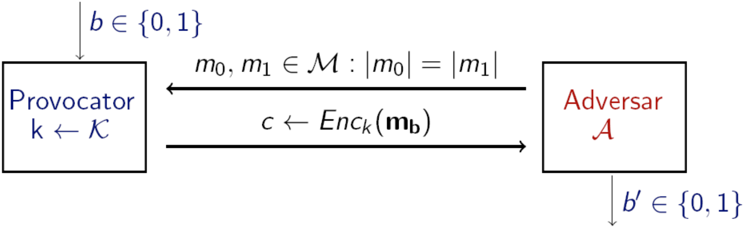


Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Pe toată durata experimentului, $\mathcal{A}$ are acces la oracolul de criptare $Enc_k(\cdot)$!

Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ *este* *CPA-sigură* *dacă pentru orice adversar PPT* $\mathcal{A}$ *există o funcție neglijabilă negl așa încât*

$$Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ *este* *CPA-sigură* *dacă pentru orice adversar PPT* $\mathcal{A}$ *există o funcție neglijabilă negl așa încât*

$$Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

- Un adversar nu poate determina care text clar a fost criptat cu o probabilitate semnificativ mai mare decât dacă ar fi ghicit (în sens aleator, dat cu banul), chiar dacă are acces la oracolul de criptare.

Securitate CPA - al doilea război mondial

criptanaliza sistemului de criptare german Enigma de către englezi

Puterile Aliate

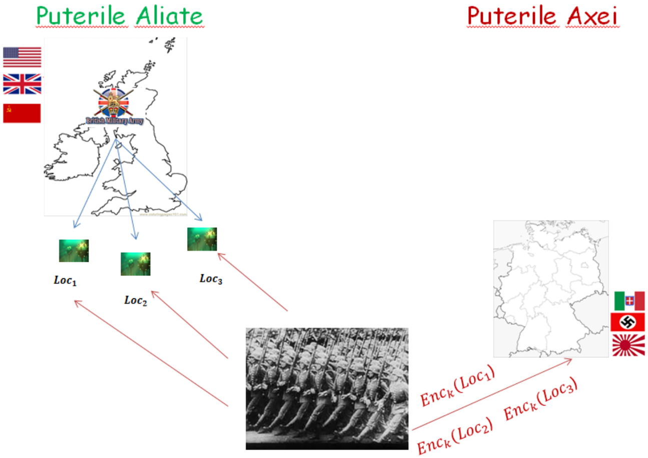
Puterile Axei

Securitate CPA - al doilea război mondial

armata engleză a plasat mine în anumite locații...

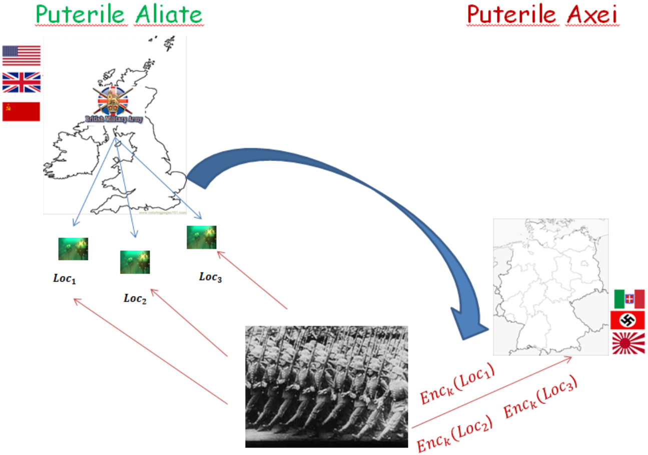
Securitate CPA - al doilea război mondial

...știind că armata germană le va găsi și va trimite locațiile lor criptate către sediu



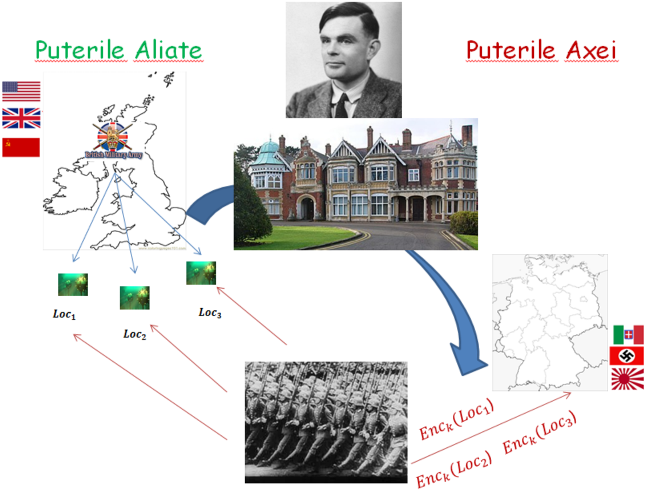
Securitate CPA - al doilea război mondial

aceste mesaje criptate au fost interceptate de către englezi ...



Securitate CPA - al doilea război mondial

... si folosite la Bletchely Park pentru criptanaliza mașinii Enigma



Securitate CPA

- Întrebare: Un sistem de criptare CPA-sigur are întotdeauna proprietatea de indistinctibilitate?

Securitate CPA

- Întrebare: Un sistem de criptare CPA-sigur are întotdeauna proprietatea de indistinctibilitate?
- Răspuns: DA! Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ este $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ în care $\mathcal{A}$ nu folosește oracolul de criptare.

Securitate CPA

- Întrebare: Un sistem de criptare CPA-sigur are întotdeauna proprietatea de indistinctibilitate?
- Răspuns: DA! Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ este $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ în care $\mathcal{A}$ nu folosește oracolul de criptare.
- Întrebare: Un sistem de criptare determinist poate fi CPA-sigur?

Securitate CPA

- Întrebare: Un sistem de criptare CPA-sigur are întotdeauna proprietatea de indistinctibilitate?
- Răspuns: DA! Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ este $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ în care $\mathcal{A}$ nu folosește oracolul de criptare.
- Întrebare: Un sistem de criptare determinist poate fi CPA-sigur?
- Răspuns: NU! Adversarul cere oracolului criptarea mesajului m_0. Dacă textul criptat este egal cu c, atunci $b' = 0$, altfel $b' = 1$. În concluzie, $\mathcal{A}$ câștigă cu probabilitate 1.

Securitate CPA - Criptare multiplă

- În definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;

Securitate CPA - Criptare multiplă

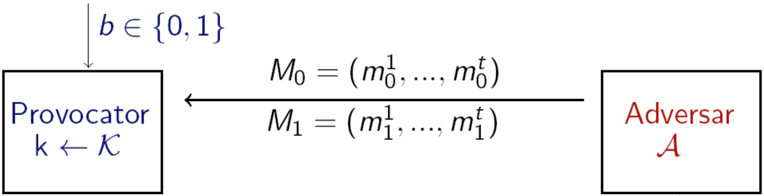
- În definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;
- În realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;

Securitate CPA - Criptare multiplă

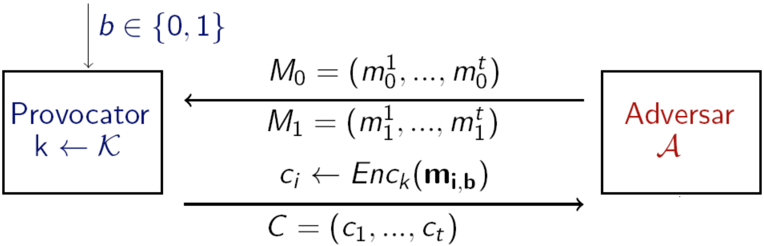
- În definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;
- În realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;
- Definim ce înseamnă o schemă sigură chiar și în aceste condiții.

Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{cpa}(n)$

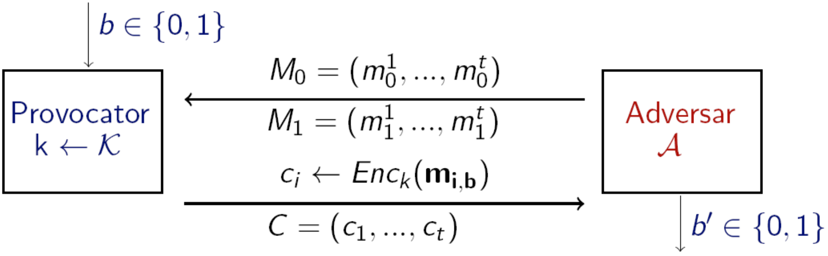
Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{cpa}(n)$



Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

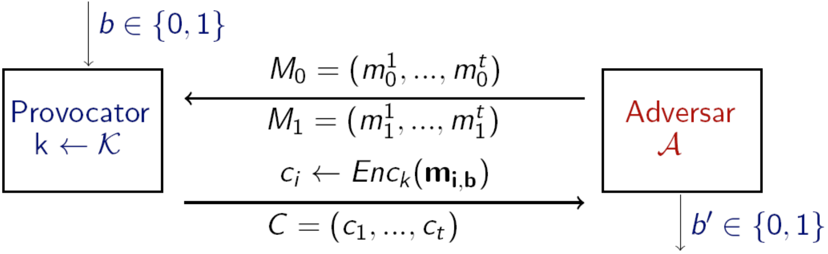


Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



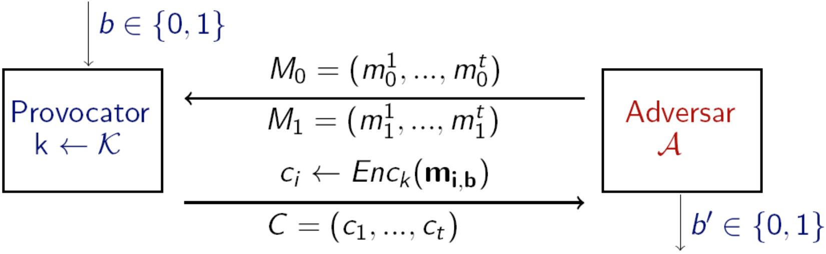
- Pe toată durata experimentului, $\mathcal{A}$ are acces la oracolul de criptare $Enc_k(\cdot)$!

Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



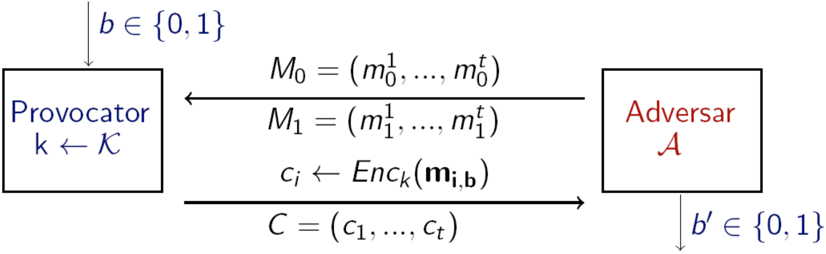
- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;

Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.

Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.
- Securitatea pentru criptare **simplă** implică securitate pentru criptare **multiplă**!

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 4.1 -
Sisteme fluide - stream ciphers

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Recapitulare - PRG

- am definit generatoarele de numere pseudo-aleatoare, am văzut că ele sunt vulnerabile în fața unui adversar nelimitat computațional și că putem construi sisteme de criptare sigure bazate pe ele

Recapitulare - PRG

- am definit generatoarele de numere pseudo-aleatoare, am văzut că ele sunt vulnerabile în fața unui adversar nelimitat computațional și că putem construi sisteme de criptare sigure bazate pe ele
- Intrebare PRG există?

Recapitulare - PRG

- am definit generatoarele de numere pseudo-aleatoare, am văzut că ele sunt vulnerabile în fața unui adversar nelimitat computațional și că putem construi sisteme de criptare sigure bazate pe ele
- Intrebare PRG există?
- Răspuns: nu putem demonstra necondiționat, dar credem cu tărie că există

Recapitulare - PRG

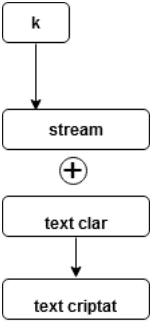
- am definit generatoarele de numere pseudo-aleatoare, am văzut că ele sunt vulnerabile în fața unui adversar nelimitat computațional și că putem construi sisteme de criptare sigure bazate pe ele
- Intrebare PRG există?
- Răspuns: nu putem demonstra necondiționat, dar credem cu tărie că există
- Explicație: d.p.d.v. teoretic, putem construi PRG condiționat, bazat pe existența funcțiilor one-way

Recapitulare - PRG

- am definit generatoarele de numere pseudo-aleatoare, am văzut că ele sunt vulnerabile în fața unui adversar nelimitat computațional și că putem construi sisteme de criptare sigure bazate pe ele
- Intrebare PRG există?
- Răspuns: nu putem demonstra necondiționat, dar credem cu tărie că există
- Explicație: d.p.d.v. teoretic, putem construi PRG condiționat, bazat pe existența funcțiilor one-way
- In practică, construcțiile existente pentru PRG nu pot fi demonstrate ca fiind sigure, dar credem că sunt întrucât nu se cunosc algoritmi "distinguisher" ($\mathcal{D}$) eficienți $\rightarrow$ prezumpție: PRG există.

PRG-uri în practică

- Dezavantaj: PRG, asa cum le-am definit, produc tot output-ul odată și acesta este de lungime fixă
- In practică, PRG-urile sunt instanțiate cu sisteme de criptare fluide



Sisteme fluide

- sistemele fluide produc biții de output (pseudo-aleatori) gradual și la cerere, fiind mai eficiente și flexibile

Sisteme fluide

- sistemele fluide produc biții de output (pseudo-aleatori) gradual și la cerere, fiind mai eficiente și flexibile
- criptarea cu un sistem fluid presupune 2 faze:
  - **Faza 1**: se generează o secvență pseudoaleatoare de biți, folosind un generator de numere pseudoaleatoare (PRG)

Sisteme fluide

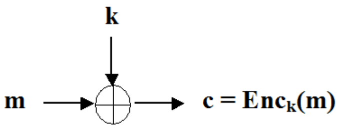
- sistemele fluide produc biții de output (pseudo-aleatori) gradual și la cerere, fiind mai eficiente și flexibile
- criptarea cu un sistem fluid presupune 2 faze:
  - **Faza 1**: se generează o secvență pseudoaleatoare de biți, folosind un generator de numere pseudoaleatoare (PRG)
  - **Faza 2**: secvența obținută se XOR-ează cu mesajul clar

Sisteme fluide

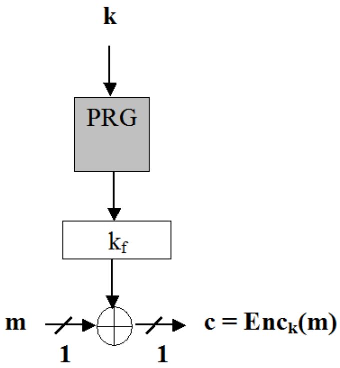
- sistemele fluide produc biții de output (pseudo-aleatori) gradual și la cerere, fiind mai eficiente și flexibile
- criptarea cu un sistem fluid presupune 2 faze:
  - **Faza 1**: se generează o secvență pseudoaleatoare de biți, folosind un generator de numere pseudoaleatoare (PRG)
  - **Faza 2**: secvența obținută se XOR-ează cu mesajul clar
- Atenție! De multe ori când ne referim la un sistem de criptare fluid considerăm doar Faza 1

Sisteme fluide

OTP (One Time Pad)



Sisteme fluide



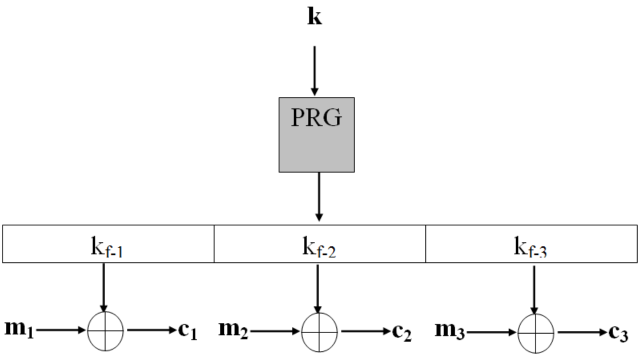
Securitate - interceptare multiplă

- Un sistem de criptare fluid în varianta prezentată este determinist: *unui text clar îi corespunde întotdeauna același mesaj criptat*;
- În consecință, utilizarea unui sistem fluid în forma prezentată pentru criptarea mai multor mesaje (cu aceeași cheie) este nesigură;
- Un sistem de criptare fluid se folosește în practică în 2 moduri: sincronizat și nesincronizat.

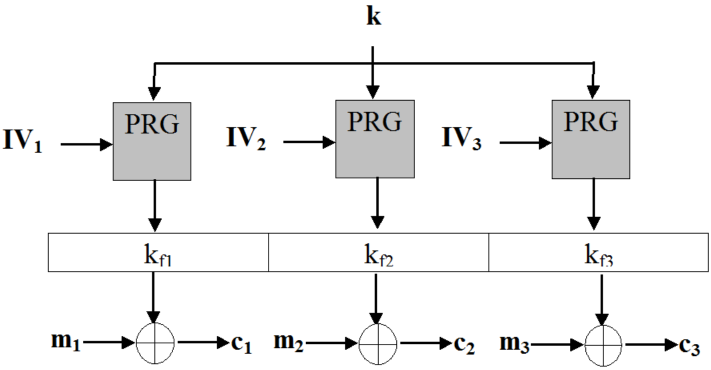
Moduri de utilizare

- modul sincronizat: partenerii de comunicație folosesc pentru criptarea mesajelor *părți succesive* ale secvenței pseudoaleatoare generate;
- modul nesincronizat: partenerii de comunicație folosesc pentru criptarea mesajelor secvențe pseudoaleatoare *diferite*.

Modul sincronizat



Modul nesincronizat



Moduri de utilizare

Modul sincronizat

- mesajele sunt criptate în mod succesiv (participanții trebuie să știe care părți au fost deja folosite)
- necesită păstrarea stării
- mesajele succesive pot fi percepute ca un *singur mesaj clar lung*, obținut prin concatenarea measajelor succesive
- se pretează unei singure sesiuni de comunicații

Modul nesincronizat

- mesajele sunt criptate în mod independent
- NU necesită păstrarea stării
- valorile $IV_1, IV_2, \ldots$ sunt alese uniform aleator pentru fiecare mesaj transmis
- valorile $IV_1, IV_2, \ldots$ (dar si IV în modul sincronizat) fac parte din mesajul criptat
  (sunt necesare pentru decriptare)

Proprietăți necesare ale PRG în modul nesincronizat

Fie $G(s, IV)$ un PRG cu 2 intrări:

- s = *seed*
- IV = *Initialization Vector*

PRG trebuie să se satisfacă (cel puțin):

1. $G(s, IV)$ este o secvență pseudoaleatoare chiar dacă IV este public (i.e. securitatea lui G constă în securitatea lui s);
2. dacă IV_1 și IV_2 sunt valori uniform aleatoare, atunci $G(s, IV_1)$ și $G(s, IV_2)$ sunt indistinctibile.

Exemple

- RC4 (Ron"s Cipher 4):
  - definit de R.Rivest, în 1987
  - utilizat în WEP
  - inițial secret !

Exemple

- RC4 (Ron''s Cipher 4):
  - definit de R.Rivest, în 1987
  - utilizat în WEP
  - inițial secret !
- WEP (Wired Equivalent Privacy):
  - standard IEEE 802.11, 1999 (rețele fără fir)
  - înlocuit în 2003 de WPA (Wi-Fi Protected Access), 2004 WPA2 - IEEE 802.11i

Exemple

- A5/1:
  - definit în 1987 pentru Europa și SUA
  - A5/2 definit în 1989 ca o variantă mai slabă pentru alte zone geografice
  - utilizat în rețelele de telefonie mobilă GSM
  - inițial secret !

Exemple

- A5/1:
  - definit în 1987 pentru Europa și SUA
  - A5/2 definit în 1989 ca o variantă mai slabă pentru alte zone geografice
  - utilizat în rețelele de telefonie mobilă GSM
  - inițial secret !
- SEAL (Software-Optimized Encryption Algorithm)
  - definit de D.Coppersmith și P.Rogaway, în 1993
  - prezintă o implementare foarte eficientă pe procesoarele pe 32 de biți
  - versiunea curentă (SEAL 3.0) este patentată IBM

Important de reținut!

- Noțiunile de pseudoaleatorism, PRG
- OTP vs. Sisteme fluide
- Transpunerea sistemelor fluide în practică

Securitatea Sistemelor Informatice

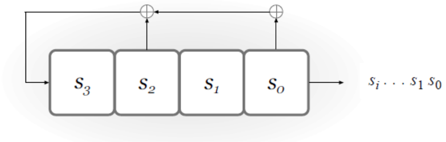
- Curs 4.2 -
Exemple sisteme fluide

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

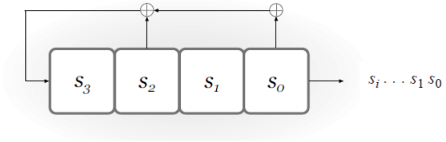
Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)

- sunt foarte eficiente în implementari hardware
- au proprietăți statistice bune dar totuși sunt predictibile, deci nu sunt PRG-uri sigure din punct de vedere criptografic
- Mai jos este un exemplu



- Componente, în general:
  - *n regiștri* $s_{n-1}, \ldots, s_0$ - fiecare contine un singur bit
  - *n coeficienti feedback* $c_{n-1}, \ldots, c_0$
  - *gradul* este n

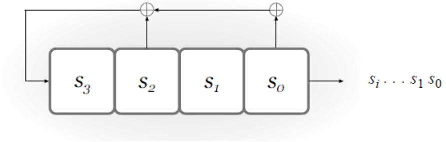
Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)



In exemplul de mai sus avem

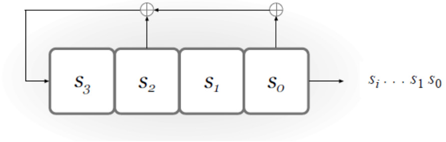
- $c_0 = c_2 = 1$ si $c_1 = c_3 = 0$
- fiecare bit de la ieșire este calculat după formula $c_0 s_0 \oplus \ldots \oplus c_3 s_3$
- la fiecare tact de ceas, LFSR scoate la ieșire valoarea din registrul s_0 iar valorile din ceilalți regiștri sunt deplasate la dreapta cu o poziție

Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)



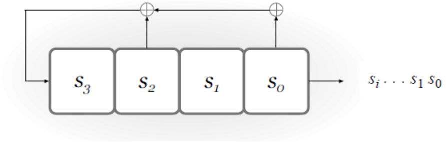
Pentru starea inițială (0,0,1,1), biții de la ieșire vor fi ...

Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)



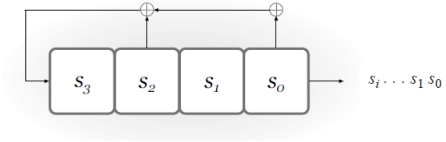
Pentru starea inițială (0,0,1,1), biții de la ieșire vor fi ...
(0,0,1,1)

Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)



Pentru starea inițială (0,0,1,1), biții de la ieșire vor fi ...
(0,0,1,1)
(1,0,0,1)
...

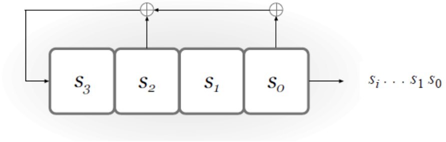
Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)



Pentru starea inițială (0,0,1,1), biții de la ieșire vor fi ...
(0,0,1,1)
(1,0,0,1)
...
In general

- starea LFSR constă din n biți (conținutul regiștrilor la un moment dat)

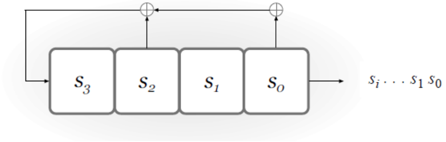
Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)



Pentru starea inițială (0,0,1,1), biții de la ieșire vor fi ...
(0,0,1,1)
(1,0,0,1)
...
In general

- starea LFSR constă din n biți (conținutul regiștrilor la un moment dat)
- există cel mult 2^n stări posibile până când output-ul LFSR-ului se repetă

Linear-Feedback Shift Registers (LFSR)



Pentru starea inițială (0,0,1,1), biții de la ieșire vor fi ...
(0,0,1,1)
(1,0,0,1)
...
In general

- starea LFSR constă din n biți (conținutul regiștrilor la un moment dat)
- există cel mult 2^n stări posibile până când output-ul LFSR-ului se repetă
- cunoscând cel mult $2n$ biti de la ieșire, un atacator poate afla starea inițială și coeficienții de feedback

RC4
Informații generale

RC4 este:

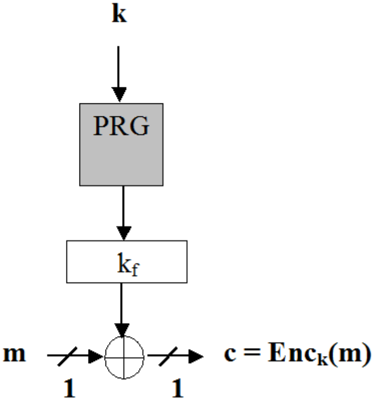
- introdus de R. Rivest la MIT (1987);
- înregsitrat ca marca a RSA Data Security;
- păstrat secret până în 1994 când a devenit public;
- utilizat în WEP, SSL/TLS.

Descriere

- RC4 este un sistem de criptare fluid pe octeți:

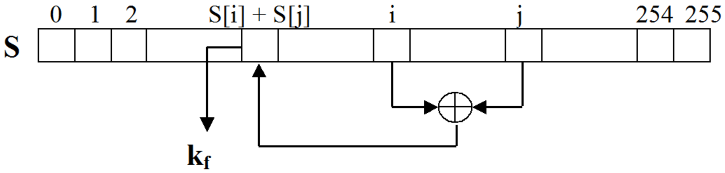
$$m \in \{0,1\}^8, c \in \{0,1\}^8$$

- Ramâne de definit PRG...



Descriere

- 2 faze:
  - inițializare: determină starea internă, fără să producă chei fluide;
  - generare de chei fluide: modifică starea internă și generează un octet (*cheia fluidă*) care se XOR-ează cu m pentru a obține c;
- Starea internă:
  - un tablou S de 256 octeți: $S[0], \ldots, S[255]$;
  - 2 indici i și j;
- Toate operațiile se efectuează pe octeți (i.e. $\pmod{256}$).



Descriere

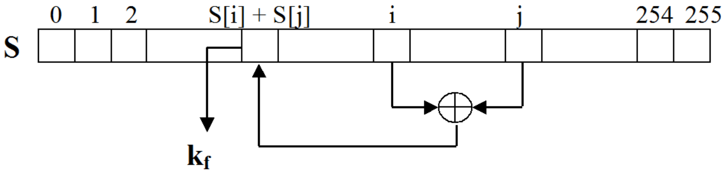
Faza 1. Inițializare

- n = numărul octeților din cheie, $1 \leq n \leq 256$
- $j \leftarrow 0$
  for $i = 0$ **to** 255 **do**
  $S[i] \leftarrow i$
  end for
  for $i = 0$ **to** 255 **do**
  $j \leftarrow j + S[i] + k[i \pmod{n}]$
  swap $(S[i], S[j])$
  end for
  $i \leftarrow 0$
  $j \leftarrow 0$

Descriere

Faza 2. Generarea cheii fluide

- cheia se obține octet cu octet
- $i \leftarrow i + 1$
  $j \leftarrow j + S[i]$
  swap $(S[i], S[j])$
  return $S[S[i] + S[j]]$



Descriere

Detalii de implementare:

- $5 \leq n \leq 16 \Rightarrow 40 \leq |k| \leq 256$;
- memorie: 256 octeți (pentru S) și câteva variabile *byte*;
- operații simple, rapid de executat.

Securitate

- primii octeți generați drept cheie fluidă sunt total ne-aleatori și oferă informații despre cheie (Fluhrer, Mantin and Shamir 2001)
- RC4 pe 104 biți (utilizat pentru WEP pe 128 biți) a fost spart în aprox. 1 min (algoritm al lui Tews, Weinmann, Pychkine 2001, bazat pe idea lui Klein 2005)
- un atac recent arată că pot fi determinați primii aprox. 200 octeți din textul clar criptat cu RC4 în TLS cunoscând $[2^{28} - 2^{32}]$ criptări independente (Royal Holloway, 2013)

Vulnerabilitati LFSR

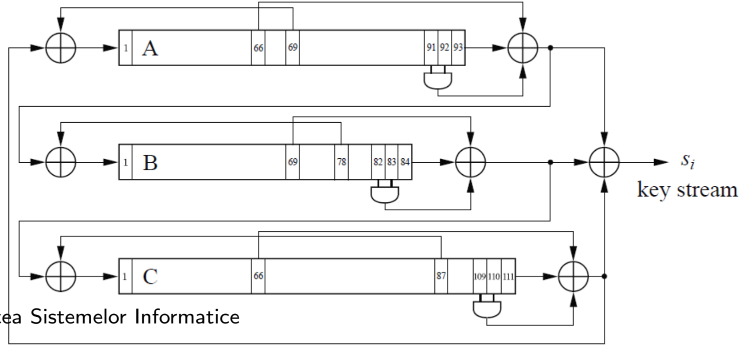
- LFSR-urile sunt liniare iar liniaritatea induce vulnerabilități (sistemele liniare de ecuații permit aflarea informațiilor sensibile)

Vulnerabilitati LFSR

- LFSR-urile sunt liniare iar liniaritatea induce vulnerabilități (sistemele liniare de ecuații permit aflarea informațiilor sensibile)
- Insă combinațiile de mai multe LFSR-uri pot produce sisteme de criptare sigure

Trivium

- Trivium a fost propus în 2008, este simplu și compact hardware, constă din 3 FSR-uri (feedback shift registers) neliniare de grad 93, 84 respectiv 111
- Regiștri sunt cuplați: la fiecare tact, cel mai din stânga registru va conține o valoare calculată ca funcție aplicată unui registru din același FSR dar și unor regiștri dintr-un alt FSR
- cel mai bun atac cunoscut pentru Trivium este cel prin forță brută



Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 4.3 -
Sisteme de criptare bloc

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Criptografia simetrică

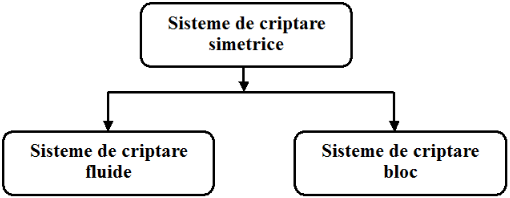
- Am studiat sisteme simetrice care criptează **bit cu bit** - sisteme de criptare fluide;

Criptografia simetrică

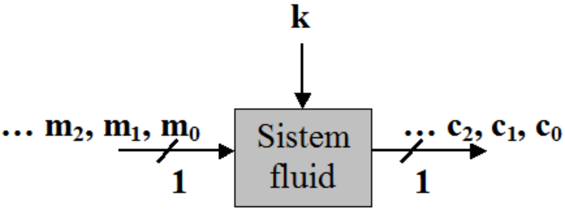
- Am studiat sisteme simetrice care criptează **bit cu bit** - sisteme de criptare fluide;
- Vom studia sisteme simetrice care criptează **câte n biți simulan** - sisteme de criptare bloc;

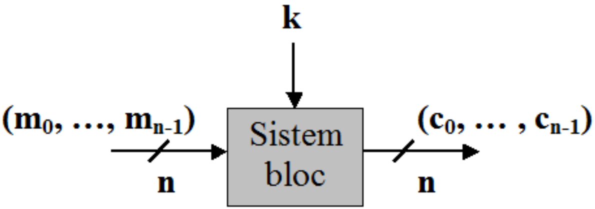
Criptografia simetrică

- Am studiat sisteme simetrice care criptează **bit cu bit** - sisteme de criptare fluide;
- Vom studia sisteme simetrice care criptează **câte n biți simulan** - sisteme de criptare bloc;



Sisteme bloc vs. sisteme fluide





Sisteme bloc vs. sisteme fluide

... d.p.d.v. al modului de criptare:

Sisteme fluide

- criptarea biților se realizează individual
- criptarea unui bit din textul clar este independentă de orice alt bit din textul clar

Sisteme bloc

- criptarea se realizează în blocuri de câte *n* biți
- criptarea unui bit din textul clar este dependentă de biții din textul clar care aparțin aceluiași bloc

Sisteme bloc vs. sisteme fluide

... d.p.d.v. *tradițional*, în practică:

Sisteme fluide

- necesități computaționale reduse
- utilizare: telefoane mobile, dispozitive încorporate, PDA
- par să fie mai puțin sigure, multe sunt sparte

Sisteme bloc

- necesități computaționale mai avansate
- utilizare: internet
- par să fie mai sigure, prezintă încredere mai mare

Sisteme bloc

- Introducem noțiunea de permutare pseudoaleatoare sau PRP *(PseudoRandom Permutation)*

Sisteme bloc

- Introducem noțiunea de permutare pseudoaleatoare sau PRP *(PseudoRandom Permutation)*
- În analogie cu ce știm deja:
  - **PRP** sunt necesare pentru construcția **sistemelor bloc**

Sisteme bloc

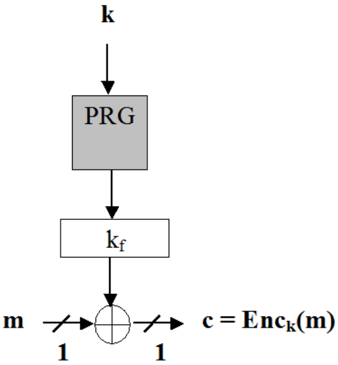
- Introducem noțiunea de permutare pseudoaleatoare sau PRP *(PseudoRandom Permutation)*
- În analogie cu ce știm deja:
  - **PRP** sunt necesare pentru construcția **sistemelor bloc**

    așa cum

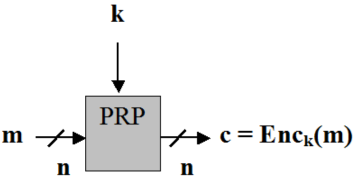
  - **PRG** sunt necesare pentru construcția **sistemelor fluide**

Sisteme bloc

Sisteme fluide



Sisteme bloc



PRP

- Ramâne să definim noțiunea de permutare pseudoaleatoare sau PRP *(PseudoRandom Permutation)*;

PRP

- Ramâne să definim noțiunea de permutare pseudoaleatoare sau PRP *(PseudoRandom Permutation)*;
- Acesta este o funcție **deterministă** și **bijectivă** care pentru o cheie fixată produce la ieșire o **permutare** a intrării ...

PRP

- Ramâne să definim noțiunea de permutare pseudoaleatoare sau PRP *(PseudoRandom Permutation)*;
- Acesta este o funcție **deterministă** și **bijectivă** care pentru o cheie fixată produce la ieșire o **permutare** a intrării ...
- ... **indistinctibilă** față de o permutare aleatoare;

PRP

- Ramâne să definim noțiunea de permutare pseudoaleatoare sau PRP *(PseudoRandom Permutation)*;
- Acesta este o funcție **deterministă** și **bijectivă** care pentru o cheie fixată produce la ieșire o **permutare** a intrării ...
- ... **indistinctibilă** față de o permutare aleatoare;
- În plus, atât funcția cât și inversa sa sunt **eficient calculabile**.

PRP

Definiție

O permutare pseudoaleatoare definită peste $(\mathcal{K}, \mathcal{X})$ *este o funcție bijectivă*

$$F : \mathcal{X} \times \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{X}$$

care satisface următoarele proprietăți:

1. *Eficiență:* $\forall k \in \mathcal{K}, x \in \mathcal{X}, \exists$ *algoritmi deterministi polinomiali care calculează* $F_k(x)$ *și* $F_k^{-1}(x)$
2. *Pseudoaleatorism:* $\forall$ *algoritm PPT* $\mathcal{D}$, $\exists$ *o funcție neglijabilă negl a.î.:*

$$|Pr[D(r) = 1] - Pr[D(F_k(\cdot)) = 1]| \leq negl(n)$$

unde $r \leftarrow^R Perm(X), k \leftarrow^R \mathcal{K}$

Notații

- $F_k(x) = F(k, x)$
  o cheie este în general (aleator) aleasă și apoi fixată
- $Perm(X)$ = mulțimea tuturor funcțiilor bijective de la $\mathcal{X}$ la $\mathcal{X}$
- $\mathcal{X} = \{0, 1\}^n$
- $\mathcal{D}$ = *Distinguisher* care are acces la *oracolul* de evaluare a funcției

PRF

- Introducem noțiunea de funcție pseudoaleatoare sau PRF *(PseudoRandom Function)*...

PRF

- Introducem noțiunea de funcție pseudoaleatoare sau PRF *(PseudoRandom Function)*...
- ... ca o generalizare a noțiunii de **permutare pseudoaleatoare**;

PRF

- Introducem noțiunea de funcție pseudoaleatoare sau PRF *(PseudoRandom Function)*...
- ... ca o generalizare a noțiunii de **permutare pseudoaleatoare**;
- Acesta este o funcție **cu cheie** care este **indistinctibilă** față de o funcție aleatoare (cu același domeniu și mulțime de valori).

PRF

Definiție

O funcție pseudoaleatoare definită peste $(\mathcal{K}, \mathcal{X}, \mathcal{Y})$ *este o funcție bijectivă*

$$F : \mathcal{X} \times \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{Y}$$

care satisface următoarele proprietăți:

1. *Eficiență:* $\forall k \in \mathcal{K}, x \in \mathcal{X}, \exists$ *algoritm determinist polinomial care calculează* $F_k(x)$
2. *Pseudoaleatorism:* $\forall$ *algoritm PPT* $\mathcal{D}$, $\exists$ *o funcție neglijabilă negl a.î.:*

$$|Pr[D(r) = 1] - Pr[D(F_k(\cdot)) = 1]| \leq negl(n)$$

unde $r \leftarrow^{R} Func(X, Y), k \leftarrow^{R} \mathcal{K}$

Notații

- $F_k(x) = F(k, x)$
  o cheie este în general (aleator) aleasă și apoi fixată
- $Func(X, Y) =$ mulțimea funcțiilor de la $\mathcal{X}$ la $\mathcal{Y}$
- $\mathcal{X} = \{0, 1\}^n$, $\mathcal{Y} = \{0, 1\}^n$
  considerăm în general că *PRF păstrează lungimea*
- $\mathcal{D}$ = *Distinguisher* care are acces la *oracolul* de evaluare a funcției

$PRP \subseteq PRF$

- Întrebare: De ce PRF poate fi privită ca o generalizare a PRP?

$PRP \subseteq PRF$

- Întrebare: De ce PRF poate fi privită ca o generalizare a PRP?
- Răspuns: PRP este PRF care satisface:

PRP $\subseteq$ *PRF*

- Întrebare: De ce *PRF* poate fi privită ca o generalizare a *PRP*?
- Răspuns: *PRP* este *PRF* care satisface:
  1. $\mathcal{X} = \mathcal{Y}$
  2. este inversabilă
  3. calculul funcției inverse este eficient

Construcții

- **PRF $\Rightarrow$ PRG**
  Pornind de la PRF se poate construi PRG

Construcții

- **PRF $\Rightarrow$ PRG**
  Pornind de la PRF se poate construi PRG
- **PRG $\Rightarrow$ PRF**
  Pornind de la PRG se poate construi PRF

Construcții

- **PRF $\Rightarrow$ PRG**
  Pornind de la PRF se poate construi PRG
- **PRG $\Rightarrow$ PRF**
  Pornind de la PRG se poate construi PRF
- **PRP $\Rightarrow$ PRF**
  Pornind de la PRP se poate construi PRF

Construcții

- **PRF $\Rightarrow$ PRG**
  Pornind de la PRF se poate construi PRG
- **PRG $\Rightarrow$ PRF**
  Pornind de la PRG se poate construi PRF
- **PRP $\Rightarrow$ PRF**
  Pornind de la PRP se poate construi PRF
- **PRF $\Rightarrow$ PRP**
  Pornind de la PRF se poate construi PRP

Construcții

- **PRF $\Rightarrow$ PRG**
  Pornind de la PRF se poate construi PRG
- **PRG $\Rightarrow$ PRF**
  Pornind de la PRG se poate construi PRF
- **PRP $\Rightarrow$ PRF**
  Pornind de la PRP se poate construi PRF
- **PRF $\Rightarrow$ PRP**
  Pornind de la PRF se poate construi PRP

Întrebare: Care dintre aceste construcții este trivială?

Construcții

Răspuns: **PRP** $\Rightarrow$ **PRF**

Construcții

Răspuns: **PRP** $\Rightarrow$ **PRF**

PRP este o particularizare a *PRF* : $\mathcal{X} \times \mathcal{K} \rightarrow Y$ care satisface:

1. $\mathcal{X} = \mathcal{Y}$
2. este inversabilă
3. calculul funcției inverse este eficient

Construcții

- **PRF** $\Rightarrow$ **PRG**
  Pornind de la PRF se poate construi PRG
- **PRG** $\Rightarrow$ **PRF**
  Pornind de la PRG se poate construi PRF
- **PRP** $\Rightarrow$ **PRF** $\surd$
  Pornind de la PRP se poate construi PRF
- **PRF** $\Rightarrow$ **PRP**
  Pornind de la PRF se poate construi PRP

$PRF \Rightarrow PRG$

- Considerăm $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ PRF;

$PRF \Rightarrow PRG$

- Considerăm $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ PRF;
- Construim $G : \mathcal{K} \rightarrow \{0,1\}^{nl}$ PRG sigur:

$$G(k) = F_k(0)||F_k(1)||\ldots||F_k(l-1)$$

$PRF \Rightarrow PRG$

- Considerăm $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ PRF;
- Construim $G : \mathcal{K} \rightarrow \{0,1\}^{nl}$ PRG sigur:

$$G(k) = F_k(0)||F_k(1)||\ldots||F_k(l-1)$$

- Întrebare: De ce este G sigur?

$PRF \Rightarrow PRG$

- Considerăm $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ PRF;
- Construim $G : \mathcal{K} \rightarrow \{0,1\}^{nl}$ *PRG* sigur:

$$G(k) = F_k(0)||F_k(1)||\ldots||F_k(l-1)$$

- Întrebare: De ce este G sigur?
- Răspuns: $F_k(\cdot)$ este *indistinctibilă* față de o funcție aleatoare

$PRF \Rightarrow PRG$

- Considerăm $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ PRF;
- Construim $G : \mathcal{K} \rightarrow \{0,1\}^{nl}$ *PRG* sigur:

$$G(k) = F_k(0)||F_k(1)||\ldots||F_k(l-1)$$

- Întrebare: De ce este G sigur?
- Răspuns: $F_k(\cdot)$ este *indistinctibilă* față de o funcție aleatoare $\Rightarrow G(k)$ este *indistinctibilă* față de o secvență aleatoare de lungime ln.

$PRF \Rightarrow PRG$

- Considerăm $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \to \{0,1\}^n$ PRF;
- Construim $G : \mathcal{K} \to \{0,1\}^{nl}$ *PRG* sigur:

$$G(k) = F_k(0)||F_k(1)||\dots||F_k(l-1)$$

- Întrebare: De ce este G sigur?
- Răspuns: $F_k(\cdot)$ este *indistinctibilă* față de o funcție aleatoare $\Rightarrow G(k)$ este *indistinctibilă* față de o secvență aleatoare de lungime ln.
- Avantaj: Construcția este *paralelizabilă*

Construcții

- **PRF** $\Rightarrow$ **PRG** $\surd$
  Pornind de la PRF se poate construi PRG
- **PRG** $\Rightarrow$ **PRF**
  Pornind de la PRG se poate construi PRF
- **PRP** $\Rightarrow$ **PRF** $\surd$
  Pornind de la PRP se poate construi PRF
- **PRF** $\Rightarrow$ **PRP**
  Pornind de la PRF se poate construi PRP

$PRG \Rightarrow PRF$

- Considerăm $G : \mathcal{K} \to \mathcal{K}^2$ PRG cu $|\mathcal{K}| = n$:

$$G(k) = (G_0(k), G_1(k))$$

$G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt prima și a doua jumătate a ieșirii din PRG

$PRG \Rightarrow PRF$

- Considerăm $G : \mathcal{K} \to \mathcal{K}^2$ PRG cu $|\mathcal{K}| = n$:

$$G(k) = (G_0(k), G_1(k))$$

$G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt prima și a doua jumătate a ieșirii din PRG

- Construim $F : \mathcal{K} \times \{0, 1\} \to \mathcal{K}$ *PRF*:

$$F_k(0) = G_0(k), F_k(1) = G_1(k)$$

$F_k(0)$ întoarce prima jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

$F_k(1)$ întoarce a doua jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

$PRG \Rightarrow PRF$

- Considerăm $G : \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K}^2$ PRG cu $|\mathcal{K}| = n$:

$$G(k) = (G_0(k), G_1(k))$$

  $G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt prima și a doua jumătate a ieșirii din PRG

- Construim $F : \mathcal{K} \times \{0, 1\} \rightarrow \mathcal{K}$ *PRF*:

$$F_k(0) = G_0(k), F_k(1) = G_1(k)$$

  $F_k(0)$ întoarce prima jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

  $F_k(1)$ întoarce a doua jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

- Întrebare: De ce este F sigură?

$PRG \Rightarrow PRF$

- Considerăm $G : \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K}^2$ PRG cu $|\mathcal{K}| = n$:

$$G(k) = (G_0(k), G_1(k))$$

  $G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt prima și a doua jumătate a ieșirii din PRG

- Construim $F : \mathcal{K} \times \{0, 1\} \rightarrow \mathcal{K}$ *PRF*:

$$F_k(0) = G_0(k), F_k(1) = G_1(k)$$

  $F_k(0)$ întoarce prima jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

  $F_k(1)$ întoarce a doua jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

- Întrebare: De ce este F sigură?
- Răspuns: $G(k)$ este *indistinctibilă* față de o secvență aleatoare de lungime $2n$

$PRG \Rightarrow PRF$

- Considerăm $G : \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K}^2$ PRG cu $|\mathcal{K}| = n$:

$$G(k) = (G_0(k), G_1(k))$$

  $G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt prima și a doua jumătate a ieșirii din PRG

- Construim $F : \mathcal{K} \times \{0,1\} \rightarrow \mathcal{K}$ *PRF*:

$$F_k(0) = G_0(k), F_k(1) = G_1(k)$$

  $F_k(0)$ întoarce prima jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

  $F_k(1)$ întoarce a doua jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

- Întrebare: De ce este F sigură?
- Răspuns: $G(k)$ este *indistinctibilă* față de o secvență aleatoare de lungime $2n$
  $\Rightarrow$ $G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt *indistinctibile* față de o secvență aleatoare de lungime n

$PRG \Rightarrow PRF$

- Considerăm $G : \mathcal{K} \to \mathcal{K}^2$ PRG cu $|\mathcal{K}| = n$:

$$G(k) = (G_0(k), G_1(k))$$

$G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt prima și a doua jumătate a ieșirii din PRG

- Construim $F : \mathcal{K} \times \{0,1\} \to \mathcal{K}$ PRF:

$$F_k(0) = G_0(k), F_k(1) = G_1(k)$$

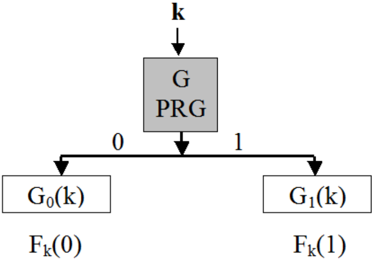
$F_k(0)$ întoarce prima jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

$F_k(1)$ întoarce a doua jumătate a secvenței pseudoaleatoare $G(k)$

- Întrebare: De ce este F sigură?
- Răspuns: $G(k)$ este *indistinctibilă* față de o secvență aleatoare de lungime $2n$
  $\Rightarrow$ $G_0(k)$ și $G_1(k)$ sunt *indistinctibile* față de o secvență aleatoare de lungime n
  $\Rightarrow$ pentru $k \xleftarrow{R} \{0,1\}$, $F_k(\cdot)$ este *indistinctibilă* față de o funcție aleatoare.

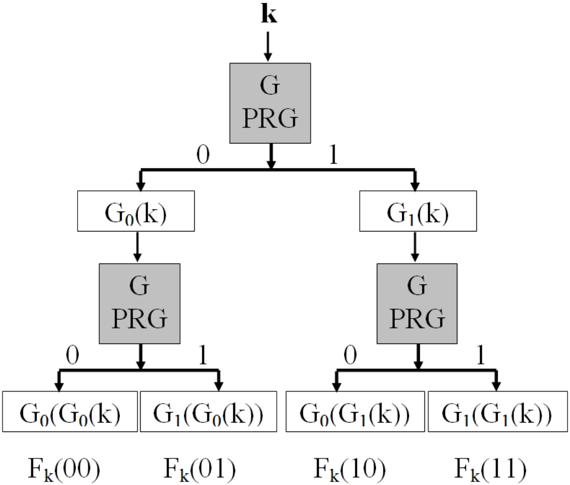
$PRG \Rightarrow PRF$

- Construcția pentru un singur bit de intrare...



PRG ⇒ *PRF*

- ...se poate generaliza pentru un număr oarecare de biți



$PRG \Rightarrow PRF$

- Construcția poate fi reprezentată ca un arbore binar cu cheia k rădăcină;

$PRG \Rightarrow PRF$

- Construcția poate fi reprezentată ca un arbore binar cu cheia k rădăcină;

- Pentru un nod de valoare k', copilul stâng ia valoarea $G_0(k')$ și copilul drept ia valoare $G_1(k')$;

$PRG \Rightarrow PRF$

- Construcția poate fi reprezentată ca un arbore binar cu cheia k rădăcină;
- Pentru un nod de valoare k', copilul stâng ia valoarea $G_0(k')$ și copilul drept ia valoare $G_1(k')$;
- Valoarea funcției $F_k(x) = F_k(x_0, \ldots, x_{n-1})$ este obținută prin parcurgerea arborelui în funcție de x ;

$PRG \Rightarrow PRF$

- Construcția poate fi reprezentată ca un arbore binar cu cheia k rădăcină;
- Pentru un nod de valoare k', copilul stâng ia valoarea $G_0(k')$ și copilul drept ia valoare $G_1(k')$;
- Valoarea funcției $F_k(x) = F_k(x_0, \ldots, x_{n-1})$ este obținută prin parcurgerea arborelui în funcție de x ;
- Adâncimea arborelui este *liniară* în n (n);

$PRG \Rightarrow PRF$

- Construcția poate fi reprezentată ca un arbore binar cu cheia k rădăcină;
- Pentru un nod de valoare k', copilul stâng ia valoarea $G_0(k')$ și copilul drept ia valoare $G_1(k')$;
- Valoarea funcției $F_k(x) = F_k(x_0, \ldots, x_{n-1})$ este obținută prin parcurgerea arborelui în funcție de x ;
- Adâncimea arborelui este *liniară* în n (n);
- Dimensiunea arborelui este *exponențială* în n (2^n);

$PRG \Rightarrow PRF$

- Construcția poate fi reprezentată ca un arbore binar cu cheia k rădăcină;
- Pentru un nod de valoare k', copilul stâng ia valoarea $G_0(k')$ și copilul drept ia valoare $G_1(k')$;
- Valoarea funcției $F_k(x) = F_k(x_0, \ldots, x_{n-1})$ este obținută prin parcurgerea arborelui în funcție de x ;
- Adâncimea arborelui este *liniară* în n (n);
- Dimensiunea arborelui este *exponențială* în n (2^n);
- NU se utilizează în practică din cauza performanței scăzute.

Construcții

- **PRF** $\Rightarrow$ **PRG** $\surd$
  Pornind de la PRF se poate construi PRG
- **PRG** $\Rightarrow$ **PRF** $\surd$
  Pornind de la PRG se poate construi PRF
- **PRP** $\Rightarrow$ **PRF** $\surd$
  Pornind de la PRP se poate construi PRF
- **PRF** $\Rightarrow$ **PRP**
  Pornind de la PRF se poate construi PRP

$PRF \Rightarrow PRP$

Teoremă (Luby-Rackoff 5)

Dacă $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ *este* PRF*, se poate construi* $F' : \mathcal{K} \times \{0,1\}^2 \rightarrow \{0,1\}^2$ PRP*.*

$PRF \Rightarrow PRP$

Teoremă (Luby-Rackoff 5)

Dacă $F : \mathcal{K} \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ este PRF, se poate construi $F' : \mathcal{K} \times \{0,1\}^2 \rightarrow \{0,1\}^2$ PRP.

- Construcția folosește runde **Feistel**, pe care le vom prezenta într-un curs ulterior.

Moduri de utilizare

- Să continuam cu ceva mai practic...

Moduri de utilizare

- Să continuam cu ceva mai practic...
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mică** decât dimensiunea unui bloc?

Moduri de utilizare

- Să continuam cu ceva mai practic...
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mică** decât dimensiunea unui bloc?
- Răspuns: Se completează cu biți: $\mathbf{1\ 0\ \ldots 0}$;

Moduri de utilizare

- Să continuam cu ceva mai practic...
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mică** decât dimensiunea unui bloc?
- Răspuns: Se completează cu biți: $\mathbf{1\ 0 \ldots 0}$;
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mare** decât lungimea unui bloc?

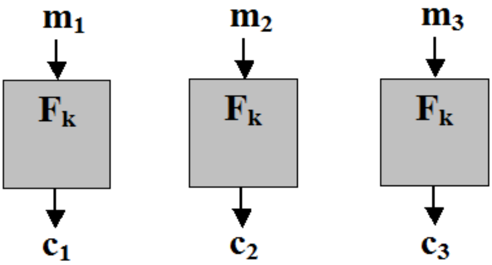
Moduri de utilizare

- Să continuam cu ceva mai practic...
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mică** decât dimensiunea unui bloc?
- Răspuns: Se completează cu biți: $\mathbf{1\ 0 \ldots 0}$;
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mare** decât lungimea unui bloc?
- Răspuns: Se utilizează un **mod de operare** (ECB, CBC, OFB, CTR);

Moduri de utilizare

- Să continuam cu ceva mai practic...
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mică** decât dimensiunea unui bloc?
- Răspuns: Se completează cu biți: $\mathbf{1\ 0 \ldots 0}$;
- Întrebare: Ce se întâmplă dacă lungimea mesajului clar este **mai mare** decât lungimea unui bloc?
- Răspuns: Se utilizează un **mod de operare** (ECB, CBC, OFB, CTR);
- Notăm cu F_k un sistem de criptare bloc (i.e. PRP) cu cheia k fixată.

Modul ECB (Electronic Code Book)



Modul ECB (Electronic Code Book)

- Pare modul cel mai **natural** de a cripta mai multe blocuri;

Modul ECB (Electronic Code Book)

- Pare modul cel mai **natural** de a cripta mai multe blocuri;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversablìă**;

Modul ECB (Electronic Code Book)

- Pare modul cel mai **natural** de a cripta mai multe blocuri;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversabliă**;
- Este **paralelizabil**;

Modul ECB (Electronic Code Book)

- Pare modul cel mai **natural** de a cripta mai multe blocuri;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversablиă**;
- Este **paralelizabil**;
- Este **determinist**, deci este **nesigur**;

Modul ECB (Electronic Code Book)

- Pare modul cel mai **natural** de a cripta mai multe blocuri;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversabliă**;
- Este **paralelizabil**;
- Este **determinist**, deci este **nesigur**;
- Întrebare: Ce informații poate să ofere modul de criptare ECB unui adversar pasiv?

Modul ECB (Electronic Code Book)

- Pare modul cel mai **natural** de a cripta mai multe blocuri;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversabliă**;
- Este **paralelizabil**;
- Este **determinist**, deci este **nesigur**;
- Întrebare: Ce informații poate să ofere modul de criptare ECB unui adversar pasiv?
- Răspuns: Un adversar pasiv detectează repetarea unui bloc de text clar pentru că se repetă blocul criptat corespunzător;

Modul ECB (Electronic Code Book)

- Pare modul cel mai **natural** de a cripta mai multe blocuri;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversabliă**;
- Este **paralelizabil**;
- Este **determinist**, deci este **nesigur**;
- Întrebare: Ce informații poate să ofere modul de criptare ECB unui adversar pasiv?
- Răspuns: Un adversar pasiv detectează repetarea unui bloc de text clar pentru că se repetă blocul criptat corespunzător;
- Modul ECB NU trebuie utilizat în practică!

Modul ECB (Electronic Code Book)

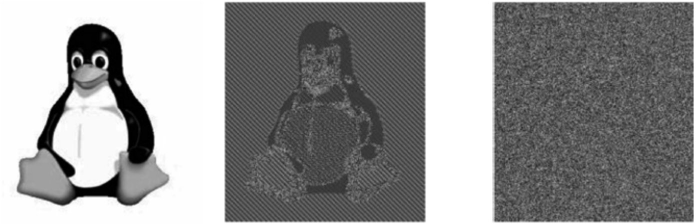
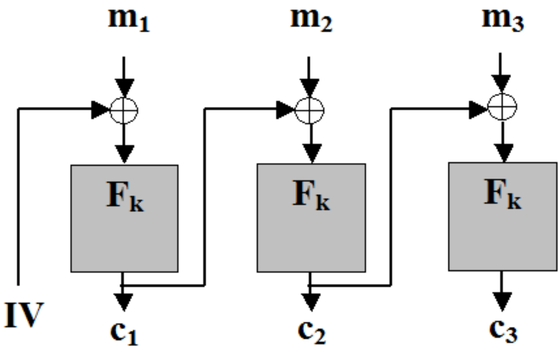


Figure: Imagine preluată de pe `https://en.wikipedia.org/`

Figura din mijloc este criptarea imaginii din stânga în modul ECB.
In dreapta este aceeași imagine criptată folosind un mod sigur.

Modul CBC (Cipher Block Chaining)



Modul CBC (Cipher Block Chaining)

- *IV* este o ales în mod aleator la criptare;

Modul CBC (Cipher Block Chaining)

- IV este o ales în mod aleator la criptare;
- IV se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;

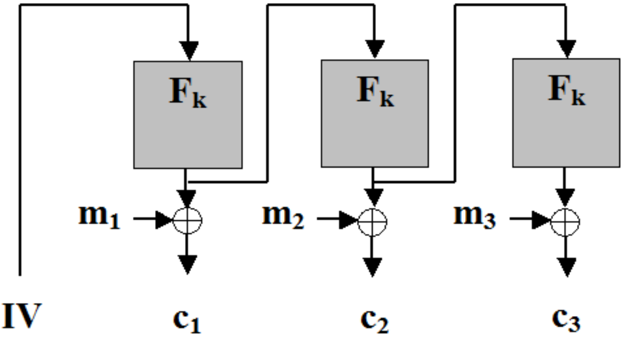
Modul CBC (Cipher Block Chaining)

- IV este o ales în mod aleator la criptare;
- IV se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversabliă**;

Modul CBC (Cipher Block Chaining)

- *IV* este o ales în mod aleator la criptare;
- *IV* se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- Pentru decriptare, F_k trebuie să fie **inversabliă**;
- Este **secvențial**, un dezavantaj major dacă se poate utiliza procesarea paralelă.

Modul OFB (Output FeedBack)



Modul OFB (Output FeedBack)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;

Modul OFB (Output FeedBack)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *IV* este o ales în mod aleator la criptare;

Modul OFB (Output FeedBack)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *IV* este o ales în mod aleator la criptare;
- *IV* se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;

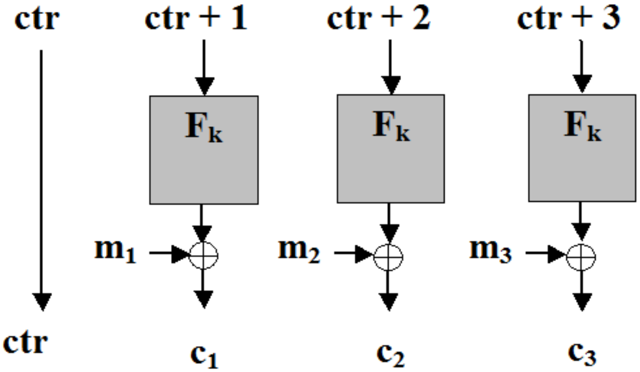
Modul OFB (Output FeedBack)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- IV este o ales în mod aleator la criptare;
- IV se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;

Modul OFB (Output FeedBack)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *IV* este o ales în mod aleator la criptare;
- *IV* se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;
- Este **secvențial**, însă secvența pseudoaleatoare poate fi pre-procesată anterior decriptării.

Modul CTR (Counter)



Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare;
- *ctr* se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare;
- *ctr* se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare;
- *ctr* se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;
- Este **paralelizabil**;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare;
- *ctr* se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;
- Este **paralelizabil**;
- În plus, secvența pseudoaleatoare poate fi pre-procesată anterior decriptării.

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare si se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare si se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- Este **paralelizabil**; F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare si se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- Este **paralelizabil**; F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;
- În plus, secvența pseudoaleatoare poate fi pre-procesată anterior decriptării.

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare si se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- Este **paralelizabil**; F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;
- În plus, secvența pseudoaleatoare poate fi pre-procesată anterior decriptării.
- CTR poate fi văzut și ca un sistem fluid nesincronizat:

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare si se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- Este **paralelizabil**; F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;
- În plus, secvența pseudoaleatoare poate fi pre-procesată anterior decriptării.
- CTR poate fi văzut și ca un sistem fluid nesincronizat:
  - pentru criptarea unui mesaj de lungime $l < 2^{n/4}$ blocuri, se alege un IV uniform din $\{0,1\}^{2n/4}$

Modul CTR (Counter)

- Generează o secvență pseudoaleatoare care se XOR-ează mesajului clar;
- *ctr* este o ales în mod aleator la criptare si se transmite în clar pentru ca este necesar la decriptare;
- Este **paralelizabil**; F_k nu trebuie neapărat să fie inversabliă;
- În plus, secvența pseudoaleatoare poate fi pre-procesată anterior decriptării.
- CTR poate fi văzut și ca un sistem fluid nesincronizat:
  - pentru criptarea unui mesaj de lungime $l < 2^{n/4}$ blocuri, se alege un IV uniform din $\{0,1\}^{2n/4}$
  - fiecare bloc de text criptat este calculat $y_i = F_k(IV||i)$ unde i este codificat ca un string pe $n/4$ biți

Câteva considerații practice

- modurile CTR, OFB și CBC sunt CPA-sigure

Câteva considerații practice

- modurile CTR, OFB și CBC sunt CPA-sigure
- modurile CBC, OFB și CTR folosesc un IV uniform aleator - asigură faptul că F_k este mereu evaluat pe intrări diferite (previne situația în care adversarul afla informații la vederea de intrări identice)

Câteva considerații practice

- modurile CTR, OFB și CBC sunt CPA-sigure
- modurile CBC, OFB și CTR folosesc un IV uniform aleator - asigură faptul că F_k este mereu evaluat pe intrări diferite (previne situația în care adversarul afla informații la vederea de intrări identice)
- CTR - IV ales uniform de lungime $3n/4$ înseamnă că IV se repetă după criptarea aprox. $q(n) = 2^{2n/8}$ mesaje

Câteva considerații practice

- modurile CTR, OFB și CBC sunt CPA-sigure
- modurile CBC, OFB și CTR folosesc un IV uniform aleator - asigură faptul că F_k este mereu evaluat pe intrări diferite (previne situația în care adversarul afla informații la vederea de intrări identice)
- CTR - IV ales uniform de lungime $3n/4$ înseamnă că IV se repetă după criptarea aprox. $q(n) = 2^{2n/8}$ mesaje
- Dacă $n = 64$ atunci $q \approx 17.000.000$ ceea ce e puțin pentru zilele noastre
- Dacă $n = 128$ și vrem să folosim CTR avand garanția că IV se repetă cu probabilitate cel mult 2^{-40}, rezultă $q \approx 2^{28}$ mesaje (calculand q din $\frac{q^2}{2^{3n/4+1}} \leq 2^{-40}$)

Câteva considerații practice - IV folosit greșit

- Ce se întâmplă dacă IV se repetă?

Câteva considerații practice - IV folosit greșit

- Ce se întâmplă dacă IV se repetă?
- Pentru modurile OFB si CTR, întregul stream pseudoaleator (cu care se face xor pe mesaj) se repetă

Câteva considerații practice - IV folosit greșit

- Ce se întâmplă dacă IV se repetă?
- Pentru modurile OFB si CTR, întregul stream pseudoaleator (cu care se face xor pe mesaj) se repetă
- Dacă IV nu este uniform aleator (deci este predictibil), CTR este sigur dar CBC nu este sigur.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 5.1 -
Scheme de criptare CPA-sigure bazate pe PRF

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Sisteme de criptare bloc - observații

- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP
  Pentru n suficient de mare, un PRP este indistinctibil de un PRF

Sisteme de criptare bloc - observații

- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP
  Pentru n suficient de mare, un PRP este indistinctibil de un PRF
- reamintim că pentru PRP avem nevoie și de invertibilitate, dar pentru un n suficient de mare, un PRP este și un PRF

Sisteme de criptare bloc - observații

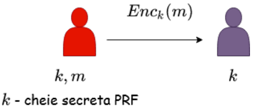
- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP
  Pentru n suficient de mare, un PRP este indistinctibil de un PRF

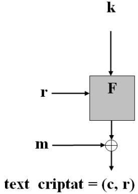
- reamintim că pentru PRP avem nevoie și de invertibilitate, dar pentru un n suficient de mare, un PRP este și un PRF

- în practică, sistemele de criptare bloc sunt și PRF bune, nu doar PRP-uri bune, deci le putem folosi oricând avem nevoie de una din cele două construcții

Sistem de criptare CPA-sigur

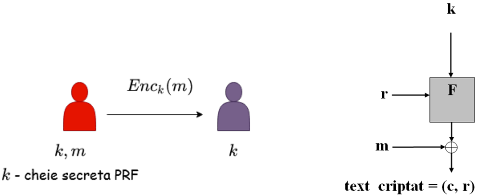
- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP





Sistem de criptare CPA-sigur

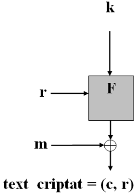
- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP



- Fie F_k o funcție cu cheie

Sistem de criptare CPA-sigur

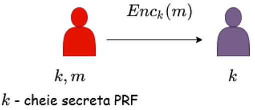
- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP

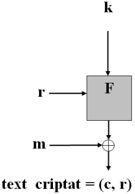


- Fie F_k o funcție cu cheie
- $\mathrm{Gen}(1^n)$: alege uniform cheie $k \in \{0,1\}^n$

Sistem de criptare CPA-sigur

- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP



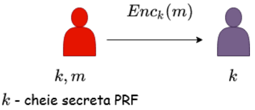


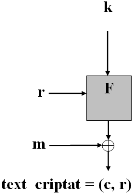
- Fie F_k o funcție cu cheie
- $\mathrm{Gen}(1^n)$: alege uniform cheie $k \in \{0,1\}^n$
- $\mathrm{Enc_k(m)}$: pentru $|m| = |k|$, alege r uniform în $\{0,1\}^n$

$$Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$$

Sistem de criptare CPA-sigur

- Sistemele de criptare bloc sunt instanțieri sigure ale PRP





- Fie F_k o funcție cu cheie
- $\mathrm{Gen}(1^n)$: alege uniform cheie $k \in \{0,1\}^n$
- $\mathrm{Enc_k(m)}$: pentru $|m| = |k|$, alege r uniform în $\{0,1\}^n$

$$Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$$

- $\mathrm{Dec_k(c = (c_0, c_1))}$: întoarce $c_1 \oplus F_k(c_0)$

Observații

- cheia este la fel de lungă precum mesajul - la fel ca la OTP

Observații

- cheia este la fel de lungă precum mesajul - la fel ca la OTP
- dar, spre deosebire de OTP, se pot cripta mai multe mesaje cu aceeași cheie în siguranță

Sistem de criptare CPA-sigur

Teoremă

Dacă F este PRF, construcția anterioară este o schemă de criptare CPA-sigură pentru mesaje de lungime n.

Schița demonstrației

Considerăm $(\overline{\Pi} = \overline{\mathrm{Gen}}, \overline{\mathrm{Enc}}, \overline{\mathrm{Dec}})$ *care se obține din schema anterioară* $(\Pi = \mathrm{Gen}, \mathrm{Enc}, \mathrm{Dec})$ *unde* F_k *- PRF este înlocuită cu f aleatoare.*

Sistem de criptare CPA-sigur

Teoremă

Dacă F este PRF, construcția anterioară este o schemă de criptare CPA-sigură pentru mesaje de lungime n.

Schița demonstrației

Considerăm $(\overline{\Pi} = \overline{\mathrm{Gen}}, \overline{\mathrm{Enc}}, \overline{\mathrm{Dec}})$ *care se obține din schema anterioară* $(\Pi = \mathrm{Gen}, \mathrm{Enc}, \mathrm{Dec})$ *unde* F_k *- PRF este înlocuită cu* f *aleatoare. Fie* $\mathcal{A}$ *- adversar PPTsi* $q(n)$ *numărul maxim de interogări ale oracolului de criptare efectuate de* $\mathcal{A}$. *Arătăm:*

Sistem de criptare CPA-sigur

Teoremă

Dacă F este PRF, construcția anterioară este o schemă de criptare CPA-sigură pentru mesaje de lungime n.

Schița demonstrației

Considerăm $(\overline{\Pi} = \overline{\mathrm{Gen}}, \overline{\mathrm{Enc}}, \overline{\mathrm{Dec}})$ *care se obține din schema anterioară* $(\Pi = \mathrm{Gen}, \mathrm{Enc}, \mathrm{Dec})$ *unde* F_k *- PRF este înlocuită cu f aleatoare. Fie* $\mathcal{A}$ *- adversar PPTsi* $q(n)$ *numărul maxim de interogări ale oracolului de criptare efectuate de* $\mathcal{A}$*. Arătăm:*

1. $\mathcal{A}$ *nu poate distinge între* Π *si* $\overline{\Pi}$ *decât cu probabilitate neglijabilă adică: există o funcție neglijabilă* `negl` *așa încât:*

$$|Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] - Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1]| \leq \mathtt{negl(n)}$$

Sistem de criptare CPA-sigur

2. $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \frac{q(n)}{2^n}$.
   - la fiecare criptare a lui m - interogare la oracol sau ca provocare de la Challenger - se alege $r \in \{0,1\}^n$ iar $c = (r, f(r) \oplus m)$.

Sistem de criptare CPA-sigur

2. $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \frac{q(n)}{2^n}$.
   - la fiecare criptare a lui m - interogare la oracol sau ca provocare de la Challenger - se alege $r \in \{0,1\}^n$ iar $c = (r, f(r) \oplus m)$.
   - fie $(\tilde{r}, f(\tilde{r}) \oplus m_b)$ provocarea primită de $\mathcal{A}$. Există 2 variante:

Sistem de criptare CPA-sigur

2. $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \frac{q(n)}{2^n}$.
   - la fiecare criptare a lui m - interogare la oracol sau ca provocare de la Challenger - se alege $r \in \{0,1\}^n$ iar $c = (r, f(r) \oplus m)$.
   - fie $(\tilde{r}, f(\tilde{r}) \oplus m_b)$ provocarea primită de $\mathcal{A}$. Există 2 variante:
     1. valoarea $\tilde{r}$ nu este folosită niciodată ca răspuns de către oracolul de criptare $\Rightarrow Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] = \frac{1}{2}$

Sistem de criptare CPA-sigur

2. $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \frac{q(n)}{2^n}$.
   - la fiecare criptare a lui m - interogare la oracol sau ca provocare de la Challenger - se alege $r \in \{0,1\}^n$ iar $c = (r, f(r) \oplus m)$.
   - fie $(\tilde{r}, f(\tilde{r}) \oplus m_b)$ provocarea primită de $\mathcal{A}$. Există 2 variante:
     1. valoarea $\tilde{r}$ nu este folosită niciodată ca răspuns de către oracolul de criptare $\Rightarrow Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] = \frac{1}{2}$
     2. valoarea $\tilde{r}$ este folosită cel puțin o dată ca răspuns la interogările oracolului de criptare $\Rightarrow \mathcal{A}$ poate calcula m_b. El primește răspuns de la oracolul de criptare $Enc(m) = (\tilde{r}, s)$ și calculează $f(\tilde{r}) = s \oplus m$. $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{q(n)}{2^n}$.

Sistem de criptare CPA-sigur

2. $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \frac{q(n)}{2^n}$.
   - la fiecare criptare a lui m - interogare la oracol sau ca provocare de la Challenger - se alege $r \in \{0,1\}^n$ iar $c = (r, f(r) \oplus m)$.
   - fie $(\tilde{r}, f(\tilde{r}) \oplus m_b)$ provocarea primită de $\mathcal{A}$. Există 2 variante:
     1. valoarea $\tilde{r}$ nu este folosită niciodată ca răspuns de către oracolul de criptare $\Rightarrow Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] = \frac{1}{2}$
     2. valoarea $\tilde{r}$ este folosită cel puţin o dată ca răspuns la interogările oracolului de criptare $\Rightarrow \mathcal{A}$ poate calcula m_b. El primeşte răspuns de la oracolul de criptare $Enc(m) = (\tilde{r}, s)$ şi calculează $f(\tilde{r}) = s \oplus m$. $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{q(n)}{2^n}$.
   - Notăm cu Ev evenimentul de la 2. şi cu $\neg Ev$ evenimentul de la 1. Atunci: $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] =$
     $= Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \wedge Ev + Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \wedge \neg Ev$

$$\leq \frac{q(n)}{2^n} + \frac{1}{2}$$

.

Sistem de criptare CPA-sigur

- Am obținut că $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{q(n)}{2^n} + \frac{1}{2}$.

Sistem de criptare CPA-sigur

- Am obținut că $Pr[Priv_{\mathcal{A},\overline{\pi}}^{cpa}(n) = 1] \leq \frac{q(n)}{2^n} + \frac{1}{2}$.
- Am stabilit de asemenea că $|Pr[Priv_{\mathcal{A},\pi}^{cpa}(n) = 1] - Pr[Priv_{\mathcal{A},\overline{\pi}}^{cpa}(n) = 1]| \leq \mathtt{negl(n)}$

Sistem de criptare CPA-sigur

- Am obținut că $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{q(n)}{2^n} + \frac{1}{2}$.
- Am stabilit de asemenea că $|Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] - Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1]| \leq \mathtt{negl(n)}$
- Din ambele relații avem $Pr[Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\overline{\pi}}(n) = 1] \leq \frac{q(n)}{2^n} + \frac{1}{2} + \mathtt{negl(n)}$, ceea ce încheie demonstrația.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 5.2 -
Securitate CCA

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Scenarii de atac activ

- Reamintim câteva dintre scenariile de atac pe care le-am mai întâlnit:
  - Atac cu text clar ales - chosen plaintext attack (CPA): Atacatorul poate obține criptarea unor texte clare alese de el;

Scenarii de atac activ

- Reamintim câteva dintre scenariile de atac pe care le-am mai întâlnit:
  - Atac cu text clar ales - chosen plaintext attack (CPA): Atacatorul poate obține criptarea unor texte clare alese de el;
  - Atac cu text criptat ales - chosen ciphertext attac (CCA): Atacatorul are posibilitatea să obțină decriptarea unor texte criptate alese de el.

Scenarii de atac activ

- In aceste scenarii de atac adversarul are putere crescută;

Scenarii de atac activ

- In aceste scenarii de atac adversarul are putere crescută;
- Acesta devine un adversar **activ**, care primește abilitatea de a obține criptarea și / sau decriptarea unor mesaje, respectiv texte criptate alese de el;

Scenarii de atac activ

- In aceste scenarii de atac adversarul are putere crescută;
- Acesta devine un adversar **activ**, care primește abilitatea de a obține criptarea și / sau decriptarea unor mesaje, respectiv texte criptate alese de el;
- În plus, adversarul poate alege mesajele sau textele criptate în mod **adaptiv** în funcție de răspunsurile primite precedent.

Noțiuni de securitate

- Definim astfel 2 noțiuni de securitate:

Noțiuni de securitate

- Definim astfel 2 noțiuni de securitate:
  - CPA (Chosen-Plaintext Attack): adversarul poate să obțină criptarea unor mesaje alese de el; - discutată în cursul anterior

Noțiuni de securitate

- Definim astfel 2 noțiuni de securitate:
  - CPA (Chosen-Plaintext Attack): adversarul poate să obțină criptarea unor mesaje alese de el; - discutată în cursul anterior
  - CCA (Chosen-Ciphertext Attack): adversarul poate să obțină criptarea unor mesaje alese de el și decriptarea unor texte criptate alese de el.

Securitate CCA

- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de criptare** și cu un **oracol de decriptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;

Securitate CCA

- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de criptare** și cu un **oracol de decriptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;
- Adversarul poate transmite către oracolul de criptare orice mesaj m și primește înapoi textul criptat corespunzător sau poate transmite către oracolul de decriptare *anumite* mesaje c și primește înapoi mesajul clar corespunzător;

Securitate CCA

- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de criptare** și cu un **oracol de decriptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;

- Adversarul poate transmite către oracolul de criptare orice mesaj m și primește înapoi textul criptat corespunzător sau poate transmite către oracolul de decriptare *anumite* mesaje c și primește înapoi mesajul clar corespunzător;

- Dacă sistemul de criptare este nedeterminist, atunci oracolul de criptare folosește de fiecare dată o valoare aleatoare nouă și neutilizată anterior.

Securitate CCA

- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul poate să distingă între criptările a două mesaje aleatoare;

Securitate CCA

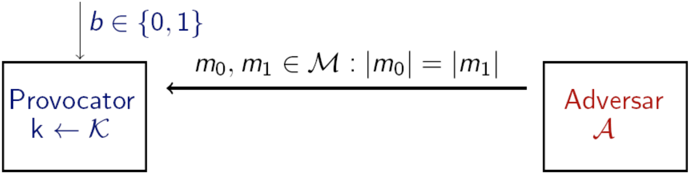
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul poate să distingă între criptările a două mesaje aleatoare;
- Vom defini securitatea CCA pe baza unui experiment de indistinctibilitate $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π;

Securitate CCA

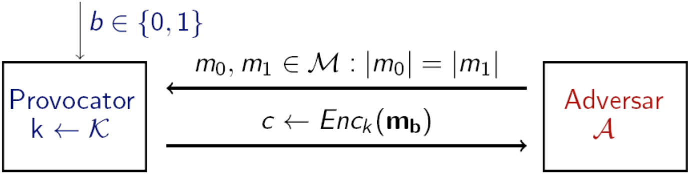
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul poate să distingă între criptările a două mesaje aleatoare;
- Vom defini securitatea CCA pe baza unui experiment de indistinctibilitate $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π;
- Personajele participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**;

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

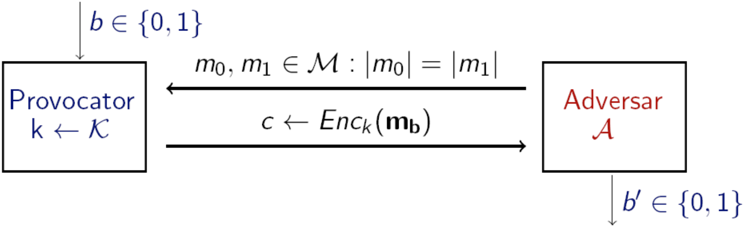
Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



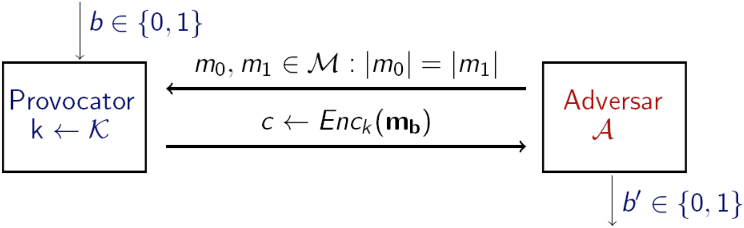
Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

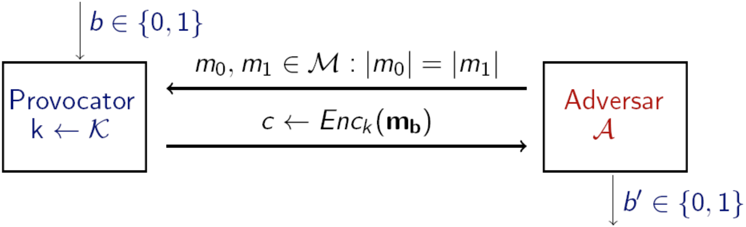


Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Pe toată durata experimentului, $\mathcal{A}$ are acces la oracolul de criptare $Enc_k(\cdot)$ și la oracolul de decriptare $Dec_k(\cdot)$ cu restricția că nu poate decripta c!

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ *este* *CCA-sigură* *dacă pentru orice adversar PPT* $\mathcal{A}$ *există o funcție neglijabilă negl așa încât*

$$Pr[Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{cca}(n)$

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ *este CCA-sigură dacă pentru orice adversar PPT* $\mathcal{A}$ *există o funcție neglijabilă negl așa încât*

$$Pr[Priv_{\mathcal{A},\pi}^{cca}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

- Un adversar nu poate determina care text clar a fost criptat cu o probabilitate semnificativ mai mare decât dacă ar fi ghicit (în sens aleator, dat cu banul), chiar dacă are acces la oracolele de criptare și decriptare.

Securitate CCA

- Întrebare: Un sistem de criptare CCA-sigur este întotdeauna CPA-sigur?

Securitate CCA

- Întrebare: Un sistem de criptare CCA-sigur este întotdeauna CPA-sigur?
- Răspuns: DA! Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ este $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ în care $\mathcal{A}$ nu folosește oracolul de decriptare.

Securitate CCA

- Întrebare: Un sistem de criptare CCA-sigur este întotdeauna CPA-sigur?
- Răspuns: DA! Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ este $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ în care $\mathcal{A}$ nu folosește oracolul de decriptare.
- Întrebare: Un sistem de criptare determinist poate fi CCA-sigur?

Securitate CCA

- Întrebare: Un sistem de criptare CCA-sigur este întotdeauna CPA-sigur?
- Răspuns: DA! Experimentul $Priv^{cpa}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ este $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ în care $\mathcal{A}$ nu folosește oracolul de decriptare.
- Întrebare: Un sistem de criptare determinist poate fi CCA-sigur?
- Răspuns: NU! Sistemul nu este CPA-sigur, deci nu poate fi CCA-sigur.

Securitate CCA - Criptare multiplă

- În definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;

Securitate CCA - Criptare multiplă

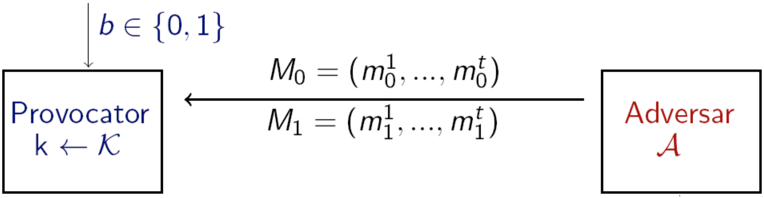
- În definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;
- În realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;

Securitate CCA - Criptare multiplă

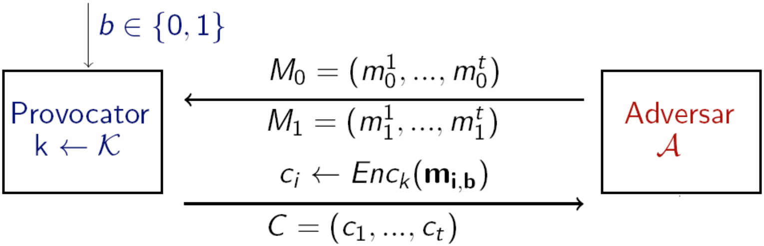
- În definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;
- În realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;
- Definim ce înseamnă o schemă sigură chiar și în aceste condiții.

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

$b \in \{0,1\}$

Provocator
$k \leftarrow \mathcal{K}$

$M_0 = (m_0^1, ..., m_0^t)$

$M_1 = (m_1^1, ..., m_1^t)$

$c_i \leftarrow Enc_k(\mathbf{m_{i,b}})$

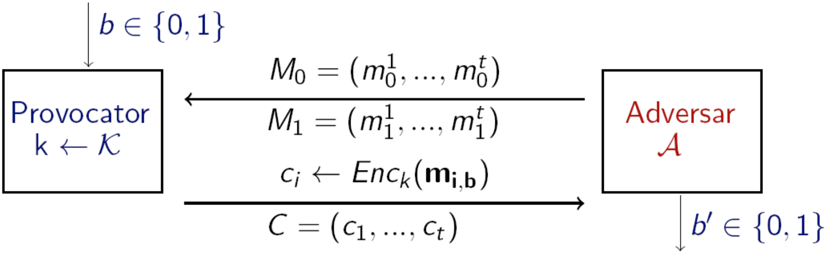
$C = (c_1, ..., c_t)$

Adversar
$\mathcal{A}$

$b' \in \{0,1\}$

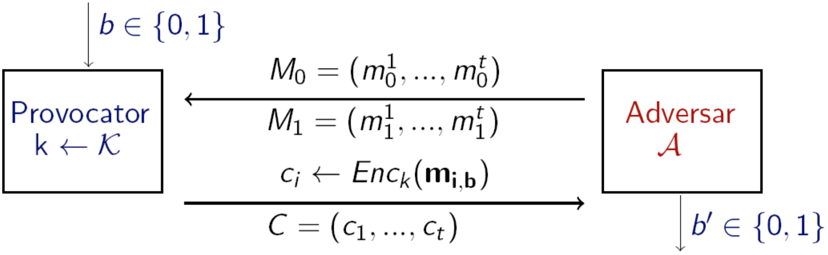
- Pe toată durata experimentului, $\mathcal{A}$ are acces la oracolul de criptare $Enc_k(\cdot)$ și la oracolul decriptare $Dec_k(\cdot)$ cu restricția că nu poate decripta $c_1, \ldots, c_t$!

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



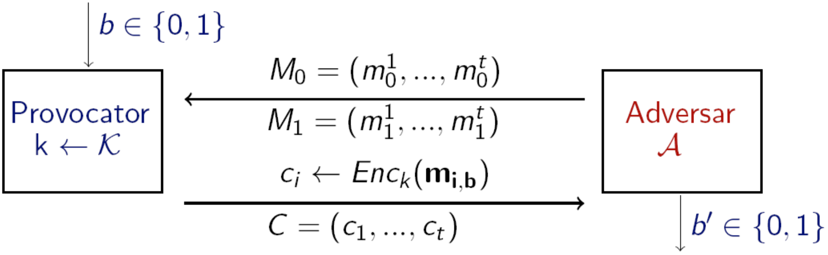
- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.

Experimentul $Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.
- Securitatea pentru criptare **simplă** implică securitate pentru criptare **multiplă**!

Securitate CCA

- Nici una din schemele de criptare de până acum nu sunt CCA-sigure.

Securitate CCA

- Nici una din schemele de criptare de până acum nu sunt CCA-sigure.

- Arătăm pentru construcția anterioară, unde $Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$.

Securitate CCA

- Nici una din schemele de criptare de până acum nu sunt CCA-sigure.
- Arătăm pentru construcția anterioară, unde $Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$.
- Considerăm că $\mathcal{A}$ alege $m_0 = 0^n$ și $m_1 = 1^n$.

Securitate CCA

- Nici una din schemele de criptare de până acum nu sunt CCA-sigure.
- Arătăm pentru construcția anterioară, unde $Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$.
- Considerăm că $\mathcal{A}$ alege $m_0 = 0^n$ și $m_1 = 1^n$.
- $\mathcal{A}$ primește $c = (r, s)$, inversează primul bit al lui s și cere decriptarea textului rezultat c^* (permis deoarece $c^* \neq c$).

Securitate CCA

- Nici una din schemele de criptare de până acum nu sunt CCA-sigure.
- Arătăm pentru construcția anterioară, unde $Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$.
- Considerăm că $\mathcal{A}$ alege $m_0 = 0^n$ și $m_1 = 1^n$.
- $\mathcal{A}$ primește $c = (r, s)$, inversează primul bit al lui s și cere decriptarea textului rezultat c^* (permis deoarece $c^* \neq c$).
- Oracolul răspunde cu 10^{n-1}, și deci $b = 0$ sau cu 01^{n-1}, deci $b = 1 \Rightarrow Pr[Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] = 1$.

Securitate CCA

- Nici una din schemele de criptare de până acum nu sunt CCA-sigure.
- Arătăm pentru construcția anterioară, unde $Enc_k(m) = (r, F_k(r) \oplus m)$.
- Considerăm că $\mathcal{A}$ alege $m_0 = 0^n$ și $m_1 = 1^n$.
- $\mathcal{A}$ primește $c = (r, s)$, inversează primul bit al lui s și cere decriptarea textului rezultat c^* (permis deoarece $c^* \neq c$).
- Oracolul răspunde cu 10^{n-1}, și deci $b = 0$ sau cu 01^{n-1}, deci $b = 1 \Rightarrow Pr[Priv^{cca}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] = 1$.
- Concluzie: orice schemă de criptare care permite ca textele criptate să fie modificate într-un mod controlat nu poate fi CCA-sigură.

Important de reținut!

- Securitate - interceptare simplă $\Rightarrow$ securitate - interceptare multiplă
- Schemele deterministe nu sunt semantic / CPA / CCA sigure
- Securitate CCA $\Rightarrow$ securitate CPA $\Rightarrow$ securitate semantică

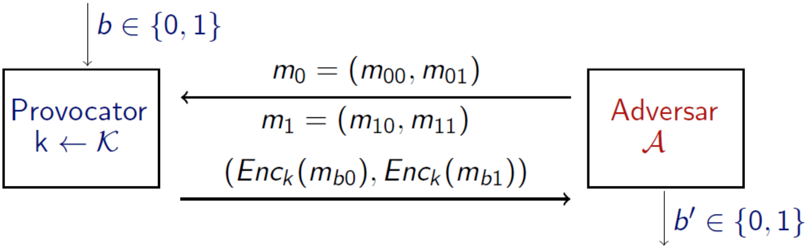
Exemplu

Fie (Enc, Dec) un sistem de criptare simetric. Se consideră sistemul de criptare (Enc', Dec') pentru mesaje de dimensiune dublă cu funcția de criptare definită astfel:

$$Enc'_k(m_1||m_2) = (Enc_k(m_2), Enc_k(m_1))$$

Arătați că sistemul nu este CCA-sigur.

Rezolvare



$\mathcal{A}$ transmite oracolului de decriptare $(Enc_k(m_{b0}), Enc_k(m_{b0}))$ și primește $m' = (m_{b0}, m_{b0})$, deci determină b' cu probabilitate 1.

Securitatea Sistemelor Informatice

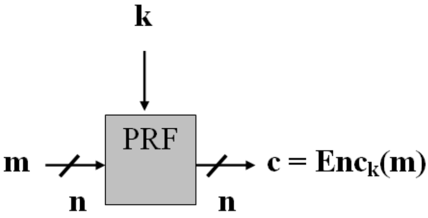
- Curs 5.3 -
Construcții practice PRF

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Sisteme bloc ca PRF

- Am văzut că sistemele de criptare bloc folosesc *PRF*;



Sisteme bloc ca PRF

- În criteriile de evaluare pentru adoptarea AES s-a menționat:

  The security provovided by an algorithm is the most important factor... Algorithms will be judged on the following factors...

  The extent to which the **algorithm output is indistinguishable from a random permutation on the input block***.*

Sisteme bloc ca PRF

- În criteriile de evaluare pentru adoptarea AES s-a menționat:

  The security provovided by an algorithm is the most important factor... Algorithms will be judged on the following factors...

  The extent to which the **algorithm output is indistinguishable from a random permutation on the input block**.

- Întrebare: Cum se obțin *PRF* în practică?

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;
- Considerăm F pe 128 biți și 16 funcții aleatoare $f_1, \ldots, f_{16}$ pe câte 8 biți;

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;
- Considerăm F pe 128 biți și 16 funcții aleatoare $f_1, \ldots, f_{16}$ pe câte 8 biți;
- Pentru $x = x_1 || \ldots || x_{16}$, $x \in \{0,1\}^{128}$ $x_i \in \{0,1\}^8$:

$$F_k(x) = f_1(x_1) || \ldots || f_{16}(x_{16})$$

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;
- Considerăm F pe 128 biți și 16 funcții aleatoare $f_1, \ldots, f_{16}$ pe câte 8 biți;
- Pentru $x = x_1 || \ldots || x_{16}$, $x \in \{0,1\}^{128}$ $x_i \in \{0,1\}^8$:

$$F_k(x) = f_1(x_1) || \ldots || f_{16}(x_{16})$$

- Spunem că $\{f_i\}$ introduc confuzie în F.

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- F se transformă în PRF în 2 pași:

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;
  - **Pasul 2**: se repetă o rundă (care presupune *confuzie* și *difuzie*) de mai multe ori;

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;
  - **Pasul 2**: se repetă o rundă (care presupune *confuzie* și *difuzie*) de mai multe ori;
- Repetarea *confuziei* și *difuziei* face ca modificarea unui singur bit de intrare să fie propagată asupra tuturor biților de ieșire;

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;
  - **Pasul 2**: se repetă o rundă (care presupune *confuzie* și *difuzie*) de mai multe ori;
- Repetarea *confuziei* și *difuziei* face ca modificarea unui singur bit de intrare să fie propagată asupra tuturor biților de ieșire;

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);
- Cum nu mai depind de cheie, aceasta este utilizată în alt scop;

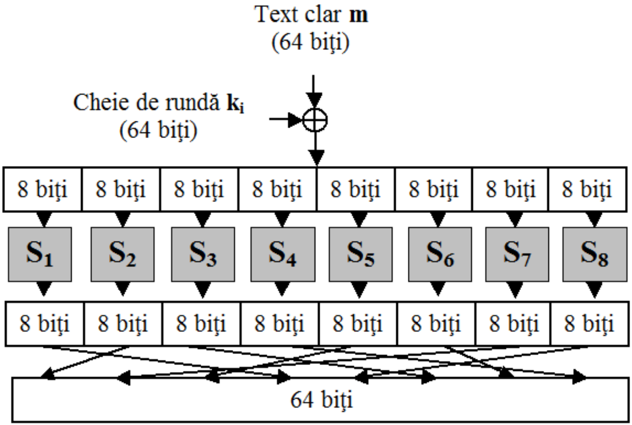
Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);
- Cum nu mai depind de cheie, aceasta este utilizată în alt scop;
- Din cheie se obțin mai multe **chei de rundă** (*sub-chei*) în urma unui proces de derivare a cheilor (*key schedule*);

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);
- Cum nu mai depind de cheie, aceasta este utilizată în alt scop;
- Din cheie se obțin mai multe **chei de rundă** (*sub-chei*) în urma unui proces de derivare a cheilor (*key schedule*);
- Fiecare cheie de rundă este XOR-ată cu valorile intermediare din fiecare rundă.

Rețele de substituție - permutare



Rețele de substituție - permutare

- Există 2 principii de bază în proiectarea rețelelor de substituție - permutare:

Rețele de substituție - permutare

- Există 2 principii de bază în proiectarea rețelelor de substituție - permutare:
  - **Principiul 1**: Inversabilitatea S-box-urilor;
    - dacă toate S-box-urile sunt inversabile, atunci rețeaua este inversabilă;
    - necesitate funcțională (pentru decriptare)

Rețele de substituție - permutare

- Există 2 principii de bază în proiectarea rețelelor de substituție - permutare:
  - **Principiul 1**: Inversabilitatea S-box-urilor;
    - dacă toate S-box-urile sunt inversabile, atunci rețeaua este inversabilă;
    - necesitate funcțională (pentru decriptare)
  - **Principiul 2**: Efectul de avalanșă
    - Un singur bit modificat la intrare **trebuie** să afecteze toți biții din secvența de ieșire;
    - necesitate de securitate.

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;
- 1998, 1999 - au loc 2 workshop-uri în urma carora ramân 5 finaliști: MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish;

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;
- 1998, 1999 - au loc 2 workshop-uri în urma carora ramân 5 finaliști: MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish;
- octombrie 2000 - după un al treilea workshop se anunță câștigătorul: Rijndael.

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;
- 1998, 1999 - au loc 2 workshop-uri în urma carora ramân 5 finaliști: MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish;
- octombrie 2000 - după un al treilea workshop se anunță câștigătorul: Rijndael.
- AES este folosit in multe standarde comerciale: IPsec, TLS, IEEE 802.11i (WPA2), SSH, Skype, etc.

AES - Advanced Encryption Standard

[Google Scholar - User profiles]

[`http://keccak.noekeon.org/team.html`]

Rijndael = **Rij**men + **Dae**men

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;
- Starea inițială este mesajul clar ($4 \times 4 \times 8 = 128$);

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;
- Starea inițială este mesajul clar ($4 \times 4 \times 8 = 128$);
- Starea este modificată pe parcursul rundelor prin 4 tipuri de operații: *AddRoundKey*, *SubBytes*, *ShiftRows*, *MixColumns*;

Descriere AES

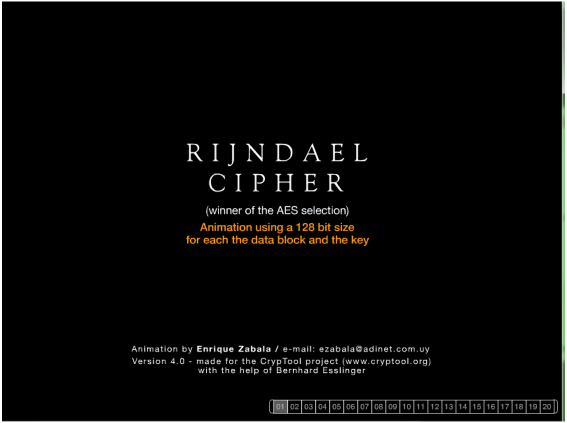
- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;
- Starea inițială este mesajul clar ($4 \times 4 \times 8 = 128$);
- Starea este modificată pe parcursul rundelor prin 4 tipuri de operații: *AddRoundKey*, *SubBytes*, *ShiftRows*, *MixColumns*;
- Ieșirea din ultima rundă este textul criptat.

Descriere AES

- Rijndael Animation - CrypTool Project:



[http://www.cryptool.org/en/]

Securitatea sistemului AES

- Singurele atacuri netriviale sunt asupra AES cu număr redus de runde:
  - AES-128 cu 6 runde: necesită 2^{72} criptări;
  - AES-192 cu 8 runde: necesită 2^{188} criptări;
  - AES-256 cu 8 runde: necesită 2^{204} criptări.

Securitatea sistemului AES

- Singurele atacuri netriviale sunt asupra AES cu număr redus de runde:
  - AES-128 cu 6 runde: necesită 2^{72} criptări;
  - AES-192 cu 8 runde: necesită 2^{188} criptări;
  - AES-256 cu 8 runde: necesită 2^{204} criptări.
- Nu există un atac mai eficient decât căutarea exhaustivă pentru AES cu număr complet de runde.

Securitatea sistemului AES

- Singurele atacuri netriviale sunt asupra AES cu număr redus de runde:
  - AES-128 cu 6 runde: necesită 2^{72} criptări;
  - AES-192 cu 8 runde: necesită 2^{188} criptări;
  - AES-256 cu 8 runde: necesită 2^{204} criptări.
- Nu există un atac mai eficient decât căutarea exhaustivă pentru AES cu număr complet de runde.

"It is free, standardized, efficient, and highly secure."
(J.Katz, Y.Lindell, *Introduction to Modern Cryptography*)

Rețele Feistel

- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;

Rețele Feistel

- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;
- Se diferențiază de rețelele de substituție-permutare prin proiectarea de nivel înalt;

Rețele Feistel

- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;
- Se diferențiază de rețelele de substituție-permutare prin proiectarea de nivel înalt;
- Introduc avantajul major că S-box-urile NU trebuie să fie inversabile;

Rețele Feistel

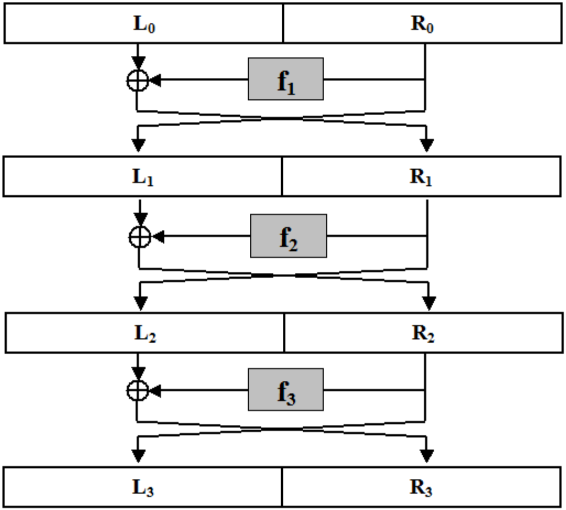
- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;
- Se diferențiază de rețelele de substituție-permutare prin proiectarea de nivel înalt;
- Introduc avantajul major că S-box-urile NU trebuie să fie inversabile;
- Permit așadar obținerea unei structuri *inversabile* folosind elemente *neinversabile*.

Horst Feistel (1915 - 1990)

[Wikipedia]

- Structurile simetrice utilizate în construcția sistemelor bloc poartă numele lui Feistel;
- Munca sa de cercetare la IBM a condus la sistemul de criptare Lucifer și mai târziu la DES.

Rețele Feistel



Rețele Feistel

- Intrarea în runda i se împarte în 2 jumătăți: L_{i-1} și R_{i-1} (i.e. *Left* și *Right*);

Rețele Feistel

- Intrarea în runda i se împarte în 2 jumătăți: L_{i-1} și R_{i-1} (i.e. *Left* și *Right*);
- Ieșirile din runda i sunt:

$$L_i = R_{i-1}$$

$$R_i = L_{i-1} \oplus f_i(R_{i-1})$$

Rețele Feistel

- Intrarea în runda i se împarte în 2 jumătăți: L_{i-1} și R_{i-1} (i.e. *Left* și *Right*);
- Ieșirile din runda i sunt:

$$L_i = R_{i-1}$$

$$R_i = L_{i-1} \oplus f_i(R_{i-1})$$

- Funcțiile f_i depind de cheia de rundă, derivând dintr-o funcție publică $\widehat{f_i}$:

$$f_i(R) = \widehat{f_i}(k_i, R)$$

Rețele Feistel

- Rețelele Feistel sunt inversabile indiferent dacă funcțiile f_i sunt inversabile sau nu;

Rețele Feistel

- Rețelele Feistel sunt inversabile indiferent dacă funcțiile f_i sunt inversabile sau nu;
- Fie (L_i, R_i) ieșirile din runda i;

Rețele Feistel

- Rețelele Feistel sunt inversabile indiferent dacă funcțiile f_i sunt inversabile sau nu;
- Fie (L_i, R_i) ieșirile din runda i;
- Intrările (L_{i-1}, R_{i-1}) în runda i sunt:

$$R_{i-1} = L_i$$

$$L_{i-1} = R_i \oplus f_i(R_{i-1})$$

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 6.1 -
Padding-oracle attack

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Atacul bazat pe oracol de padding

- In cursul anterior am discutat despre securitate CCA

Atacul bazat pe oracol de padding

- In cursul anterior am discutat despre securitate CCA
- Motivăm importanța securității CCA arătând un atac devastator din viața reală

Atacul bazat pe oracol de padding

- In cursul anterior am discutat despre securitate CCA
- Motivăm importanța securității CCA arătând un atac devastator din viața reală
- Mai mult, atacul cere ca un adversar să poata afla numai dacă un text criptat modificat este unul valid (care se poate decripta corect), nefiind necesară întreaga funcționalitate a unui oracol de decriptare (care întoarce textul clar corespunzător unui text criptat).

Atacul bazat pe oracol de padding

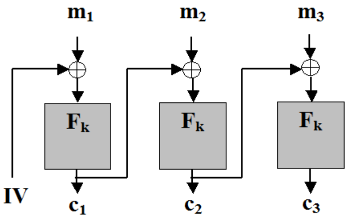
- In cursul anterior am discutat despre securitate CCA
- Motivăm importanța securității CCA arătând un atac devastator din viața reală
- Mai mult, atacul cere ca un adversar să poata afla numai dacă un text criptat modificat este unul valid (care se poate decripta corect), nefiind necesară întreaga funcționalitate a unui oracol de decriptare (care întoarce textul clar corespunzător unui text criptat).
- Acest fapt poate fi exploatat pentru aflarea întregului text clar

Atacul bazat pe oracol de padding

- Am văzut cum funcționeaza modul CBC când lungimea mesajului clar este multiplu de lungimea L blocului de criptat (suportat de F_k) in octeți

Atacul bazat pe oracol de padding

- Am văzut cum funcționeaza modul CBC când lungimea mesajului clar este multiplu de lungimea L blocului de criptat (suportat de F_k) in octeți



Decriptare

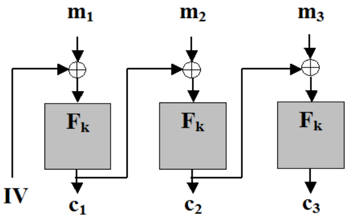
$m_1 = F_k^{-1}(c_1) \oplus IV$

$m_2 = F_k^{-1}(c_2) \oplus c_1$

$m_3 = F_k^{-1}(c_3) \oplus c_2$

Atacul bazat pe oracol de padding

- Am văzut cum funcționeaza modul CBC când lungimea mesajului clar este multiplu de lungimea L blocului de criptat (suportat de F_k) in octeți



Decriptare

$$m_1 = F_k^{-1}(c_1) \oplus IV$$

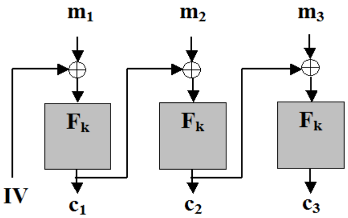
$$m_2 = F_k^{-1}(c_2) \oplus c_1$$

$$m_3 = F_k^{-1}(c_3) \oplus c_2$$

- Ce se întâmplă când $|m| \neq L$?

Atacul bazat pe oracol de padding

- Am văzut cum funcționeaza modulul CBC când lungimea mesajului clar este multiplu de lungimea L blocului de criptat (suportat de F_k) in octeți



Decriptare

$$m_1 = F_k^{-1}(c_1) \oplus IV$$

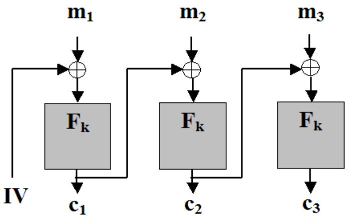
$$m_2 = F_k^{-1}(c_2) \oplus c_1$$

$$m_3 = F_k^{-1}(c_3) \oplus c_2$$

- Ce se întâmplă când $|m| \neq L$?
- Folosim padding-ul $PKCS\#7$:
  - Fie b numărul de octeți de adăugat la ultimul bloc pentru a avea $|m|$ multiplu de L ($1 \leq b \leq L$)

Atacul bazat pe oracol de padding

- Am văzut cum funcționeaza modul CBC când lungimea mesajului clar este multiplu de lungimea L blocului de criptat (suportat de F_k) in octeți



Decriptare

$$m_1 = F_k^{-1}(c_1) \oplus IV$$

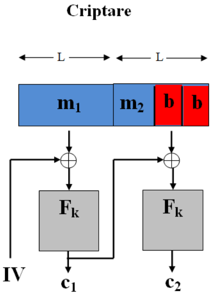
$$m_2 = F_k^{-1}(c_2) \oplus c_1$$

$$m_3 = F_k^{-1}(c_3) \oplus c_2$$

- Ce se întâmplă când $|m| \neq L$?
- Folosim padding-ul $PKCS\#7$:
  - Fie b numărul de octeți de adăugat la ultimul bloc pentru a avea $|m|$ multiplu de L ($1 \leq b \leq L$)
  - Se adaugă b octeți la ultimul bloc din m, fiecare reprezentând valoarea lui b

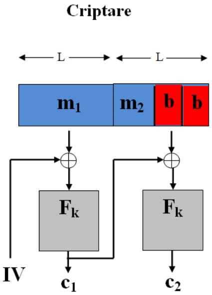
CBC cu padding PKCS7

Considerăm situația în care un client trimite mesaje criptate în modul CBC către un server.



CBC cu padding PKCS7

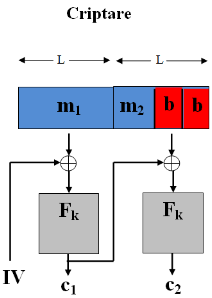
Considerăm situația în care un client trimite mesaje criptate în modul CBC către un server.



- în urma decriptării se obțin $m_1||m_2$

CBC cu padding PKCS7

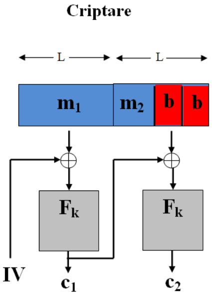
Considerăm situația în care un client trimite mesaje criptate în modul CBC către un server.



- în urma decriptării se obțin $m_1||m_2$
- se citește octetul final b

CBC cu padding PKCS7

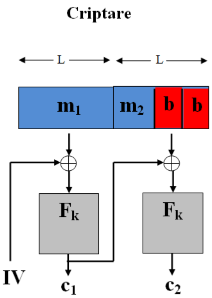
Considerăm situația în care un client trimite mesaje criptate în modul CBC către un server.



- în urma decriptării se obțin $m_1||m_2$
- se citește octetul final b
- dacă ultimii b octeți au toți valoarea b, atunci se scoate padding-ul și se obține mesajul original m

CBC cu padding PKCS7

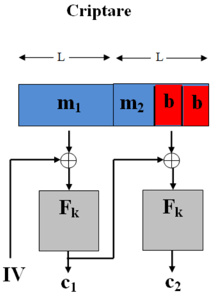
Considerăm situația în care un client trimite mesaje criptate în modul CBC către un server.



- în urma decriptării se obțin $m_1||m_2$
- se citește octetul final b
- dacă ultimii b octeți au toți valoarea b, atunci se scoate padding-ul și se obține mesajul original m
- altfel întoarce mesajul *padding gresit* și cere retransmiterea mesajului

CBC cu padding PKCS7

Considerăm situația în care un client trimite mesaje criptate în modul CBC către un server.



- în urma decriptării se obțin $m_1 || m_2$
- se citește octetul final b
- dacă ultimii b octeți au toți valoarea b, atunci se scoate padding-ul și se obține mesajul original m
- altfel întoarce mesajul *padding gresit* și cere retransmiterea mesajului

Server-ul acționeaza ca un oracol de padding - adversarul îi trimite texte criptate și află dacă padding-ul este corect sau nu

Ideea atacului cu oracol de padding

- Unui text criptat (IV, c) îi corespunde textul clar cu padding $m' = F_k^{-1}(c) \oplus IV$

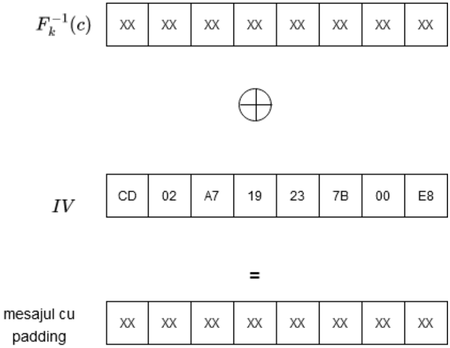
Ideea atacului cu oracol de padding

- Unui text criptat (IV, c) îi corespunde textul clar cu padding $m' = F_k^{-1}(c) \oplus IV$
- Dacă un adversar modifică octetul i din IV atunci modificarea se va reflecta și în octetul i din m'

Ideea atacului cu oracol de padding

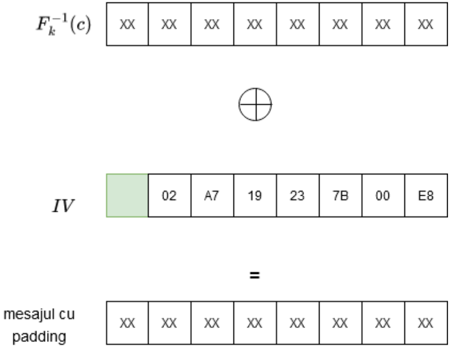
- Unui text criptat (IV, c) îi corespunde textul clar cu padding $m' = F_k^{-1}(c) \oplus IV$

- Dacă un adversar modifică octetul i din IV atunci modificarea se va reflecta și în octetul i din m'



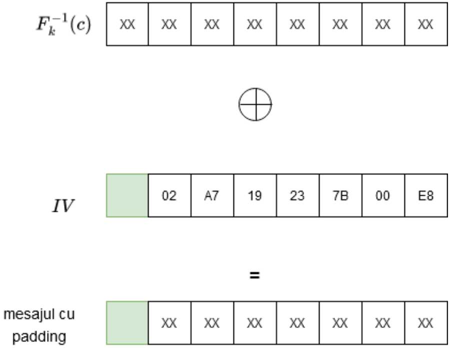
Ideea atacului cu oracol de padding

Adversarul modifica primul octet din IV



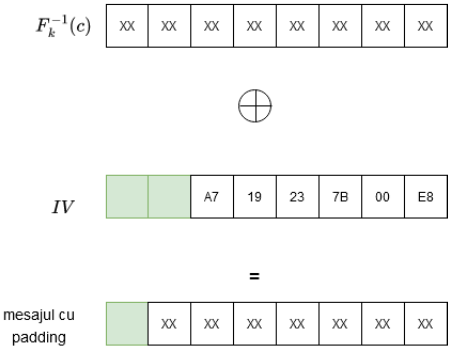
Ideea atacului cu oracol de padding

Modificarea se reflectă în primul octet din mesajul cu padding; apoi trimite mesajul (IV', c) și verifică dacă primește eroare



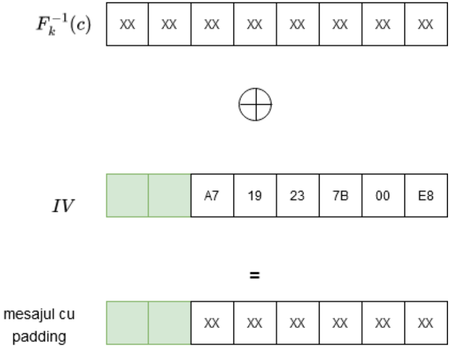
Ideea atacului cu oracol de padding

In caz contrar, adversarul modifică al 2-lea octet din IV



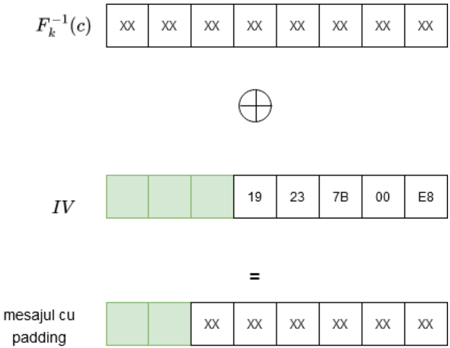
Ideea atacului cu oracol de padding

Modificarea se reflectă în al 2-lea octet din mesajul cu padding; apoi trimite mesajul (IV', c) și verifică dacă primește eroare

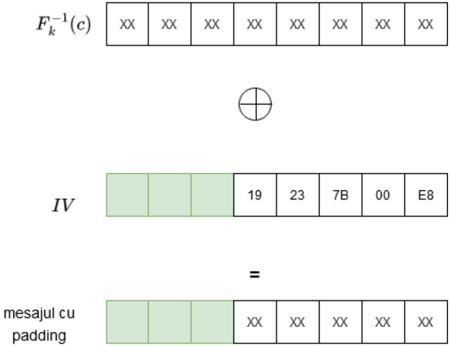


Ideea atacului cu oracol de padding

In caz contrar, adversarul continua cu al 3-lea octet din IV

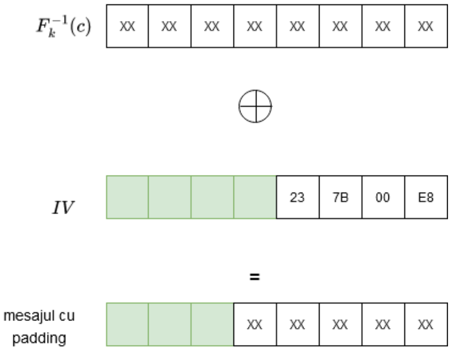


Ideea atacului cu oracol de padding

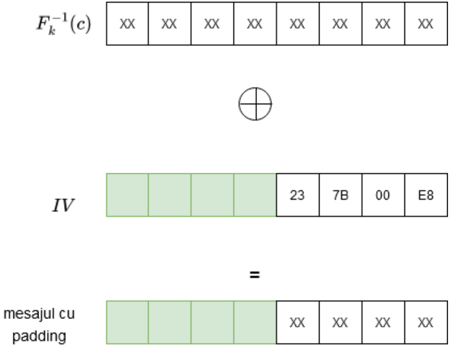


Ideea atacului cu oracol de padding

In caz contrar, adversarul continuă și cu al 4-lea octet din IV

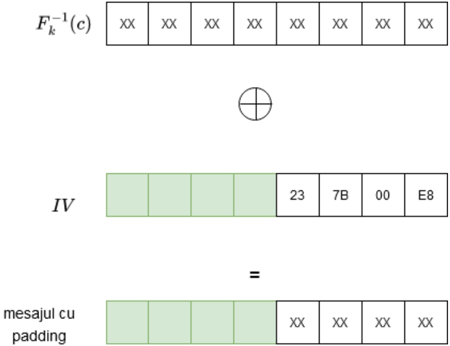


Ideea atacului cu oracol de padding



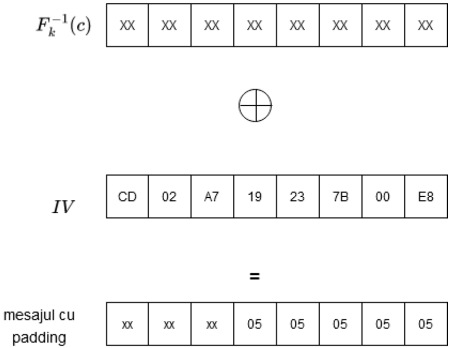
- Eroare la decriptare

Ideea atacului cu oracol de padding

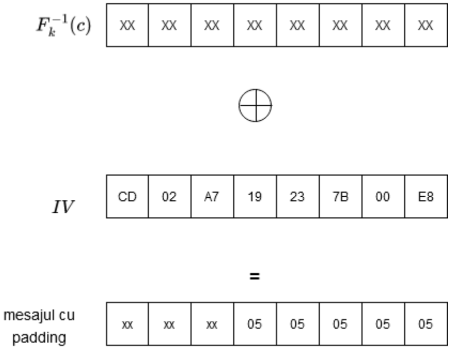


- Eroare la decriptare
- adversarul deduce ca oracolul verifica ultimii 5 octeti, care au valoarea 05

Ideea atacului cu oracol de padding



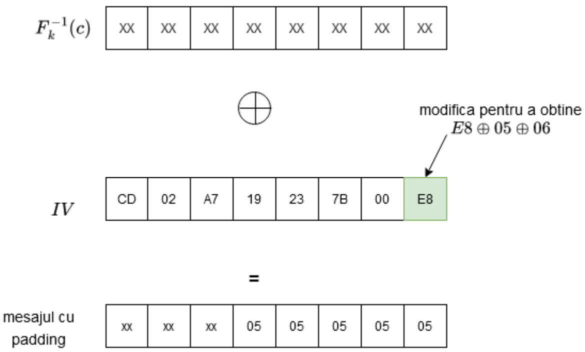
Ideea atacului cu oracol de padding



Primii 3 octeti din mesajul cu padding sunt încă necunoscuți atacatorului

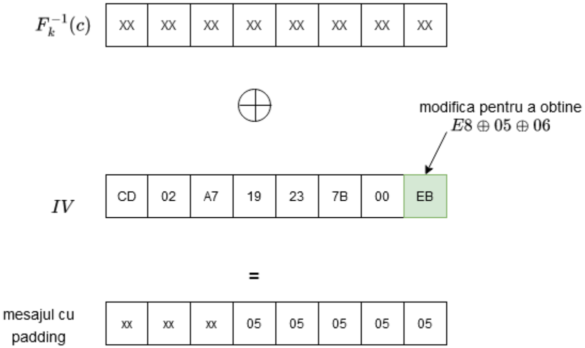
Ideea atacului cu oracol de padding

Adversarul încearcă să găsească primii 3 octeți din mesajul cu padding



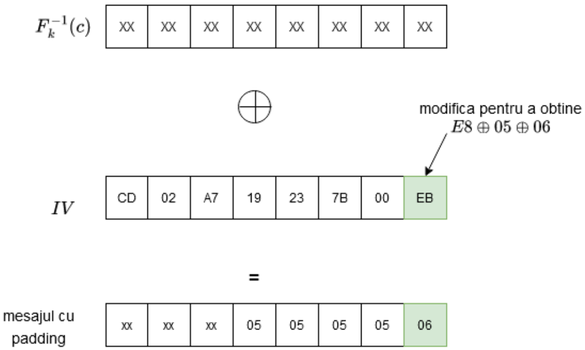
Ideea atacului cu oracol de padding

Adversarul încearcă să găsească primii 3 octeți din mesajul cu padding
El modifica cel mai din dreapta octet din IV



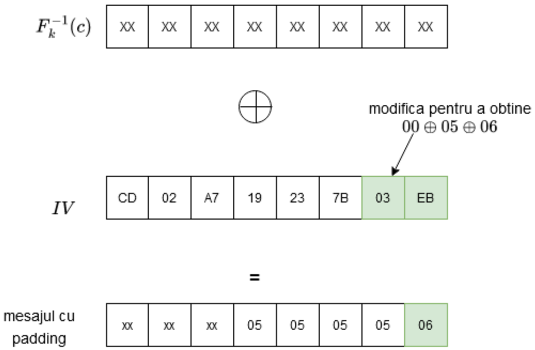
Ideea atacului cu oracol de padding

Adversarul încearcă să găsească primii 3 octeți din mesajul cu padding
Modificarea se va reflecta in cel mai din dreapta octet din mesajul cu padding

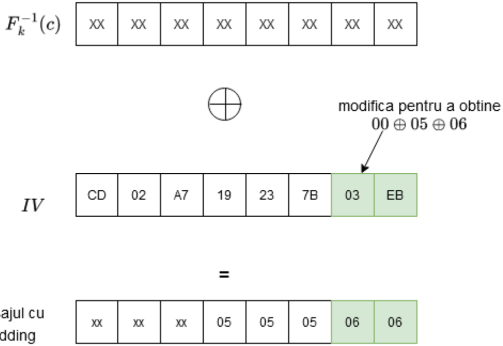


Ideea atacului cu oracol de padding

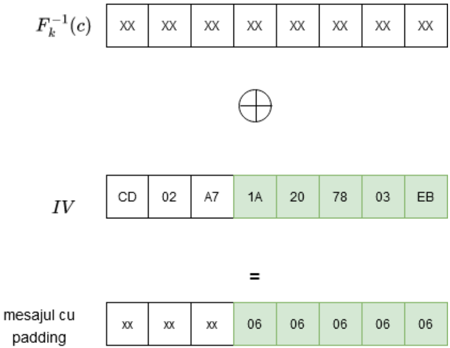
Adversarul va proceda similar pentru ceilalti octeti



Ideea atacului cu oracol de padding

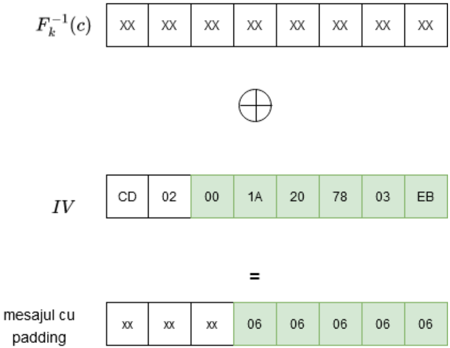


Ideea atacului cu oracol de padding



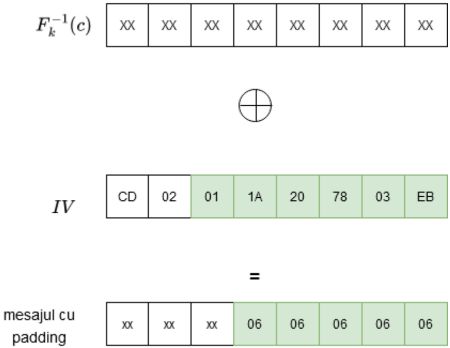
Dacă adversarul trimite acest IV împreună cu c, sunt șanse mici să nu primească eroare la decriptare

Ideea atacului cu oracol de padding



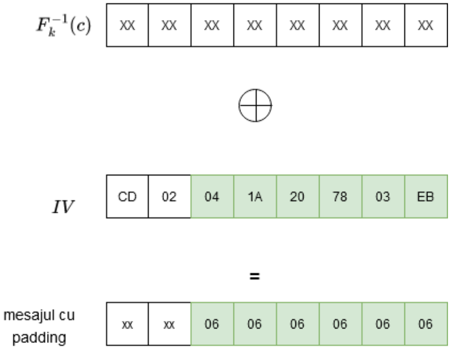
Va incerca pe rand toate valorile posibile pentru al 3-lea octet din IV ....

Ideea atacului cu oracol de padding



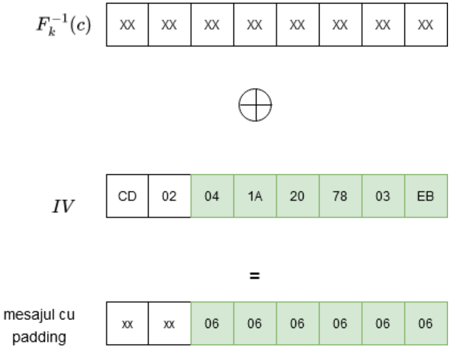
Va încerca pe rând toate valorile posibile pentru al 3-lea octet din IV ....

Ideea atacului cu oracol de padding



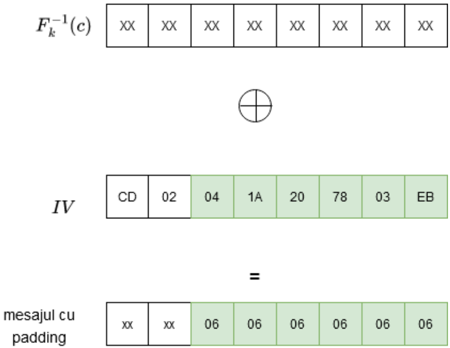
Până cand decriptarea va funcționa; când aceasta se întâmplă, al 3-lea octet din mesajul cu padding este 06 (doar atunci decriptarea funcționează)

Ideea atacului cu oracol de padding



Acum A cunoaște $xx \oplus 04 = 06$ și deci el poate calcula $xx \oplus A7$ (valoarea inițială a mesajului cu padding pe octetul 3).

Ideea atacului cu oracol de padding



Adversarul poate repeta același proces pentru a afla al doilea octet și apoi primul din mesajul cu padding.

Complexitatea atacului cu oracol de padding

- sunt necesare cel mult L incercări pentru a afla b

Complexitatea atacului cu oracol de padding

- sunt necesare cel mult L incercări pentru a afla b
- cel mult $2^8 = 256$ încercări pentru a afla fiecare octet din mesajul inițial

Complexitatea atacului cu oracol de padding

- sunt necesare cel mult L incercări pentru a afla b
- cel mult $2^8 = 256$ încercări pentru a afla fiecare octet din mesajul inițial
- în total sunt necesare 256 * *bt* încercări (unde *bt* reprezintă numărul de octeți din mesajul original) pentru a găsi întregul text clar

Securitatea Sistemelor Informatice

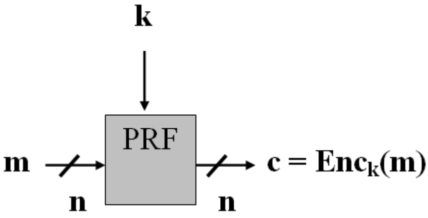
- Curs 6.2 -
Construcții practice PRF

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Sisteme bloc ca PRF

- Am văzut că sistemele de criptare bloc folosesc *PRF*;



Sisteme bloc ca PRF

- În criteriile de evaluare pentru adoptarea AES s-a menționat:

  The security provovided by an algorithm is the most important factor... Algorithms will be judged on the following factors...

  The extent to which the **algorithm output is indistinguishable from a random permutation on the input block***.*

Sisteme bloc ca PRF

- În criteriile de evaluare pentru adoptarea AES s-a menționat:

  The security provovided by an algorithm is the most important factor... Algorithms will be judged on the following factors...

  The extent to which the **algorithm output is indistinguishable from a random permutation on the input block***.*

- Întrebare: Cum se obțin *PRF* în practică?

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;
- Considerăm F pe 128 biți și 16 funcții aleatoare $f_1, \ldots, f_{16}$ pe câte 8 biți;

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;
- Considerăm F pe 128 biți și 16 funcții aleatoare $f_1, \ldots, f_{16}$ pe câte 8 biți;
- Pentru $x = x_1 || \ldots || x_{16}$, $x \in \{0,1\}^{128}$ $x_i \in \{0,1\}^8$:

$$F_k(x) = f_1(x_1) || \ldots || f_{16}(x_{16})$$

Paradigma confuzie-difuzie

- Se construiește funcția F, pe baza mai multor funcții aleatoare f_i de dimensiune mai mică;
- Considerăm F pe 128 biți și 16 funcții aleatoare $f_1, \ldots, f_{16}$ pe câte 8 biți;
- Pentru $x = x_1 || \ldots || x_{16}$, $x \in \{0,1\}^{128}$ $x_i \in \{0,1\}^8$:

$$F_k(x) = f_1(x_1) || \ldots || f_{16}(x_{16})$$

- Spunem că $\{f_i\}$ introduc confuzie în F.

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- F se transformă în PRF în 2 pași:

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;
  - **Pasul 2**: se repetă o rundă (care presupune *confuzie* și *difuzie*) de mai multe ori;

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;
  - **Pasul 2**: se repetă o rundă (care presupune *confuzie* și *difuzie*) de mai multe ori;
- Repetarea *confuziei* și *difuziei* face ca modificarea unui singur bit de intrare să fie propagată asupra tuturor biților de ieșire;

Rețele de substituție - permutare

F încă nu este PRF dar

- *F* se transformă în PRF în 2 pași:
  - **Pasul 1**: se introduce difuzie prin amestecarea (permutarea) biților de ieșire;
  - **Pasul 2**: se repetă o rundă (care presupune *confuzie* și *difuzie*) de mai multe ori;
- Repetarea *confuziei* și *difuziei* face ca modificarea unui singur bit de intrare să fie propagată asupra tuturor biților de ieșire;

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);
- Cum nu mai depind de cheie, aceasta este utilizată în alt scop;

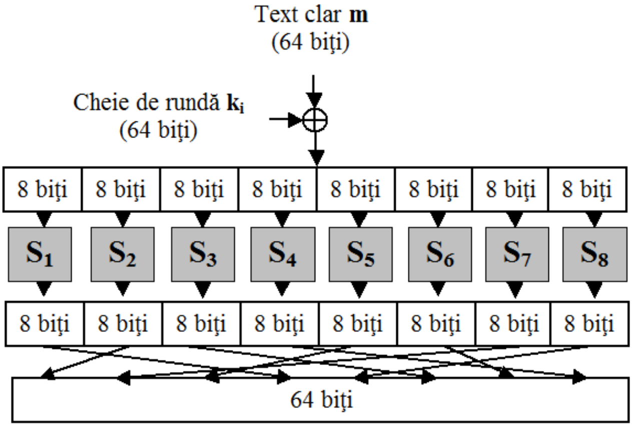
Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);
- Cum nu mai depind de cheie, aceasta este utilizată în alt scop;
- Din cheie se obțin mai multe **chei de rundă** (*sub-chei*) în urma unui proces de derivare a cheilor (*key schedule*);

Rețele de substituție - permutare

- O rețea de substituție-permutare este o implementare a construcției anterioare de *confuzie-difuzie* în care funcțiile $\{f_i\}$ sunt **fixe** (i.e. nu depind de cheie) si se numesc permutări;
- $\{f_i\}$ se numesc S-boxes (Substitution-boxes);
- Cum nu mai depind de cheie, aceasta este utilizată în alt scop;
- Din cheie se obțin mai multe **chei de rundă** (*sub-chei*) în urma unui proces de derivare a cheilor (*key schedule*);
- Fiecare cheie de rundă este XOR-ată cu valorile intermediare din fiecare rundă.

Rețele de substituție - permutare



Rețele de substituție - permutare

- Există 2 principii de bază în proiectarea rețelelor de substituție - permutare:

Rețele de substituție - permutare

- Există 2 principii de bază în proiectarea rețelelor de substituție - permutare:
  - **Principiul 1**: Inversabilitatea S-box-urilor;
    - dacă toate S-box-urile sunt inversabile, atunci rețeaua este inversabilă;
    - necesitate funcțională (pentru decriptare)

Rețele de substituție - permutare

- Există 2 principii de bază în proiectarea rețelelor de substituție - permutare:
  - **Principiul 1**: Inversabilitatea S-box-urilor;
    - dacă toate S-box-urile sunt inversabile, atunci rețeaua este inversabilă;
    - necesitate funcțională (pentru decriptare)
  - **Principiul 2**: Efectul de avalanșă
    - Un singur bit modificat la intrare **trebuie** să afecteze toți biții din secvența de ieșire;
    - necesitate de securitate.

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;
- 1998, 1999 - au loc 2 workshop-uri în urma carora ramân 5 finaliști: MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish;

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;
- 1998, 1999 - au loc 2 workshop-uri în urma carora ramân 5 finaliști: MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish;
- octombrie 2000 - după un al treilea workshop se anunță câștigătorul: Rijndael.

Exemplu: AES - Advanced Encryption Standard

- ianuarie 1997 - NIST anunță competiția pentru selecția unui nou sistem de criptare bloc care să înlocuiască DES;
- septembrie 1997 - 15 propuneri: CAST-256, CRYPTON, DEAL, DFC, E2, FROG, HPC, LOKI97, MAGENTA, MARS, RC6, Rijndael, SAFER+, Serpent, and Twofish;
- 1998, 1999 - au loc 2 workshop-uri în urma carora ramân 5 finaliști: MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish;
- octombrie 2000 - după un al treilea workshop se anunță câștigătorul: Rijndael.
- AES este folosit in multe standarde comerciale: IPsec, TLS, IEEE 802.11i (WPA2), SSH, Skype, etc.

AES - Advanced Encryption Standard

[Google Scholar - User profiles]

[http://keccak.noekeon.org/team.html]

Rijndael = **Rij**men + **Dae**men

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;
- Starea inițială este mesajul clar ($4 \times 4 \times 8 = 128$);

Descriere AES

- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;
- Starea inițială este mesajul clar ($4 \times 4 \times 8 = 128$);
- Starea este modificată pe parcursul rundelor prin 4 tipuri de operații: *AddRoundKey*, *SubBytes*, *ShiftRows*, *MixColumns*;

Descriere AES

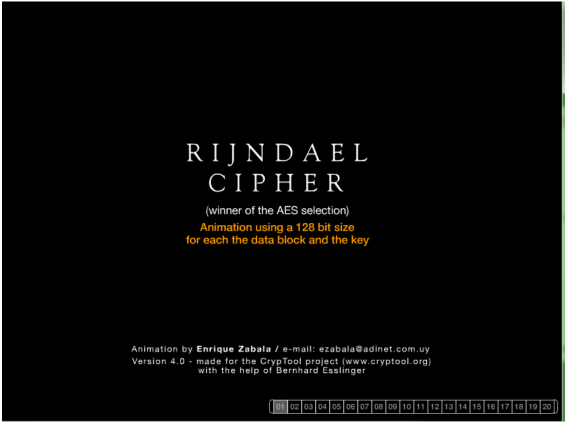
- AES este o rețea de substituție - permutare pe 128 biți care poate folosi chei de 128, 192 sau 256 biți;
- Lungimea cheii determină numărul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

- Folosește o matrice de octeți 4×4 numită **stare**;
- Starea inițială este mesajul clar ($4 \times 4 \times 8 = 128$);
- Starea este modificată pe parcursul rundelor prin 4 tipuri de operații: *AddRoundKey*, *SubBytes*, *ShiftRows*, *MixColumns*;
- Ieșirea din ultima rundă este textul criptat.

Descriere AES

- Rijndael Animation - CrypTool Project:



[http://www.cryptool.org/en/]

Securitatea sistemului AES

- Singurele atacuri netriviale sunt asupra AES cu număr redus de runde:
  - AES-128 cu 6 runde: necesită 2^{72} criptări;
  - AES-192 cu 8 runde: necesită 2^{188} criptări;
  - AES-256 cu 8 runde: necesită 2^{204} criptări.

Securitatea sistemului AES

- Singurele atacuri netriviale sunt asupra AES cu număr redus de runde:
  - AES-128 cu 6 runde: necesită 2^{72} criptări;
  - AES-192 cu 8 runde: necesită 2^{188} criptări;
  - AES-256 cu 8 runde: necesită 2^{204} criptări.
- Nu există un atac mai eficient decât căutarea exhaustivă pentru AES cu număr complet de runde.

Securitatea sistemului AES

- Singurele atacuri netriviale sunt asupra AES cu număr redus de runde:
  - AES-128 cu 6 runde: necesită 2^{72} criptări;
  - AES-192 cu 8 runde: necesită 2^{188} criptări;
  - AES-256 cu 8 runde: necesită 2^{204} criptări.
- Nu există un atac mai eficient decât căutarea exhaustivă pentru AES cu număr complet de runde.

"It is free, standardized, efficient, and highly secure."

(J.Katz, Y.Lindell, *Introduction to Modern Cryptography*)

Rețele Feistel

- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;

Rețele Feistel

- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;

- Se diferențiază de rețelele de substituție-permutare prin proiectarea de nivel înalt;

Rețele Feistel

- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;
- Se diferențiază de rețelele de substituție-permutare prin proiectarea de nivel înalt;
- Introduc avantajul major că S-box-urile NU trebuie să fie inversabile;

Rețele Feistel

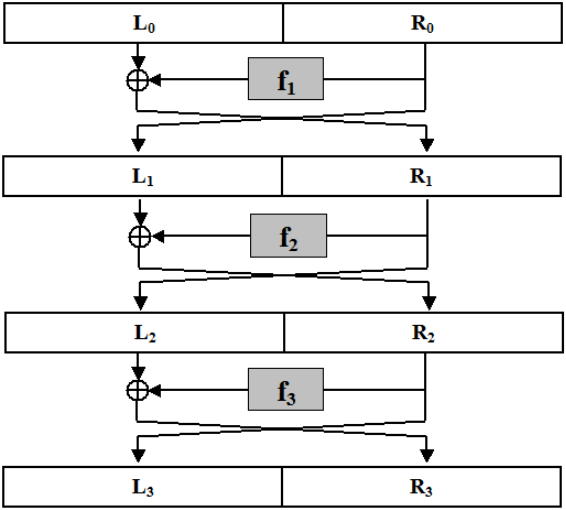
- Se aseamănă rețelelor de substituție-permutare în sensul că păstrează aceleași elementele componente: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde;
- Se diferențiază de rețelele de substituție-permutare prin proiectarea de nivel înalt;
- Introduc avantajul major că S-box-urile NU trebuie să fie inversabile;
- Permit așadar obținerea unei structuri *inversabile* folosind elemente *neinversabile*.

Horst Feistel (1915 - 1990)

[Wikipedia]

- Structurile simetrice utilizate în construcția sistemelor bloc poartă numele lui Feistel;
- Munca sa de cercetare la IBM a condus la sistemul de criptare Lucifer și mai târziu la DES.

Rețele Feistel



Rețele Feistel

- Intrarea în runda i se împarte în 2 jumătăți: L_{i-1} și R_{i-1} (i.e. *Left* și *Right*);

Rețele Feistel

- Intrarea în runda i se împarte în 2 jumătăți: L_{i-1} și R_{i-1} (i.e. *Left* și *Right*);

- Ieșirile din runda i sunt:

$$L_i = R_{i-1}$$

$$R_i = L_{i-1} \oplus f_i(R_{i-1})$$

Rețele Feistel

- Intrarea în runda i se împarte în 2 jumătăți: L_{i-1} și R_{i-1} (i.e. *Left* și *Right*);
- Ieșirile din runda i sunt:

$$L_i = R_{i-1}$$

$$R_i = L_{i-1} \oplus f_i(R_{i-1})$$

- Funcțiile f_i depind de cheia de rundă, derivând dintr-o funcție publică $\widehat{f_i}$:

$$f_i(R) = \widehat{f_i}(k_i, R)$$

Rețele Feistel

- Rețelele Feistel sunt inversabile indiferent dacă funcțiile f_i sunt inversabile sau nu;

Rețele Feistel

- Rețelele Feistel sunt inversabile indiferent dacă funcțiile f_i sunt inversabile sau nu;

- Fie (L_i, R_i) ieșirile din runda i;

Rețele Feistel

- Rețelele Feistel sunt inversabile indiferent dacă funcțiile f_i sunt inversabile sau nu;
- Fie (L_i, R_i) ieșirile din runda i;
- Intrările (L_{i-1}, R_{i-1}) în runda i sunt:

$$R_{i-1} = L_i$$

$$L_{i-1} = R_i \oplus f_i(R_{i-1})$$

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 6.3 -
Data Encryption Standard - DES

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

DES - Data Encryption Standard

- 1970 - Horst Feistel proiectează Lucifer, o familie de cifruri bloc, la IBM, cu lungime cheie = 128 biți și lungime bloc = 128 biți;

DES - Data Encryption Standard

- 1970 - Horst Feistel proiectează Lucifer, o familie de cifruri bloc, la IBM, cu lungime cheie = 128 biți și lungime bloc = 128 biți;
- 1973 - NIST inițiază o cerere pentru propuneri în vederea standardizarii cifrurilor bloc în SUA;
  IBM trimite o variantă de Lucifer.

DES - Data Encryption Standard

- 1970 - Horst Feistel proiectează Lucifer, o familie de cifruri bloc, la IBM, cu lungime cheie = 128 biți și lungime bloc = 128 biți;
- 1973 - NIST inițiază o cerere pentru propuneri în vederea standardizarii cifrurilor bloc în SUA;
  IBM trimite o variantă de Lucifer.
- 1976 - NIST adoptă Lucifer modificat ca standard DES cu lungime cheie = 56 biți și lungime bloc = 64 biți.

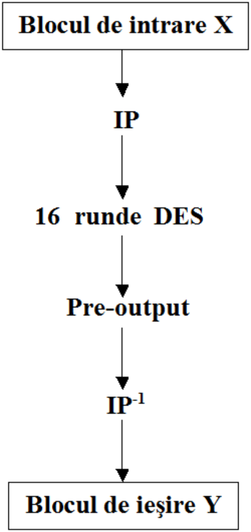
DES - Data Encryption Standard

- 1970 - Horst Feistel proiectează Lucifer, o familie de cifruri bloc, la IBM, cu lungime cheie = 128 biți și lungime bloc = 128 biți;
- 1973 - NIST inițiază o cerere pentru propuneri în vederea standardizarii cifrurilor bloc în SUA;
  IBM trimite o variantă de Lucifer.
- 1976 - NIST adoptă Lucifer modificat ca standard DES cu lungime cheie = 56 biți și lungime bloc = 64 biți.
- 1997 - DES este spart prin cautare exhaustivă (forță brută).

DES - Data Encryption Standard

- 1970 - Horst Feistel proiectează Lucifer, o familie de cifruri bloc, la IBM, cu lungime cheie = 128 biți și lungime bloc = 128 biți;
- 1973 - NIST inițiază o cerere pentru propuneri în vederea standardizarii cifrurilor bloc în SUA;
  IBM trimite o variantă de Lucifer.
- 1976 - NIST adoptă Lucifer modificat ca standard DES cu lungime cheie = 56 biți și lungime bloc = 64 biți.
- 1997 - DES este spart prin cautare exhaustivă (forță brută).
- 2001 - NIST adoptă Rinjdael ca noul standard AES în locul lui DES.

DES


Blocul de intrare X
IP
16 runde DES
Pre-output
IP-1
Blocul de ieşire Y

Descriere DES

- DES este o rețea de tip Feistel cu 16 runde și o cheie pe 56 biți;

Descriere DES

- DES este o rețea de tip Feistel cu 16 runde și o cheie pe 56 biți;
- Procesul de derivare a cheii (*key schedule*) obține o sub-cheie de rundă k_i pentru fiecare rundă pornind de la cheia master k;

Descriere DES

- DES este o rețea de tip Feistel cu 16 runde și o cheie pe 56 biți;
- Procesul de derivare a cheii (*key schedule*) obține o sub-cheie de rundă k_i pentru fiecare rundă pornind de la cheia master k;
- Funcțiile de rundă $f_i(R) = f(k_i, R)$ sunt derivate din aceeași funcție principală $\widehat{f}$ și nu sunt inversabile;

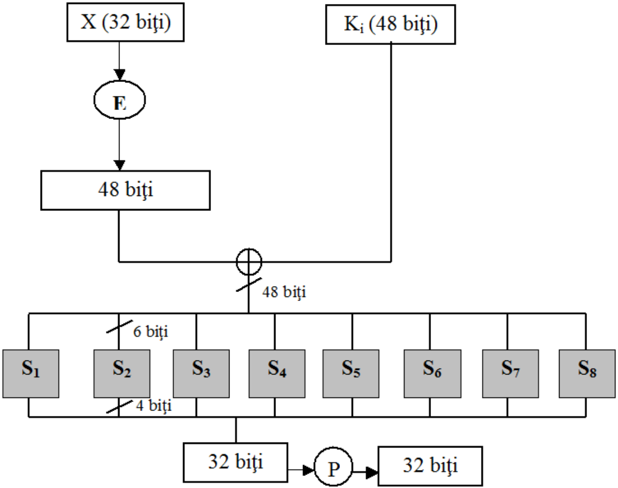
Descriere DES

- DES este o rețea de tip Feistel cu 16 runde și o cheie pe 56 biți;
- Procesul de derivare a cheii (*key schedule*) obține o sub-cheie de rundă k_i pentru fiecare rundă pornind de la cheia master k;
- Funcțiile de rundă $f_i(R) = f(k_i, R)$ sunt derivate din aceeași funcție principală $\widehat{f}$ și nu sunt inversabile;
- Fiecare sub-cheie k_i reprezintă permutarea a 48 biți din cheia master;

Descriere DES

- DES este o rețea de tip Feistel cu 16 runde și o cheie pe 56 biți;
- Procesul de derivare a cheii (*key schedule*) obține o sub-cheie de rundă k_i pentru fiecare rundă pornind de la cheia master k;
- Funcțiile de rundă $f_i(R) = f(k_i, R)$ sunt derivate din aceeași funcție principală $\widehat{f}$ și nu sunt inversabile;
- Fiecare sub-cheie k_i reprezintă permutarea a 48 biți din cheia master;
- Întreaga procedură de obținere a sub-cheilor de rundă este fixă și cunoscută, singurul secret este cheia master .

Funcția $f(k_i, R)$



Funcția $f(k_i, R)$

- Funcția $\widehat{f}$ este, în esență, o rețea de substituție-permutare cu doar o rundă.

Funcția $f(k_i, R)$

- Funcția $\widehat{f}$ este, în esență, o rețea de substituție-permutare cu doar o rundă.
- Pentru calculul $f(k_i, R)$ se procedează astfel:

Funcția $f(k_i, R)$

- Funcția $\widehat{f}$ este, în esență, o rețea de substituție-permutare cu doar o rundă.
- Pentru calculul $f(k_i, R)$ se procedează astfel:
  1. R este expandat la un bloc R' de 48 biți cu ajutorul unei funcții de expandare $R' = E(R)$.

Funcția $f(k_i, R)$

- Funcția $\widehat{f}$ este, în esență, o rețea de substituție-permutare cu doar o rundă.
- Pentru calculul $f(k_i, R)$ se procedează astfel:
  1. R este expandat la un bloc R' de 48 biți cu ajutorul unei funcții de expandare $R' = E(R)$.
  2. R' este XOR-at cu k_i iar valoarea rezultată este împărțită în 8 blocuri de câte 6 biți.

Funcția $f(k_i, R)$

- Funcția $\widehat{f}$ este, în esență, o rețea de substituție-permutare cu doar o rundă.
- Pentru calculul $f(k_i, R)$ se procedează astfel:
  1. R este expandat la un bloc R' de 48 biți cu ajutorul unei funcții de expandare $R' = E(R)$.
  2. R' este XOR-at cu k_i iar valoarea rezultată este împărțită în 8 blocuri de câte 6 biți.
  3. Fiecare bloc de 6 biți trece printr-un SBOX diferit rezultând o valoare pe 4 biți.

Funcția $f(k_i, R)$

- Funcția $\widehat{f}$ este, în esență, o rețea de substituție-permutare cu doar o rundă.
- Pentru calculul $f(k_i, R)$ se procedează astfel:
  1. R este expandat la un bloc R' de 48 biți cu ajutorul unei funcții de expandare $R' = E(R)$.
  2. R' este XOR-at cu k_i iar valoarea rezultată este împărțită în 8 blocuri de câte 6 biți.
  3. Fiecare bloc de 6 biți trece printr-un SBOX diferit rezultând o valoare pe 4 biți.
  4. Se concatenează blocurile rezultate și se aplică o permutare, rezultând în final un bloc de 32 biți.

Funcția $f(k_i, R)$

- Funcția $\widehat{f}$ este, în esență, o rețea de substituție-permutare cu doar o rundă.
- Pentru calculul $f(k_i, R)$ se procedează astfel:
    1. R este expandat la un bloc R' de 48 biți cu ajutorul unei funcții de expandare $R' = E(R)$.
    2. R' este XOR-at cu k_i iar valoarea rezultată este împărțită în 8 blocuri de câte 6 biți.
    3. Fiecare bloc de 6 biți trece printr-un SBOX diferit rezultând o valoare pe 4 biți.
    4. Se concatenează blocurile rezultate și se aplică o permutare, rezultând în final un bloc de 32 biți.
- **De remarcat:** Toată descrierea lui DES, inclusiv SBOX-urile și permutările sunt publice.

SBOX-urile din DES

- Formează o parte esențială din construcția DES;

SBOX-urile din DES

- Formează o parte esențială din construcția DES;
- DES devine mult mai vulnerabil la atacuri dacă SBOX-urile sunt modificate ușor sau dacă sunt alese aleator

SBOX-urile din DES

- Formează o parte esențială din construcția DES;
- DES devine mult mai vulnerabil la atacuri dacă SBOX-urile sunt modificate ușor sau dacă sunt alese aleator
- Primul și ultimul bit din cei 6 de la intrare sunt folosiți pentru a alege linia din tabel, iar biții 2-5 sunt folosiți pentru coloană; output-ul va consta din cei 4 biți aflați la intersecția liniei și coloanei alese.

S_5		Cei 4 biţi din mijloc															
		0000	**0001**	**0010**	**0011**	**0100**	**0101**	**0110**	**0111**	**1000**	**1001**	**1010**	**1011**	**1100**	**1101**	**1110**	**1111**
Biţii din margine	**00**	0010	1100	0100	0001	0111	1010	1011	0110	1000	0101	0011	1111	1101	0000	1110	1001
	01	1110	1011	0010	1100	0100	0111	1101	0001	0101	0000	1111	1010	0011	1001	1000	0110
	10	0100	0010	0001	1011	1010	1101	0111	1000	1111	1001	1100	0101	0110	0011	0000	1110
	11	1011	1000	1100	0111	0001	1110	0010	1101	0110	1111	0000	1001	1010	0100	0101	0011

SBOX-urile din DES

- Formează o parte esențială din construcția DES;
- DES devine mult mai vulnerabil la atacuri dacă SBOX-urile sunt modificate ușor sau dacă sunt alese aleator
- Primul și ultimul bit din cei 6 de la intrare sunt folosiți pentru a alege linia din tabel, iar biții 2-5 sunt folosiți pentru coloană; output-ul va consta din cei 4 biți aflați la intersecția liniei și coloanei alese.

S_5		Cei 4 biţi din mijloc															
		0000	**0001**	**0010**	**0011**	**0100**	**0101**	**0110**	**0111**	**1000**	**1001**	**1010**	**1011**	**1100**	**1101**	**1110**	**1111**
Biţii din margine	**00**	0010	1100	0100	0001	0111	1010	1011	0110	1000	0101	0011	1111	1101	0000	1110	1001
	01	1110	1011	0010	1100	0100	0111	1101	0001	0101	0000	1111	1010	0011	1001	1000	0110
	10	0100	0010	0001	1011	1010	1101	0111	1000	1111	1001	1100	0101	0110	0011	0000	1110
	11	1011	1000	1100	0111	0001	1110	0010	1101	0110	1111	0000	1001	1010	0100	0101	0011

- Modificarea **unui bit** de la intrare întotdeauna afectează cel puțin **doi biți** de la ieșire.

SBOX-urile din DES

- Formează o parte esențială din construcția DES;
- DES devine mult mai vulnerabil la atacuri dacă SBOX-urile sunt modificate ușor sau dacă sunt alese aleator
- Primul și ultimul bit din cei 6 de la intrare sunt folosiți pentru a alege linia din tabel, iar biții 2-5 sunt folosiți pentru coloană; output-ul va consta din cei 4 biți aflați la intersecția liniei și coloanei alese.

S_5		Cei 4 biţi din mijloc															
		0000	**0001**	**0010**	**0011**	**0100**	**0101**	**0110**	**0111**	**1000**	**1001**	**1010**	**1011**	**1100**	**1101**	**1110**	**1111**
Biţii din margine	**00**	0010	1100	0100	0001	0111	1010	1011	0110	1000	0101	0011	1111	1101	0000	1110	1001
	01	1110	1011	0010	1100	0100	0111	1101	0001	0101	0000	1111	1010	0011	1001	1000	0110
	10	0100	0010	0001	1011	1010	1101	0111	1000	1111	1001	1100	0101	0110	0011	0000	1110
	11	1011	1000	1100	0111	0001	1110	0010	1101	0110	1111	0000	1001	1010	0100	0101	0011

- Modificarea **unui bit** de la intrare întotdeauna afectează cel puțin **doi biți** de la ieșire.
- DES are un puternic efect de avalanșă generat de ultima proprietate menționată mai sus și de permutările folosite;

Securitatea sistemului DES

- Incă de la propunerea sa, DES a fost criticat din două motive:

Securitatea sistemului DES

- Incă de la propunerea sa, DES a fost criticat din două motive:
    1. Spațiul cheilor este prea mic făcând algoritmul vulnerabil la forță brută;

Securitatea sistemului DES

- Incă de la propunerea sa, DES a fost criticat din două motive:
  1. Spaţiul cheilor este prea mic făcând algoritmul vulnerabil la forţă brută;
  2. Criteriile de selecţie a SBOX-urilor au fost ţinute secrete şi ar fi putut exista atacuri analitice care explorau proprietăţile matematice ale SBOX-urilor, cunoscute numai celor care l-au proiectat.

Securitatea sistemului DES

- Incă de la propunerea sa, DES a fost criticat din două motive:
  1. Spaţiul cheilor este prea mic făcând algoritmul vulnerabil la forţă brută;
  2. Criteriile de selecţie a SBOX-urilor au fost ţinute secrete şi ar fi putut exista atacuri analitice care explorau proprietăţile matematice ale SBOX-urilor, cunoscute numai celor care l-au proiectat.
- Cu toate acestea....

Securitatea sistemului DES

- Incă de la propunerea sa, DES a fost criticat din două motive:
  1. Spațiul cheilor este prea mic făcând algoritmul vulnerabil la forță brută;
  2. Criteriile de selecție a SBOX-urilor au fost ținute secrete și ar fi putut exista atacuri analitice care explorau proprietățile matematice ale SBOX-urilor, cunoscute numai celor care l-au proiectat.
- Cu toate acestea....
  - După 30 ani de studiu intens, cel mai bun atac practic rămâne doar o căutare exhaustivă pe spațiul cheilor;

Securitatea sistemului DES

- Incă de la propunerea sa, DES a fost criticat din două motive:
  1. Spațiul cheilor este prea mic făcând algoritmul vulnerabil la forță brută;
  2. Criteriile de selecție a SBOX-urilor au fost ținute secrete și ar fi putut exista atacuri analitice care explorau proprietățile matematice ale SBOX-urilor, cunoscute numai celor care l-au proiectat.
- Cu toate acestea....
  - După 30 ani de studiu intens, cel mai bun atac practic rămâne doar o căutare exhaustivă pe spațiul cheilor;
  - O căutare printre 2^{56} chei este fezabilă azi (dar netrivială);

Securitatea sistemului DES

- Incă de la propunerea sa, DES a fost criticat din două motive:
  1. Spațiul cheilor este prea mic făcând algoritmul vulnerabil la forță brută;
  2. Criteriile de selecție a SBOX-urilor au fost ținute secrete și ar fi putut exista atacuri analitice care explorau proprietățile matematice ale SBOX-urilor, cunoscute numai celor care l-au proiectat.
- Cu toate acestea....
  - După 30 ani de studiu intens, cel mai bun atac practic rămâne doar o căutare exhaustivă pe spațiul cheilor;
  - O căutare printre 2^{56} chei este fezabilă azi (dar netrivială);
  - In 1977, un calculator care să efectueze atacul într-o zi ar fi costat 20.000.000$;

Securitatea sistemului DES

- Primul atac practic a fost demonstrat în 1997 când un număr de provocări DES au fost propuse de RSA Security și rezolvate;

Securitatea sistemului DES

- Primul atac practic a fost demonstrat în 1997 când un număr de provocări DES au fost propuse de RSA Security și rezolvate;
- Prima provocare a fost spartă în 1997 de un proiect care a folosit sute de calculatoare coordonate prin Internet; a durat 96 de zile;

Securitatea sistemului DES

- Primul atac practic a fost demonstrat în 1997 când un număr de provocări DES au fost propuse de RSA Security și rezolvate;
- Prima provocare a fost spartă în 1997 de un proiect care a folosit sute de calculatoare coordonate prin Internet; a durat 96 de zile;
- A doua provocare a fost spartă anul următor în 41 de zile;

Securitatea sistemului DES

- Primul atac practic a fost demonstrat în 1997 când un număr de provocări DES au fost propuse de RSA Security și rezolvate;
- Prima provocare a fost spartă în 1997 de un proiect care a folosit sute de calculatoare coordonate prin Internet; a durat 96 de zile;
- A doua provocare a fost spartă anul următor în 41 de zile;
- Impresionant a fost timpul pentru a treia provocare: *56 de ore*;

Securitatea sistemului DES

- Primul atac practic a fost demonstrat în 1997 când un număr de provocări DES au fost propuse de RSA Security și rezolvate;
- Prima provocare a fost spartă în 1997 de un proiect care a folosit sute de calculatoare coordonate prin Internet; a durat 96 de zile;
- A doua provocare a fost spartă anul următor în 41 de zile;
- Impresionant a fost timpul pentru a treia provocare: *56 de ore*;
- S-a construit o mașină în acest scop, *Deep Crack* cu un cost de 250.000$

Securitatea sistemului DES

Figure: *Deep Crack-construită pentru căutare exhaustivă DES în 1998*

Securitatea sistemului DES

Figure: *Deep Crack-construită pentru căutare exhaustivă DES în 1998*

- Ultima provocare a fost spartă în 22 de ore (efort combinat de la ultimele două provocări);

Securitatea sistemului DES

Figure: *Deep Crack-construită pentru căutare exhaustivă DES în 1998*

- Ultima provocare a fost spartă în 22 de ore (efort combinat de la ultimele două provocări);
- Atacurile prin forță brută pe DES au devenit un studiu de caz în încercarea de a micșora costurile;

Securitatea sistemului DES

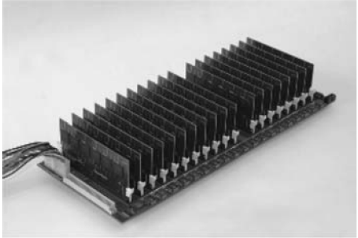


Figure: COPACABANA-Cost Optimized Parallel Code-Breaker

- In 2006, o echipă de cercetători de la universitățile Bochum și Kiel din Germania a construit mașina COPACABANA (*Cost Optimized Parallel Code-Breaker*) care permite găsirea cheii DES cu un timp de căutare mediu de mai puțin de 7 zile, la un cost de 10.000$.

Securitatea sistemului DES

- O altă problemă a sistemului DES, mai puțin importantă, este lungimea blocului relativ scurtă (64 biți);

Securitatea sistemului DES

- O altă problemă a sistemului DES, mai puțin importantă, este lungimea blocului relativ scurtă (64 biți);
- Securitatea multor construcții bazate pe cifruri bloc depinde de lungimea blocului;

Securitatea sistemului DES

- O altă problemă a sistemului DES, mai puțin importantă, este lungimea blocului relativ scurtă (64 biți);
- Securitatea multor construcții bazate pe cifruri bloc depinde de lungimea blocului;
- În modul de utilizare CTR, dacă un atacator are 2^{27} perechi text clar/text criptat, securitatea este compromisă cu probabilitate mare;

Securitatea sistemului DES

- O altă problemă a sistemului DES, mai puțin importantă, este lungimea blocului relativ scurtă (64 biți);
- Securitatea multor construcții bazate pe cifruri bloc depinde de lungimea blocului;
- În modul de utilizare CTR, dacă un atacator are 2^{27} perechi text clar/text criptat, securitatea este compromisă cu probabilitate mare;
- Concluzionând, putem spune că insecuritatea sistemului DES nu are a face cu structura internă sau construcția in sine (care este remarcabilă), ci se datorează numai lungimii cheii prea mici.

Criptanaliză avansată

- La sfarsitul anilor $'80$, Biham și Shamir au dezvoltat o tehnică numită criptanaliza diferențială pe care au folosit-o pentru un atac împotriva DES;

Criptanaliză avansată

- La sfarsitul anilor $'80$, Biham și Shamir au dezvoltat o tehnică numită criptanaliza diferențială pe care au folosit-o pentru un atac împotriva DES;
- Atacul presupune complexitate timp 2^{37} (memorie neglijabilă) dar cere ca atacatorul să analizeze 2^{36} texte criptate obținute dintr-o mulțime de 2^{47} texte clare alese;

Criptanaliză avansată

- La sfarsitul anilor $'80$, Biham și Shamir au dezvoltat o tehnică numită criptanaliza diferențială pe care au folosit-o pentru un atac împotriva DES;
- Atacul presupune complexitate timp 2^{37} (memorie neglijabilă) dar cere ca atacatorul să analizeze 2^{36} texte criptate obținute dintr-o mulțime de 2^{47} texte clare alese;
- Din punct de vedere teoretic, atacul a fost o inovație, dar practic e aproape imposibil de realizat;

Criptanaliză avansată

- La sfarsitul anilor ′80, Biham și Shamir au dezvoltat o tehnică numită criptanaliza diferențială pe care au folosit-o pentru un atac împotriva DES;
- Atacul presupune complexitate timp 2^{37} (memorie neglijabilă) dar cere ca atacatorul să analizeze 2^{36} texte criptate obținute dintr-o mulțime de 2^{47} texte clare alese;
- Din punct de vedere teoretic, atacul a fost o inovație, dar practic e aproape imposibil de realizat;
- La inceputul anilor ′90, Matsui a dezvoltat criptanaliza liniară aplicată cu succes pe DES;

Criptanaliză avansată

- La sfarsitul anilor ′80, Biham și Shamir au dezvoltat o tehnică numită criptanaliza diferențială pe care au folosit-o pentru un atac împotriva DES;
- Atacul presupune complexitate timp 2^{37} (memorie neglijabilă) dar cere ca atacatorul să analizeze 2^{36} texte criptate obținute dintr-o mulțime de 2^{47} texte clare alese;
- Din punct de vedere teoretic, atacul a fost o inovație, dar practic e aproape imposibil de realizat;
- La inceputul anilor ′90, Matsui a dezvoltat criptanaliza liniară aplicată cu succes pe DES;
- Deși necesită 2^{43} texte criptate, avantajul este că textele clare nu trebuie să fie alese de atacator, ci doar cunoscute de el;

Criptanaliză avansată

- La sfarsitul anilor ′80, Biham și Shamir au dezvoltat o tehnică numită criptanaliza diferențială pe care au folosit-o pentru un atac împotriva DES;
- Atacul presupune complexitate timp 2^{37} (memorie neglijabilă) dar cere ca atacatorul să analizeze 2^{36} texte criptate obținute dintr-o mulțime de 2^{47} texte clare alese;
- Din punct de vedere teoretic, atacul a fost o inovație, dar practic e aproape imposibil de realizat;
- La inceputul anilor ′90, Matsui a dezvoltat criptanaliza liniară aplicată cu succes pe DES;
- Deși necesită 2^{43} texte criptate, avantajul este că textele clare nu trebuie să fie alese de atacator, ci doar cunoscute de el;
- Problema însă rămâne aceeași: atacul e foarte greu de pus în practică.

Criptanaliza diferențială

- Cataloghează diferențe specifice între texte clare care produc diferențe specifice în textele criptate cu probabilitate mai mare decât ar fi de așteptat pentru permutările aleatoare;

Criptanaliza diferențială

- Cataloghează diferențe specifice între texte clare care produc diferențe specifice în textele criptate cu probabilitate mai mare decât ar fi de așteptat pentru permutările aleatoare;
- Fie un cifru bloc cu blocul de lungime n și $\Delta_x, \Delta_y \in \{0,1\}^n$;

Criptanaliza diferențială

- Cataloghează diferențe specifice între texte clare care produc diferențe specifice în textele criptate cu probabilitate mai mare decât ar fi de așteptat pentru permutările aleatoare;
- Fie un cifru bloc cu blocul de lungime n și $\Delta_x, \Delta_y \in \{0,1\}^n$;
- Spunem că diferențiala (Δ_x, Δ_y) apare cu probabilitate p dacă pentru intrări aleatoare x_1, x_2 cu

$$x_1 \oplus x_2 = \Delta_x$$

și o alegere aleatoare a cheii k

$$Pr[F_k(x_1) \oplus F_k(x_2) = \Delta_y] = p$$

Criptanaliza diferențială

- Catalogheează diferențe specifice între texte clare care produc diferențe specifice în textele criptate cu probabilitate mai mare decât ar fi de așteptat pentru permutările aleatoare;
- Fie un cifru bloc cu blocul de lungime n și $\Delta_x, \Delta_y \in \{0,1\}^n$;
- Spunem că diferențiala (Δ_x, Δ_y) apare cu probabilitate p dacă pentru intrări aleatoare x_1, x_2 cu

$$x_1 \oplus x_2 = \Delta_x$$

  și o alegere aleatoare a cheii k

$$Pr[F_k(x_1) \oplus F_k(x_2) = \Delta_y] = p$$

- Pentru o funcție aleatoare, probabilitatea de apariție a unei diferențiale nu e mai mare decât 2^{-n};

Criptanaliza diferențială

- Catalogheazǎ diferențe specifice între texte clare care produc diferențe specifice în textele criptate cu probabilitate mai mare decât ar fi de așteptat pentru permutările aleatoare;
- Fie un cifru bloc cu blocul de lungime n și $\Delta_x, \Delta_y \in \{0, 1\}^n$;
- Spunem că diferențiala (Δ_x, Δ_y) apare cu probabilitate p dacă pentru intrări aleatoare x_1, x_2 cu

$$x_1 \oplus x_2 = \Delta_x$$

și o alegere aleatoare a cheii k

$$Pr[F_k(x_1) \oplus F_k(x_2) = \Delta_y] = p$$

- Pentru o funcție aleatoare, probabilitatea de apariție a unei diferențiale nu e mai mare decât 2^{-n};
- La un cifru bloc slab, ea apare cu o probabilitate mult mai mare;

Criptanaliza diferențială

- Dacă o diferențială există cu probabilitate $p \gg 2^{-n}$, cifrul bloc nu mai este permutare pseudoaleatoare;

Criptanaliza diferențială

- Dacă o diferențială există cu probabilitate $p \gg 2^{-n}$, cifrul bloc nu mai este permutare pseudoaleatoare;
- Ideea este de a folosi multe diferențiale cu p ușor mai mare decât 2^{-n} pentru a găsi cheia secretă folosind un atac cu text clar ales;

Criptanaliza diferențială

- Dacă o diferențială există cu probabilitate $p \gg 2^{-n}$, cifrul bloc nu mai este permutare pseudoaleatoare;
- Ideea este de a folosi multe diferențiale cu p ușor mai mare decât 2^{-n} pentru a găsi cheia secretă folosind un atac cu text clar ales;
- Criptanaliza diferențială a fost folosită cu succes pentru a ataca cifruri bloc (altele decât DES si AES), de pildă FEAL-8;

Criptanaliza liniară

- Metoda consideră relații liniare între intrările și ieșirile unui cifru bloc;

Criptanaliza liniară

- Metoda consideră relații liniare între intrările și ieșirile unui cifru bloc;
- Spunem că porțiunile de biți $i_1, \cdots, i_l$ și ${i_1}', \cdots, {i_l}'$ au distanța p dacă pentru orice intrare aleatoare x și orice cheie k

$$Pr[x_{i_1} \oplus \cdots \oplus x_{i_l} \oplus y_{i'_1} \oplus \cdots \oplus y_{i'_l} = 0] = p$$

unde $y = F_k(x)$.

Criptanaliza liniară

- Metoda consideră relații liniare între intrările și ieșirile unui cifru bloc;

- Spunem că porțiunile de biți $i_1, \cdots, i_l$ și $i_1{}', \cdots, i_l{}'$ au distanța p dacă pentru orice intrare aleatoare x și orice cheie k

$$Pr[x_{i_1} \oplus \cdots \oplus x_{i_l} \oplus y_{i'_1} \oplus \cdots \oplus y_{i'_l} = 0] = p$$

unde $y = F_k(x)$.

- Pentru o funcție aleatoare se așteaptă ca $p = 0.5$;

Criptanaliza liniară

- Metoda consideră relații liniare între intrările și ieșirile unui cifru bloc;
- Spunem că porțiunile de biți $i_1, \cdots, i_l$ și $i_1', \cdots, i_l'$ au distanța p dacă pentru orice intrare aleatoare x și orice cheie k

$$Pr[x_{i_1} \oplus \cdots \oplus x_{i_l} \oplus y_{i_1'} \oplus \cdots \oplus y_{i_l'} = 0] = p$$

unde $y = F_k(x)$.

- Pentru o funcție aleatoare se așteaptă ca $p = 0.5$;
- Matsui a arătat cum se poate folosi o diferență p mare pentru a sparge complet un cifru bloc;

Criptanaliza liniară

- Metoda consideră relații liniare între intrările și ieșirile unui cifru bloc;
- Spunem că porțiunile de biți $i_1, \cdots, i_l$ și $i_1{}', \cdots, i_l{}'$ au distanța p dacă pentru orice intrare aleatoare x și orice cheie k

$$Pr[x_{i_1} \oplus \cdots \oplus x_{i_l} \oplus y_{i'_1} \oplus \cdots \oplus y_{i'_l} = 0] = p$$

  unde $y = F_k(x)$.
- Pentru o funcție aleatoare se așteaptă ca $p = 0.5$;
- Matsui a arătat cum se poate folosi o diferență p mare pentru a sparge complet un cifru bloc;
- Necesită un număr foarte mare de perechi text clar/text criptat.

Creșterea lungimii cheii

- Singura vulnerabilitate practică DES este cheia scurtă;

Creșterea lungimii cheii

- Singura vulnerabilitate practică DES este cheia scurtă;
- S-au propus diverse metode de a construi un sistem bazat pe DES care să folosească o cheie mai lungă;

Creșterea lungimii cheii

- Singura vulnerabilitate practică DES este cheia scurtă;
- S-au propus diverse metode de a construi un sistem bazat pe DES care să folosească o cheie mai lungă;
- Nu se recomandă schimbarea structurii interne întrucât securitatea sistemului ar putea fi afectată;

Creșterea lungimii cheii

- Singura vulnerabilitate practică DES este cheia scurtă;
- S-au propus diverse metode de a construi un sistem bazat pe DES care să folosească o cheie mai lungă;
- Nu se recomandă schimbarea structurii interne întrucât securitatea sistemului ar putea fi afectată;
- Solutie alternativă: considerăm DES o cutie neagră care implementează un cifru bloc "perfect" cu o cheie pe 56 biți.

Criptare dublă

- Fie F un cifru bloc (in particular ne vom referi la DES); definim un alt cifru bloc F' astfel

$$F'_{k_1,k_2}(x) = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$$

cu k_1, k_2 chei independente;

Criptare dublă

- Fie F un cifru bloc (in particular ne vom referi la DES); definim un alt cifru bloc F' astfel

$$F'_{k_1,k_2}(x) = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$$

  cu k_1, k_2 chei independente;
- Lungimea totală a cheii este 112 biți, suficient de mare pentru căutare exhaustivă;

Criptare dublă

- Fie F un cifru bloc (in particular ne vom referi la DES); definim un alt cifru bloc F' astfel

$$F'_{k_1,k_2}(x) = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$$

  cu k_1, k_2 chei independente;
- Lungimea totală a cheii este 112 biți, suficient de mare pentru căutare exhaustivă;
- Insă, se poate arăta un atac în timp 2^{56} unde $|k_1| = 56 = |k_2|$ (fața de $2^{2 \cdot 56}$ cât necesită o căutare exhaustivă);
- Atacul se numeste meet-in-the-middle;

Atacul meet-in-the-middle

- Iată cum funcționează atacul dacă se cunoaște o pereche text clar/text criptat (x, y) cu $y = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$:

Atacul meet-in-the-middle

- Iată cum funcționează atacul dacă se cunoaște o pereche text clar/text criptat (x, y) cu $y = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$:
  1. Pentru fiecare $k_1 \in \{0, 1\}^n$, calculează $z := F_{k_1}(x)$ și păstrează (z, k_1);

Atacul meet-in-the-middle

- Iată cum funcționează atacul dacă se cunoaște o pereche text clar/text criptat (x, y) cu $y = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$:
  1. Pentru fiecare $k_1 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_1}(x)$ și păstrează (z, k_1);
  2. Pentru fiecare $k_2 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_2}^{-1}(y)$ și păstrează (z, k_2);

Atacul meet-in-the-middle

- Iată cum funcționează atacul dacă se cunoaște o pereche text clar/text criptat (x, y) cu $y = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$:
  1. Pentru fiecare $k_1 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_1}(x)$ și păstrează (z, k_1);
  2. Pentru fiecare $k_2 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_2}^{-1}(y)$ și păstrează (z, k_2);
  3. Verifică dacă există perechi (z, k_1) și (z, k_2) care coincid pe prima componentă;

Atacul meet-in-the-middle

- Iată cum funcționează atacul dacă se cunoaște o pereche text clar/text criptat (x, y) cu $y = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$:
  1. Pentru fiecare $k_1 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_1}(x)$ și păstrează (z, k_1);
  2. Pentru fiecare $k_2 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_2}^{-1}(y)$ și păstrează (z, k_2);
  3. Verifică dacă există perechi (z, k_1) și (z, k_2) care coincid pe prima componentă;
  4. Atunci valorile k_1, k_2 corespunzătoare satisfac

     $$F_{k_1}(x) = F_{k_2}^{-1}(y)$$

     adică $y = F'_{k_1,k_2}(x)$

Atacul meet-in-the-middle

- Iată cum funcționează atacul dacă se cunoaște o pereche text clar/text criptat (x, y) cu $y = F_{k_2}(F_{k_1}(x))$:
  1. Pentru fiecare $k_1 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_1}(x)$ și păstrează (z, k_1);
  2. Pentru fiecare $k_2 \in \{0,1\}^n$, calculează $z := F_{k_2}^{-1}(y)$ și păstrează (z, k_2);
  3. Verifică dacă există perechi (z, k_1) și (z, k_2) care coincid pe prima componentă;
  4. Atunci valorile k_1, k_2 corespunzătoare satisfac

     $$F_{k_1}(x) = F_{k_2}^{-1}(y)$$

     adică $y = F'_{k_1,k_2}(x)$
- Complexitatea timp a atacului este $O(2^n)$.

Criptare triplă

- Există două variante:

Criptare triplă

- Există două variante:
  1. Trei chei independente - k_1, k_2 și k_3 iar

$$F'_{k_1,k_2,k_3} = F_{k_3}(F^{-1}_{k_2}(F_{k_1}(x)))$$

Criptare triplă

- Există două variante:
  1. Trei chei independente - k_1, k_2 și k_3 iar
  $$F'_{k_1,k_2,k_3} = F_{k_3}(F^{-1}_{k_2}(F_{k_1}(x)))$$
  2. Două chei independente - k_1 și k_2 iar
  $$F'_{k_1,k_2} = F_{k_1}(F^{-1}_{k_2}(F_{k_1}(x)))$$

Criptare triplă

- Există două variante:
  1. Trei chei independente - k_1, k_2 și k_3 iar
  $$F'_{k_1,k_2,k_3} = F_{k_3}(F_{k_2}^{-1}(F_{k_1}(x)))$$
  2. Două chei independente - k_1 și k_2 iar
  $$F'_{k_1,k_2} = F_{k_1}(F_{k_2}^{-1}(F_{k_1}(x)))$$
- F' este ales astfel pentru a fi compatibil cu F atunci când cheile sunt alese $k_1 = k_2 = k_3$;

Criptare triplă

- Există două variante:
  1. Trei chei independente - k_1, k_2 și k_3 iar
  $$F'_{k_1,k_2,k_3} = F_{k_3}(F^{-1}_{k_2}(F_{k_1}(x)))$$
  2. Două chei independente - k_1 și k_2 iar
  $$F'_{k_1,k_2} = F_{k_1}(F^{-1}_{k_2}(F_{k_1}(x)))$$
- F' este ales astfel pentru a fi compatibil cu F atunci când cheile sunt alese $k_1 = k_2 = k_3$;
- Prima variantă are lungimea cheii $3n$ dar cel mai bun atac necesită timp 2^{2n} (funcționează atacul meet-in-the-middle);

Criptare triplă

- Există două variante:
  1. Trei chei independente - k_1, k_2 și k_3 iar
  $$F'_{k_1,k_2,k_3} = F_{k_3}(F^{-1}_{k_2}(F_{k_1}(x)))$$
  2. Două chei independente - k_1 și k_2 iar
  $$F'_{k_1,k_2} = F_{k_1}(F^{-1}_{k_2}(F_{k_1}(x)))$$
- F' este ales astfel pentru a fi compatibil cu F atunci când cheile sunt alese $k_1 = k_2 = k_3$;
- Prima variantă are lungimea cheii $3n$ dar cel mai bun atac necesită timp 2^{2n} (funcționează atacul meet-in-the-middle);
- A doua variantă are lungimea cheii $2n$ si cel mai bun atac necesită timp 2^{2n}.

Triplu-DES (3DES)

- Se bazează pe tripla invocare a lui DES folosind două sau trei chei;

Triplu-DES (3DES)

- Se bazează pe tripla invocare a lui DES folosind două sau trei chei;
- Este considerat sigur și în 1999 l-a înlocuit pe DES ca standard;

Triplu-DES (3DES)

- Se bazează pe tripla invocare a lui DES folosind două sau trei chei;
- Este considerat sigur și în 1999 l-a înlocuit pe DES ca standard;
- 3DES este foarte eficient în implementarile hardware (la fel ca și DES) dar totuși lent în implementari software;

Triplu-DES (3DES)

- Se bazează pe tripla invocare a lui DES folosind două sau trei chei;
- Este considerat sigur și în 1999 l-a înlocuit pe DES ca standard;
- 3DES este foarte eficient în implementarile hardware (la fel ca și DES) dar totuși lent în implementari software;
- 3DES cu 3 chei încă se mai folosește dar recomandarea este de a înlătura datorită lungimii mici a blocurilor și a faptului ca este lent

Triplu-DES (3DES)

- Se bazează pe tripla invocare a lui DES folosind două sau trei chei;
- Este considerat sigur și în 1999 l-a înlocuit pe DES ca standard;
- 3DES este foarte eficient în implementarile hardware (la fel ca și DES) dar totuși lent în implementari software;
- 3DES cu 3 chei încă se mai folosește dar recomandarea este de a înlătura datorită lungimii mici a blocurilor și a faptului ca este lent
- Este popular în aplicațiile financiare și în protejarea informațiilor biometrice din pașapoartele electronice;

Triplu-DES (3DES)

- Singurele dezavantaje ar fi lungimea mică a blocurilor și faptul că este destul de lent fiindcă aplică DES de trei ori;

Triplu-DES (3DES)

- Singurele dezavantaje ar fi lungimea mică a blocurilor și faptul că este destul de lent fiindcă aplică DES de trei ori;
- Acestea au dus la înlocuirea lui ca standard cu AES;

Triplu-DES (3DES)

- Singurele dezavantaje ar fi lungimea mică a blocurilor și faptul că este destul de lent fiindcă aplică DES de trei ori;
- Acestea au dus la înlocuirea lui ca standard cu AES;
- DES-X este o variantă DES care rezistă mai bine (decât DES) la forța brută;

Triplu-DES (3DES)

- Singurele dezavantaje ar fi lungimea mică a blocurilor și faptul că este destul de lent fiindcă aplică DES de trei ori;
- Acestea au dus la înlocuirea lui ca standard cu AES;
- DES-X este o variantă DES care rezistă mai bine (decât DES) la forța brută;
- DES-X folosește două chei suplimentare k_1, k_2:

$$DESX_{k,k_1,k_2} = k_2 \oplus DES_k(x \oplus k_1)$$

Important de reținut!

- DES a fost sistemul simetric dominant de la mijlocul anilor ′70 până la mijlocul anilor ′90;

Important de reținut!

- DES a fost sistemul simetric dominant de la mijlocul anilor $'70$ până la mijlocul anilor $'90$;
- DES cu cheia pe 56 biți poate fi spart relativ ușor astăzi prin forță brută;

Important de reținut!

- DES a fost sistemul simetric dominant de la mijlocul anilor $'70$ până la mijlocul anilor $'90$;
- DES cu cheia pe 56 biți poate fi spart relativ ușor astăzi prin forță brută;
- Insă, este foarte greu de spart folosind criptanaliza diferențială sau liniară;

Important de reținut!

- DES a fost sistemul simetric dominant de la mijlocul anilor $'70$ până la mijlocul anilor $'90$;
- DES cu cheia pe 56 biți poate fi spart relativ ușor astăzi prin forță brută;
- Insă, este foarte greu de spart folosind criptanaliza diferențială sau liniară;
- Pentru 3DES nu se cunoaste nici un atac practic.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 7.1 -
Coduri de autentificare a mesajelor - MAC

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Un scop de bază al criptografiei este să asigure comunicarea sigură de-a lungul unui canal public de comunicare;

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Un scop de bază al criptografiei este să asigure comunicarea sigură de-a lungul unui canal public de comunicare;
- Am vazut cum putem obține confidențialitatea cu ajutorul schemelor de criptare;

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Un scop de bază al criptografiei este să asigure comunicarea sigură de-a lungul unui canal public de comunicare;
- Am vazut cum putem obține confidențialitatea cu ajutorul schemelor de criptare;
- Insă, nu ne interesează doar ca adversarul să nu aibă acces la mesajele trimise, ci...

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Un scop de bază al criptografiei este să asigure comunicarea sigură de-a lungul unui canal public de comunicare;
- Am vazut cum putem obține confidențialitatea cu ajutorul schemelor de criptare;
- Insă, nu ne interesează doar ca adversarul să nu aibă acces la mesajele trimise, ci...
- Vrem să garantăm integritatea mesajelor (sau autentificarea mesajelor)

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Un scop de bază al criptografiei este să asigure comunicarea sigură de-a lungul unui canal public de comunicare;
- Am vazut cum putem obține confidențialitatea cu ajutorul schemelor de criptare;
- Insă, nu ne interesează doar ca adversarul să nu aibă acces la mesajele trimise, ci...
- Vrem să garantăm integritatea mesajelor (sau autentificarea mesajelor)
- Aceasta înseamnă ca mesajul primit de Bob este exact mesajul trimis de Alice.

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Iată un exemplu:

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Iată un exemplu:
- Să consideram cazul în care un mare lanț de supermarket-uri trimite o comandă pe email către un furnizor pentru a achiziționa 10.000 bax-uri de apă minerală;

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Iată un exemplu:
- Să consideram cazul în care un mare lanț de supermarket-uri trimite o comandă pe email către un furnizor pentru a achiziționa 10.000 bax-uri de apă minerală;
- Odată primită comanda, furnizorul trebuie să verifice următoarele:

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Iată un exemplu:
- Să consideram cazul în care un mare lanț de supermarket-uri trimite o comandă pe email către un furnizor pentru a achiziționa 10.000 bax-uri de apă minerală;
- Odată primită comanda, furnizorul trebuie să verifice următoarele:
  1. Comanda este autentică? A fost trimisă cu adevărat de un supermarket sau de către un adversar care a furat contul de email al clientului respectiv ?

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- Iată un exemplu:
- Să consideram cazul în care un mare lanț de supermarket-uri trimite o comandă pe email către un furnizor pentru a achiziționa 10.000 bax-uri de apă minerală;
- Odată primită comanda, furnizorul trebuie să verifice următoarele:
  1. Comanda este autentică? A fost trimisă cu adevărat de un supermarket sau de către un adversar care a furat contul de email al clientului respectiv ?
  2. Dacă s-a convins de autenticitatea comenzii, trebuie verificat dacă detaliile ei sunt cele originale sau au fost modificate pe parcurs de un adversar.

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- In exemplul precedent, problema este doar de integritate a mesajelor, și nu de confidențialitate (comanda nu e secretă);

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- In exemplul precedent, problema este doar de integritate a mesajelor, și nu de confidențialitate (comanda nu e secretă);
- In general nu ne putem baza pe încredere în ceea ce privește integritatea mesajelor transmise, indiferent că ele sunt:

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- In exemplul precedent, problema este doar de integritate a mesajelor, și nu de confidențialitate (comanda nu e secretă);
- In general nu ne putem baza pe încredere în ceea ce privește integritatea mesajelor transmise, indiferent că ele sunt:
  - comenzi efectuate online
  - operațiuni bancare online
  - email, SMS

Comunicare sigură și integritatea mesajelor

- In exemplul precedent, problema este doar de integritate a mesajelor, și nu de confidențialitate (comanda nu e secretă);
- In general nu ne putem baza pe încredere în ceea ce privește integritatea mesajelor transmise, indiferent că ele sunt:
  - comenzi efectuate online
  - operațiuni bancare online
  - email, SMS
- Vom vedea cum putem folosi tehnici criptografice pentru a preveni modificarea nedectată a mesajelor transmise.

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Criptarea, în general, **NU** oferă integritatea mesajelor!
- Nu folositi criptarea cu scopul de a obtine autentificarea mesajelor

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Criptarea, în general, **NU** oferă integritatea mesajelor!
- Nu folositi criptarea cu scopul de a obtine autentificarea mesajelor
- Dacă un mesaj este transmis criptat de-a lungul unui canal de comunicare, nu înseamnă că un adversar nu poate modifica/altera mesajul așa încât modificarea să aiba sens în textul clar;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Criptarea, în general, **NU** oferă integritatea mesajelor!
- Nu folositi criptarea cu scopul de a obtine autentificarea mesajelor
- Dacă un mesaj este transmis criptat de-a lungul unui canal de comunicare, nu înseamnă că un adversar nu poate modifica/altera mesajul așa încât modificarea să aiba sens în textul clar;
- Verificăm, în continuare, că nici o schemă de criptare studiată nu oferă integritatea mesajelor;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Criptarea folosind sisteme fluide
  - $Enc_k(m) = G(k) \oplus m$, unde G este un PRG;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Criptarea folosind sisteme fluide
  - $Enc_k(m) = G(k) \oplus m$, unde G este un PRG;
  - Dacă modificăm un singur bit din textul criptat c, modificarea se va reflecta imediat în același bit din textul clar;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Criptarea folosind sisteme fluide
  - $Enc_k(m) = G(k) \oplus m$, unde G este un PRG;
  - Dacă modificăm un singur bit din textul criptat c, modificarea se va reflecta imediat în același bit din textul clar;
  - Consecințele pot fi grave: de pildă, să considerăm transferul unei sume de bani în dolari criptate, reprezentată în binar;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

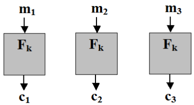
- Criptarea folosind sisteme fluide
  - $Enc_k(m) = G(k) \oplus m$, unde G este un PRG;
  - Dacă modificăm un singur bit din textul criptat c, modificarea se va reflecta imediat în același bit din textul clar;
  - Consecințele pot fi grave: de pildă, să considerăm transferul unei sume de bani în dolari criptate, reprezentată în binar;
  - Modificarea unui bit poate schimba suma foarte mult (al 11 lsb schimbă suma cu mai mult de 1000$);

Criptare vs. autentificarea mesajelor

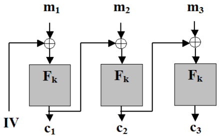
- Criptarea folosind sisteme fluide
  - $Enc_k(m) = G(k) \oplus m$, unde G este un PRG;
  - Dacă modificăm un singur bit din textul criptat c, modificarea se va reflecta imediat în același bit din textul clar;
  - Consecințele pot fi grave: de pildă, să considerăm transferul unei sume de bani în dolari criptate, reprezentată în binar;
  - Modificarea unui bit poate schimba suma foarte mult (al 11 lsb schimbă suma cu mai mult de 1000$);
  - Același atac se poate aplica și la OTP.

Criptare vs. autentificarea mesajelor

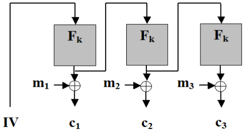
- Criptarea folosind sisteme bloc
  - Intrebare: Atacul de mai sus se poate aplica și pentru sistemele bloc cu modurile de operare studiate?



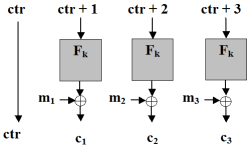
(a) ECB



(b) CBC



(c) OFB



(d) CTR

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Răspuns: Atacul se aplică identic pentru modurile OFB și CTR;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Răspuns: Atacul se aplică identic pentru modurile OFB și CTR;
- Pentru modul ECB, modificarea unui bit din al i-lea bloc criptat afectează numai al i-lea bloc clar, dar este foarte greu de prezis efectul exact;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Răspuns: Atacul se aplică identic pentru modurile OFB și CTR;
- Pentru modul ECB, modificarea unui bit din al i-lea bloc criptat afectează numai al i-lea bloc clar, dar este foarte greu de prezis efectul exact;
- Mai mult, ordinea blocurilor la ECB poate fi schimbată;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Răspuns: Atacul se aplică identic pentru modurile OFB și CTR;
- Pentru modul ECB, modificarea unui bit din al i-lea bloc criptat afectează numai al i-lea bloc clar, dar este foarte greu de prezis efectul exact;
- Mai mult, ordinea blocurilor la ECB poate fi schimbată;
- Pentru modul CBC, schimbarea bitului j din IV va schimba bitul j din primul bloc;

Criptare vs. autentificarea mesajelor

- Răspuns: Atacul se aplică identic pentru modurile OFB și CTR;
- Pentru modul ECB, modificarea unui bit din al *i*-lea bloc criptat afectează numai al *i*-lea bloc clar, dar este foarte greu de prezis efectul exact;
- Mai mult, ordinea blocurilor la ECB poate fi schimbată;
- Pentru modul CBC, schimbarea bitului *j* din IV va schimba bitul *j* din primul bloc;
- Toate celelalte blocuri de text clar rămân neschimbate ($m_i = F_k^{-1}(c_i) \oplus c_{i-1}$ iar blocurile c_i si c_{i-1} nu au fost modificate).

Coduri de autentificare a mesajelor - MAC

- Așa cum am vazut, criptarea nu rezolvă problema autentificarii mesajelor;

Coduri de autentificare a mesajelor - MAC

- Așa cum am vazut, criptarea nu rezolvă problema autentificarii mesajelor;
- Vom folosi un mecanism diferit, numit cod de autentificare a mesajelor - MAC (Message Authentication Code);

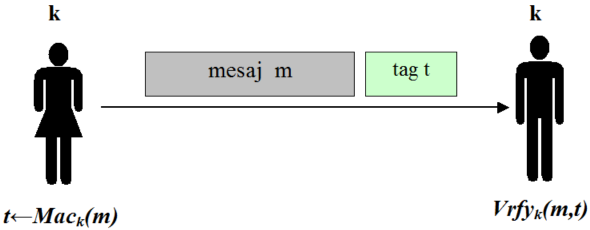
Coduri de autentificare a mesajelor - MAC

- Așa cum am vazut, criptarea nu rezolvă problema autentificarii mesajelor;
- Vom folosi un mecanism diferit, numit cod de autentificare a mesajelor - MAC (Message Authentication Code);
- Scopul lor este de a împiedica un adversar să modifice un mesaj trimis fără ca părțile care comunică să nu detecteze modificarea;

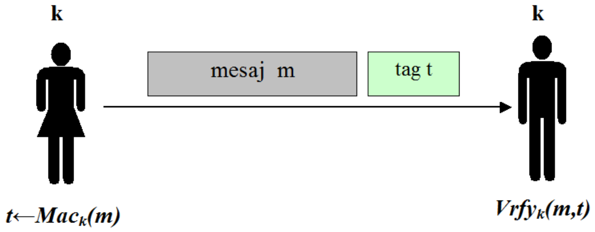
Coduri de autentificare a mesajelor - MAC

- Așa cum am vazut, criptarea nu rezolvă problema autentificarii mesajelor;
- Vom folosi un mecanism diferit, numit cod de autentificare a mesajelor - MAC (Message Authentication Code);
- Scopul lor este de a împiedica un adversar să modifice un mesaj trimis fără ca părțile care comunică să nu detecteze modificarea;
- Vom lucra în continuare în contextul criptografiei cu cheie secretă unde părțile trebuie să prestabilească de comun acord o cheie secretă.

MAC - Definiție

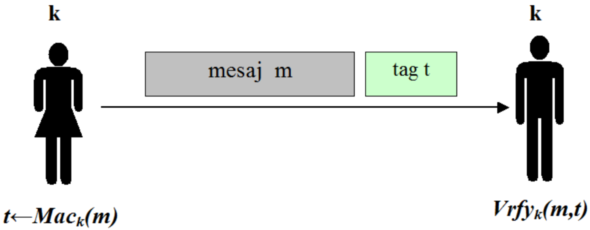


MAC - Definiție



- Alice și Bob stabliesc o cheie secretă k pe care o partajează;

MAC - Definiție



- Alice și Bob stabliesc o cheie secretă k pe care o partajează;
- Când Alice vrea să îi trimită un mesaj m lui Bob, calculează mai întâi un tag t (o etichetă) pe baza mesajului m și a cheii k și trimite perechea (m, t);

MAC - Definiție

- Tag-ul este calculat folosind un algoritm de generare a tag-urilor numit `Mac`;

MAC - Definiție

- Tag-ul este calculat folosind un algoritm de generare a tag-urilor numit `Mac`;
- La primirea perechii (m, t) Bob verifică dacă tag-ul este valid (în raport cu cheia k) folosind un algoritm de verificare `Vrfy`;

MAC - Definiție

- Tag-ul este calculat folosind un algoritm de generare a tag-urilor numit `Mac`;
- La primirea perechii (m, t) Bob verifică dacă tag-ul este valid (în raport cu cheia k) folosind un algoritm de verificare `Vrfy`;
- In continuare prezentăm definiția formală a unui cod de autentificare a mesajelor.

MAC - Definiție

Definiție

Un cod de autentificare a mesajelor (MAC) definit peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{T})$ *este format dintr-un triplet de algoritmi polinomiali* $(\mathrm{Gen}, \mathrm{Mac}, \mathrm{Vrfy})$ *unde:*

1. $\mathrm{Gen}(1^{\mathrm{n}})$*: este algoritmul de generare a cheii k (aleasă uniform pe n biți)*
2. $\mathrm{Mac} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{T}$ *este algoritmul de generare a tag-urilor* $t \leftarrow \mathrm{Mac}_k(m)$*;*
3. $\mathrm{Vrfy} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \times \mathcal{T} \rightarrow \{0, 1\}$ *este algoritmul de verificare ce întoarce un bit* $b = \mathrm{Vrfy}_k(m, t)$ *cu semnificația că:*
   - $b = 1$ *înseamnă* valid
   - $b = 0$ *înseamnă* invalid

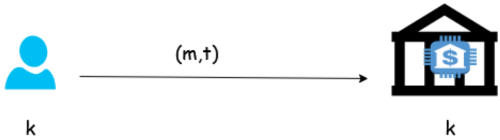
a.î : $\forall m \in \mathcal{M},\ k \in \mathcal{K}\ \mathrm{Vrfy}_k(m, \mathrm{Mac}_k(m)) = 1.$

Cazuri de folosire ale MAC

1. când cele două părti care comunică partajează o cheie secretă în avans

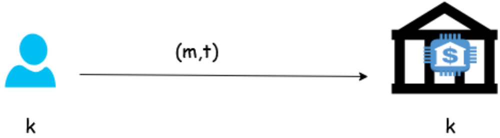
Cazuri de folosire ale MAC

1. când cele două părti care comunică partajează o cheie secretă în avans

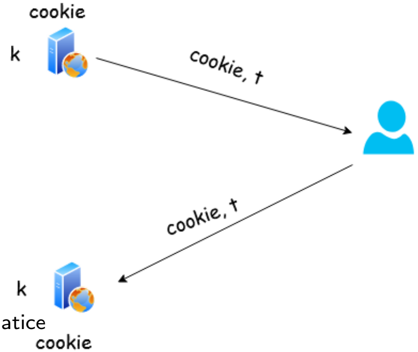


Cazuri de folosire ale MAC

1. când cele două părti care comunică partajează o cheie secretă în avans



2. când avem o singură parte care autentifică o comunicație, interacționând cu ea însăși după un timp



Securitate MAC - discuție

- Intuiție: nici un adversar polinomial nu ar trebui să poată genera un tag valid pentru nici un mesaj "nou" care nu a fost deja trimis (și autentificat) de părțile care comunică;

Securitate MAC - discuție

- Intuiție: nici un adversar polinomial nu ar trebui să poată genera un tag valid pentru nici un mesaj "nou" care nu a fost deja trimis (și autentificat) de părțile care comunică;
- Trebuie să definim puterea adversarului și ce înseamnă spargerea sau un atac asupra securității;

Securitate MAC - discuție

- Intuiție: nici un adversar polinomial nu ar trebui să poată genera un tag valid pentru nici un mesaj "nou" care nu a fost deja trimis (și autentificat) de părțile care comunică;
- Trebuie să definim puterea adversarului și ce înseamnă spargerea sau un atac asupra securității;
- Adversarul lucrează în timp polinomial și are acces la mesajele trimise între părți împreuna cu tag-urile aferente.

Securitate MAC - discuție

- Intuiție: nici un adversar polinomial nu ar trebui să poată genera un tag valid pentru nici un mesaj "nou" care nu a fost deja trimis (și autentificat) de părțile care comunică;
- Trebuie să definim puterea adversarului și ce înseamnă spargerea sau un atac asupra securității;
- Adversarul lucrează în timp polinomial și are acces la mesajele trimise între părți împreuna cu tag-urile aferente.
- Adversarul este *activ*, poate influența autentificarea unor mesaje alese de el...

Securitate MAC - discuție

- Intuiție: nici un adversar polinomial nu ar trebui să poată genera un tag valid pentru nici un mesaj "nou" care nu a fost deja trimis (și autentificat) de părțile care comunică;
- Trebuie să definim puterea adversarului și ce înseamnă spargerea sau un atac asupra securității;
- Adversarul lucrează în timp polinomial și are acces la mesajele trimise între părți împreuna cu tag-urile aferente.
- Adversarul este *activ*, poate influența autentificarea unor mesaje alese de el...
- ...dar nu trebuie să poată falsifica tag-ul aferent unor mesaje care nu au fost autentificate de expeditor

Securitate MAC - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Mac}_k(\cdot)$;

Securitate MAC - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Mac}_k(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi un tag corespunzător $t \leftarrow \mathrm{Mac}_k(m)$;

Securitate MAC - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Mac}_k(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi un tag corespunzător $t \leftarrow \mathrm{Mac}_k(m)$;
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul este capabil să producă un mesaj m împreună cu un tag t așa încât:

Securitate MAC - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Mac}_k(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi un tag corespunzător $t \leftarrow \mathrm{Mac}_k(m)$;
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul este capabil să producă un mesaj m împreună cu un tag t așa încât:
  1. t este un tag valid pentru mesajul m: $\mathrm{Vrfy}_k(m, t) = 1$;

Securitate MAC - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Mac}_k(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi un tag corespunzător $t \leftarrow \mathrm{Mac}_k(m)$;
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul este capabil să producă un mesaj m împreună cu un tag t așa încât:
    1. t este un tag valid pentru mesajul m: $\mathrm{Vrfy}_k(m, t) = 1$;
    2. Adversarul nu a solicitat anterior (de la oracol) un tag pentru mesajul m.

Securitate MAC - formalizare

- Despre un MAC care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificat printr-un atac cu mesaj ales*;

Securitate MAC - formalizare

- Despre un MAC care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificat printr-un atac cu mesaj ales*;
- Aceasta înseamnă că un adversar nu este capabil să falsifice un tag valid pentru nici un mesaj ...

Securitate MAC - formalizare

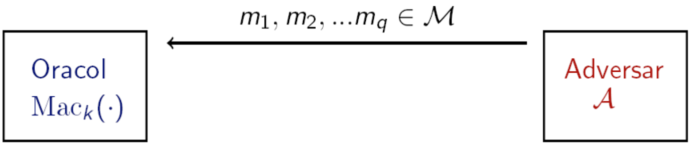
- Despre un MAC care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificat printr-un atac cu mesaj ales*;
- Aceasta înseamnă că un adversar nu este capabil să falsifice un tag valid pentru nici un mesaj ...
- ... deși poate obține tag-uri pentru orice mesaj ales de el, chiar *adaptiv* în timpul atacului.

Securitate MAC - formalizare

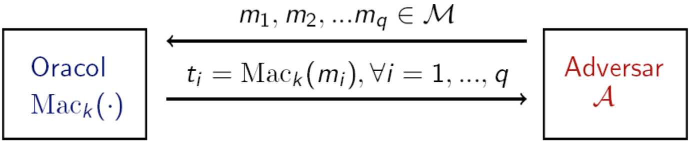
- Despre un MAC care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificat printr-un atac cu mesaj ales*;
- Aceasta înseamnă că un adversar nu este capabil să falsifice un tag valid pentru nici un mesaj ...
- ... deși poate obține tag-uri pentru orice mesaj ales de el, chiar *adaptiv* în timpul atacului.
- Pentru a da definiția formală, definim mai întâi un experiment pentru un MAC $\pi = (\mathrm{Mac}, \mathrm{Vrfy})$, în care considerăm un adversar $\mathcal{A}$ și parametrul de securitate n;

Experimentul $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

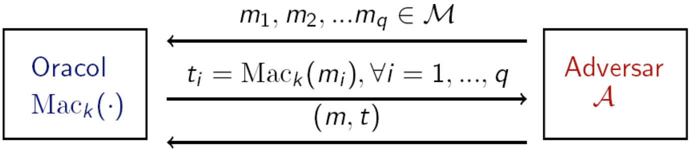
Experimentul $\mathrm{Mac}_{\mathcal{A},\pi}^{forge}(n)$



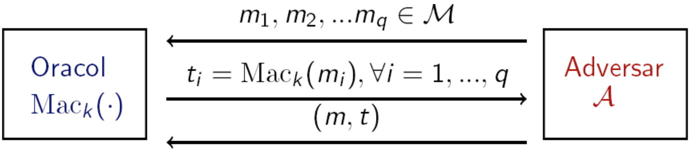
Experimentul $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



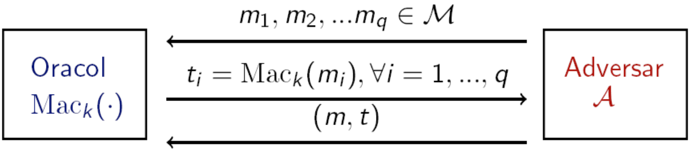
Experimentul $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



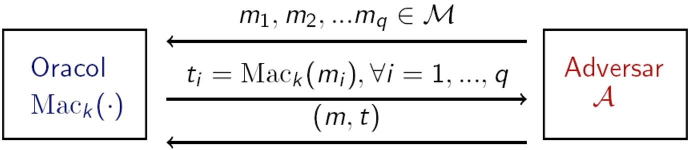
Experimentul $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

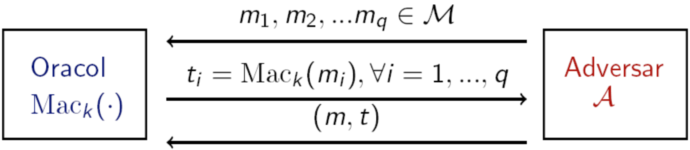


Experimentul $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă și numai dacă: (1) $\mathrm{Vrfy}_k(m, t) = 1$ si (2) $m \notin \{m_1, ..., m_q\}$;

Experimentul $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă și numai dacă: (1) $\mathrm{Vrfy}_k(m, t) = 1$ si (2) $m \notin \{m_1, \ldots, m_q\}$;
- Dacă $\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

Securitate MAC

Definiție

Un cod de autentificare al mesajelor $\pi = (\mathrm{Gen}, \mathrm{Mac}, \mathrm{Vrfy})$ *este sigur (nu poate fi falsificat printr-un atac cu mesaj ales) dacă pentru orice adversar polinomial* $\mathcal{A}$ *există o funcție neglijabilă negl așa încât*

$$Pr[\mathrm{Mac}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq negl(n).$$

Atacuri prin replicare

- Întrebare: De ce este necesară a doua condiție de la securitatea MAC (un adversar nu poate întoarce un mesaj pentru care anterior a cerut un tag)?

Atacuri prin replicare

- Întrebare: De ce este necesară a doua condiție de la securitatea MAC (un adversar nu poate întoarce un mesaj pentru care anterior a cerut un tag)?
- Răspuns: Pentru a evita atacurile triviale în care un adversar cere tag-ul aferent unui mesaj și apoi întoarce chiar acel mesaj împreună cu tag-ul primit.

Atacuri prin replicare

- Întrebare: De ce este necesară a doua condiție de la securitatea MAC (un adversar nu poate întoarce un mesaj pentru care anterior a cerut un tag)?
- Răspuns: Pentru a evita atacurile triviale în care un adversar cere tag-ul aferent unui mesaj și apoi întoarce chiar acel mesaj împreună cu tag-ul primit.
- Intrebare: Definiția MAC oferă protecție la atacurile prin replicare (in care un adversar copiază un mesaj împreună cu tag-ul aferent trimise de părțile comunicante)?

Atacuri prin replicare

- Întrebare: De ce este necesară a doua condiție de la securitatea MAC (un adversar nu poate întoarce un mesaj pentru care anterior a cerut un tag)?
- Răspuns: Pentru a evita atacurile triviale în care un adversar cere tag-ul aferent unui mesaj și apoi întoarce chiar acel mesaj împreună cu tag-ul primit.
- Intrebare: Definiția MAC oferă protecție la atacurile prin replicare (in care un adversar copiază un mesaj împreună cu tag-ul aferent trimise de părțile comunicante)?
- Răspuns: NU! MAC-urile nu oferă nici un fel de protecție la atacurile prin replicare.

Atacuri prin replicare

- De exemplu: Alice trimite către banca sa un ordin de transfer a 1.000$ din contul ei în contul lui Bob;

Atacuri prin replicare

- De exemplu: Alice trimite către banca sa un ordin de transfer a 1.000$ din contul ei în contul lui Bob;
- Pentru aceasta, Alice calculează un tag MAC și îl atașază mesajului așa încât banca știe că mesajul este autentic;

Atacuri prin replicare

- De exemplu: Alice trimite către banca sa un ordin de transfer a 1.000$ din contul ei în contul lui Bob;
- Pentru aceasta, Alice calculează un tag MAC și îl atașază mesajului așa încât banca știe că mesajul este autentic;
- Dacă MAC-ul este sigur, Bob nu va putea intercepta mesajul și modifica suma la 10.000$;

Atacuri prin replicare

- De exemplu: Alice trimite către banca sa un ordin de transfer a 1.000$ din contul ei în contul lui Bob;
- Pentru aceasta, Alice calculează un tag MAC și îl atașază mesajului așa încât banca știe că mesajul este autentic;
- Dacă MAC-ul este sigur, Bob nu va putea intercepta mesajul și modifica suma la 10.000$;
- Dar Bob poate intercepta mesajul și îl poate replica de *zece* ori către bancă;

Atacuri prin replicare

- De exemplu: Alice trimite către banca sa un ordin de transfer a 1.000$ din contul ei în contul lui Bob;
- Pentru aceasta, Alice calculează un tag MAC și îl atașază mesajului așa încât banca știe că mesajul este autentic;
- Dacă MAC-ul este sigur, Bob nu va putea intercepta mesajul și modifica suma la 10.000$;
- Dar Bob poate intercepta mesajul și îl poate replica de *zece* ori către bancă;
- Dacă banca îl acceptă, Bob va avea în cont 10.000$.

Atacuri prin replicare

- Un MAC nu protejează împotriva unui atac prin replicare pentru că definiția nu încorporează nici o noțiune de *stare* în algortimul de verificare;

Atacuri prin replicare

- Un MAC nu protejează împotriva unui atac prin replicare pentru că definiția nu încorporează nici o noțiune de *stare* în algortimul de verificare;
- Mai degrabă, protecția împotriva replicării trebuie făcută la nivel înalt de către aplicatiile care folosesc MAC-uri;

Construcția MAC-urilor sigure

- Avem nevoie de o funcție cu cheie, pentru care, dându-se $Mac_k(m_1), Mac_k(m_2)...$

Construcția MAC-urilor sigure

- Avem nevoie de o funcție cu cheie, pentru care, dându-se $Mac_k(m_1), Mac_k(m_2)...$
- ... să nu fie ușor (în timp polinomial) a găsi $Mac_k(m)$ pentru orice $m \notin \{m_1, m_2, ...\}$

Construcția MAC-urilor sigure

- Avem nevoie de o funcție cu cheie, pentru care, dându-se $Mac_k(m_1), Mac_k(m_2)$...
- ... să nu fie ușor (în timp polinomial) a găsi $Mac_k(m)$ pentru orice $m \notin \{m_1, m_2, ...\}$
- Funcția MAC ar putea fi un PRF

Construcția MAC-urilor sigure

- *Funcțiile pseudoaleatoare* (PRF) sunt un instrument bun pentru a construi MAC-uri sigure;

Construcție

Fie $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ *o PRF. Definim un MAC în felul următor:*

- Mac : *pentru o cheie* $k \in \{0,1\}^n$ *și un mesaj* $m \in \{0,1\}^n$*, calculează tag-ul* $t = F_k(m)$ *(dacă* $|m| \neq |k|$ *nu întoarce nimic);*
- Vrfy : *pentru o cheie* $k \in \{0,1\}^n$*, un mesaj* $m \in \{0,1\}^n$ *și un tag* $t \in \{0,1\}^n$*, întoarce 1 dacă și numai dacă* $t = F_k(m)$ *(dacă* $|m| \neq |k|$*, întoarce 0).*

Construcția MAC-urilor sigure

Teoremă

Dacă F este PRF, construcția de mai sus reprezintă un cod de autentificare a mesajelor sigur (nu poate fi falsificat prin atacuri cu mesaj ales).

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Construcția prezentată anterior funcționează doar pe mesaje de lungime fixă (PRF-urile sunt instanțiate cu sisteme de criptare bloc care, cel mai adesea, acceptă input-uri de 128 biți);

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Construcția prezentată anterior funcționează doar pe mesaje de lungime fixă (PRF-urile sunt instanțiate cu sisteme de criptare bloc care, cel mai adesea, acceptă input-uri de 128 biți);
- Insă în practică avem nevoie de mesaje de lungime variabilă;

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Construcția prezentată anterior funcționează doar pe mesaje de lungime fixă (PRF-urile sunt instanțiate cu sisteme de criptare bloc care, cel mai adesea, acceptă input-uri de 128 biți);
- Insă în practică avem nevoie de mesaje de lungime variabilă;
- Arătăm cum putem obține un MAC de lungime variabilă pornind de la un MAC de lungime fixă;

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Construcția prezentată anterior funcționează doar pe mesaje de lungime fixă (PRF-urile sunt instanțiate cu sisteme de criptare bloc care, cel mai adesea, acceptă input-uri de 128 biți);
- Insă în practică avem nevoie de mesaje de lungime variabilă;
- Arătăm cum putem obține un MAC de lungime variabilă pornind de la un MAC de lungime fixă;
- Fie $(\pi' = (\mathrm{Mac}', \mathrm{Vrfy}'))$ un MAC sigur de lungime fixă pentru mesaje de lungime *n*;

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Construcția prezentată anterior funcționează doar pe mesaje de lungime fixă (PRF-urile sunt instanțiate cu sisteme de criptare bloc care, cel mai adesea, acceptă input-uri de 128 biți);
- Insă în practică avem nevoie de mesaje de lungime variabilă;
- Arătăm cum putem obține un MAC de lungime variabilă pornind de la un MAC de lungime fixă;
- Fie $(\pi' = (\mathrm{Mac}', \mathrm{Vrfy}'))$ un MAC sigur de lungime fixă pentru mesaje de lungime n;
- Pentru a construi un MAC de lungime variabilă, putem sparge mesajul m în blocuri $m_1, ..., m_d$ și autentificam blocurile folosind π';

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Construcția prezentată anterior funcționează doar pe mesaje de lungime fixă (PRF-urile sunt instanțiate cu sisteme de criptare bloc care, cel mai adesea, acceptă input-uri de 128 biți);
- Insă în practică avem nevoie de mesaje de lungime variabilă;
- Arătăm cum putem obține un MAC de lungime variabilă pornind de la un MAC de lungime fixă;
- Fie $(\pi' = (\mathrm{Mac}', \mathrm{Vrfy}'))$ un MAC sigur de lungime fixă pentru mesaje de lungime n;
- Pentru a construi un MAC de lungime variabilă, putem sparge mesajul m în blocuri $m_1, ..., m_d$ și autentificam blocurile folosind π';
- Iată câteva modalități de a face aceasta:

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

1. *XOR pe toate blocurile cu autentificarea rezultatului*:

$$t = \mathrm{Mac}'_k(\oplus_i m_i)$$

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

1. *XOR pe toate blocurile cu autentificarea rezultatului*:
$$t = \mathrm{Mac'}_k(\oplus_i m_i)$$

- Intrebare: Este sigură această metodă?

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

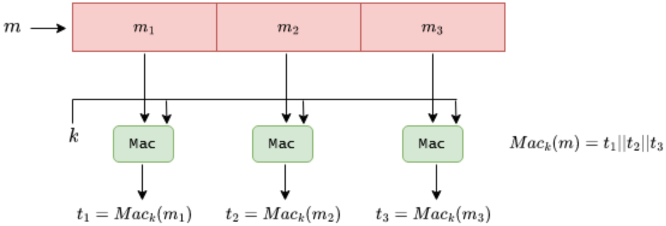
1. *XOR pe toate blocurile cu autentificarea rezultatului*:

$$t = \mathrm{Mac}'_k(\oplus_i m_i)$$

- Intrebare: Este sigură această metodă?
- Răspuns: NU! Un adversar poate modifica mesajul original m a.î. XOR-ul blocurilor nu se schimbă, el obținând un tag valid pentru un mesaj nou;

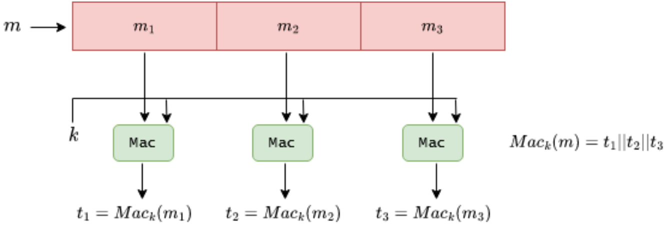
MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

2. *Autentificare separată pentru fiecare bloc*:



MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

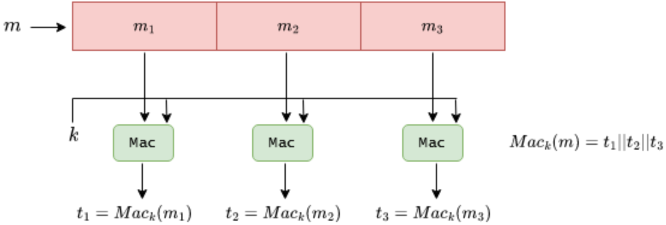
2. *Autentificare separată pentru fiecare bloc*:



- Intrebare: Este sigură această metodă?

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

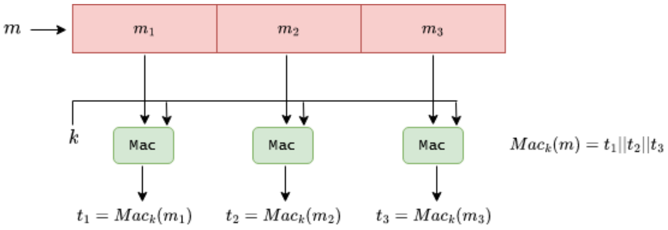
2. *Autentificare separată pentru fiecare bloc*:



- Intrebare: Este sigură această metodă?
- Răspuns: NU!

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

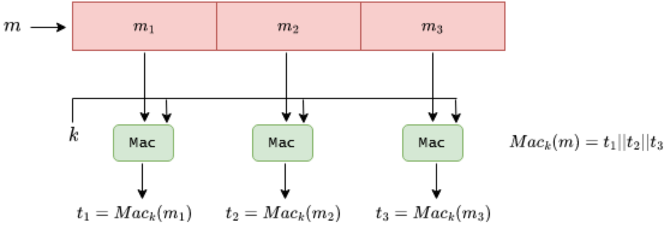
2. *Autentificare separată pentru fiecare bloc*:



- Intrebare: Este sigură această metodă?
- Răspuns: NU!
- Fiind dat (m, t) cu $m = m_1||m_2||m_3$ și $t = t_1||t_2||t_3$

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

2. *Autentificare separată pentru fiecare bloc*:

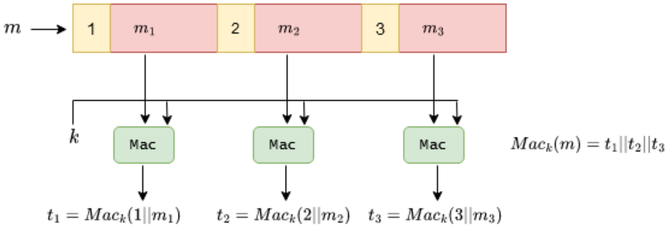


- Intrebare: Este sigură această metodă?
- Răspuns: NU!
- Fiind dat (m, t) cu $m = m_1||m_2||m_3$ și $t = t_1||t_2||t_3$
- Atunci (m', t') este o pereche validă cu $m' = m_2||m_1||m_3$ și $t' = t_2||t_1||t_3$

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

3. *Autentificare separată pentru fiecare bloc folosind o secvență de numere*:

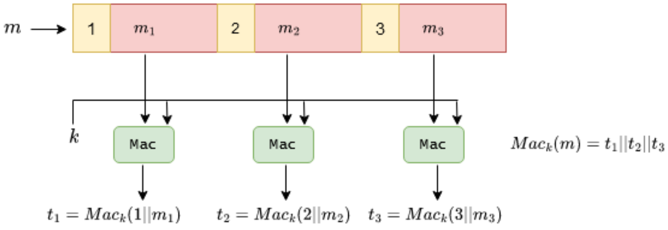
In felul acesta prevenim atacul anterior



MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

3. *Autentificare separată pentru fiecare bloc folosind o secvență de numere*:

In felul acesta prevenim atacul anterior

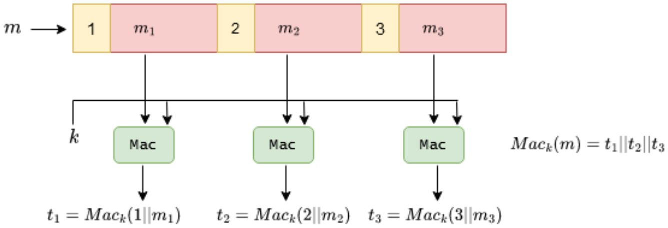


- Intrebare: Este sigură această metodă?

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

3. *Autentificare separată pentru fiecare bloc folosind o secvență de numere*:

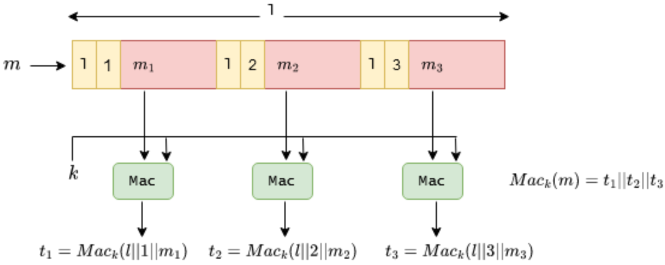
In felul acesta prevenim atacul anterior



- Intrebare: Este sigură această metodă?
- Răspuns: NU! Un adversar poate scoate blocuri de la sfârșitul mesajului: $t = t_1||t_2$ este un tag valid pentru mesajul $m = m_1||m_2$;

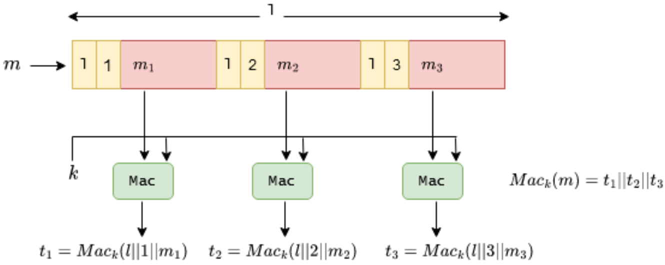
MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Soluție pentru atacurile anterioare: adăugarea de informație suplimentară în fiecare bloc



MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

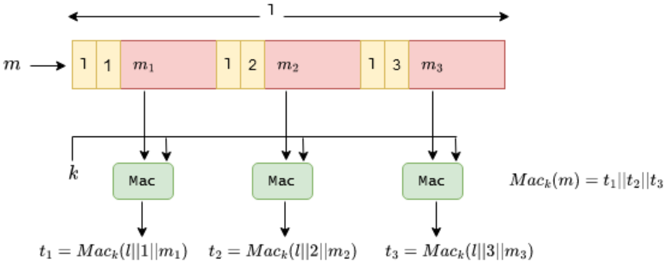
- Soluție pentru atacurile anterioare: adăugarea de informație suplimentară în fiecare bloc



- Intrebare: Este sigură această metodă?

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

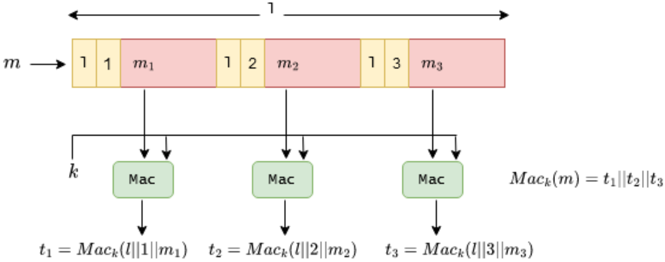
- Soluție pentru atacurile anterioare: adăugarea de informație suplimentară în fiecare bloc



- Intrebare: Este sigură această metodă?
- Răspuns: NU!
- Pentru perechea (m, t) cu $m = m_1||m_2||m_3$ și $t = t_1||t_2||t_3$ și perechea (m', t') cu $m' = m'_1||m'_2||m'_3$ și $t' = t'_1||t'_2||t'_3$ iar $|m| = |m'|$

MAC-uri pentru mesaje de lungime variabilă

- Soluție pentru atacurile anterioare: adăugarea de informație suplimentară în fiecare bloc



- Intrebare: Este sigură această metodă?
- Răspuns: NU!
- Pentru perechea (m, t) cu $m = m_1||m_2||m_3$ și $t = t_1||t_2||t_3$ și perechea (m', t') cu $m' = m'_1||m'_2||m'_3$ și $t' = t'_1||t'_2||t'_3$ iar $|m| = |m'|$
- perechea $(m_1||m'_2||m_3, t_1||t'_2||t_3)$ este una validă

CBC-MAC

- Soluția este ineficientă și greu de folosit în practică;

CBC-MAC

- Soluția este ineficientă și greu de folosit în practică;
- Insă, am văzut că putem construi MAC-uri sigure (chiar pentru mesaje de lungime variabilă) pe baza funcțiilor pseudoaleatoare (intrare de lungime fixă);

CBC-MAC

- Soluția este ineficientă și greu de folosit în practică;
- Insă, am văzut că putem construi MAC-uri sigure (chiar pentru mesaje de lungime variabilă) pe baza funcțiilor pseudoaleatoare (intrare de lungime fixă);
- Ceea ce înseamnă că putem construi MAC-uri sigure pornind de la cifruri bloc;

CBC-MAC

- Soluția este ineficientă și greu de folosit în practică;
- Insă, am văzut că putem construi MAC-uri sigure (chiar pentru mesaje de lungime variabilă) pe baza funcțiilor pseudoaleatoare (intrare de lungime fixă);
- Ceea ce înseamnă că putem construi MAC-uri sigure pornind de la cifruri bloc;
- Dar, cu construcția de mai sus, rezultatul e foarte ineficient: pentru un tag aferent unui mesaj de lungime $l \cdot n$, trebuie să aplicăm sistemul bloc de $4l$ ori iar tag-ul rezultat are $(4l+1)n$ biți;

CBC-MAC

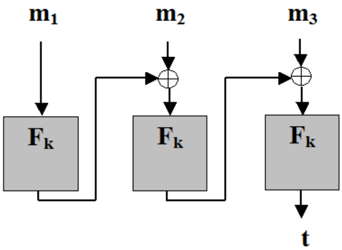
- O soluție mult mai eficientă este să folosim CBC-MAC;

CBC-MAC

- O soluție mult mai eficientă este să folosim CBC-MAC;
- CBC-MAC este o construcție similară cu modul CBC folosit pentru criptare;

CBC-MAC

- O soluție mult mai eficientă este să folosim CBC-MAC;
- CBC-MAC este o construcție similară cu modul CBC folosit pentru criptare;
- Folosind CBC-MAC, pentru un tag aferent unui mesaj de lungime $l \cdot n$, se aplică sistemul bloc doar de l ori, iar tag-ul are numai n biți.



Securitatea CBC-MAC

- Dacă F este o funcție pseudoaleatoare, construcția de mai sus reprezintă un cod de autentificare a mesajelor sigur (nu poate fi falsificat prin atacuri cu mesaj ales) pentru mesaje de lungime $\ell \cdot n$ pentru ℓ fixat.

Securitatea CBC-MAC

- Dacă F este o funcție pseudoaleatoare, construcția de mai sus reprezintă un cod de autentificare a mesajelor sigur (nu poate fi falsificat prin atacuri cu mesaj ales) pentru mesaje de lungime $\ell \cdot n$ pentru ℓ fixat.
- Construcția prezentată este sigură numai pentru autentificarea mesajelor de lungime fixă;

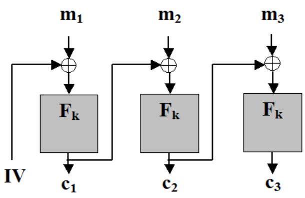
Securitatea CBC-MAC

- Dacă F este o funcție pseudoaleatoare, construcția de mai sus reprezintă un cod de autentificare a mesajelor sigur (nu poate fi falsificat prin atacuri cu mesaj ales) pentru mesaje de lungime $\ell \cdot n$ pentru ℓ fixat.
- Construcția prezentată este sigură numai pentru autentificarea mesajelor de lungime fixă;
- ℓ fixat înseamnă că cele două părți care comunică trebuie să partajeze ℓ în avans

Securitatea CBC-MAC

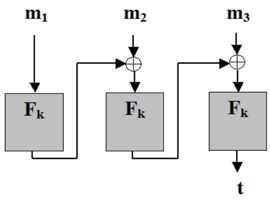
- Dacă F este o funcție pseudoaleatoare, construcția de mai sus reprezintă un cod de autentificare a mesajelor sigur (nu poate fi falsificat prin atacuri cu mesaj ales) pentru mesaje de lungime $\ell \cdot n$ pentru ℓ fixat.
- Construcția prezentată este sigură numai pentru autentificarea mesajelor de lungime fixă;
- ℓ fixat înseamnă că cele două părți care comunică trebuie să partajeze ℓ în avans
- Avantajul acestei construcții față de cea anterioară este că ea poate autentifica mesaje de lungime mult mai mare;

CBC-MAC vc. Criptare în modul CBC



Criptare în mod CBC

- IV este aleator pentru a obține securitate;
- toate blocurile c_i constituie mesajul criptat.



CBC-MAC

- $IV = 0^n$ este fixat pentru a obține securitate;
- doar ieșirea ultimului bloc constituie tag-ul (întoarcerea tuturor blocurilor intermediare duce la pierderea securității)

Construcții MAC

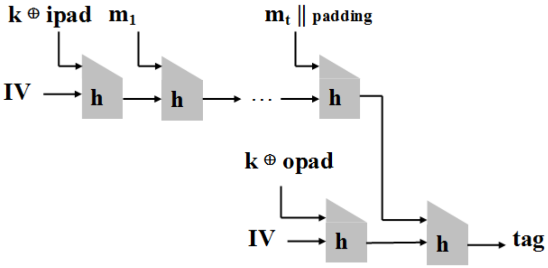
- Există două construcții de bază care se folosesc în practică:
  - CBC-MAC - folosit pe larg în industria bancară

Construcții MAC

- Există două construcții de bază care se folosesc în practică:
  - CBC-MAC - folosit pe larg în industria bancară
  - HMAC - pentru protocoale pe Internet: SSL, IPsec, SSH...
- Am studiat CBC-MAC mai devreme în curs;
  In continuare trecem în revistă HMAC

HMAC

- Folosim metoda standardizată HMAC (Hash MAC):



- HMAC se definește astfel:
- $\mathrm{Mac}(k, m)$: $t = H((k \oplus \texttt{opad}) \,||\, H((k \oplus \texttt{ipad}) \,||\, m))$;
- $\mathrm{Vrfy}(k, m, t) = 1 \iff t = \mathrm{Mac}(k, m)$.

Notații

- `ipad` și `opad` sunt două constante de lungimea unui bloc m_i
- `ipad` constă din byte-ul $0x5C$ repetat de atâtea ori cât e nevoie;
- `opad` constă din byte-ul $0x36$ repetat de atâtea ori cât e nevoie;
- IV este o constantă fixată.

Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- Am văzut cum putem obține confidențialitate folosind scheme de criptare;

Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- Am văzut cum putem obține confidențialitate folosind scheme de criptare;
- Am văzut cum putem garanta integritatea datelor folosind MAC-uri;

Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- Am văzut cum putem obține confidențialitate folosind scheme de criptare;
- Am văzut cum putem garanta integritatea datelor folosind MAC-uri;
- In practică avem nevoie de ambele proprietăți de securitate: confidențialitate și integritatea datelor adica criptare autentificată - authenticated encryption

Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

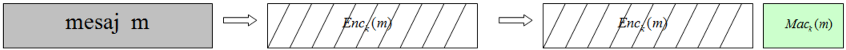
- Am văzut cum putem obține confidențialitate folosind scheme de criptare;
- Am văzut cum putem garanta integritatea datelor folosind MAC-uri;
- In practică avem nevoie de ambele proprietăți de securitate: confidențialitate și integritatea datelor adica criptare autentificată - authenticated encryption
- Nu orice combinație de schemă de criptare sigură și MAC sigur oferă cele două proprietăți de securitate!

Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- Iată trei abordari uzuale pentru a combina criptarea și autentificarea mesajelor:

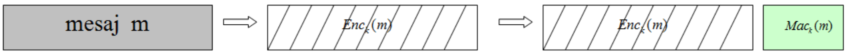
Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- Iată trei abordari uzuale pentru a combina criptarea și autentificarea mesajelor:
  1. *Criptare-și-autentificare*: criptarea și autentifcarea se fac independent. Pentru un mesaj clar m, se transmite mesajul criptat $\langle c, t\rangle$ unde
  $$c \leftarrow \mathrm{Enc}_{k_1}(m) \text{ și } t \leftarrow \mathrm{Mac}_{k_2}(m)$$
  La recepție, $m = \mathrm{Dec}_{k_1}(c)$ și dacă $\mathrm{Vrfy}_{k_2}(m, t) = 1$, atunci întoarce m; altfel întoarce $\perp$.



Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- Iată trei abordari uzuale pentru a combina criptarea și autentificarea mesajelor:
  1. *Criptare-și-autentificare*: criptarea și autentifcarea se fac independent. Pentru un mesaj clar m, se transmite mesajul criptat $\langle c, t\rangle$ unde
  $$c \leftarrow \mathrm{Enc}_{k_1}(m) \text{ și } t \leftarrow \mathrm{Mac}_{k_2}(m)$$
  La recepție, $m = \mathrm{Dec}_{k_1}(c)$ și dacă $\mathrm{Vrfy}_{k_2}(m, t) = 1$, atunci întoarce m; altfel întoarce $\perp$.



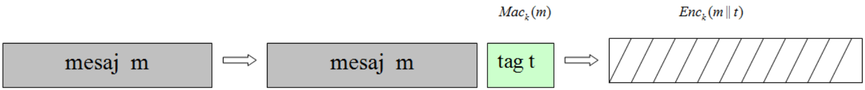
- Combinația aceasta **nu** este neaparat sigură; un MAC sigur nu implică nici un fel de confidențialitate;

Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- *2. Autentificare-apoi-criptare*: întâi se calculează tag-ul t apoi mesajul și tag-ul sunt criptate împreună

$$t \leftarrow \mathrm{Mac}_{k_2}(m) \text{ si } c \leftarrow \mathrm{Enc}_{k_1}(m||t)$$

La recepție, $m||t = \mathrm{Dec}_{k_1}(c)$ și dacă $\mathrm{Vrfy}_{k_2}(m,t) = 1$, atunci întoarce m; altfel întoarce $\perp$.

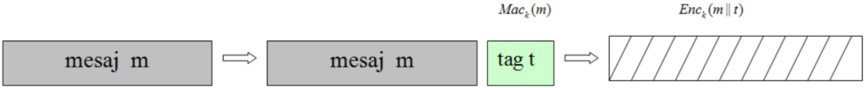


Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

- *2. Autentificare-apoi-criptare*: întâi se calculează tag-ul t apoi mesajul și tag-ul sunt criptate împreună

$$t \leftarrow \mathrm{Mac}_{k_2}(m) \text{ si } c \leftarrow \mathrm{Enc}_{k_1}(m||t)$$

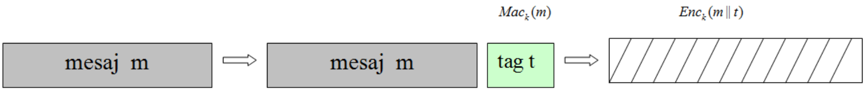
La recepție, $m||t = \mathrm{Dec}_{k_1}(c)$ și dacă $\mathrm{Vrfy}_{k_2}(m,t) = 1$, atunci întoarce m; altfel întoarce $\perp$.



- Combinația aceasta **nu** este neapărat sigură;

Confidențialitate și integritate - criptare autentificată

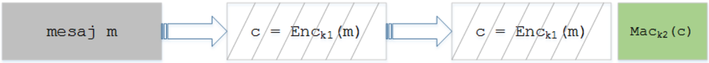
- *2. Autentificare-apoi-criptare*: întâi se calculează tag-ul t apoi mesajul și tag-ul sunt criptate împreună
$$t \leftarrow \mathrm{Mac}_{k_2}(m) \text{ si } c \leftarrow \mathrm{Enc}_{k_1}(m||t)$$
La recepție, $m||t = \mathrm{Dec}_{k_1}(c)$ și dacă $\mathrm{Vrfy}_{k_2}(m, t) = 1$, atunci întoarce m; altfel întoarce $\perp$.



- Combinația aceasta **nu** este neapărat sigură;
- Se poate construi o schemă de criptare CPA-sigură care împreună cu orice MAC sigur nu poate fi CCA-sigură;

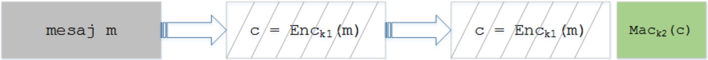
Securitate Criptare-apoi-autentificare

3. *Criptare-apoi-autentificare*



Securitate Criptare-apoi-autentificare

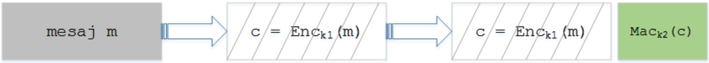
3. *Criptare-apoi-autentificare*



- Combinația aceasta este întotdeauna sigură; se folosește în IPsec;

Securitate Criptare-apoi-autentificare

3. *Criptare-apoi-autentificare*



- Combinația aceasta este întotdeauna sigură; se folosește în IPsec;
- Deși folosim aceeași construcție pentru a obține securitate CCA și transmitere sigură a mesajelor, scopurile urmărite sunt diferite în fiecare caz;

Necesitatea de a folosi chei diferite

- Pentru scopuri diferite de securitate trebuie să folosim întotdeauna chei diferite;

Necesitatea de a folosi chei diferite

- Pentru scopuri diferite de securitate trebuie să folosim întotdeauna chei diferite;
- Să urmărim ce se întâmplă dacă folosim metoda criptare-apoi-autentificare cu aceeași cheie k atât pentru criptare cât și pentru autentificare;

Necesitatea de a folosi chei diferite

- Pentru scopuri diferite de securitate trebuie să folosim întotdeauna chei diferite;
- Să urmărim ce se întâmplă dacă folosim metoda criptare-apoi-autentificare cu aceeași cheie k atât pentru criptare cât și pentru autentificare;
- Definim $\mathrm{Enc}_k(m) = F_k(m||r)$, pentru $m \in \{0,1\}^{n/2}$, $r \leftarrow \{0,1\}^{n/2}$ aleator, iar $F_k(\cdot)$ o permutare pseudoaleatoare;

Necesitatea de a folosi chei diferite

- Pentru scopuri diferite de securitate trebuie să folosim întotdeauna chei diferite;
- Să urmărim ce se întâmplă dacă folosim metoda criptare-apoi-autentificare cu aceeași cheie k atât pentru criptare cât și pentru autentificare;
- Definim $\mathrm{Enc}_k(m) = F_k(m||r)$, pentru $m \in \{0,1\}^{n/2}$, $r \leftarrow \{0,1\}^{n/2}$ aleator, iar $F_k(\cdot)$ o permutare pseudoaleatoare;
- Definim $\mathrm{Mac}_k(c) = F_k^{-1}(c)$;

Necesitatea de a folosi chei diferite

- Pentru scopuri diferite de securitate trebuie să folosim întotdeauna chei diferite;
- Să urmărim ce se întâmplă dacă folosim metoda criptare-apoi-autentificare cu aceeași cheie k atât pentru criptare cât și pentru autentificare;
- Definim $\mathrm{Enc}_k(m) = F_k(m||r)$, pentru $m \in \{0,1\}^{n/2}$, $r \leftarrow \{0,1\}^{n/2}$ aleator, iar $F_k(\cdot)$ o permutare pseudoaleatoare;
- Definim $\mathrm{Mac}_k(c) = F_k^{-1}(c)$;
- Schema de criptare și MAC-ul sunt sigure dar...

Necesitatea de a folosi chei diferite

- Pentru scopuri diferite de securitate trebuie să folosim întotdeauna chei diferite;
- Să urmărim ce se întâmplă dacă folosim metoda criptare-apoi-autentificare cu aceeași cheie k atât pentru criptare cât și pentru autentificare;
- Definim $\mathrm{Enc}_k(m) = F_k(m||r)$, pentru $m \in \{0,1\}^{n/2}$, $r \leftarrow \{0,1\}^{n/2}$ aleator, iar $F_k(\cdot)$ o permutare pseudoaleatoare;
- Definim $\mathrm{Mac}_k(c) = F_k^{-1}(c)$;
- Schema de criptare și MAC-ul sunt sigure dar...
- $\mathrm{Enc}_k(m), \mathrm{Mac}_k(\mathrm{Enc}_k(m)) = F_k(m||r), F_k^{-1}(F_k(m||r)) = F_k(m||r), m||r$.

Securitate CCA vs. Criptare autentificată

- Orice schemă de criptare autentificată este și CCA-sigură dar există și scheme de criptare CCA-sigure care nu sunt scheme de criptare autentificată

Securitate CCA vs. Criptare autentificată

- Orice schemă de criptare autentificată este și CCA-sigură dar există și scheme de criptare CCA-sigure care nu sunt scheme de criptare autentificată
- Totusi, cele mai multe aplicații de scheme de criptare cu cheie secretă în prezența unui adversar activ necesită integritate

Criptare autentificată in practică

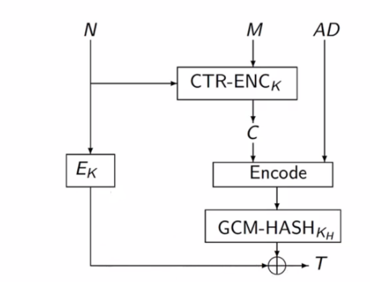
CA in	bazata pe	care in general este	dar in acest caz este
SSH	C_si_A	nesigura	sigura
SSL	A_apoi_C	nesigura	nesigura
IPSec	C_apoi_A	sigura	sigura
WinZip	C_apoi_A	sigura	nesigura

- CA = criptare autentificată;
  C-apoi-A = criptare-apoi-autentificare;
  C-si-A = criptare-si-autentificare

Criptare autentificată in practică

- Scheme de criptare autentificată: OCB, GCM, CCM, EAX
- TLS folosește GCM
- Competiția CAESAR pentru standardizarea de noi scheme de criptare autentificată
  http://competitions.cr.yp.to/caesar.html

Exemplu: GCM



- CTR-ENC reprezintă criptare în modul CTR
- GCM-HASH$_{K_H}$ - funcție hash bazată pe polinoame (peste corp Galois binar)
- K_H este derivată din E și K

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 7.2 -
Funcții hash

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Funcții Hash

- Întrebare: Ați auzit vreodată de funcții hash? În ce context?

Funcții Hash

- Întrebare: Ați auzit vreodată de funcții hash? În ce context?
- Acestea primesc ca argument o secvență de *lungime variabilă* pe care o comprimă într-o secvență de *lungime mai mică, fixată*;

Funcții Hash

- Întrebare: Ați auzit vreodată de funcții hash? În ce context?
- Acestea primesc ca argument o secvență de *lungime variabilă* pe care o comprimă într-o secvență de *lungime mai mică, fixată*;
- Utilizarea clasică a funcțiilor hash este în domeniul *structurilor de date*;

Funcții Hash

- Întrebare: Ați auzit vreodată de funcții hash? În ce context?
- Acestea primesc ca argument o secvență de *lungime variabilă* pe care o comprimă într-o secvență de *lungime mai mică, fixată*;
- Utilizarea clasică a funcțiilor hash este în domeniul *structurilor de date*;
- Să luăm un exemplu...

Funcții Hash

- Considerăm o mulțime de elemente de dimensiune mare care trebuie stocată (într-un tablou);

Funcții Hash

- Considerăm o mulțime de elemente de dimensiune mare care trebuie stocată (într-un tablou);

Adresă
Batiștei nr.17
Academiei nr.23
Tudor Arghezi nr.103
Nicolae Bălcescu nr.10
C.A.Rosetti nr.7
Hristo Botev nr.35
...

Funcții Hash

- Considerăm o mulțime de elemente de dimensiune mare care trebuie stocată (într-un tablou);

Adresă
Batiștei nr.17
Academiei nr.23
Tudor Arghezi nr.103
Nicolae Bălcescu nr.10
C.A.Rosetti nr.7
Hristo Botev nr.35
...

- Ulterior, elementele trebuie să fie ușor accesibile;

Funcții Hash

- Considerăm o mulțime de elemente de dimensiune mare care trebuie stocată (într-un tablou);

Adresă
Batiștei nr.17
Academiei nr.23
Tudor Arghezi nr.103
Nicolae Bălcescu nr.10
C.A.Rosetti nr.7
Hristo Botev nr.35
...

- Ulterior, elementele trebuie să fie ușor accesibile;
- Întrebare: Cum procedăm?

Funcții Hash

- **Varianta 1.** Elementele se stochează la rând;

Funcții Hash

- **Varianta 1.** Elementele se stochează la rând;

Index	Adresă
1	Batiștei nr.17
2	Academiei nr.23
3	Tudor Arghezi nr.103
4	Nicolae Bălcescu nr.10
5	C.A.Rosetti nr.7
6	Hristo Botev nr.35
...	... ...

Funcții Hash

- **Varianta 1.** Elementele se stochează la rând;

Index	Adresă
1	Batiștei nr.17
2	Academiei nr.23
3	Tudor Arghezi nr.103
4	Nicolae Bălcescu nr.10
5	C.A.Rosetti nr.7
6	Hristo Botev nr.35
...	... ...

- Dar o căutare necesită un algoritm de complexitate ...

Funcții Hash

- **Varianta 1.** Elementele se stochează la rând;

Index	Adresă
1	Batiștei nr.17
2	Academiei nr.23
3	Tudor Arghezi nr.103
4	Nicolae Bălcescu nr.10
5	C.A.Rosetti nr.7
6	Hristo Botev nr.35
...	... ...

- Dar o căutare necesită un algoritm de complexitate ... $O(n)$;

Funcții Hash

- **Varianta 2.** Tabloul de elemente este sortat.

Funcții Hash

- **Varianta 2.** Tabloul de elemente este sortat.

Index	Adresă
...	... ...
17	Academiei nr.23
...	... ...
120	Batiștei nr.17
...	... ...
223	C.A.Rosetti nr.7
...	... ...
401	Hristo Botev nr.35
...	... ...
503	Nicolae Bălcescu nr.10
...	... ...
696	Tudor Arghezi nr.103
...	... ...

Funcții Hash

- **Varianta 2.** Tabloul de elemente este sortat.

Index	Adresă
...	... ...
17	Academiei nr.23
...	... ...
120	Batiștei nr.17
...	... ...
223	C.A.Rosetti nr.7
...	... ...
401	Hristo Botev nr.35
...	... ...
503	Nicolae Bălcescu nr.10
...	... ...
696	Tudor Arghezi nr.103
...	... ...

- În acest caz o căutare necesită un algoritm de complexitate ...

Funcții Hash

- **Varianta 2.** Tabloul de elemente este sortat.

Index	Adresă
...	... ...
17	Academiei nr.23
...	... ...
120	Batiștei nr.17
...	... ...
223	C.A.Rosetti nr.7
...	... ...
401	Hristo Botev nr.35
...	... ...
503	Nicolae Bălcescu nr.10
...	... ...
696	Tudor Arghezi nr.103
...	... ...

- În acest caz o căutare necesită un algoritm de complexitate ... $O(\log n)$;

Funcții Hash

- **Varianta 3.** Se folosește o funcție hash H și fiecare element x se stochează la indexul $H(x)$;

Funcții Hash

- **Varianta 3.** Se folosește o funcție hash H și fiecare element x se stochează la indexul $H(x)$;

Index	Adresă
...	... ...
14	Tudor Arghezi nr.103
...	... ...
29	Batiștei nr.17
...	... ...
113	C.A.Rosetti nr.7
...	... ...
365	Academiei nr.23
...	... ...
411	Nicolae Bălcescu nr.10
...	... ...
703	Hristo Botev nr.35
...	... ...

Funcții Hash

- **Varianta 3.** Se folosește o funcție hash H și fiecare element x se stochează la indexul $H(x)$;

Index	Adresă
...	... ...
14	Tudor Arghezi nr.103
...	... ...
29	Batiștei nr.17
...	... ...
113	C.A.Rosetti nr.7
...	... ...
365	Academiei nr.23
...	... ...
411	Nicolae Bălcescu nr.10
...	... ...
703	Hristo Botev nr.35
...	... ...

- Căutarea devine optimă pentru că se realizează în ...

Funcții Hash

- **Varianta 3.** Se folosește o funcție hash H și fiecare element x se stochează la indexul $H(x)$;

Index	Adresă
...	... ...
14	Tudor Arghezi nr.103
...	... ...
29	Batiștei nr.17
...	... ...
113	C.A.Rosetti nr.7
...	... ...
365	Academiei nr.23
...	... ...
411	Nicolae Bălcescu nr.10
...	... ...
703	Hristo Botev nr.35
...	... ...

- Căutarea devine optimă pentru că se realizează în ... $O(1)$!

Funcții Hash

- În exemplul precedent:
  - H("Tudor Arghezi nr.103") = 14;
  - H("Batiștei nr.17") = 29;
  - ...

Funcții Hash

- În exemplul precedent:
  - H("Tudor Arghezi nr.103") = 14;
  - H("Batiștei nr.17") = 29;
  - ...
- Analizăm, pe rând, cele 3 operații: **căutare**, **adăugare**, **ștergere**;

Funcții Hash

- În exemplul precedent:
  - H("Tudor Arghezi nr.103") = 14;
  - H("Batiștei nr.17") = 29;
  - ...
- Analizăm, pe rând, cele 3 operații: **căutare**, **adăugare**, **ștergere**;
- Pentru **căutarea** adresei *Edgar Quinet nr.35*, se calculează H("Edgar Quinet nr.35");

Funcții Hash

- În exemplul precedent:
  - H("Tudor Arghezi nr.103") = 14;
  - H("Batiștei nr.17") = 29;
  - ...
- Analizăm, pe rând, cele 3 operații: **căutare**, **adăugare**, **ștergere**;
- Pentru **căutarea** adresei *Edgar Quinet nr.35*, se calculează H("Edgar Quinet nr.35");
- Presupunând că H("Edgar Quinet nr.35") = 79, atunci se verifică ce este stocat pe poziția 79;

Funcții Hash

- Pentru **introducerea** adresei *Nicolae Filipescu nr.31*, se calculează H("Nicolae Filipescu nr.31");

Funcții Hash

- Pentru **introducerea** adresei *Nicolae Filipescu nr.31*, se calculează H("Nicolae Filipescu nr.31");
- Presupunând că H("Nicolae Filipescu nr.31") = 153, atunci se introduce valoarea *Nicolae Filipescu nr.31* la indexul 153;

Funcții Hash

- Pentru **introducerea** adresei *Nicolae Filipescu nr.31*, se calculează H("Nicolae Filipescu nr.31");
- Presupunând că H("Nicolae Filipescu nr.31") = 153, atunci se introduce valoarea *Nicolae Filipescu nr.31* la indexul 153;
- Pentru **ștergerea** adresei *Hristo Botev nr.35*, se calculează H("Hristo Botev nr.35");

Funcții Hash

- Pentru **introducerea** adresei *Nicolae Filipescu nr.31*, se calculează H("Nicolae Filipescu nr.31");
- Presupunând că H("Nicolae Filipescu nr.31") = 153, atunci se introduce valoarea *Nicolae Filipescu nr.31* la indexul 153;
- Pentru **ștergerea** adresei *Hristo Botev nr.35*, se calculează H("Hristo Botev nr.35");
- Se obține H("Hristo Botev nr.35") = 401 și se eliberează această celulă;

Funcții Hash

- Întrebare: Ce se întâmplă dacă pentru 2 valori $x \neq x'$, $H(x) = H(x')$?

Funcții Hash

- Întrebare: Ce se întâmplă dacă pentru 2 valori $x \neq x'$, $H(x) = H(x')$?
- Răspuns: În acest caz, apare o coliziune - ambele valori se vor stoca în aceeași celulă.

Funcții Hash

- În criptografie, o funcție hash rămâne o funcție care comprimă secvențe de lungime variabilă în secvențe de lungime fixă, insă:

Funcții Hash

- În criptografie, o funcție hash rămâne o funcție care comprimă secvențe de lungime variabilă în secvențe de lungime fixă, insă:
- Dacă în contextul structurilor de date este *preferabil* să se minimizeze coliziunile, în criptografie acest lucru este **impus**;

Funcții Hash

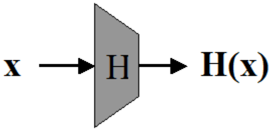
- În criptografie, o funcție hash rămâne o funcție care comprimă secvențe de lungime variabilă în secvențe de lungime fixă, insă:
- Dacă în contextul structurilor de date este *preferabil* să se minimizeze coliziunile, în criptografie acest lucru este **impus**;
- Dacă în contextul structurilor de date coliziunile apar *arbitrar* (valorile sunt alese independent de funcția hash), în criptografie coliziunile trebuie evitate chiar dacă sunt căutate **în mod voit** (de către adversar).

Funcții Hash

- Întrebare: Există funcții hash fără coliziuni?

Funcții Hash

- Întrebare: Există funcții hash fără coliziuni?
- Răspuns: NU! Funcțiile hash (cel puțin cele interesante d.p.d.v criptografic) comprimă, deci funcția nu poate fi injectivă;



Funcții Hash

- În aceste condiții, o funcție hash impune ca determinarea unei coliziuni să devină dificilă;

Funcții Hash

- În aceste condiții, o funcție hash impune ca determinarea unei coliziuni să devină dificilă;
- Considerăm funcțiile hash de domeniu infinit și ieșire de lungime fixată $l(n)$, unde $l(n)$ este un polinom în parametrul de securitate n:

$$H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^{l(n)}$$

Experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$

- Considerăm experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$;

Experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$

- Considerăm experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$;
- Adversarul $\mathcal{A}$ indică 2 valori $x, x' \in \{0,1\}^*$;

Experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$

- Considerăm experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$;
- Adversarul $\mathcal{A}$ indică 2 valori $x, x' \in \{0,1\}^*$;
- Se definește valoarea experimentului $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n) = \mathbf{1}$ dacă $x \neq x'$ și $H(x) = H(x')$;

Experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$

- Considerăm experimentul $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n)$;
- Adversarul $\mathcal{A}$ indică 2 valori $x, x' \in \{0,1\}^*$;
- Se definește valoarea experimentului $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n) = \mathbf{1}$ dacă $x \neq x'$ și $H(x) = H(x')$;
- Altfel, $Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n) = \mathbf{0}$.

Rezistența la coliziuni

Definiție

$H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^{l(n)}$ se numește rezistentă la coliziuni (collision-resistant) dacă pentru orice adversar PPT $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[Hash^{coll}_{\mathcal{A},H}(n) = 1] \leq negl(n).$$

Securitatea funcțiilor hash

- În practică, rezistența la coliziuni poate fi dificil de obținut;

Securitatea funcțiilor hash

- În practică, rezistența la coliziuni poate fi dificil de obținut;
- Pentru anumite aplicații sunt utile noțiuni mai relaxate de securitate;

Securitatea funcțiilor hash

- În practică, rezistența la coliziuni poate fi dificil de obținut;
- Pentru anumite aplicații sunt utile noțiuni mai relaxate de securitate;
- Există 3 nivele de securitate:

Securitatea funcțiilor hash

- În practică, rezistența la coliziuni poate fi dificil de obținut;
- Pentru anumite aplicații sunt utile noțiuni mai relaxate de securitate;
- Există 3 nivele de securitate:
  1. Rezistența la coliziuni: este cea mai puternică noțiune de securitate și deja am definit-o formal;

Securitatea funcțiilor hash

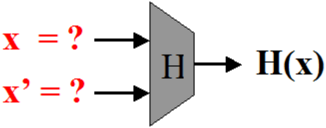
- În practică, rezistența la coliziuni poate fi dificil de obținut;
- Pentru anumite aplicații sunt utile noțiuni mai relaxate de securitate;
- Există 3 nivele de securitate:

1. Rezistența la coliziuni: este cea mai puternică noțiune de securitate și deja am definit-o formal;
2. Rezistența la a doua preimagine: presupune că fiind dat x este dificil de determinat $x' \neq x$ a.î. $H(x) = H(x')$

Securitatea funcțiilor hash

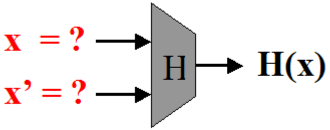
- În practică, rezistența la coliziuni poate fi dificil de obținut;
- Pentru anumite aplicații sunt utile noțiuni mai relaxate de securitate;
- Există 3 nivele de securitate:
    1. Rezistența la coliziuni: este cea mai puternică noțiune de securitate și deja am definit-o formal;
    2. Rezistența la a doua preimagine: presupune că fiind dat x este dificil de determinat $x' \neq x$ a.î. $H(x) = H(x')$
    3. Rezistența la prima preimagine: presupune că fiind dat $H(x)$ este imposibil de determinat x.

Rezistența la coliziuni



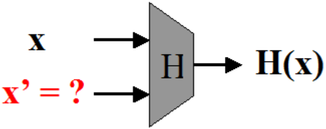
- **Provocare:** Se cer 2 valori $x \neq x'$ a.î. $H(x) = H(x')$;

Rezistența la coliziuni



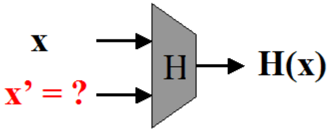
- **Provocare:** Se cer 2 valori $x \neq x'$ a.î. $H(x) = H(x')$;
- **Atac**: "Atacul zilei de naștere" necesită $\approx 2^{l(n)/2}$ evaluări pentru H.

Rezistența la a doua preimagine



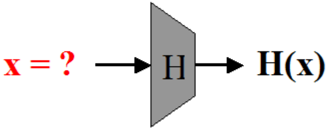
- **Provocare:** Fiind dat x, se cere x' a.î. $H(x) = H(x')$;

Rezistența la a doua preimagine



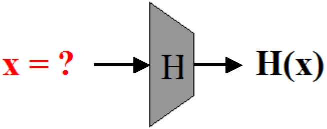
- **Provocare:** Fiind dat x, se cere x' a.î. $H(x) = H(x')$;
- **Atac**: Un atac generic necesită $\approx 2^{l(n)}$ evaluări pentru H.

Rezistența la prima preimagine



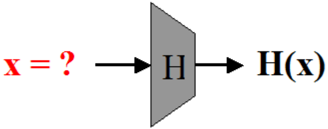
- **Provocare:** Fiind dat $y = H(x)$, se cere x a.î. $H(x) = y$;

Rezistența la prima preimagine



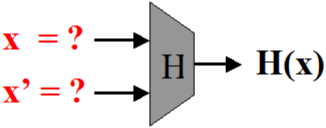
- **Provocare:** Fiind dat $y = H(x)$, se cere x a.î. $H(x) = y$;
- O astfel de funcție se numește și *calculabilă într-un singur sens (one-way function)*;

Rezistența la prima preimagine



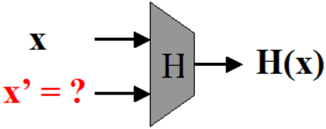
- **Provocare:** Fiind dat $y = H(x)$, se cere x a.î. $H(x) = y$;
- O astfel de funcție se numește și *calculabilă într-un singur sens (one-way function)*;
- **Atac**: Un atac generic necesită $\approx 2^{l(n)}$ evaluări pentru H.

Atacuri în practică

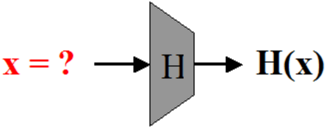


$\{x\}$ = documente originale
$\{x'\}$ = documente false
cineva este de acord să semneze electronic documentul original, însă semnătura devine valabilă și pentru un document fals

---



documentul x care este semnat electronic poate fi înlocuit de documentul x'



dacă se cunoaște cheia de sesiune k_i calculată din cheia master k $x = H(k||i)$, atunci se determină cheia k

Securitatea funcțiilor hash

- Întrebare: De ce o funcție care satisface proprietatea de **rezistență la coliziuni** satisface și proprietatea de **rezistență la a doua preimagine**?

Securitatea funcțiilor hash

- Întrebare: De ce o funcție care satisface proprietatea de **rezistență la coliziuni** satisface și proprietatea de **rezistență la a doua preimagine**?

- Răspuns: Pentru x fixat, adversarul determină $x' \neq x$ pentru care $H(x) = H(x')$, deci găsește o coliziune;

Securitatea funcțiilor hash

- Întrebare: De ce o funcție care satisface proprietatea de **rezistență la coliziuni** satisface și proprietatea de **rezistență la a doua preimagine**?

- Răspuns: Pentru x fixat, adversarul determină $x' \neq x$ pentru care $H(x) = H(x')$, deci găsește o coliziune;

- Întrebare: De ce o funcție care satisface proprietatea de **rezistență la a doua preimagine** satisface și proprietatea de **rezistență la prima imagine**?

Securitatea funcțiilor hash

- Întrebare: De ce o funcție care satisface proprietatea de **rezistență la coliziuni** satisface și proprietatea de **rezistență la a doua preimagine**?
- Răspuns: Pentru x fixat, adversarul determină $x' \neq x$ pentru care $H(x) = H(x')$, deci găsește o coliziune;
- Întrebare: De ce o funcție care satisface proprietatea de **rezistență la a doua preimagine** satisface și proprietatea de **rezistență la prima imagine**?
- Răspuns: Pentru x oarecare, adversarul calculează $H(x)$, o inversează și determină x' a.î. $H(x') = H(x)$. Cu probabilitate mare $x' \neq x$, deci găsește o a doua preimagine.

Atacul "zilei de naștere"

- Analizăm posibilitatea de a determina o coliziune pornind de la un exemplu clasic: *paradoxul nașterilor*;

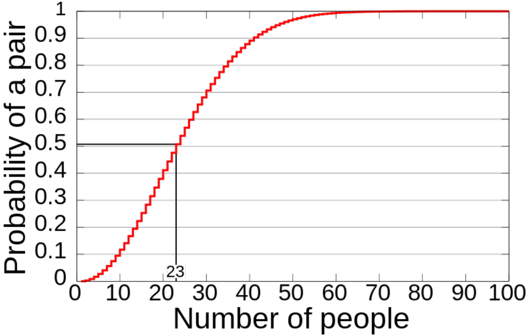
Atacul "zilei de naștere"

- Analizăm posibilitatea de a determina o coliziune pornind de la un exemplu clasic: *paradoxul nașterilor*;

- Întrebare: Care este dimensiunea unui grup de oameni pentru ca 2 dintre ei să fie născuți în aceeași zi cu probabilitate $1/2$?

Atacul "zilei de naștere"

- Analizăm posibilitatea de a determina o coliziune pornind de la un exemplu clasic: *paradoxul nașterilor*;
- Întrebare: Care este dimensiunea unui grup de oameni pentru ca 2 dintre ei să fie născuți în aceeași zi cu probabilitate $1/2$?
- Răspuns: 23!



[Wikipedia]

Atacul "zilei de naștere"

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;

Atacul "zilei de naștere"

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;
- Atunci pentru $q \geq 1.2 \times 2^{n/2}$ probabilitatea să existe $i \neq j$ a.î. $y_i = y_j$ este $\geq 1/2$.

Atacul ”zilei de naștere”

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;
- Atunci pentru $q \geq 1.2 \times 2^{n/2}$ probabilitatea să existe $i \neq j$ a.î. $y_i = y_j$ este $\geq 1/2$.
- Aceast rezultat conduce imediat la un atac asupra funcțiilor hash cu scopul de a determina coliziuni:

Atacul "zilei de naștere"

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;
- Atunci pentru $q \geq 1.2 \times 2^{n/2}$ probabilitatea să existe $i \neq j$ a.î. $y_i = y_j$ este $\geq 1/2$.
- Aceast rezultat conduce imediat la un atac asupra funcțiilor hash cu scopul de a determina coliziuni:
  - Adversarul alege $2^{n/2}$ valori x_i;

Atacul "zilei de naștere"

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;
- Atunci pentru $q \geq 1.2 \times 2^{n/2}$ probabilitatea să existe $i \neq j$ a.î. $y_i = y_j$ este $\geq 1/2$.
- Aceast rezultat conduce imediat la un atac asupra funcțiilor hash cu scopul de a determina coliziuni:
  - Adversarul alege $2^{n/2}$ valori x_i;
  - Calculează pentru fiecare $y_i = H(x_i)$;

Atacul "zilei de naștere"

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;
- Atunci pentru $q \geq 1.2 \times 2^{n/2}$ probabilitatea să existe $i \neq j$ a.î. $y_i = y_j$ este $\geq 1/2$.
- Aceast rezultat conduce imediat la un atac asupra funcțiilor hash cu scopul de a determina coliziuni:
  - Adversarul alege $2^{n/2}$ valori x_i;
  - Calculează pentru fiecare $y_i = H(x_i)$;
  - Caută $i \neq j$ cu $H(x_i) = H(x_j)$;

Atacul ”zilei de naștere”

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;
- Atunci pentru $q \geq 1.2 \times 2^{n/2}$ probabilitatea să existe $i \neq j$ a.î. $y_i = y_j$ este $\geq 1/2$.
- Aceast rezultat conduce imediat la un atac asupra funcțiilor hash cu scopul de a determina coliziuni:
  - Adversarul alege $2^{n/2}$ valori x_i;
  - Calculează pentru fiecare $y_i = H(x_i)$;
  - Caută $i \neq j$ cu $H(x_i) = H(x_j)$;
  - Dacă nu găsește nici o coliziune, reia atacul.

Atacul "zilei de naștere"

- Generalizând, considerăm o mulțime de dimensiune n și q elemente uniform aleatoare din această mulțime $y_1, \ldots, y_q$;
- Atunci pentru $q \geq 1.2 \times 2^{n/2}$ probabilitatea să existe $i \neq j$ a.î. $y_i = y_j$ este $\geq 1/2$.
- Aceast rezultat conduce imediat la un atac asupra funcțiilor hash cu scopul de a determina coliziuni:
  - Adversarul alege $2^{n/2}$ valori x_i;
  - Calculează pentru fiecare $y_i = H(x_i)$;
  - Caută $i \neq j$ cu $H(x_i) = H(x_j)$;
  - Dacă nu găsește nici o coliziune, reia atacul.
- Cum probabilitatea de succes a atacului este $\geq 1/2$, atunci numărul de încercări este ≈ 2.

Transformarea Merkle-Damgård

- Numim funcție de compresie o funcție hash rezistentă la coliziuni de intrare de lungime fixă;

Transformarea Merkle-Damgård

- Numim funcție de compresie o funcție hash rezistentă la coliziuni de intrare de lungime fixă;
- Întrebare: Intuitiv, ce se construiește mai ușor, H_1 sau H_2 ?

$$H_1 : \{0,1\}^{m_1} \rightarrow \{0,1\}^{n_1}, m_1 > n_1, m_1 \approx n_1$$

$$H_2 : \{0,1\}^{m_2} \rightarrow \{0,1\}^{n_2}, m_2 \gg n_2$$

Transformarea Merkle-Damgård

- Numim funcție de compresie o funcție hash rezistentă la coliziuni de intrare de lungime fixă;
- Întrebare: Intuitiv, ce se construiește mai ușor, H_1 sau H_2 ?

$$H_1 : \{0,1\}^{m_1} \rightarrow \{0,1\}^{n_1}, m_1 > n_1, m_1 \approx n_1$$

$$H_2 : \{0,1\}^{m_2} \rightarrow \{0,1\}^{n_2}, m_2 \gg n_2$$

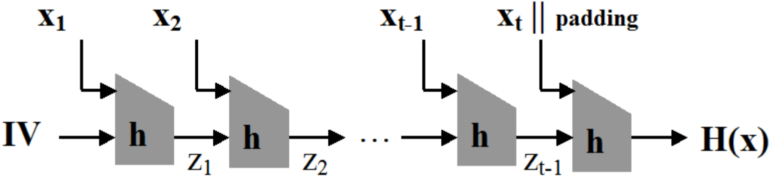
- Răspuns: Cu cât domeniul și codomeniul funcției sunt mai apropiate ca dimensiune, numărul de coliziuni scade $\Rightarrow$ coliziunile devin mai dificil de determinat (considerăm că funcția distribuie valorile uniform aleator).

Transformarea Merkle-Damgård

- Scopul este să construim o funcție hash (cu intrare de lungime variabilă), pornind de la o funcție de compresie (de lungime fixă);

Transformarea Merkle-Damgård

- Scopul este să construim o funcție hash (cu intrare de lungime variabilă), pornind de la o funcție de compresie (de lungime fixă);
- Pentru aceasta se aplică transformarea Merkle-Damgård;



Notații

- $h =$ o funcție de compresie de dimensiune fixă
- $x = x_1||x_2||\dots||x_{t-1}||x_t =$ valoarea de intrare
- $IV =$ vector de inițializare
- padding $=$ 100...0$||$ lungimea mesajului

Transformarea Merkle-Damgård

Teoremă

Dacă h prezintă rezistență la coliziuni, atunci și H prezintă rezistență la coliziuni.

Transformarea Merkle-Damgård

Teoremă

Dacă h prezintă rezistență la coliziuni, atunci și H prezintă rezistență la coliziuni.

- Intuitiv, dacă există $x \neq x'$ a.î. $H(x) = H(x')$, atunci trebuie să existe $< z_{i-1}, x_i > \neq < z'_{i-1}, x'_i >$ a.î. $h(z_{i-1} || x_i) = h(z'_{i-1} || x'_i)$;

Transformarea Merkle-Damgård

Teoremă

Dacă h prezintă rezistență la coliziuni, atunci și H prezintă rezistență la coliziuni.

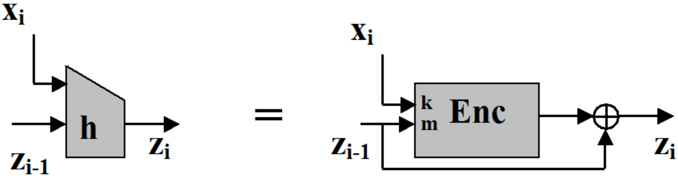
- Intuitiv, dacă există $x \neq x'$ a.î. $H(x) = H(x')$, atunci trebuie să existe $< z_{i-1}, x_i > \neq < z'_{i-1}, x'_i >$ a.î. $h(z_{i-1} || x_i) = h(z'_{i-1} || x'_i)$;
- Altfel spus, dacă se găsește o coliziune pentru H se găsește o coliziune și pentru h.

Transformarea Merkle-Damgård

- Rămâne să prezentăm o construcție pentru h;

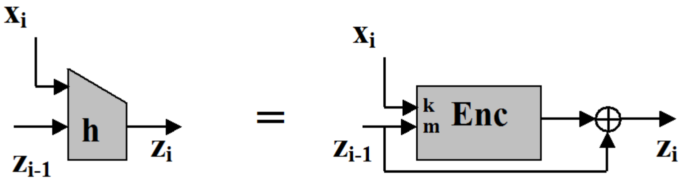
Transformarea Merkle-Damgård

- Rămâne să prezentăm o construcție pentru h;
- Construcția Davies-Meyer:



Transformarea Merkle-Damgård

- Rămâne să prezentăm o construcție pentru h;
- Construcția Davies-Meyer:



- *Enc* este un sistem bloc care criptează z_{i-1} cu cheia x_i:

$$h(z_{i-1}||x_i) = Enc_{x_i}(z_{i-1}) \oplus z_{i-1}$$

Exemple

- MD5 (Message Digest 5)
  - definit în 1991 de R.Rivest ca înlocuitor pentru MD4
  - produce o secvență hash de 128 biți
  - nesigur din 1996
  - utilizat în versiuni mai vechi de Moodle

Exemple

- MD5 (Message Digest 5)
  - definit în 1991 de R.Rivest ca înlocuitor pentru MD4
  - produce o secvență hash de 128 biți
  - nesigur din 1996
  - utilizat în versiuni mai vechi de Moodle
- SHA (Secure Hash Algorithm)
  - o familie de funcții hash publicate de NIST
  - SHA-0 și SHA-1 sunt nesigure
  - SHA-2 prezintă 2 variante: SHA-256 și SHA-512
  - SHA-3 adoptat în 2012 pe baza Keccak

Exercitii funcții hash

- Este $H(x) = x(mod\ N)$ o funcție hash rezistenta la coliziuni? Daca da, explicati de ce, daca nu, gasiți o coliziune.

Exercitii funcții hash

- Este $H(x) = x(mod\ N)$ o funcție hash rezistenta la coliziuni? Daca da, explicati de ce, daca nu, gasiți o coliziune.
- Raspuns: Funcția nu e rezistenta la coliziuni: pentru orice $x < N$ si orice $a \in \mathbb{N}$, x si $aN + x$ formeaza o coliziune.

Exercitii funcții hash

- Este $H(x) = x(mod\ N)$ o funcție hash rezistenta la coliziuni? Daca da, explicati de ce, daca nu, gasiți o coliziune.
- Raspuns: Funcția nu e rezistenta la coliziuni: pentru orice $x < N$ si orice $a \in \mathbb{N}$, x si $aN + x$ formeaza o coliziune.
- Este $H(x) = ax + b(mod\ N)$ cu $(a, N) = 1$ o functie hash rezistenta la coliziuni? Daca da, explicați de ce, daca nu, gasiți o coliziune.

Exercitii funcții hash

- Este $H(x) = x(mod\ N)$ o funcție hash rezistenta la coliziuni? Daca da, explicati de ce, daca nu, gasiți o coliziune.
- Raspuns: Funcția nu e rezistenta la coliziuni: pentru orice $x < N$ si orice $a \in \mathbb{N}$, x si $aN + x$ formeaza o coliziune.
- Este $H(x) = ax + b(mod\ N)$ cu $(a, N) = 1$ o functie hash rezistenta la coliziuni? Daca da, explicați de ce, daca nu, gasiți o coliziune.
- Raspuns: Funcția nu e rezistenta la coliziuni: cautam x_1 si x_2 asa incat $H(x_1) = H(x_2)$ adica $ax_1 + b = ax_2 + b(mod\ N)$. Obținem $a(x_1 - x_2) = 0(mod\ N)$. Cum (a,N) obținem ca $x_1 - x_2 = 0(mod\ N)$.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 8.2 -
Aplicații ale funcțiilor hash

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Atac pentru găsirea de coliziuni

- Considerăm funcții hash

$$H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$$

Atac pentru găsirea de coliziuni

- Considerăm funcții hash

$$H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$$

- Rețineți! Cel mai bun atac generic pentru găsirea de coliziuni ne spune că avem nevoie de functii hash cu output-ul pe $2n$ biți pentru securitate împotriva adversarilor care rulează în timp 2^n...

Atac pentru găsirea de coliziuni

- Considerăm funcții hash

$$H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$$

- Rețineți! Cel mai bun atac generic pentru găsirea de coliziuni ne spune că avem nevoie de functii hash cu output-ul pe $2n$ biți pentru securitate împotriva adversarilor care rulează în timp 2^n...

- ... spre deosebire de sistemele de criptare bloc, unde avem nevoie de n biți pentru securitate împotriva adversarilor care rulează în timp 2^n

Atac pentru găsirea de coliziuni

- Considerăm funcții hash

$$H : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^n$$

- Rețineți! Cel mai bun atac generic pentru găsirea de coliziuni ne spune că avem nevoie de functii hash cu output-ul pe $2n$ biți pentru securitate împotriva adversarilor care rulează în timp 2^n...

- ... spre deosebire de sistemele de criptare bloc, unde avem nevoie de n biți pentru securitate împotriva adversarilor care rulează în timp 2^n

Atac pentru găsirea de coliziuni

- Considerăm funcții hash

$$H : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^n$$

- Rețineți! Cel mai bun atac generic pentru găsirea de coliziuni ne spune că avem nevoie de functii hash cu output-ul pe $2n$ biți pentru securitate împotriva adversarilor care rulează în timp 2^n...
- ... spre deosebire de sistemele de criptare bloc, unde avem nevoie de n biți pentru securitate împotriva adversarilor care rulează în timp 2^n
- Exemplu. Dacă dorim ca găsirea de coliziuni să necesite timp 2^{128} atunci trebuie să alegem functii hash cu output-ul pe 256 biți

Alte aplicații ale funcțiilor hash

- Am vazut ca functiile hash pot fi folosite pentru a construi MAC-uri de lungime variabila (în HMAC)

$$x \to H(x) \to Mac_k(H(x))$$

pentru MAC de lungime fixă

Alte aplicații ale funcțiilor hash

- Am vazut ca functiile hash pot fi folosite pentru a construi MAC-uri de lungime variabila (în HMAC)

$$x \to H(x) \to Mac_k(H(x))$$

  pentru MAC de lungime fixă

- Functiile hash au si multe alte aplicatii atat in criptografie cat si in securitate

Alte aplicații ale funcțiilor hash

- Am vazut ca functiile hash pot fi folosite pentru a construi MAC-uri de lungime variabila (în HMAC)

$$x \to H(x) \to Mac_k(H(x))$$

  pentru MAC de lungime fixă

- Functiile hash au si multe alte aplicatii atat in criptografie cat si in securitate

- Pentru un fișier x, $H(x)$ poate servi ca identificator unic (amprentă) - existența unui fișier diferit cu același hash implică gasirea de coliziuni in H).

Alte aplicații ale funcțiilor hash

- Am vazut ca functiile hash pot fi folosite pentru a construi MAC-uri de lungime variabila (în HMAC)

$$x \to H(x) \to Mac_k(H(x))$$

  pentru MAC de lungime fixă

- Functiile hash au si multe alte aplicatii atat in criptografie cat si in securitate

- Pentru un fișier x, $H(x)$ poate servi ca identificator unic (amprentă) - existența unui fișier diferit cu același hash implică gasirea de coliziuni in H).

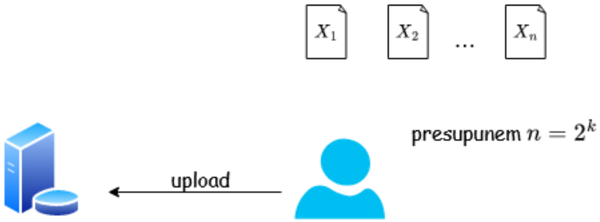
- Prezentam cateva aplicatii care decurg de aici

Alte aplicații ale funcțiilor hash

- *Amprentarea virusilor*
  - scanner-ele de viruși pastreaza hash-urile virusilor cunoscuti
  - verificarea fisierelor potential malitioase se face comparand hash-ul lor cu hash-ul virusilor cunoscuti.
- *Deduplicarea datelor* - stocarea in cloud partajata de mai multi utilizatori - se verifica daca hash-ul unui fisier nou (de incarcat) exista deja in cloud, caz in care se adauga doar un pointer la fisierul respectiv

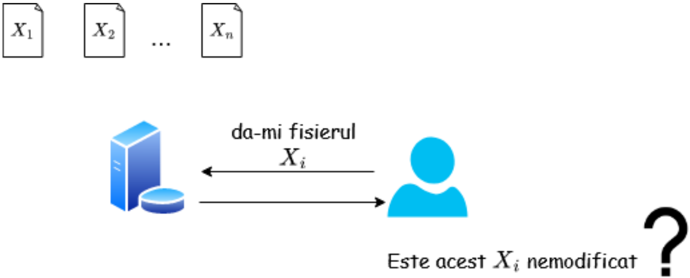
Arbori Merkle

- Un client incarca mai multe fisiere pe server ...



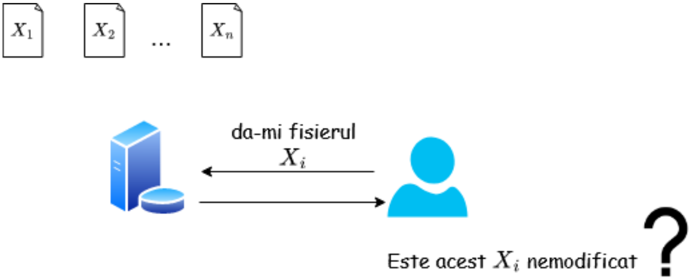
Arbori Merkle

- ... si doreste ca atunci cand le recupereaza de pe server, sa verifice ca nu au fost modificate



Arbori Merkle

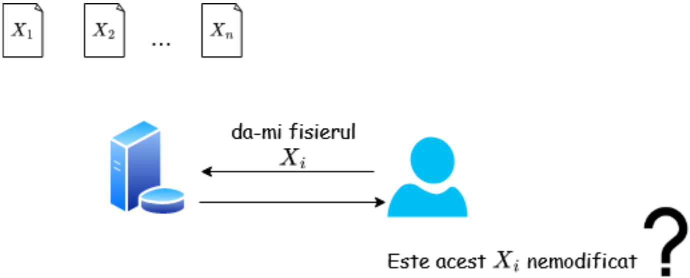
- … si doreste ca atunci cand le recupereaza de pe server, sa verifice ca nu au fost modificate



1. Prima solutie:

Arbori Merkle

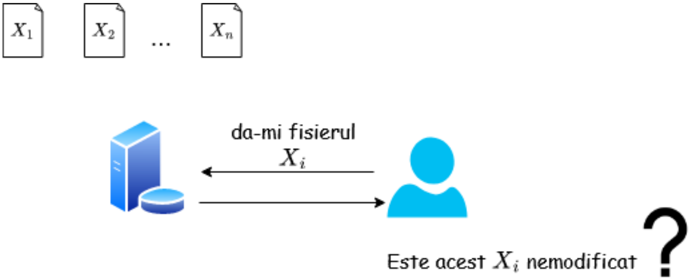
- ... si doreste ca atunci cand le recupereaza de pe server, sa verifice ca nu au fost modificate



1. Prima solutie:
   - clientul stochează local $h_1 = H(x_1), ..., h_n = H(x_n)$ și verifică dacă $h_i = H(x_i')$ pentru fiecare fișier x_i' recuperat

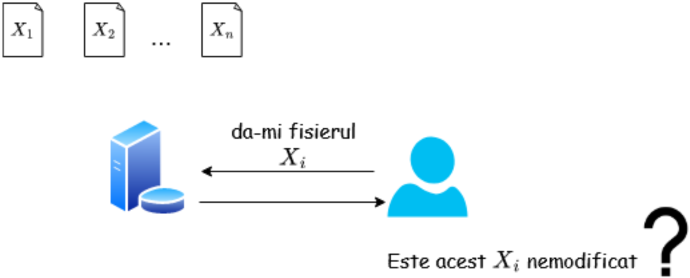
Arbori Merkle

- ... si doreste ca atunci cand le recupereaza de pe server, sa verifice ca nu au fost modificate

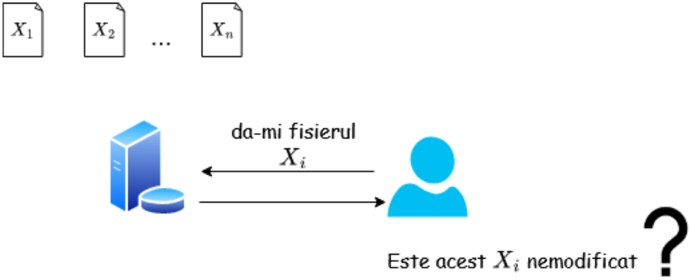


1. Prima solutie:
   - clientul stochează local $h_1 = H(x_1), ..., h_n = H(x_n)$ și verifică dacă $h_i = H(x_i')$ pentru fiecare fișier x_i' recuperat
   - Dezavantaj: spațiul necesar stocării crește liniar în n

Arbori Merkle

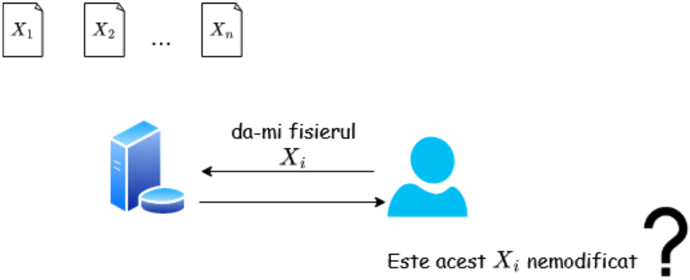


Arbori Merkle



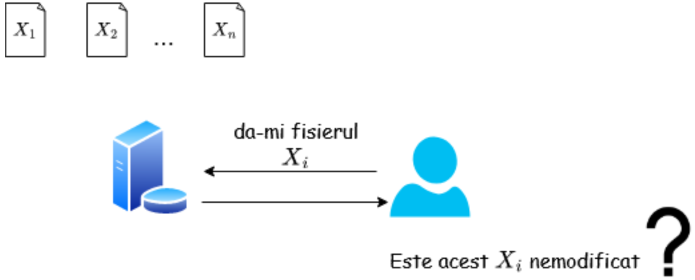
2. A doua soluție

Arbori Merkle



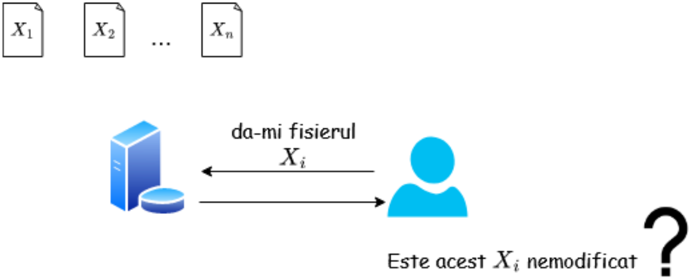
2. A doua soluție
   - clientul stocheaza local un singur hash $h = H(x_1, \dots, x_n)$

Arbori Merkle



2. A doua soluție
   - clientul stocheaza local un singur hash $h = H(x_1, ..., x_n)$
   - Dezavantaj: pentru a verifica x_i, clientul trebuie să recupereze toate fișierele $x_1, ..., x_n$

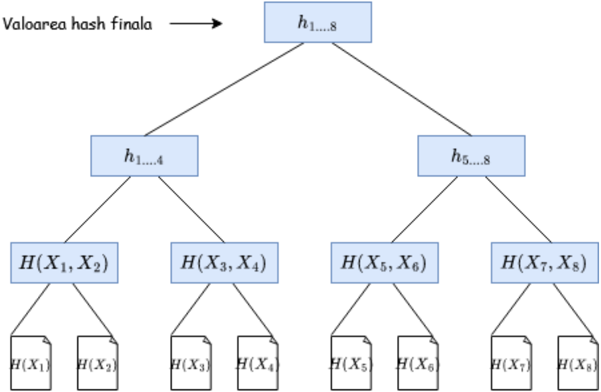
Arbori Merkle



2. A doua soluție
   - clientul stocheaza local un singur hash $h = H(x_1, ..., x_n)$
   - Dezavantaj: pentru a verifica x_i, clientul trebuie să recupereze toate fișierele $x_1, ..., x_n$
   - Soluție: arborii Merkle oferă un compromis între cele două soluții de mai sus

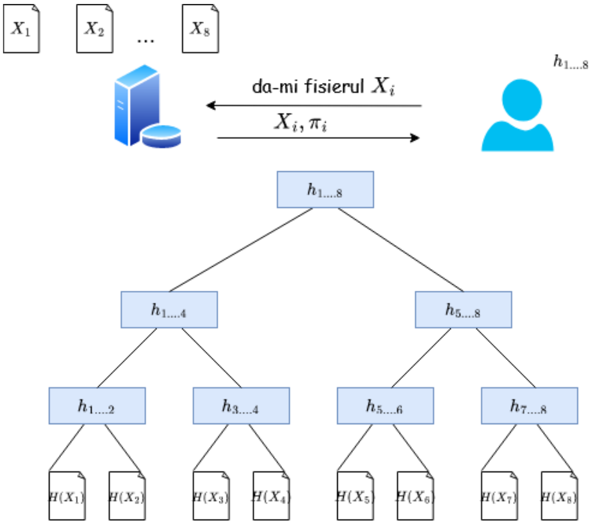
Arbori Merkle

- H - funcție hash rezistentă la coliziuni

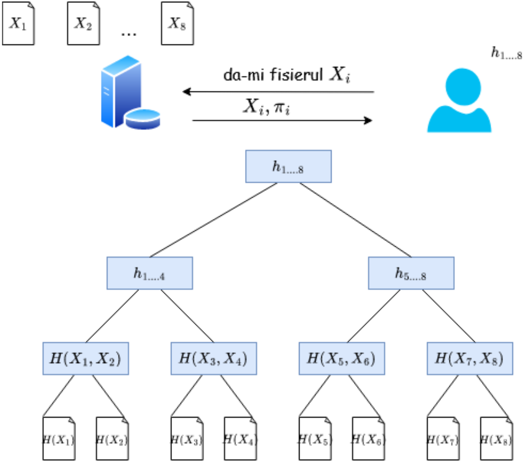


- Este o altenativa la constructia Merkle-Damgard pentru functii hash de lungime arbitrara

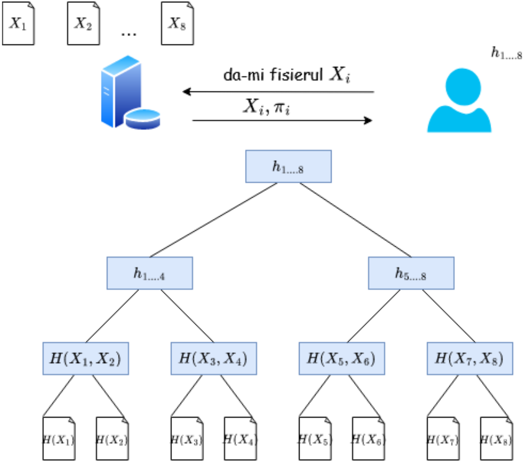
Arbori Merkle - stocarea fișierelor în cloud



Arbori Merkle - stocarea fișierelor în cloud

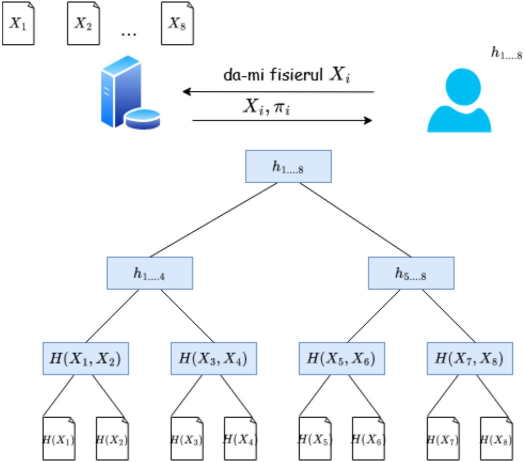


Arbori Merkle - stocarea fișierelor în cloud



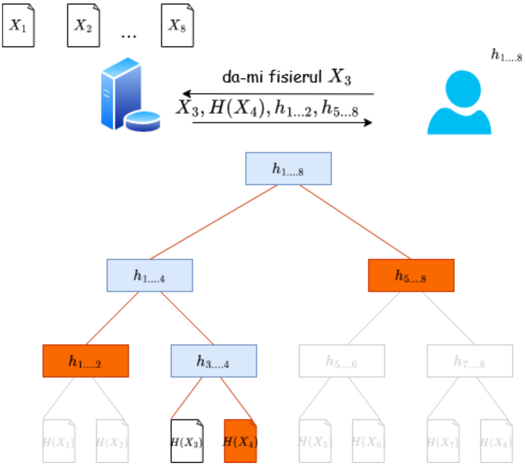
- π_i - conține nodurile adiacente drumului de la X_i la rădăcină

Arbori Merkle - stocarea fișierelor în cloud

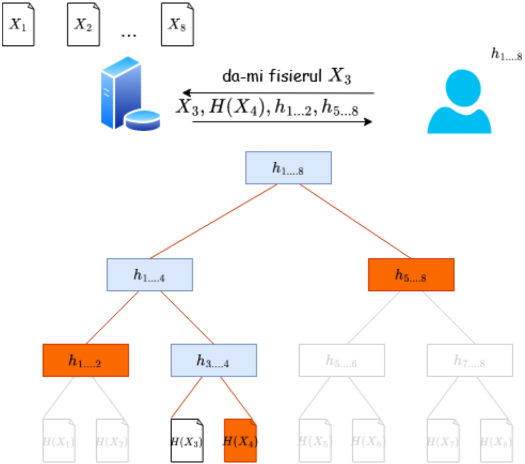


- π_i - conține nodurile adiacente drumului de la X_i la rădăcină
- pe baza lui π_i, user-ul poate re-calcula valoarea rădăcinii pentru a verifica dacă este aceeași cu valoarea stocată de el

Arbori Merkle - stocarea fișierelor în cloud



Arbori Merkle - stocarea fișierelor în cloud



- user-ul calculează $H(X_3)$, apoi $h'_{3...4} = H(H(X_3), H(X_4))$, $h'_{1...4}$ si $h'_{1...8}$ si verifica daca $h'_{1...8} = h_{1...8}$

Stocarea parolelor

- Cea mai utilizată metodă de autentificare este bazată pe nume de utilizator și parolă;

Stocarea parolelor

- Cea mai utilizată metodă de autentificare este bazată pe nume de utilizator și parolă;
- Metoda presupune o etapă de înregistrare, în care utilizatorul alege un *username* și o *parolă* (*pwd*);

Stocarea parolelor

- Cea mai utilizată metodă de autentificare este bazată pe nume de utilizator și parolă;
- Metoda presupune o etapă de înregistrare, în care utilizatorul alege un *username* și o *parolă* (*pwd*);
- Ulterior, la fiecare logare, utilizatorul introduce cele 2 valori;

Stocarea parolelor

- Cea mai utilizată metodă de autentificare este bazată pe nume de utilizator și parolă;
- Metoda presupune o etapă de înregistrare, în care utilizatorul alege un *username* și o *parolă* (*pwd*);
- Ulterior, la fiecare logare, utilizatorul introduce cele 2 valori;
- Dacă *username* se regăsește în lista de utilizatori înregistrați și parola introdusă este corectă atunci autentificarea se realizează cu succes;

Stocarea parolelor

- Cea mai utilizată metodă de autentificare este bazată pe nume de utilizator și parolă;
- Metoda presupune o etapă de înregistrare, în care utilizatorul alege un *username* și o *parolă* (*pwd*);
- Ulterior, la fiecare logare, utilizatorul introduce cele 2 valori;
- Dacă *username* se regăsește în lista de utilizatori înregistrați și parola introdusă este corectă atunci autentificarea se realizează cu succes;
- În caz contrar, autentificarea eșuează.

Stocarea parolelor

- O greșeală frecventă de implementare o reprezintă afișarea unor mesaje de tipul:

Nume de utilizator inexistent
Parolă greșită!

Stocarea parolelor

- O greșeală frecventă de implementare o reprezintă afișarea unor mesaje de tipul:

  Nume de utilizator inexistent
  Parolă greșită!

- Întrebare: De ce nu este indicată utilizarea unor astfel de mesaje de eroare?

Stocarea parolelor

- O greșeală frecventă de implementare o reprezintă afișarea unor mesaje de tipul:

  Nume de utilizator inexistent
  Parolă greșită!

- Întrebare: De ce nu este indicată utilizarea unor astfel de mesaje de eroare?

- Răspuns: Pentru că oferă informații suplimentare adversarului!

Stocarea parolelor

- O greșeală frecventă de implementare o reprezintă afișarea unor mesaje de tipul:

  Nume de utilizator inexistent
  Parolă greșită!

- Întrebare: De ce nu este indicată utilizarea unor astfel de mesaje de eroare?
- Răspuns: Pentru că oferă informații suplimentare adversarului!
- Corect este să se întoarcă un mesaj de eroare generic de tipul:

  Nume de utilizator sau parolă incorecte!

Stocarea parolelor

- O greșeală majoră este stocarea parolelor în clar!

Stocarea parolelor

- O greșeală majoră este stocarea parolelor în clar!
- Întrebare: De ce parolele NU trebuie stocate în clar?

Stocarea parolelor

- O greșeală majoră este stocarea parolelor în clar!
- Întrebare: De ce parolele NU trebuie stocate în clar?
- Răspuns: Pentru că dacă adversarul capătă acces la fisierul de parole atunci află direct parolele tuturor utilizatorilor!

Stocarea parolelor

- O greșeală majoră este stocarea parolelor în clar!
- Întrebare: De ce parolele NU trebuie stocate în clar?
- Răspuns: Pentru că dacă adversarul capătă acces la fisierul de parole atunci află direct parolele tuturor utilizatorilor!
- Pentru stocarea parolelor se utilizează funcțiile hash;

Stocarea parolelor

- O greșeală majoră este stocarea parolelor în clar!
- Întrebare: De ce parolele NU trebuie stocate în clar?
- Răspuns: Pentru că dacă adversarul capătă acces la fisierul de parole atunci află direct parolele tuturor utilizatorilor!
- Pentru stocarea parolelor se utilizează funcțiile hash;
- În fișierul de parole (sau baza de date) se stochează, pentru fiecare utilizator perechi de forma:

$$(username, H(pwd))$$

Stocarea parolelor

- Pentru autentificare, utilizatorul introduce numele de utilizator *username* și parola *pwd*;

Stocarea parolelor

- Pentru autentificare, utilizatorul introduce numele de utilizator *username* și parola *pwd*;
- Sistemul de autentificare calculează $H(pwd)$ și se verifică dacă valoarea obținută este stocată în fișierul de parole pentru utilizatorul indicat prin *username*;

Stocarea parolelor

- Pentru autentificare, utilizatorul introduce numele de utilizator *username* și parola *pwd*;
- Sistemul de autentificare calculează $H(pwd)$ și se verifică dacă valoarea obținută este stocată în fișierul de parole pentru utilizatorul indicat prin *username*;
- Dacă da, atunci autentificarea se realizează cu succes; în caz contrar, autentificarea eșuază;

Stocarea parolelor

- Pentru autentificare, utilizatorul introduce numele de utilizator *username* și parola *pwd*;
- Sistemul de autentificare calculează $H(pwd)$ și se verifică dacă valoarea obținută este stocată în fișierul de parole pentru utilizatorul indicat prin *username*;
- Dacă da, atunci autentificarea se realizează cu succes; în caz contrar, autentificarea eșuază;
- Funcțiile hash sunt funcții **one-way**: cunoscând $H(pwd)$ nu se poate determina *pwd*;

Stocarea parolelor

- Pentru autentificare, utilizatorul introduce numele de utilizator *username* și parola *pwd*;
- Sistemul de autentificare calculează $H(pwd)$ și se verifică dacă valoarea obținută este stocată în fișierul de parole pentru utilizatorul indicat prin *username*;
- Dacă da, atunci autentificarea se realizează cu succes; în caz contrar, autentificarea eșuază;
- Funcțiile hash sunt funcții **one-way**: cunoscând $H(pwd)$ nu se poate determina *pwd*;
- Această metodă de stocare a parolelor introduce deci avantajul că nu oferă adversarului acces direct la parole, chiar dacă acesta deține fișierul de parole.

Atac de tip dicționar

- Adversarul poate însă să verifice, pe rând, toate parolele cu probabilitate mare de apariție;

Atac de tip dicționar

- Adversarul poate însă să verifice, pe rând, toate parolele cu probabilitate mare de apariție;
- Acestea sunt de obicei cuvinte cu sens sau parole uzuale;

Atac de tip dicționar

- Adversarul poate însă să verifice, pe rând, toate parolele cu probabilitate mare de apariție;
- Acestea sunt de obicei cuvinte cu sens sau parole uzuale;
- Se consideră că formează termenii unui dicționar, de unde și numele atacului: **atac de tip dicționar**;

Atac de tip dicționar

- Adversarul poate însă să verifice, pe rând, toate parolele cu probabilitate mare de apariție;
- Acestea sunt de obicei cuvinte cu sens sau parole uzuale;
- Se consideră că formează termenii unui dicționar, de unde și numele atacului: **atac de tip dicționar**;
- Pentru a minimiza șansele unor astfel de atacuri:

Atac de tip dicționar

- Adversarul poate însă să verifice, pe rând, toate parolele cu probabilitate mare de apariție;
- Acestea sunt de obicei cuvinte cu sens sau parole uzuale;
- Se consideră că formează termenii unui dicționar, de unde și numele atacului: **atac de tip dicționar**;
- Pentru a minimiza șansele unor astfel de atacuri:
    - se blochează procesul de autentificare după un anumit număr de încercări nereușite;

Atac de tip dicționar

- Adversarul poate însă să verifice, pe rând, toate parolele cu probabilitate mare de apariție;
- Acestea sunt de obicei cuvinte cu sens sau parole uzuale;
- Se consideră că formează termenii unui dicționar, de unde și numele atacului: **atac de tip dicționar**;
- Pentru a minimiza șansele unor astfel de atacuri:
  - se blochează procesul de autentificare după un anumit număr de încercări nereușite;
  - se obligă utilizatorul să folosească o parolă care satisface anumite criterii : o lungime minimă, utilizarea a cel puțin 3 tipuri de simboluri (litere mici, litere mari, cifre, caractere speciale);

Atac de tip dicționar

- Adversarul poate însă să verifice, pe rând, toate parolele cu probabilitate mare de apariție;
- Acestea sunt de obicei cuvinte cu sens sau parole uzuale;
- Se consideră că formează termenii unui dicționar, de unde și numele atacului: **atac de tip dicționar**;
- Pentru a minimiza șansele unor astfel de atacuri:
  - se blochează procesul de autentificare după un anumit număr de încercări nereușite;
  - se obligă utilizatorul să folosească o parolă care satisface anumite criterii : o lungime minimă, utilizarea a cel puțin 3 tipuri de simboluri (litere mici, litere mari, cifre, caractere speciale);
- În caz de succes, adversarul determină parola unui singur utilizator;

Atac folosind tabele hash precalculate

- Pentru a determina parolele mai multor utilizatori simultan, un adversar poate **precalcula** valorile hash ale parolelor din dicționar;

Atac folosind tabele hash precalculate

- Pentru a determina parolele mai multor utilizatori simultan, un adversar poate **precalcula** valorile hash ale parolelor din dicționar;
- Dacă adversarul capătă acces la fișierul de parole, atunci verifică valorile care se regăsesc în lista precalculată;

Atac folosind tabele hash precalculate

- Pentru a determina parolele mai multor utilizatori simultan, un adversar poate **precalcula** valorile hash ale parolelor din dicționar;
- Dacă adversarul capătă acces la fișierul de parole, atunci verifică valorile care se regăsesc în lista precalculată;
- Toate conturile utilizatorilor pentru care se potrivesc valorile sunt compromise;

Atac folosind tabele hash precalculate

- Pentru a determina parolele mai multor utilizatori simultan, un adversar poate **precalcula** valorile hash ale parolelor din dicționar;
- Dacă adversarul capătă acces la fișierul de parole, atunci verifică valorile care se regăsesc în lista precalculată;
- Toate conturile utilizatorilor pentru care se potrivesc valorile sunt compromise;
- Atacul necesită capacitate de stocare mare: trebuie stocate toate perechile $(pwd, H(pwd))$ unde *pwd* este o parolă din dicționar;

Rainbow tables

- **Rainbow tables** introduc un compromis între capacitatea de stocare și timp;

Rainbow tables

- **Rainbow tables** introduc un compromis între capacitatea de stocare și timp;
- Se compun lanțuri de lungime t:
  $pwd_1 \rightarrow^H H(pwd_1) \rightarrow^f pwd_2 \rightarrow^H H(pwd_2) \rightarrow^f \cdots \rightarrow^f pwd_{t-1} \rightarrow^H H(pwd_{t-1}) \rightarrow^f pwd_t \rightarrow^H H(pwd_t)$

Rainbow tables

- **Rainbow tables** introduc un compromis între capacitatea de stocare și timp;
- Se compun lanțuri de lungime t:
$pwd_1 \rightarrow^H H(pwd_1) \rightarrow^f pwd_2 \rightarrow^H H(pwd_2) \rightarrow^f \cdots \rightarrow^f pwd_{t-1} \rightarrow^H H(pwd_{t-1}) \rightarrow^f pwd_t \rightarrow^H H(pwd_t)$
- f este o funcție de mapare a valorilor hash în parole;

Rainbow tables

- **Rainbow tables** introduc un compromis între capacitatea de stocare și timp;
- Se compun lanțuri de lungime t:
$pwd_1 \rightarrow^H H(pwd_1) \rightarrow^f pwd_2 \rightarrow^H H(pwd_2) \rightarrow^f \cdots \rightarrow^f pwd_{t-1} \rightarrow^H H(pwd_{t-1}) \rightarrow^f pwd_t \rightarrow^H H(pwd_t)$
- f este o funcție de mapare a valorilor hash în parole;
- Atenție! Funcția f nu este inversa funcției H (s-ar pierde proprietatea de *unidirecționalitate* a funcției hash)

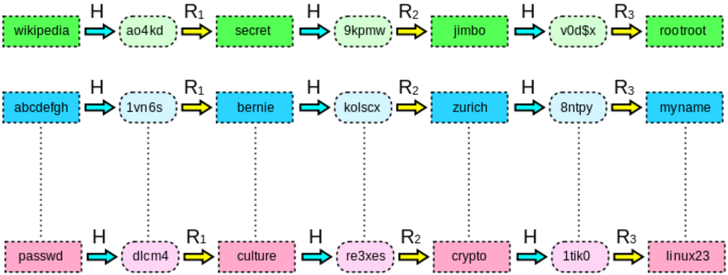
Rainbow tables

- **Rainbow tables** introduc un compromis între capacitatea de stocare și timp;
- Se compun lanțuri de lungime t:
  $pwd_1 \rightarrow^H H(pwd_1) \rightarrow^f pwd_2 \rightarrow^H H(pwd_2) \rightarrow^f \cdots \rightarrow^f pwd_{t-1} \rightarrow^H H(pwd_{t-1}) \rightarrow^f pwd_t \rightarrow^H H(pwd_t)$
- f este o funcție de mapare a valorilor hash în parole;
- Atenție! Funcția f nu este inversa funcției H (s-ar pierde proprietatea de *unidirecționalitate* a funcției hash)
- Se memorează doar capetele lanțurilor, valorile intermediare se generează la nevoie;

Rainbow tables

- **Rainbow tables** introduc un compromis între capacitatea de stocare și timp;
- Se compun lanțuri de lungime t:
  $pwd_1 \rightarrow^H H(pwd_1) \rightarrow^f pwd_2 \rightarrow^H H(pwd_2) \rightarrow^f \cdots \rightarrow^f$
  $pwd_{t-1} \rightarrow^H H(pwd_{t-1}) \rightarrow^f pwd_t \rightarrow^H H(pwd_t)$
- f este o funcție de mapare a valorilor hash în parole;
- Atenție! Funcția f nu este inversa funcției H (s-ar pierde proprietatea de *unidirecționalitate* a funcției hash)
- Se memorează doar capetele lanțurilor, valorile intermediare se generează la nevoie;
- Dacă t este suficient de mare, atunci capacitatea de stocare scade semnificativ;

Rainbow tables



[Wikipedia]

Rainbow tables

- Algoritmul de determinare a unei parole:

Rainbow tables

- Algoritmul de determinare a unei parole:

  1. Se caută valoarea hash a parolei în lista de valori hash a tabelei stocate;

Rainbow tables

- Algoritmul de determinare a unei parole:

  1. Se caută valoarea hash a parolei în lista de valori hash a tabelei stocate;

     1.1 Dacă se găsește, atunci lanțul căutat este acesta și se trece la pasul 2;

Rainbow tables

- Algoritmul de determinare a unei parole:
  1. Se caută valoarea hash a parolei în lista de valori hash a tabelei stocate;
     1.1 Dacă se găsește, atunci lanțul căutat este acesta și se trece la pasul 2;
     1.2 Dacă nu se găsește, se reduce valoarea hash prin funcția de reducere f într-o parolă căreia i se aplică funcția H și se reia cautarea de la pasul 1;

Rainbow tables

- Algoritmul de determinare a unei parole:

  1. Se caută valoarea hash a parolei în lista de valori hash a tabelei stocate;
     1.1 Dacă se găsește, atunci lanțul căutat este acesta și se trece la pasul 2;
     1.2 Dacă nu se găsește, se reduce valoarea hash prin funcția de reducere f într-o parolă căreia i se aplică funcția H și se reia cautarea de la pasul 1;
  2. Se generează întreg lanțul plecând de la valoarea inițială stocată. Parola corespunzătoare este cea situată în lanț înainte de valoarea hash căutată.

Salting

- Pentru a evita atacurile precedente, se utilizează tehnica de salting;

Salting

- Pentru a evita atacurile precedente, se utilizează tehnica de salting;
- La înregistrare, se stocheaza pentru fiecare utilizator:
$$(username, salt, H(pwd||salt))$$

Salting

- Pentru a evita atacurile precedente, se utilizează tehnica de salting;
- La înregistrare, se stocheaza pentru fiecare utilizator:
$$(username, salt, H(pwd||salt))$$
- *salt* este o secvență aleatoare de n biți, distinctă pentru fiecare utilizator;

Salting

- Pentru a evita atacurile precedente, se utilizează tehnica de salting;
- La înregistrare, se stocheaza pentru fiecare utilizator:
$$(username, salt, H(pwd||salt))$$
- *salt* este o secvență aleatoare de n biți, distinctă pentru fiecare utilizator;
- Adversarul nu poate precalcula valorile hash înainte de a obține acces la fișierul de parole...

Salting

- Pentru a evita atacurile precedente, se utilizează tehnica de salting;
- La înregistrare, se stocheaza pentru fiecare utilizator:
$$(username, salt, H(pwd||salt))$$
- *salt* este o secvență aleatoare de n biți, distinctă pentru fiecare utilizator;
- Adversarul nu poate precalcula valorile hash înainte de a obține acces la fișierul de parole...
- ... decât dacă folosește 2^n valori posibile *salt* pentru fiecare parolă;

Salting

- Pentru a evita atacurile precedente, se utilizează tehnica de salting;
- La înregistrare, se stocheaza pentru fiecare utilizator:
$$(username, salt, H(pwd||salt))$$
- *salt* este o secvență aleatoare de n biți, distinctă pentru fiecare utilizator;
- Adversarul nu poate precalcula valorile hash înainte de a obține acces la fișierul de parole...
- ... decât dacă folosește 2^n valori posibile *salt* pentru fiecare parolă;
- Atacurile devin deci impracticabile pentru n suficient de mare.

Salting

- În plus, în practică se folosesc funcții hash lente;

Salting

- În plus, în practică se folosesc funcții hash lente;
- Astfel verificarea unui număr mare de parole devine impracticabilă în timp real;

Salting

- În plus, în practică se folosesc funcții hash lente;
- Astfel verificarea unui număr mare de parole devine impracticabilă în timp real;
- Un alt avantaj introdus de tehnica de salting este că deși 2 utilizatori folosesc aceeași parolă, valorile stocate sunt diferite:

$$(Alice, 1652674, H(parolatest||1652674))$$
$$(Bob, 3154083, H(parolatest||3154083))$$

Salting

- În plus, în practică se folosesc funcții hash lente;
- Astfel verificarea unui număr mare de parole devine impracticabilă în timp real;
- Un alt avantaj introdus de tehnica de salting este că deși 2 utilizatori folosesc aceeași parolă, valorile stocate sunt diferite:

$$(Alice, 1652674, H(parolatest||1652674))$$
$$(Bob, 3154083, H(parolatest||3154083))$$

- Prin simpla citire a fișierului de parole, adversarul nu își poate da seama că 2 utilizatori folosesc acceași parolă.

Parole de unică folosință

- Cazul extrem de schimbare periodică a parolei îl reprezintă parolele de unică folosință;

Parole de unică folosință

- Cazul extrem de schimbare periodică a parolei îl reprezintă parolele de unică folosință;
- Utilizatorul folosește o listă de parole, la fiecare logare utilizând următoarea parolă din listă;

Parole de unică folosință

- Cazul extrem de schimbare periodică a parolei îl reprezintă parolele de unică folosință;
- Utilizatorul folosește o listă de parole, la fiecare logare utilizând următoarea parolă din listă;
- Această lisă se calculează pornind de la o valoare x folosind o funcție hash H;

Parole de unică folosință

- Cazul extrem de schimbare periodică a parolei îl reprezintă parolele de unică folosință;
- Utilizatorul folosește o listă de parole, la fiecare logare utilizând următoarea parolă din listă;
- Această lisă se calculează pornind de la o valoare x folosind o funcție hash H;
- Să considerăm o listă de 3 parole de unică folosință:

$$P_0 = H(H(H(H(x))))$$

$$P_1 = H(H(H(x)))$$

$$P_2 = H(H(x))$$

$$P_3 = H(x)$$

Parole de unică folosință

- La înregistrare, în fișierul de parole se păstrează tripletul:
$$(username, 1, P_0 = H(H(H(H(x)))))$$

Parole de unică folosință

- La înregistrare, în fișierul de parole se păstrează tripletul:
$$(username, 1, P_0 = H(H(H(H(x)))))$$
- Utilizarorul introduce o parolă P_1 și autentificarea se realizează cu succes dacă $H(P_1) = P_0$;

Parole de unică folosință

- La înregistrare, în fișierul de parole se păstrează tripletul:
$$(username, 1, P_0 = H(H(H(H(x)))))$$
- Utilizarorul introduce o parolă P_1 și autentificarea se realizează cu succes dacă $H(P_1) = P_0$;
- Se actualizează fișierul de parole cu noua parolă introdusă:
$$(username, 2, P_1 = H(H(H(x))))$$

Parole de unică folosință

- La înregistrare, în fișierul de parole se păstrează tripletul:
$$(username, 1, P_0 = H(H(H(H(x)))))$$
- Utilizarorul introduce o parolă P_1 și autentificarea se realizează cu succes dacă $H(P_1) = P_0$;
- Se actualizează fișierul de parole cu noua parolă introdusă:
$$(username, 2, P_1 = H(H(H(x))))$$
- Procesul continuă până se ajunge la $H(x)$;

Parole de unică folosință

- La înregistrare, în fișierul de parole se păstrează tripletul:
$$(username, 1, P_0 = H(H(H(H(x)))))$$
- Utilizarorul introduce o parolă P_1 și autentificarea se realizează cu succes dacă $H(P_1) = P_0$;
- Se actualizează fișierul de parole cu noua parolă introdusă:
$$(username, 2, P_1 = H(H(H(x))))$$
- Procesul continuă până se ajunge la $H(x)$;
- Fiind cunoscută o parolă din secvență, se poate calcula imediat parola anterioară, dar NU se poate calcula parola următoare.

Important de reținut!

- Nu păstrați parolele în clar!
- Utilizați mecanisme de tip salting!

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 8.3 -
Criptografie cu cheie publică (asimetrică)

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Limitările criptografiei simetrice

- Am studiat până acum criptografia simetrică;

Limitările criptografiei simetrice

- Am studiat până acum criptografia simetrică;
- Aceasta asigură confidențialitatea și integritatea mesajelor transmise pe canale nesecurizate;

Limitările criptografiei simetrice

- Am studiat până acum criptografia simetrică;
- Aceasta asigură confidențialitatea și integritatea mesajelor transmise pe canale nesecurizate;
- Însă rămân multe probleme nerezolvate...

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- Criptarea simetrică necesită o cheie secretă comună părților comunicante;

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- Criptarea simetrică necesită o cheie secretă comună părților comunicante;
- Întrebare: Cum se obțin și se distribuie aceste chei?

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- Criptarea simetrică necesită o cheie secretă comună părților comunicante;
- Întrebare: Cum se obțin și se distribuie aceste chei?
- **Varianta 1**. Se transmit printr-un canal de comunicație nesecurizat;

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- Criptarea simetrică necesită o cheie secretă comună părților comunicante;
- Întrebare: Cum se obțin și se distribuie aceste chei?
- **Varianta 1**. Se transmit printr-un canal de comunicație nesecurizat;
- NU! Un adversar pasiv le poate intercepta și utiliza ulterior pentru decriptarea comunicației.

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- **Varianta 2**. Se transmit printr-un canal de comunicație sigur care presupune un serviciu de mesagerie de încredere;

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- **Varianta 2**. Se transmit printr-un canal de comunicație sigur care presupune un serviciu de mesagerie de încredere;
- Opțiune posibilă la nivel guvernamental sau militar;

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- **Varianta 2**. Se transmit printr-un canal de comunicație sigur care presupune un serviciu de mesagerie de încredere;
- Opțiune posibilă la nivel guvernamental sau militar;
- Dar nu va fi niciodată posibilă în cazul organizațiilor numeroase;

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- **Varianta 2**. Se transmit printr-un canal de comunicație sigur care presupune un serviciu de mesagerie de încredere;
- Opțiune posibilă la nivel guvernamental sau militar;
- Dar nu va fi niciodată posibilă în cazul organizațiilor numeroase;
- Presupunem doar cazul în care fiecare manager trebuie să partajeze o cheie secretă cu fiecare subordonat;

Problema 1 - Distribuirea cheilor

- **Varianta 2**. Se transmit printr-un canal de comunicație sigur care presupune un serviciu de mesagerie de încredere;
- Opțiune posibilă la nivel guvernamental sau militar;
- Dar nu va fi niciodată posibilă în cazul organizațiilor numeroase;
- Presupunem doar cazul în care fiecare manager trebuie să partajeze o cheie secretă cu fiecare subordonat;
- Problemele care apar sunt multiple: pentru fiecare nou angajat este necesară stabilirea cheilor, organizația are sedii în mai multe țări, ...

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Rămânem la exemplul anterior al unei organizații numeroase cu N angajați;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Rămânem la exemplul anterior al unei organizații numeroase cu N angajați;
- Întrebare: Câte chei sunt necesare pentru ca fiecare 2 angajați să poată comunica criptat?

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Rămânem la exemplul anterior al unei organizații numeroase cu N angajați;
- Întrebare: Câte chei sunt necesare pentru ca fiecare 2 angajați să poată comunica criptat?
- Răspuns: $C_N^2 = N(N-1)/2$;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Rămânem la exemplul anterior al unei organizații numeroase cu N angajați;
- Întrebare: Câte chei sunt necesare pentru ca fiecare 2 angajați să poată comunica criptat?
- Răspuns: $C_N^2 = N(N-1)/2$;
- La acestea se adaugă cheile necesare pentru accesul la resurse (servere, imprimante, baze de date ...);

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Rămânem la exemplul anterior al unei organizații numeroase cu N angajați;
- Întrebare: Câte chei sunt necesare pentru ca fiecare 2 angajați să poată comunica criptat?
- Răspuns: $C_N^2 = N(N-1)/2$;
- La acestea se adaugă cheile necesare pentru accesul la resurse (servere, imprimante, baze de date ...);
- Apare o problemă de **logistică**: foarte multe chei sunt dificil de menținut și utilizat;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Rămânem la exemplul anterior al unei organizații numeroase cu N angajați;
- Întrebare: Câte chei sunt necesare pentru ca fiecare 2 angajați să poată comunica criptat?
- Răspuns: $C_N^2 = N(N-1)/2$;
- La acestea se adaugă cheile necesare pentru accesul la resurse (servere, imprimante, baze de date ...);
- Apare o problemă de **logistică**: foarte multe chei sunt dificil de menținut și utilizat;
- Și apare o problemă de **securitate**: cu cât sunt mai multe chei, cu atât sunt mai dificil de stocat în mod sigur, deci cresc șansele de a fi furate de adversari;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Sistemele informatice sunt deseori infectate de programe malițioase care fură cheile secrete și le transmit prin internet către atacator;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Sistemele informatice sunt deseori infectate de programe malițioase care fură cheile secrete și le transmit prin internet către atacator;
- Totuși dacă numărul de chei este mic, există soluții de stocare cu securitate crescută;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Sistemele informatice sunt deseori infectate de programe malițioase care fură cheile secrete și le transmit prin internet către atacator;
- Totuși dacă numărul de chei este mic, există soluții de stocare cu securitate crescută;
- Un exemplu îl reprezintă dispozitivele de tip *smartcard*;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Sistemele informatice sunt deseori infectate de programe malițioase care fură cheile secrete și le transmit prin internet către atacator;
- Totuși dacă numărul de chei este mic, există soluții de stocare cu securitate crescută;
- Un exemplu îl reprezintă dispozitivele de tip *smartcard*;
- Acestea realizează calculele criptografice folosind cheia stocată, asigurând faptul că niciodată cheia secretă nu ajunge în calculator;

Problema 2 - Stocarea secretă a cheilor

- Sistemele informatice sunt deseori infectate de programe malițioase care fură cheile secrete și le transmit prin internet către atacator;
- Totuși dacă numărul de chei este mic, există soluții de stocare cu securitate crescută;
- Un exemplu îl reprezintă dispozitivele de tip *smartcard*;
- Acestea realizează calculele criptografice folosind cheia stocată, asigurând faptul că niciodată cheia secretă nu ajunge în calculator;
- Capacitatea de stocare a unui smartcard este însă limitată, neputând memora, de exemplu mii de chei criptografice.

Problema 3 - Medii de comunicare deschise

- Deși dificil de stocat sau utilizat, criptografia simetrică ar putea (cel puțin în teorie) să rezolve aceste probleme;

Problema 3 - Medii de comunicare deschise

- Deși dificil de stocat sau utilizat, criptografia simetrică ar putea (cel puțin în teorie) să rezolve aceste probleme;
- Dar este insuficientă în medii deschise, în care participanții nu se întâlnesc niciodată;

Problema 3 - Medii de comunicare deschise

- Deși dificil de stocat sau utilizat, criptografia simetrică ar putea (cel puțin în teorie) să rezolve aceste probleme;
- Dar este insuficientă în medii deschise, în care participanții nu se întâlnesc niciodată;
- Astfel de exemple includ: o tranzație prin internet sau un e-mail transmis unei persoane necunoscute;

"Solutions that are based on private-key cryptography are not sufficient to deal with the problem of secure communication in open systems where parties connot phisically meet, or where parties have transient interactions."

(J.Katz, Y.Lindell: Introduction to Modern Cryptography)

Problema 4 - Imposibilitatea non-repudierii

- O cheie simetrică este deținută de cel puțin 2 părți;

Problema 4 - Imposibilitatea non-repudierii

- O cheie simetrică este deținută de cel puțin 2 părți;
- Este imposibil de demonstrat de exemplu că un MAC a fost produs de una dintre cele 2 părți comunicante;

Problema 4 - Imposibilitatea non-repudierii

- O cheie simetrică este deținută de cel puțin 2 părți;
- Este imposibil de demonstrat de exemplu că un MAC a fost produs de una dintre cele 2 părți comunicante;
- De aceea nu se poate utiliza autentificarea simetrică pentru a atesta sursa unui mesaj sau document.

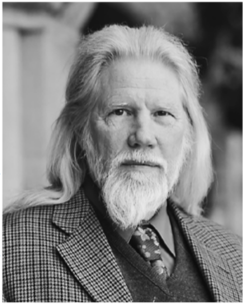
Criptografia asimetrică

- Criptografia cu cheie publică este introdusă de W.Diffie și M.Hellman in 1976 ca o soluție la problemele enumerate anterior:

  "Two kinds of contemporary developments in cryptography are examined. Widening applications of teleprocessing have given rise to a need for new types of cryptographic systems, which minimize the need for secure key distribution channels and supply the equivalent of written signature. This paper suggests ways to solve these currently open problems."

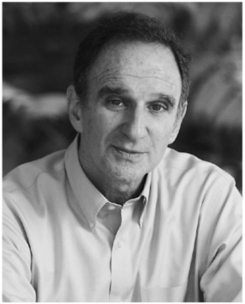
  (W.Diffie, M.Hellman: New Directions in Cryptography - abstract)

Diffie and Hellman Receive 2015 Turing Award



Rod Searcey/Stanford University.

Whitfield Diffie



Linda A. Cicero/Stanford News Service.

Martin E. Hellman

Sisteme de criptare asimetrice

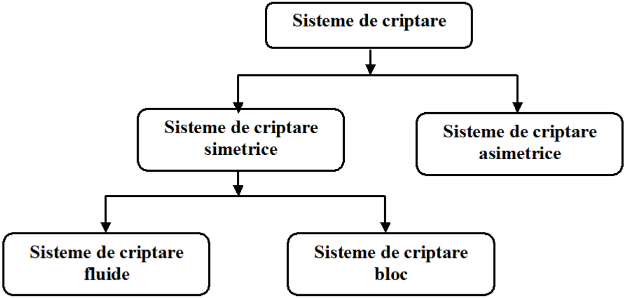
- Am studiat sisteme de criptare care folosesc **aceeași cheie** pentru criptare și decriptare - sisteme de criptare simetrice;

Sisteme de criptare asimetrice

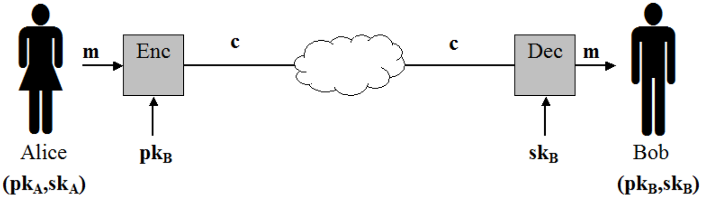
- Am studiat sisteme de criptare care folosesc **aceeași cheie** pentru criptare și decriptare - sisteme de criptare simetrice;
- Vom studia sisteme de criptare care folosesc **chei diferite** pentru criptare și decriptare - sisteme de criptare asimetrice;

Sisteme de criptare asimetrice

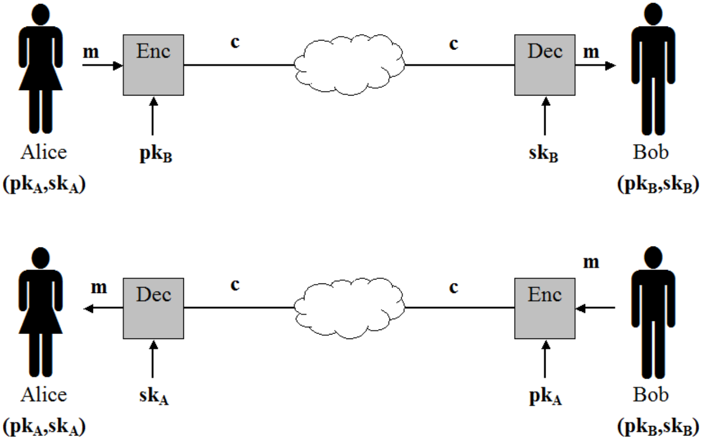
- Am studiat sisteme de criptare care folosesc **aceeași cheie** pentru criptare și decriptare - sisteme de criptare simetrice;
- Vom studia sisteme de criptare care folosesc **chei diferite** pentru criptare și decriptare - sisteme de criptare asimetrice;



Criptarea asimetrică (cu cheie publică)



Criptarea asimetrică (cu cheie publică)



Criptarea asimetrică (cu cheie publică)

Definiție

Un sistem de criptare asimetric definit peste $(\mathcal{M}, \mathcal{C})$, *cu:*

- $\mathcal{M}$ = *spațiul textelor clare (mesaje)*
- $\mathcal{C}$ = *spațiul textelor criptate*

este un triplet $(\mathrm{Gen}, \mathrm{Enc}, \mathrm{Dec})$, *unde:*

1. $\mathrm{Gen}(1^n)$ - *generează cheile* (pk, sk)
2. Enc - *primește la intrare o cheie publică pk și un mesaj m și calculează* $c \leftarrow \mathrm{Enc}_p k(m)$
3. Dec - *primește la intrare o cheie secretă pk și un mesaj criptat c și intoarce mesajul clar sau eroare (simbolul* $\perp$*)*

a.î. $\forall m \in \mathcal{M}, (pk, sk)$ *generate cu algoritmul* $Gen(1^n)$
$Dec_{sk}(Enc_{pk}(m)) = m$.

Terminologie

- Spre deosebire de criptarea simetrică, criptarea asimetrică folosește o pereche de chei:

Terminologie

- Spre deosebire de criptarea simetrică, criptarea asimetrică folosește o pereche de chei:
- Cheia publică **pk** este folosită pentru criptare;

Terminologie

- Spre deosebire de criptarea simetrică, criptarea asimetrică folosește o pereche de chei:
- Cheia publică **pk** este folosită pentru criptare;
- Cheia secretă **sk** este folosită pentru decriptare;

Terminologie

- Spre deosebire de criptarea simetrică, criptarea asimetrică folosește o pereche de chei:
- Cheia publică **pk** este folosită pentru criptare;
- Cheia secretă **sk** este folosită pentru decriptare;
- Cheia publică este larg răspândită pentru a asigura posibilitatea de criptare oricui dorește să transmită un mesaj către entitatea căreia îi corespunde;

Terminologie

- Spre deosebire de criptarea simetrică, criptarea asimetrică folosește o pereche de chei:
- Cheia publică **pk** este folosită pentru criptare;
- Cheia secretă **sk** este folosită pentru decriptare;
- Cheia publică este larg răspândită pentru a asigura posibilitatea de criptare oricui dorește să transmită un mesaj către entitatea căreia îi corespunde;
- Cheia secretă este privată și nu se cunoaște decât de entitatea căreia îi corespunde;

Terminologie

- Spre deosebire de criptarea simetrică, criptarea asimetrică folosește o pereche de chei:
- Cheia publică **pk** este folosită pentru criptare;
- Cheia secretă **sk** este folosită pentru decriptare;
- Cheia publică este larg răspândită pentru a asigura posibilitatea de criptare oricui dorește să transmită un mesaj către entitatea căreia îi corespunde;
- Cheia secretă este privată și nu se cunoaște decât de entitatea căreia îi corespunde;
- Considerăm (pentru simplitate) că ambele chei au lungime cel puțin n biți.

Criptografia asimetrică vs. Criptografia simetrică

Criptografia simetrică

- necesită secretizarea întregii chei
- folosește aceeași cheie pentru criptare și decriptare
- rolurile emițătorului și ale receptorului pot fi schimbate
- pentru ca un utilizator să primească mesaje criptate de la mai mulți emițători, trebuie să partajeze cu fiecare câte o cheie

Criptografia asimetrică

- necesită secretizarea unei jumătăți din cheie
- folosește chei distincte pentru criptare și decriptare
- rolurile emițătorului și ale receptorului nu pot fi schimbate
- o pereche de chei asimetrice permite oricui să transmită informație criptată către entitatea căreia îi corespunde

Criptografia asimetrică

Avantaje

- număr mai mic de chei
- simplifică problema distribuirii cheilor
- fiecare participant trebuie să stocheze o singură cheie secretă de lungă durată
- permite comunicarea sigură pe canale publice
- rezolvă problema mediilor de comunicare deschise

Dezavantaje

- criptarea asimetrică este mult mai lentă decât criptarea simetrică
- compromiterea cheii private conduce la compromiterea tuturor mesajelor criptate primite, indiferent de sursă
- necesită verificarea autenticității cheii publice (PKI rezolvă această problemă)

Important de reținut!

- Criptografia simetrică NU rezolvă toate problemele criptografiei
- Criptografia asimetrică apare în completarea criptografiei simetrice

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 8.4 -
Teoria numerelor pentru criptografie

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Notații

- $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$
- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$
- $\mathbb{Z}_+ = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$
- Pentru $a, n \in \mathbb{N}$ notăm $gcd(a, n)$ ca fiind cel mai mare divizor comun (greatest commun divisor) al lui a și n.
- Exemplu: $gcd(30, 50) = 10$.

Intregi modulo N

- pentru $n \in \mathbb{Z}_+$ notăm
  - $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, ..., n-1\}$
  - $\mathbb{Z}_n^* = \{a \in \mathbb{Z}_n \mid gcd(a, n) = 1\}$
  - $\phi(n) = |\mathbb{Z}_n^*|$

Intregi modulo N

- pentru $n \in \mathbb{Z}_+$ notăm
  - $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, ..., n-1\}$
  - $\mathbb{Z}_n^* = \{a \in \mathbb{Z}_n \mid gcd(a, n) = 1\}$
  - $\phi(n) = |\mathbb{Z}_n^*|$
- Exemplu: n=12

Intregi modulo N

- pentru $n \in \mathbb{Z}_+$ notăm
  - $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, ..., n-1\}$
  - $\mathbb{Z}_n^* = \{a \in \mathbb{Z}_n \mid gcd(a, n) = 1\}$
  - $\phi(n) = |\mathbb{Z}_n^*|$
- Exemplu: n=12
  - $\mathbb{Z}_{12} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

Intregi modulo N

- pentru $n \in \mathbb{Z}_+$ notăm
  - $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, ..., n-1\}$
  - $\mathbb{Z}_n^* = \{a \in \mathbb{Z}_n \mid gcd(a, n) = 1\}$
  - $\phi(n) = |\mathbb{Z}_n^*|$
- Exemplu: n=12
  - $\mathbb{Z}_{12} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
  - $\mathbb{Z}_{12}^*$ =\{1,5,7,11\}

Intregi modulo N

- pentru $n \in \mathbb{Z}_+$ notăm
  - $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, ..., n - 1\}$
  - $\mathbb{Z}_n^* = \{a \in \mathbb{Z}_n \mid gcd(a, n) = 1\}$
  - $\phi(n) = |\mathbb{Z}_n^*|$
- Exemplu: n=12
  - $\mathbb{Z}_{12} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
  - $\mathbb{Z}_{12}^*$ =\{1,5,7,11\}
  - $\phi(12) = 4$

Impărțire și rest

- $a = qn + r$ cu $0 \le r < n$.
  Considerăm împărțirea lui a la n.
  Atunci q este catul împărțirii iar r este restul și notăm

$$a \bmod n = r$$

- Exemplu: $17 \bmod 3 = 2$.

- $a = b \bmod n$ dacă $a \bmod n = b \bmod n$.

Grupuri și invers

- Dacă $n \in \mathbb{Z}_+$ atunci $G = \mathbb{Z}_n^*$ împreună cu operația "*" definită

$$a * b = ab \bmod n$$

pentru $a, b \in G$ formează un grup si are cele trei proprietăți:

  - asociativitatea: operatia * este asociativă
  - element neutru: există un element $1 \in G$ așa încat $a * 1 \bmod n = 1 * a \bmod n = a$, $\forall a \in G$.
  - element inversabil: pentru orice $a \in G$ exista un unic $b \in G$ asa incat $a * b = b * a = 1 \bmod n$.
    b se numeste inversul lui a și îl notăm cu $a^{-1} \bmod n$.

Grupuri și invers

- Dacă $n \in \mathbb{Z}_+$ atunci $G = \mathbb{Z}_n^*$ împreună cu operația "*" definită

$$a * b = ab \bmod n$$

pentru $a, b \in G$ formează un grup si are cele trei proprietăți:

  - asociativitatea: operatia * este asociativă
  - element neutru: există un element $1 \in G$ așa încat $a * 1 \bmod n = 1 * a \bmod n = a, \forall a \in G$.
  - element inversabil: pentru orice $a \in G$ exista un unic $b \in G$ asa incat $a * b = b * a = 1 \bmod n$.
    b se numeste inversul lui a și îl notăm cu $a^{-1} \bmod n$.
  - Exemplu: $5^{-1} \bmod 12$ este acel număr $b \in G$ care satisface $5b \bmod 12 = 1$

Grupuri și invers

- Dacă $n \in \mathbb{Z}_+$ atunci $G = \mathbb{Z}_n^*$ împreună cu operația "*" definită

$$a * b = ab \bmod n$$

pentru $a, b \in G$ formează un grup si are cele trei proprietăți:

  - asociativitatea: operatia * este asociativă
  - element neutru: există un element $1 \in G$ așa încat $a * 1 \bmod n = 1 * a \bmod n = a, \forall a \in G$.
  - element inversabil: pentru orice $a \in G$ exista un unic $b \in G$ asa incat $a * b = b * a = 1 \bmod n$.
    b se numeste inversul lui a și îl notăm cu $a^{-1} \bmod n$.
  - Exemplu: $5^{-1} \bmod 12$ este acel număr $b \in G$ care satisface $5b \bmod 12 = 1$
  - deci b = 5.

Scurtături computaționale

- calculați $5 * 8 * 10 * 16 \bmod 21$.
- Prima variantă: Calculăm mai întai $5 * 8 * 10 * 16 = 6400$ si apoi calculam $6400 \bmod 21 = 16$
- A doua variantă (mai rapidă):
  - $5 * 8 \bmod 21 = 40 \bmod 21 = 19$
  - $19 * 10 \bmod 21 = 190 \bmod 21 = 1$
  - $1 * 16 \bmod 21 = 16$

Ordinul unui grup

- Ordinul unui grup G este numărul de elemente din acel grup, îl notăm cu $|G|$.

- Exemplu: Ordinul lui $\mathbb{Z}_{21}^* = 12$ pentru că

$$\mathbb{Z}_{21}^* = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20\}$$

- Fie G un grup de ordin m si $a \in G$. Atunci:
  - $a^m = 1$.
  - Pentru orice $i \in \mathbb{Z}$, $a^i = a^{i \bmod m}$.

Ordinul unui grup

- Ordinul unui grup G este numărul de elemente din acel grup, îl notăm cu $|G|$.
- Exemplu: Ordinul lui $\mathbb{Z}_{21}^{*} = 12$ pentru că

$$\mathbb{Z}_{21}^{*} = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20\}$$

- Fie G un grup de ordin m si $a \in G$. Atunci:
  - $a^m = 1$.
  - Pentru orice $i \in \mathbb{Z}$, $a^i = a^{i \bmod m}$.
  - Exemplu: Calculați 5^{74} mod 21.

Ordinul unui grup

- Ordinul unui grup G este numărul de elemente din acel grup, îl notăm cu $|G|$.
- Exemplu: Ordinul lui $\mathbb{Z}_{21}^* = 12$ pentru că

$$\mathbb{Z}_{21}^* = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20\}$$

- Fie G un grup de ordin m si $a \in G$. Atunci:
  - $a^m = 1$.
  - Pentru orice $i \in \mathbb{Z}, a^i = a^{i \bmod m}$.
  - Exemplu: Calculați $5^{74} \bmod 21$.
  - Răspuns: Fie $\mathbb{Z}_{21}^*$ si $a = 5$. Atunci $m = 12$ și

Ordinul unui grup

- Ordinul unui grup G este numărul de elemente din acel grup, îl notăm cu $|G|$.
- Exemplu: Ordinul lui $\mathbb{Z}_{21}^* = 12$ pentru că

$$\mathbb{Z}_{21}^* = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20\}$$

- Fie G un grup de ordin m si $a \in G$. Atunci:
  - $a^m = 1$.
  - Pentru orice $i \in \mathbb{Z}, a^i = a^{i \bmod m}$.
  - Exemplu: Calculați $5^{74} \bmod 21$.
  - Răspuns: Fie $\mathbb{Z}_{21}^*$ si $a = 5$. Atunci $m = 12$ și
  - $5^{74} \bmod 21 = 5^{74 \bmod 12} \bmod 21 = 5^2 \bmod 21 = 4$.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 8.5 -
Prezumpții criptografice dificile

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Prezumpții criptografice dificile

- Criptografia modernă se bazează pe prezumpția că *anumite* probleme nu pot fi rezolvate în timp polinomial;

Prezumpții criptografice dificile

- Criptografia modernă se bazează pe prezumpția că *anumite* probleme nu pot fi rezolvate în timp polinomial;

- Până acum am văzut că schemele de criptare și de autentificare se bazează pe prezumpția existenței permutărilor pseudoaleatoare;

Prezumpții criptografice dificile

- Criptografia modernă se bazează pe prezumpția că *anumite* probleme nu pot fi rezolvate în timp polinomial;
- Până acum am văzut că schemele de criptare și de autentificare se bazează pe prezumpția existenței permutărilor pseudoaleatoare;
- Dar această prezumpție e nenaturală și foarte puternică;

Prezumpții criptografice dificile

- Criptografia modernă se bazează pe prezumpția că *anumite* probleme nu pot fi rezolvate în timp polinomial;
- Până acum am văzut că schemele de criptare și de autentificare se bazează pe prezumpția existenței permutărilor pseudoaleatoare;
- Dar această prezumpție e nenaturală și foarte puternică;
- În practică, PRF pot fi instanțiate cu cifruri bloc;

Prezumpții criptografice dificile

- Criptografia modernă se bazează pe prezumpția că *anumite* probleme nu pot fi rezolvate în timp polinomial;
- Până acum am văzut că schemele de criptare și de autentificare se bazează pe prezumpția existenței permutărilor pseudoaleatoare;
- Dar această prezumpție e nenaturală și foarte puternică;
- În practică, PRF pot fi instanțiate cu cifruri bloc;
- Însă metode pentru a demonstra pseudoaleatorismul construcțiilor practice relativ la alte prezumpții "mai rezonabile" nu se cunosc;

Prezumpții criptografice dificile

- Criptografia modernă se bazează pe prezumpția că *anumite* probleme nu pot fi rezolvate în timp polinomial;
- Până acum am văzut că schemele de criptare și de autentificare se bazează pe prezumpția existenței permutărilor pseudoaleatoare;
- Dar această prezumpție e nenaturală și foarte puternică;
- În practică, PRF pot fi instanțiate cu cifruri bloc;
- Însă metode pentru a demonstra pseudoaleatorismul construcțiilor practice relativ la alte prezumpții ”mai rezonabile” nu se cunosc;
- Dar e posibil a demonstra existența permutărilor pseudoaleatoare pe baza unei prezumpții mult mai slabe, cea a existenței funcțiilor one-way;

Prezumpții criptografice dificile

- În continuare vom introduce câteva două considerate "dificile": problema factorizării și problema logaritmului discret și vom prezenta funcții conjecturate ca fiind one-way bazate pe aceste probleme;

Prezumpții criptografice dificile

- În continuare vom introduce câteva două considerate ”dificile”: problema factorizării și problema logaritmului discret și vom prezenta funcții conjecturate ca fiind one-way bazate pe aceste probleme;
- Tot materialul ce urmează se bazează pe noțiuni de teoria numerelor;

Prezumpții criptografice dificile

- În continuare vom introduce câteva două considerate "dificile": problema factorizării și problema logaritmului discret și vom prezenta funcții conjecturate ca fiind one-way bazate pe aceste probleme;
- Tot materialul ce urmează se bazează pe noțiuni de teoria numerelor;
- La criptografia *simetrică* (cu cheie secretă) am văzut primitve criptografice (i.e. funcții hash, PRG, PRF) care pot fi construite eficient fără a implica teoria numerelor;

Prezumpții criptografice dificile

- În continuare vom introduce câteva două considerate "dificile": problema factorizării și problema logaritmului discret și vom prezenta funcții conjecturate ca fiind one-way bazate pe aceste probleme;
- Tot materialul ce urmează se bazează pe noțiuni de teoria numerelor;
- La criptografia *simetrică* (cu cheie secretă) am văzut primitve criptografice (i.e. funcții hash, PRG, PRF) care pot fi construite eficient fără a implica teoria numerelor;
- La criptografia *asimetrică* (cu cheie publică) construcțiile cunoscute se bazează pe probleme matematice dificile din teoria numerelor;

1. Problema factorizării

- O primă problemă conjecturată ca fiind dificilă este problema factorizării numerelor întregi sau mai simplu problema factorizării;

1. Problema factorizării

- O primă problemă conjecturată ca fiind dificilă este problema factorizării numerelor întregi sau mai simplu problema factorizării;
- Fiind dat un număr compus N, problema cere să se găsească două numere prime x_1 și x_2 pe n biți așa încât $N = x_1 \cdot x_2$;

1. Problema factorizării

- O primă problemă conjecturată ca fiind dificilă este problema factorizării numerelor întregi sau mai simplu problema factorizării;
- Fiind dat un număr compus N, problema cere să se găsească două numere prime x_1 și x_2 pe n biți așa încât $N = x_1 \cdot x_2$;
- Cele mai greu de factorizat sunt numerele care au factori primi foarte mari.

Primalitate și factorizare

"The problem of distinguishing prime numbers from composite numbers and of resolving the latter into their prime factors is known to be one of the most important and useful in arithmetic. It has engaged the industry and wisdom of ancient and modern geometers to such an extent that it would be superfluous to discuss the problem at length... The dignity of the science itself seems to require that every possible means be explored for the solution of a problem so elegant and so celebrated."

(C.F.Gauss 1777 – 1855)

Generarea numerelor prime

- Pentru a putea folosi problema în criptografie, trebuie să generăm numere prime aleatoare *în mod eficient*;

Generarea numerelor prime

- Pentru a putea folosi problema în criptografie, trebuie să generăm numere prime aleatoare *în mod eficient*;
- Putem genera un număr prim aleator pe n biți prin alegerea repetată de numere aleatoare pe n biți până când găsim unul prim;

Generarea numerelor prime

- Pentru a putea folosi problema în criptografie, trebuie să generăm numere prime aleatoare *în mod eficient*;
- Putem genera un număr prim aleator pe n biți prin alegerea repetată de numere aleatoare pe n biți până când găsim unul prim;
- Pentru eficiență, ne interesează două aspecte:

Generarea numerelor prime

- Pentru a putea folosi problema în criptografie, trebuie să generăm numere prime aleatoare *în mod eficient*;
- Putem genera un număr prim aleator pe n biți prin alegerea repetată de numere aleatoare pe n biți până când găsim unul prim;
- Pentru eficiență, ne interesează două aspecte:
  1. probabilitatea ca un număr aleator de n biți să fie prim;

Generarea numerelor prime

- Pentru a putea folosi problema în criptografie, trebuie să generăm numere prime aleatoare *în mod eficient*;
- Putem genera un număr prim aleator pe n biți prin alegerea repetată de numere aleatoare pe n biți până când găsim unul prim;
- Pentru eficiență, ne interesează două aspecte:
  1. probabilitatea ca un număr aleator de n biți să fie prim;
  2. cum testăm eficient că un număr dat p este prim.

Generarea numerelor prime

- Pentru distribuția numerelor prime, se cunoaște următorul rezultat matematic:

Teoremă

Pentru orice $n > 1$, proportia de numere prime pe n biți este de cel puțin 1/3n.

Generarea numerelor prime

- Pentru distribuția numerelor prime, se cunoaște următorul rezultat matematic:

Teoremă

Pentru orice $n > 1$, proportia de numere prime pe n biți este de cel puțin 1/3n.

- Rezultă imediat că dacă testăm $t = 3n^2$ numere, probabilitatea ca un număr prim să nu fie ales este cel mult e^{-n}, deci neglijabilă.

Generarea numerelor prime

- Pentru distribuția numerelor prime, se cunoaște următorul rezultat matematic:

Teoremă

Pentru orice $n > 1$, proportia de numere prime pe n biți este de cel puțin $1/3n$.

- Rezultă imediat că dacă testăm $t = 3n^2$ numere, probabilitatea ca un număr prim să nu fie ales este cel mult e^{-n}, deci neglijabilă.
- Deci avem un algoritm în timp polinomial pentru gasirea numerelor prime

Testarea primalității

- Cei mai eficienți algoritmi sunt probabiliști:

Testarea primalității

- Cei mai eficienți algoritmi sunt probabiliști:
  - Dacă numărul p dat este prim atunci algoritmul întotdeauna întoarce rezultatul *prim*;

Testarea primalității

- Cei mai eficienți algoritmi sunt probabiliști:
  - Dacă numărul p dat este prim atunci algoritmul întotdeauna întoarce rezultatul *prim*;
  - Dacă p este compus, atunci cu probabilitate mare algoritmul va întoarce *compus*;

Testarea primalității

- Cei mai eficienți algoritmi sunt probabiliști:
  - Dacă numărul p dat este prim atunci algoritmul întotdeauna întoarce rezultatul *prim*;
  - Dacă p este compus, atunci cu probabilitate mare algoritmul va întoarce *compus*;
  - **Concluzie:** dacă outputul este *compus*, atunci p sigur este compus, dacă outputul este *prim*, atunci cu probabilitate mare p este prim dar este posibil și să se fi produs o eroare;

Testarea primalității

- Cei mai eficienți algoritmi sunt probabiliști:
  - Dacă numărul p dat este prim atunci algoritmul întotdeauna întoarce rezultatul *prim*;
  - Dacă p este compus, atunci cu probabilitate mare algoritmul va întoarce *compus*;
  - **Concluzie:** dacă outputul este *compus*, atunci p sigur este compus, dacă outputul este *prim*, atunci cu probabilitate mare p este prim dar este posibil și să se fi produs o eroare;
- Un algoritm determinist polinomial a fost propus în 2002, dar este mai lent decât algoritmii probabiliști;

Testarea primalității

- Cei mai eficienți algoritmi sunt probabiliști:
  - Dacă numărul p dat este prim atunci algoritmul întotdeauna întoarce rezultatul *prim*;
  - Dacă p este compus, atunci cu probabilitate mare algoritmul va întoarce *compus*;
  - **Concluzie:** dacă outputul este *compus*, atunci p sigur este compus, dacă outputul este *prim*, atunci cu probabilitate mare p este prim dar este posibil și să se fi produs o eroare;
- Un algoritm determinist polinomial a fost propus în 2002, dar este mai lent decât algoritmii probabiliști;
- Un algoritm probabilist foarte răspândit este Miller-Rabin care acceptă la intrare un număr N și rulează în timp polinomial în $|N|$

Algoritmi de factorizare

- Deocamdată nu se cunosc *algoritmi polinomiali* pentru problema factorizării;

Algoritmi de factorizare

- Deocamdată nu se cunosc *algoritmi polinomiali* pentru problema factorizării;
- Dar există algoritmi mult mai buni decât forța brută;

Algoritmi de factorizare

- Deocamdată nu se cunosc *algoritmi polinomiali* pentru problema factorizării;
- Dar există algoritmi mult mai buni decât forța brută;
- Prezentăm în continuare câțiva algoritmi de factorizare.

Algoritmi de factorizare

- Reamintim: Fiind dat un număr compus N, **problema factorizării** cere să se găsească 2 numere prime p și q a.î. $N = pq$;

Algoritmi de factorizare

- Reamintim: Fiind dat un număr compus N, **problema factorizării** cere să se găsească 2 numere prime p și q a.î. $N = pq$;
- Considerăm $|p| = |q| = n$ și deci $n = O(\log N)$;

Algoritmi de factorizare

- Reamintim: Fiind dat un număr compus N, **problema factorizării** cere să se găsească 2 numere prime p și q a.î. $N = pq$;
- Considerăm $|p| = |q| = n$ și deci $n = O(\log N)$;
- Metoda cea mai simplă este împărțirea numărului N prin toate numerele p impare din intervalul $p = 3, ..., \left\lfloor \sqrt{N} \right\rfloor$.

Algoritmi de factorizare

- Reamintim: Fiind dat un număr compus N, **problema factorizării** cere să se găsească 2 numere prime p și q a.î. $N = pq$;
- Considerăm $|p| = |q| = n$ și deci $n = O(\log N)$;
- Metoda cea mai simplă este împărțirea numărului N prin toate numerele p impare din intervalul $p = 3, ..., \left\lfloor \sqrt{N} \right\rfloor$.
- Complexitatea timp este $O(\sqrt{N} \cdot (\log N)^c)$ unde c este o constantă, adica exponentiala in numarul b de biti al lui N; $b = \log_2 N$. Complexitatea este $O(N^{1/2}) = O((2^{\log_2 N})^{1/2})$

Algoritmi de factorizare

- Reamintim: Fiind dat un număr compus N, **problema factorizării** cere să se găsească 2 numere prime p și q a.î. $N = pq$;
- Considerăm $|p| = |q| = n$ și deci $n = O(\log N)$;
- Metoda cea mai simplă este împărțirea numărului N prin toate numerele p impare din intervalul $p = 3, ..., \left\lfloor \sqrt{N} \right\rfloor$.
- Complexitatea timp este $O(\sqrt{N} \cdot (\log N)^c)$ unde c este o constantă, adica exponentiala in numarul b de biti al lui N; $b = \log_2 N$. Complexitatea este $O(N^{1/2}) = O((2^{\log_2 N})^{1/2})$
- Pentru $N < 10^{12}$ metoda este destul de eficientă.

Algoritmi de factorizare

- Există însă algoritmi mai sofisticați, cu timp de execuție mai bun, între care:

Algoritmi de factorizare

- Există însă algoritmi mai sofisticați, cu timp de execuție mai bun, între care:
  - Metoda **Pollard $\mathbf{p-1}$**: funcționează atunci când $p-1$ are factori primi "mici";

Algoritmi de factorizare

- Există însă algoritmi mai sofisticați, cu timp de execuție mai bun, între care:
  - Metoda **Pollard p − 1**: funcționează atunci când $p - 1$ are factori primi "mici";
  - Metoda **Pollard rho**: timpul de execuție este $O(N^{1/4} \cdot (\log N)^c)$, deci tot exponențial în lungimea lui N;

Algoritmi de factorizare

- Există însă algoritmi mai sofisticați, cu timp de execuție mai bun, între care:
  - Metoda **Pollard** $\mathbf{p-1}$: funcționează atunci când $p-1$ are factori primi "mici";
  - Metoda **Pollard rho**: timpul de execuție este $O(N^{1/4} \cdot (\log N)^c)$, deci tot exponențial în lungimea lui N;
  - **Algoritmul sitei pătratice** - rulează în timp *sub-exponențial* în lungimea lui N.

Algoritmi de factorizare

- Există însă algoritmi mai sofisticați, cu timp de execuție mai bun, între care:
  - Metoda **Pollard $\mathbf{p-1}$**: funcționează atunci când $p-1$ are factori primi "mici";
  - Metoda **Pollard rho**: timpul de execuție este $O(N^{1/4} \cdot (\log N)^c)$, deci tot exponențial în lungimea lui N;
  - **Algoritmul sitei pătratice** - rulează în timp *sub-exponențial* în lungimea lui N.
- Deocamdată, cel mai rapid algoritm de factorizare este o îmbunătățire a sitei pătratice care factorizează un număr N de lungime $O(n)$ în timp $2^{O(n^{1/3} \cdot (\log n)^{2/3})}$.

RSA Challenge

- În 1991, Laboratoarele RSA lansează *RSA Challenge*;

RSA Challenge

- În 1991, Laboratoarele RSA lansează *RSA Challenge*;
- Aceasta presupune factorizarea unor numere N, unde $N = p \cdot q$, cu p, q 2 numere prime mari;

RSA Challenge

- În 1991, Laboratoarele RSA lansează *RSA Challenge*;
- Aceasta presupune factorizarea unor numere N, unde $N = p \cdot q$, cu p, q 2 numere prime mari;
- Au fost lansate mai multe provocări, câte 1 pentru fiecare dimensiune (în biți) a lui N:

RSA Challenge

- În 1991, Laboratoarele RSA lansează *RSA Challenge*;
- Aceasta presupune factorizarea unor numere N, unde $N = p \cdot q$, cu p, q 2 numere prime mari;
- Au fost lansate mai multe provocări, câte 1 pentru fiecare dimensiune (în biți) a lui N:
- Exemple includ: RSA-576, RSA-640, RSA-768, $\cdots$, RSA-1024, RSA-1536, RSA-2048;

RSA Challenge

- În 1991, Laboratoarele RSA lansează *RSA Challenge*;
- Aceasta presupune factorizarea unor numere N, unde $N = p \cdot q$, cu p, q 2 numere prime mari;
- Au fost lansate mai multe provocări, câte 1 pentru fiecare dimensiune (în biți) a lui N:
- Exemple includ: RSA-576, RSA-640, RSA-768, $\cdots$, RSA-1024, RSA-1536, RSA-2048;
- Provocarea s-a încheiat oficial în 2007;

RSA Challenge

- În 1991, Laboratoarele RSA lansează *RSA Challenge*;
- Aceasta presupune factorizarea unor numere N, unde $N = p \cdot q$, cu p, q 2 numere prime mari;
- Au fost lansate mai multe provocări, câte 1 pentru fiecare dimensiune (în biți) a lui N:
- Exemple includ: RSA-576, RSA-640, RSA-768, $\cdots$, RSA-1024, RSA-1536, RSA-2048;
- Provocarea s-a încheiat oficial în 2007;
- Multe provocări au fost sparte în cursul anilor (chiar și ulterior închiderii oficiale), însă există numere încă nefactorizate:

RSA Challenge

- **RSA-1024**

  1350664108659952233496032162788059699388814756056670275244851438515265106048595338339402871505719094
  4179820728216447155137368041970396419174304649658927425623934102086438320211037295872576235850964311
  05640735015081875106765946292055636855294752135008528794163773285339061097505443349998111500569772368
  90927563

  1350664108659952233496032162788059699388814756056670275244851438515265106048595338339402871505719094417982072821644715513736804197039641917430464965892742562393410208643832021103729587257623585096431105640735015081875106765946292055636855294752135008528794163773285339061097505443349998111500569772368909275633

  [http://www.emc.com/emc-plus/rsa-labs/historical/the-rsa-challenge-numbers.htm]

RSA Challenge

- **RSA-2048**

  25195908475657893494027183240048398571429282126204
  03202777713783604366202070759555626401852588078440
  69182906412495150821892985591491761845028084891200
  72844992687392807287776735971418347270261896375014
  97182469116507761337985909570009733045974880842840
  17974291006424586918171951187461215151726546322822
  16869987549182422433637259085141865462043576798423
  38718477444792073993423658482382428119816381501067
  48104516603773060562016196762561338441436038339044
  14952634432190114657544454178424020924616515723350
  77870774981712577246796292638635637328991215483143
  81678998850404453640235273819513786365643912120103
  97122822120720357

  [http://www.emc.com/emc-plus/rsa-labs/historical/the-rsa-challenge-numbers.htm]

2. Problema logaritmului discret

- O altă prezumție dificilă este DLP (Discrete Logarithm Problem) (sau PLD (Problema Logaritmului Discret));

2. Problema logaritmului discret

- O altă prezumție dificilă este DLP (Discrete Logarithm Problem) (sau PLD (Problema Logaritmului Discret));
- Considerăm $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q;

2. Problema logaritmului discret

- O altă prezumție dificilă este DLP (Discrete Logarithm Problem) (sau PLD (Problema Logaritmului Discret));
- Considerăm $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q;
- Există un generator $g \in \mathbb{G}$ a.î. $\mathbb{G} = \{g^0, g^1, ..., g^{q-1}\}$;

2. Problema logaritmului discret

- O altă prezumție dificilă este DLP (Discrete Logarithm Problem) (sau PLD (Problema Logaritmului Discret));
- Considerăm $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q;
- Există un generator $g \in \mathbb{G}$ a.î. $\mathbb{G} = \{g^0, g^1, ..., g^{q-1}\}$;
- Echivalent, pentru fiecare $h \in \mathbb{G}$ există un *unic* $x \in \mathbb{Z}_q$ a.î. $g^x = h$;

2. Problema logaritmului discret

- O altă prezumție dificilă este DLP (Discrete Logarithm Problem) (sau PLD (Problema Logaritmului Discret));
- Considerăm $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q;
- Există un generator $g \in \mathbb{G}$ a.î. $\mathbb{G} = \{g^0, g^1, ..., g^{q-1}\}$;
- Echivalent, pentru fiecare $h \in \mathbb{G}$ există un *unic* $x \in \mathbb{Z}_q$ a.î. $g^x = h$;
- x se numește logaritmul discret al lui h în raport cu g și se notează

$$x = \log_g h$$

Experimentul logaritmului discret $DLog_{\mathcal{A}}(n)$

1. Generează $(\mathbb{G}, q, g)$ unde $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este un generator al lui $\mathbb{G}$.

Experimentul logaritmului discret $DLog_{\mathcal{A}}(n)$

1. Generează $(\mathbb{G}, q, g)$ unde $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este un generator al lui $\mathbb{G}$.

2. Alege $h \leftarrow^R \mathbb{G}$. (se poate alege $x' \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și apoi $h := g^{x'}$.)

Experimentul logaritmului discret $DLog_{\mathcal{A}}(n)$

1. Generează $(\mathbb{G}, q, g)$ unde $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este un generator al lui $\mathbb{G}$.
2. Alege $h \leftarrow^R \mathbb{G}$. (se poate alege $x' \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și apoi $h := g^{x'}$.)
3. $\mathcal{A}$ primește $\mathbb{G}, q, g, h$ și întoarce $x \in \mathbb{Z}_q$;

Experimentul logaritmului discret $DLog_{\mathcal{A}}(n)$

1. Generează $(\mathbb{G}, q, g)$ unde $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este un generator al lui $\mathbb{G}$.
2. Alege $h \leftarrow^R \mathbb{G}$. (se poate alege $x' \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și apoi $h := g^{x'}$.)
3. $\mathcal{A}$ primește $\mathbb{G}, q, g, h$ și întoarce $x \in \mathbb{Z}_q$;
4. Output-ul experimentului este 1 dacă $g^x = h$ și 0 altfel.

Experimentul logaritmului discret $DLog_{\mathcal{A}}(n)$

1. Generează $(\mathbb{G}, q, g)$ unde $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este un generator al lui $\mathbb{G}$.
2. Alege $h \leftarrow^R \mathbb{G}$. (se poate alege $x' \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și apoi $h := g^{x'}$.)
3. $\mathcal{A}$ primește $\mathbb{G}, q, g, h$ și întoarce $x \in \mathbb{Z}_q$;
4. Output-ul experimentului este 1 dacă $g^x = h$ și 0 altfel.

Definiție

Spunem că problema logaritmului discret (DLP) este dificilă dacă pentru orice algoritm PPT $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[DLog_{\mathcal{A}}(n) = 1] \leq negl(n)$$

Grupuri ciclice de ordin prim

- Există câteva clase de grupuri ciclice pentru care DLP este considerată dificilă;

Grupuri ciclice de ordin prim

- Există câteva clase de grupuri ciclice pentru care DLP este considerată dificilă;
- Una dintre ele este clasa grupurilor ciclice de *ordin prim* (în aceste grupuri, problema este "cea mai dificilă");

Grupuri ciclice de ordin prim

- Există câteva clase de grupuri ciclice pentru care DLP este considerată dificilă;
- Una dintre ele este clasa grupurilor ciclice de *ordin prim* (în aceste grupuri, problema este "cea mai dificilă");
- DLP nu poate fi rezolvată în timp polinomial în grupurile care nu sunt de ordin prim, ci doar este *mai ușoară*;

Grupuri ciclice de ordin prim

- Există câteva clase de grupuri ciclice pentru care DLP este considerată dificilă;
- Una dintre ele este clasa grupurilor ciclice de *ordin prim* (în aceste grupuri, problema este ”cea mai dificilă”);
- DLP nu poate fi rezolvată în timp polinomial în grupurile care nu sunt de ordin prim, ci doar este *mai ușoară*;
- În aceste grupuri căutarea unui generator și verificarea că un număr dat este generator sunt triviale.

Lucrul în $\mathbb{Z}_p^*$

- DLP este considerată dificilă în grupuri ciclice de forma $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim;

Lucrul în $\mathbb{Z}_p^*$

- DLP este considerată dificilă în grupuri ciclice de forma $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim;
- Insă pentru $p > 3$ grupul $\mathbb{Z}_p^*$ NU are ordin prim;

Lucrul în $\mathbb{Z}_p^*$

- DLP este considerată dificilă în grupuri ciclice de forma $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim;
- Insă pentru $p > 3$ grupul $\mathbb{Z}_p^*$ NU are ordin prim;
- Aceasta problemă se rezolvă folosind un *subgrup* potrivit al lui $\mathbb{Z}_p^*$;

Important de reținut!

- Cel mai rapid algoritm de factorizare necesită timp sub-exponențial;
- Problema logaritmului discret este dificilă.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 8.1 -
SHA-3

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Exemple de funcții hash

- MD5
  - output pe 128 biți
  - propusă în 1991 și considerată rezistentă la coliziuni o perioadă de timp
  - 2004 - atac pentru găsirea de coliziuni + coliziuni explicite
  - astăzi se pot găsi coliziuni în mai puțin de un minut pe un calculator desktop

Exemple de funcții hash

- SHA-1

Exemple de funcții hash

- SHA-1
  - face parte din seria de algoritmi standardizați SHA (Secure Hash Algorithm) si a fost standardul aprobat de NIST până în 2011

Exemple de funcții hash

- SHA-1
  - face parte din seria de algoritmi standardizați SHA (Secure Hash Algorithm) si a fost standardul aprobat de NIST până în 2011
  - output pe 160 biti

Exemple de funcții hash

- SHA-1
  - face parte din seria de algoritmi standardizați SHA (Secure Hash Algorithm) si a fost standardul aprobat de NIST până în 2011
  - output pe 160 biti
  - 2005 - atac teoretic pentru găsirea coliziunilor; necesită 2^{69} evaluări ale funcției hash

Exemple de funcții hash

- SHA-1
  - face parte din seria de algoritmi standardizați SHA (Secure Hash Algorithm) si a fost standardul aprobat de NIST până în 2011
  - output pe 160 biti
  - 2005 - atac teoretic pentru găsirea coliziunilor; necesită 2^{69} evaluări ale funcției hash
  - 2017 - prima coliziune practică - 2^{63} evaluări ale funcției hash

Exemple de funcții hash

- SHA-1
  - face parte din seria de algoritmi standardizați SHA (Secure Hash Algorithm) si a fost standardul aprobat de NIST până în 2011
  - output pe 160 biti
  - 2005 - atac teoretic pentru găsirea coliziunilor; necesită 2^{69} evaluări ale funcției hash
  - 2017 - prima coliziune practică - 2^{63} evaluări ale funcției hash
  - atac pentru găsirea de *coliziuni cu prefix* - aprox. 2^{67} evaluari

Exemple de funcții hash

- SHA-1
  - face parte din seria de algoritmi standardizați SHA (Secure Hash Algorithm) si a fost standardul aprobat de NIST până în 2011
  - output pe 160 biti
  - 2005 - atac teoretic pentru găsirea coliziunilor; necesită 2^{69} evaluări ale funcției hash
  - 2017 - prima coliziune practică - 2^{63} evaluări ale funcției hash
  - atac pentru găsirea de *coliziuni cu prefix* - aprox. 2^{67} evaluari
  - *coliziuni cu prefix* - pornind de la prefixele P si P', se cere găsirea mesajelor $M \neq M'$ cu $H(P||M) = H(P'||M')$
  - în practică, acestea sunt mai periculoase, pot duce la diverse atacuri incluzând generarea de certificate digitale false și atacuri asupra TLS, SSH

Exemple de funcții hash

- SHA-2

Exemple de funcții hash

- SHA-2
  - prezintă două versiuni: SHA-256 și SHA-512 în funcție de lungimea output-ului

Exemple de funcții hash

- SHA-2
  - prezintă două versiuni: SHA-256 și SHA-512 în funcție de lungimea output-ului
  - nu se cunosc vulnerabilități; atât SHA-2 cât și SHA-3 sunt sigur de folosit acolo unde rezistența la coliziuni este necesară

Competiția SHA-3

- Atacurile asupra MD5 si SHA-1 au impus necesitatea unei noi funcții hash;

Competiția SHA-3

- Atacurile asupra MD5 si SHA-1 au impus necesitatea unei noi funcții hash;
- 2 noiembrie 2007 - NIST anunță competiția publică SHA-3;

Competiția SHA-3

- Atacurile asupra MD5 si SHA-1 au impus necesitatea unei noi funcții hash;
- 2 noiembrie 2007 - NIST anunță competiția publică SHA-3;
- 31 octombrie 2008 - se primesc 64 de propuneri din toată lumea;

Competiția SHA-3

- Atacurile asupra MD5 si SHA-1 au impus necesitatea unei noi funcții hash;
- 2 noiembrie 2007 - NIST anunță competiția publică SHA-3;
- 31 octombrie 2008 - se primesc 64 de propuneri din toată lumea;
- decembrie 2008 - rămân 51 de candidați pentru prima rundă (restul sunt eliminați din cauza dosarelor incomplete);

Competiția SHA-3

- februarie 2009 - are loc prima conferinta la care sunt prezentate 37 de propuneri (dintr-un total de 41, 10 fiind retrase între timp din cauza unor atacuri);

Competiția SHA-3

- februarie 2009 - are loc prima conferinta la care sunt prezentate 37 de propuneri (dintr-un total de 41, 10 fiind retrase între timp din cauza unor atacuri);
- iulie 2009 - rămân 14 candidați în runda a 2-a;

Competiția SHA-3

- februarie 2009 - are loc prima conferinta la care sunt prezentate 37 de propuneri (dintr-un total de 41, 10 fiind retrase între timp din cauza unor atacuri);
- iulie 2009 - rămân 14 candidați în runda a 2-a;
- decembrie 2010 - cei 5 candidați în runda finală: BLAKE, Grϕstl, JH, Keccak and Skein;

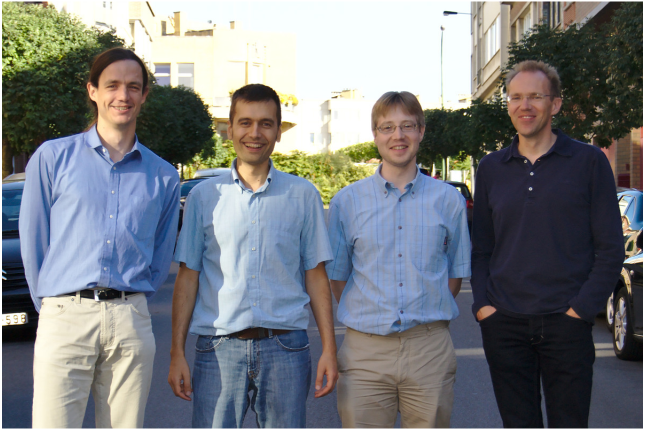
Competiția SHA-3

- februarie 2009 - are loc prima conferinta la care sunt prezentate 37 de propuneri (dintr-un total de 41, 10 fiind retrase între timp din cauza unor atacuri);
- iulie 2009 - rămân 14 candidați în runda a 2-a;
- decembrie 2010 - cei 5 candidați în runda finală: BLAKE, Grϕstl, JH, Keccak and Skein;
- 2 octombrie 2012 - NIST anunță câstigătorul: Keccak.

Cei 5 finaliști

BLAKE	Jean-Philippe Aumasson, Luca Henzen, Willi Meier, Raphael C.-W. Phan
Grϕstl	Lars Ramkilde Knudsen, Praveen Gauravaram, Krystian Matusiewicz, Florian Mendel, Christian Rechberger, Martin Schläffer, Søren S. Thomsen
JH	Hongjun Wu
Keccak	Joan Daemen, Guido Bertoni, Michaël Peeters, Gilles Van Assche
Skein	Bruce Schneier, Niels Ferguson, Stefan Lucks, Doug Whiting, Mihir Bellare, Tadayoshi Kohno, Jesse Walker, Jon Callas

Echipa Keccak



[http://keccak.noekeon.org/team.html]

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224, 256, 384$ și 512 biți;

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224$, 256, 384 și 512 biți;
- Alte dimensiuni ale secvenței de ieșire sunt opționale;

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224, 256, 384$ și 512 biți;
- Alte dimensiuni ale secvenței de ieșire sunt opționale;
- Eficientă crescută față de SHA-2;

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224, 256, 384$ și 512 biți;
- Alte dimensiuni ale secvenței de ieșire sunt opționale;
- Eficientă crescută față de SHA-2;
- Utilizare în HMAC;

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224$, 256, 384 și 512 biți;
- Alte dimensiuni ale secvenței de ieșire sunt opționale;
- Eficientă crescută față de SHA-2;
- Utilizare în HMAC;
- Rezistența la coliziuni, prima și a doua preimagine (conform cu atacurile generice, tradiționale);

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224$, 256, 384 și 512 biți;
- Alte dimensiuni ale secvenței de ieșire sunt opționale;
- Eficientă crescută față de SHA-2;
- Utilizare în HMAC;
- Rezistența la coliziuni, prima și a doua preimagine (conform cu atacurile generice, tradiționale);
- Demonstrație de securitate;

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224$, 256, 384 și 512 biți;
- Alte dimensiuni ale secvenței de ieșire sunt opționale;
- Eficientă crescută față de SHA-2;
- Utilizare în HMAC;
- Rezistența la coliziuni, prima și a doua preimagine (conform cu atacurile generice, tradiționale);
- Demonstrație de securitate;
- Parametrizabilă, număr de runde variabil;

Criterii de selecție

- Lungimea secvenței de ieșire: $n = 224, 256, 384$ și 512 biți;
- Alte dimensiuni ale secvenței de ieșire sunt opționale;
- Eficientă crescută față de SHA-2;
- Utilizare în HMAC;
- Rezistența la coliziuni, prima și a doua preimagine (conform cu atacurile generice, tradiționale);
- Demonstrație de securitate;
- Parametrizabilă, număr de runde variabil;
- Simplicitate, claritate.

Motivație

"The NIST team praised the Keccak algorithm for its many admirable qualities, including its elegant design and its ability to run well on many different computing devices. The clarity of Keccak's construction lends itself to easy analysis (during the competition all submitted algorithms were made available for public examination and criticism), and Keccak has higher performance in hardware implementations than SHA-2 or any of the other finalists."

(NIST Selects Winner of Secure Hash Algorithm (SHA-3) Competition - `http://www.nist.gov/itl/csd/sha-100212.cfm`)

"One benefit that KECCAK offers as the SHA-3 winner is its difference in design and implementation properties from that of SHA-2. It seems very unlikely that a single new cryptanalytic attack or approach could threaten both algorithms."

(SHA-3 Selection Announcement - `http://csrc.nist.gov/groups/ST/hash/sha-3/sha-3_selection_announcement.pdf`)

Keccak

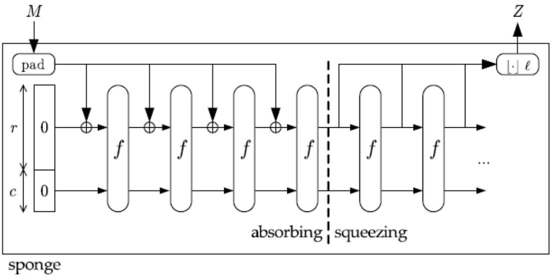
- A fost gândit să difere complet de construcțiile existente (AES, SHA-2);

Keccak

- A fost gândit să difere complet de construcțiile existente (AES, SHA-2);
- Folosește sponge functions:

Keccak

- A fost gândit să difere complet de construcțiile existente (AES, SHA-2);
- Folosește sponge functions:
- Principala componentă este permutarea f care acceptă blocuri de 1600 biți.



[Cryptographic Sponge Functions - `http://sponge.noekeon.org/CSF-0.1.pdf`]

Keccak

- Notații:
  - $r = bitrate$
  - $c = capacity$
  - $b = c + r = width$
  - $f =$ o permutare

Keccak

- Notații:
  - $r = bitrate$
  - $c = capacity$
  - $b = c + r = width$
  - $f =$ o permutare
- Folosește o stare de b biți inițializată la 0;

Keccak

- Notații:
  - $r = bitrate$
  - $c = capacity$
  - $b = c + r = width$
  - $f =$ o permutare
- Folosește o stare de b biți inițializată la 0;
- Presupune 2 etape:
  1. Absorbing phase: mesajul de intrare se sparge în blocuri de lungime r care se XOR-ează la prima parte a stării, alternând cu aplicarea funcției f;
  2. Squeezing phase: partea superioară a stării este returnată la ieșire, alternând cu aplicarea funcției f; numărul de iterații depinde de numărul de biți l necesari la ieșire.

Keccak

Tabelul de mai jos din standardul NIST (https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.202.pdf) ofera o comparatie d.p.d.v. al securitatii cu SHA-1 si SHA-2.

Function	**Output Size**	**Security Strengths in Bits**		
		Collision	**Preimage**	**2nd Preimage**
SHA-1	160	< 80	160	$160-L(M)$
SHA-224	224	112	224	$\min(224, 256-L(M))$
SHA-512/224	224	112	224	224
SHA-256	256	128	256	$256-L(M)$
SHA-512/256	256	128	256	256
SHA-384	384	192	384	384
SHA-512	512	256	512	$512-L(M)$
SHA3-224	224	112	224	224
SHA3-256	256	128	256	256
SHA3-384	384	192	384	384
SHA3-512	512	256	512	512
SHAKE128	d	$\min(d/2, 128)$	$\geq \min(d, 128)$	$\min(d, 128)$
SHAKE256	d	$\min(d/2, 256)$	$\geq \min(d, 256)$	$\min(d, 256)$

Important de reținut!

- Keccak este câștigătorul competiției SHA-3
- SHA-2 rămâne în continuare sigură

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 9.0 -
Noțiuni de securitate in criptografia asimetrică

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Securitate perfectă

- Începem studiul securității în același mod în care am început la criptografia simetrică: cu securitatea perfectă;

Securitate perfectă

- Începem studiul securității în același mod în care am început la criptografia simetrică: cu securitatea perfectă;
- Definiția e analoagă cu diferența că adversarul cunoaște, în afara textului criptat, și cheia publică;

Securitate perfectă

- Întrebare: Securitatea perfectă este posibilă în cadrul criptografiei cu cheie publică?

Securitate perfectă

- Întrebare: Securitatea perfectă este posibilă în cadrul criptografiei cu cheie publică?
- Răspuns: NU! Indiferent lungimea cheilor și a mesajelor;

Securitate perfectă

- Întrebare: Securitatea perfectă este posibilă în cadrul criptografiei cu cheie publică?
- Răspuns: NU! Indiferent lungimea cheilor și a mesajelor;
- Având pk și un text criptat $c = Enc_{pk}(m)$, un adversar nelimitat computațional poate determina mesajul m cu probabilitate 1.

Indistinctibilitate

- Indistinctibilitatea în criptografia cu cheie publică este corespondenta noțiunii similare din criptografia cu cheie secretă;

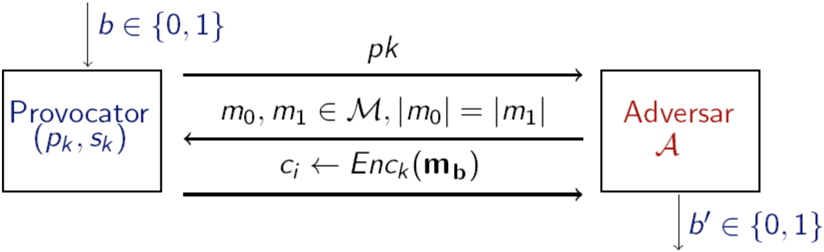
Indistinctibilitate

- Indistinctibilitatea în criptografia cu cheie publică este corespondenta noțiunii similare din criptografia cu cheie secretă;
- Vom defini această noțiune pe baza unui experiment de indistinctibilitate $PubK^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π;

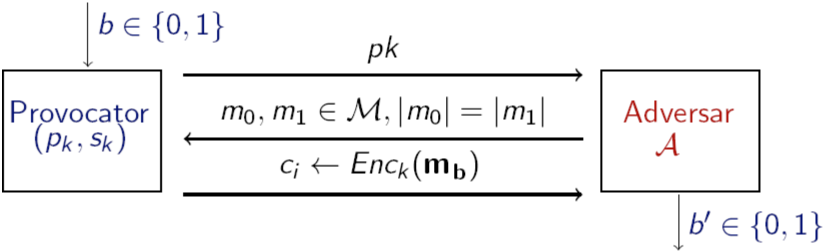
Indistinctibilitate

- Indistinctibilitatea în criptografia cu cheie publică este corespondenta noțiunii similare din criptografia cu cheie secretă;
- Vom defini această noțiune pe baza unui experiment de indistinctibilitate $PubK^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π;
- Personaje participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **challenger**.

Experimentul $PubK^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $PubK^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $PubK^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

Securitate pentru interceptare simplă

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ este indistinctibilă în prezența unui atacator pasiv dacă pentru orice adversar $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[PubK^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

Securitate pentru interceptare simplă

- Principala diferență față de definiția similară studiată la criptografia cu cheie secretă este că $\mathcal{A}$ primește cheia publică pk;

Securitate pentru interceptare simplă

- Principala diferență față de definiția similară studiată la criptografia cu cheie secretă este că $\mathcal{A}$ primește cheia publică pk;
- Adică $\mathcal{A}$ primește acces *gratuit* la un oracol de criptare, ceea ce înseamnă că el poate calcula $Enc_{pk}(m)$ pentru orice m;

Securitate pentru interceptare simplă

- Principala diferență față de definiția similară studiată la criptografia cu cheie secretă este că $\mathcal{A}$ primește cheia publică pk;
- Adică $\mathcal{A}$ primește acces *gratuit* la un oracol de criptare, ceea ce înseamnă că el poate calcula $Enc_{pk}(m)$ pentru orice m;
- Prin urmare, definiția este echivalentă cu cea pentru securitate CPA (nu mai este necesar oracolul de criptare pentru că $\mathcal{A}$ își poate cripta singur mesajele);

Securitate pentru interceptare simplă

- Principala diferență față de definiția similară studiată la criptografia cu cheie secretă este că $\mathcal{A}$ primește cheia publică pk;
- Adică $\mathcal{A}$ primește acces *gratuit* la un oracol de criptare, ceea ce înseamnă că el poate calcula $Enc_{pk}(m)$ pentru orice m;
- Prin urmare, definiția este echivalentă cu cea pentru securitate CPA (nu mai este necesar oracolul de criptare pentru că $\mathcal{A}$ își poate cripta singur mesajele);
- Reamintim că în criptografia simetrică există scheme indistinctibil sigure dar care nu sunt CPA-sigure .

Insecuritatea schemelor deterministe

- După cum am văzut la criptografia simetrică, nici o schemă deterministă nu poate fi CPA sigură;

Insecuritatea schemelor deterministe

- După cum am văzut la criptografia simetrică, nici o schemă deterministă nu poate fi CPA sigură;
- Datorită echivalenței între noțiunile de securitate CPA și indistinctibilitate pentru interceptare simplă (în criptografia asimetrică) concluzionăm că:

Teoremă

Nici o schemă de criptare cu cheie publică deterministă nu poate fi semantic sigură pentru interceptarea simplă.

Securitate CCA

- Noţiunea de securitate CCA rămâne identică cu cea de la sistemele simetrice;

Securitate CCA

- Noțiunea de securitate CCA rămâne identică cu cea de la sistemele simetrice;
- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de decriptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;

Securitate CCA

- Noțiunea de securitate CCA rămâne identică cu cea de la sistemele simetrice;
- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de decriptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;
- Adversarul poate transmite către oracolul de decriptare *anumite* mesaje c și primește înapoi mesajul clar corespunzător;

Securitate CCA

- Noțiunea de securitate CCA rămâne identică cu cea de la sistemele simetrice;
- Capabilitățile adversarului: el poate interacționa cu un **oracol de decriptare**, fiind un adversar *activ* care poate rula atacuri în timp polinomial;
- Adversarul poate transmite către oracolul de decriptare *anumite* mesaje c și primește înapoi mesajul clar corespunzător;
- Ca și în cazul securității CPA, adversarul nu mai necesită acces la oracolul de criptare pentru că deține cheia publică pk și poate realiza singur criptarea oricărui mesaj m.

Important de reținut!

- În criptografia cu cheie publică:
  - NU există securitate perfectă
  - indistinctibilitate = securitate CPA

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 9.1 -
Criptare hibridă

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Criptarea hibridă

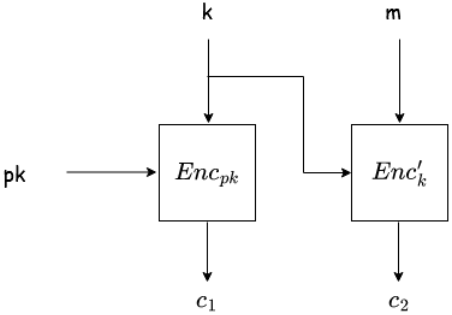
- Criptarea cu cheie secretă este mult mai rapidă decat criptarea cu cheie publică

Criptarea hibridă

- Criptarea cu cheie secretă este mult mai rapidă decat criptarea cu cheie publică
- Pentru mesajele care sunt suficient de lungi, se folosește criptare cu cheie secretă în tandem cu criptarea cu cheie publică;

Criptarea hibridă

- Rezultatul acestei combinații se numește criptare hibridă și este folosită extensiv în practică;



Criptare hibridă

- Pentru criptarea unui mesaj m, se urmează doi pași:

Criptare hibridă

- Pentru criptarea unui mesaj m, se urmează doi pași:

1. Expeditorul alege aleator o cheie k pe care o criptează folosind cheia publică a destinatarului, rezultând $c_1 = Enc_{pk}(k)$;
   Numai destinatarul va putea decripta k, ea rămânând secretă pentru un adversar;

Criptare hibridă

- Pentru criptarea unui mesaj m, se urmează doi pași:

1. Expeditorul alege aleator o cheie k pe care o criptează folosind cheia publică a destinatarului, rezultând $c_1 = Enc_{pk}(k)$; Numai destinatarul va putea decripta k, ea rămânând secretă pentru un adversar;

2. Expeditorul criptează m folosind o schemă de criptare cu cheie secretă (Enc', Dec') cu cheia k, rezultând $c_2 = Enc'_k(m)$;

Criptare hibridă

- Pentru criptarea unui mesaj m, se urmează doi pași:

1. Expeditorul alege aleator o cheie k pe care o criptează folosind cheia publică a destinatarului, rezultând $c_1 = Enc_{pk}(k)$;
   Numai destinatarul va putea decripta k, ea rămânând secretă pentru un adversar;

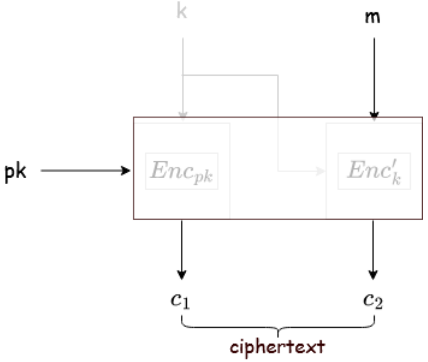
2. Expeditorul criptează m folosind o schemă de criptare cu cheie secretă (Enc', Dec') cu cheia k, rezultând $c_2 = Enc'_k(m)$;

- Mesajul criptat este $c = (c_1, c_2)$;

Criptare hibridă

Criptare hibridă

- Construcția este o schemă de criptare asimetrică (cele două părți nu partajează o cheie secretă în avans).



Securitate

Teoremă

Dacă Π *este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură iar* Π' *este o schemă de criptare cu cheie secretă sigură semantic, atunci construcția hibridă* Π^{hyb} *este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură.*

Securitate

Teoremă

Dacă Π *este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură iar* Π' *este o schemă de criptare cu cheie secretă sigură semantic, atunci construcția hibridă* Π^{hyb} *este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură.*

- Este suficient ca Π' să satisfacă noțiunea mai slabă de securitate semantică (care nu implică securitate CPA)...

Securitate

Teoremă

Dacă Π *este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură iar* Π' *este o schemă de criptare cu cheie secretă sigură semantic, atunci construcția hibridă* Π^{hyb} *este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură.*

- Este suficient ca Π' să satisfacă noțiunea mai slabă de securitate semantică (care nu implică securitate CPA)...
- ...deoarece cheia secretă k este una "nouă" și aleasă aleator de fiecare dată când se criptează un mesaj;

Securitate

Teoremă

Dacă Π este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură iar Π' este o schemă de criptare cu cheie secretă sigură semantic, atunci construcția hibridă Π^{hyb} este o schemă de criptare cu cheie publică CPA-sigură.

- Este suficient ca Π' să satisfacă noțiunea mai slabă de securitate semantică (care nu implică securitate CPA)...
- ...deoarece cheia secretă k este una "nouă" și aleasă aleator de fiecare dată când se criptează un mesaj;
- Cum o cheie k este folosită o singură dată, e suficientă noțiunea de securitate la interceptare simplă pentru securitatea schemei hibride.

Important de reținut!

- Pentru criptarea mesajelor lungi, în practică se folosește criptarea hibridă
- Aceasta îmbină avantajele criptării simetrice și criptării asimetrice

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 9.2 -
RSA

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Funcții one-way

- Reprezinta o primitiva criptografica minima, necesara si suficienta pentru criptarea cu cheie secreta dar si pentru codurile de autentificare a mesajelor
- O functie f one-way este usor de calculat si dificil de inversat

Definiție

O funcție $f : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ este one-way dacă următoarele două condiții sunt îndeplinite:

1. *$\mathbb{U}$șor de calculat: Exista un algoritm polinomial pentru calculul lui f*
2. *$\mathbb{D}$ificil de inversat: Pentru orice algoritm polinomial $\mathcal{A}$, exista o functie neglijabila negl asa incat*

$$Pr[Invert_{\mathcal{A},f}(n) = 1] \leq negl(n)$$

Functii one-way

- Problema factorizarii numerelor mari in produs de doua numere prime de aceeasi lungime este one-way ...

Functii one-way

- Problema factorizarii numerelor mari in produs de doua numere prime de aceeasi lungime este one-way ...
- ... însa nu poate fi folosita direct pentru criptografie

Functii one-way

- Problema factorizarii numerelor mari in produs de doua numere prime de aceeasi lungime este one-way ...
- ... însa nu poate fi folosita direct pentru criptografie
- In schimb, introducem o problema apropiata de problema factorizarii pe baza careia putem construi sisteme de criptare

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Dacă se cunoaște factorizarea lui N, atunci $\phi(N)$ este ușor de calculat

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Dacă se cunoaște factorizarea lui N, atunci $\phi(N)$ este ușor de calculat
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = \bmod N = (x^d)^e$

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Dacă se cunoaște factorizarea lui N, atunci $\phi(N)$ este ușor de calculat
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = \bmod N = (x^d)^e$
- x^d se numeste radacina de ordin e a lui x modulo N

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Dacă se cunoaște factorizarea lui N, atunci $\phi(N)$ este ușor de calculat
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = \bmod N = (x^d)^e$
- x^d se numeste radacina de ordin e a lui x modulo N
- Dacă p și q se cunosc, atunci putem calcula $\phi(N)$ și $d = e^{-1}$ mod $\phi(N)$

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Dacă se cunoaște factorizarea lui N, atunci $\phi(N)$ este ușor de calculat
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = \bmod N = (x^d)^e$
- x^d se numeste radacina de ordin e a lui x modulo N
- Dacă p și q se cunosc, atunci putem calcula $\phi(N)$ și $d = e^{-1} \bmod \phi(N)$
- Daca p și q nu se cunosc

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Dacă se cunoaște factorizarea lui N, atunci $\phi(N)$ este ușor de calculat
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = \bmod N = (x^d)^e$
- x^d se numeste radacina de ordin e a lui x modulo N
- Dacă p și q se cunosc, atunci putem calcula $\phi(N)$ și $d = e^{-1} \bmod \phi(N)$
- Daca p și q nu se cunosc
  - calculul lui $\phi(N)$ este la fel de dificil precum factorizarea lui N

Problema RSA

- Problema RSA se bazează pe dificultatea factorizării numerelor mari: $N = p \cdot q$, p și q prime;
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Dacă se cunoaște factorizarea lui N, atunci $\phi(N)$ este ușor de calculat
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = \bmod N = (x^d)^e$
- x^d se numeste radacina de ordin e a lui x modulo N
- Dacă p și q se cunosc, atunci putem calcula $\phi(N)$ și $d = e^{-1}$ mod $\phi(N)$
- Daca p și q nu se cunosc
  - calculul lui $\phi(N)$ este la fel de dificil precum factorizarea lui N
  - calculul lui d este la fel de dificil precum factorizarea lui N

Experimentul RSA $RSA - inv_{\mathcal{A},GenRSA(n)}$

- Consideram algoritmul $\mathrm{GenRSA}(1^n)$ care are ca output (N, e, d) unde $ed = 1 \bmod \phi(N)$

Experimentul RSA $RSA - inv_{\mathcal{A},GenRSA(n)}$

- Consideram algoritmul $\mathrm{GenRSA}(1^n)$ care are ca output (N, e, d) unde $ed = 1 \bmod \phi(N)$
- Considerăm experimentul RSA pentru un algoritm $\mathcal{A}$ și un parametru n.
  1. Execută GenRSA și obține (N, e, d);

Experimentul RSA $RSA - inv_{\mathcal{A},GenRSA(n)}$

- Consideram algoritmul $\mathrm{GenRSA}(1^n)$ care are ca output (N, e, d) unde $ed = 1 \bmod \phi(N)$
- Considerăm experimentul RSA pentru un algoritm $\mathcal{A}$ și un parametru n.
  1. Execută GenRSA și obține (N, e, d);
  2. Alege $y \leftarrow \mathbb{Z}_N^*$;

Experimentul RSA $RSA - inv_{\mathcal{A},GenRSA(n)}$

- Consideram algoritmul $\mathrm{GenRSA}(1^n)$ care are ca output (N, e, d) unde $ed = 1 \bmod \phi(N)$
- Considerăm experimentul RSA pentru un algoritm $\mathcal{A}$ și un parametru n.
  1. Execută GenRSA și obține (N, e, d);
  2. Alege $y \leftarrow \mathbb{Z}_N^*$;
  3. $\mathcal{A}$ primește N, e, y și întoarce $x \in \mathbb{Z}_N^*$;

Experimentul RSA $RSA - inv_{\mathcal{A},GenRSA(n)}$

- Consideram algoritmul $\mathrm{GenRSA}(1^n)$ care are ca output (N, e, d) unde $ed = 1 \bmod \phi(N)$
- Considerăm experimentul RSA pentru un algoritm $\mathcal{A}$ și un parametru n.
  1. Execută GenRSA și obține (N, e, d);
  2. Alege $y \leftarrow \mathbb{Z}_N^*$;
  3. $\mathcal{A}$ primește N, e, y și întoarce $x \in \mathbb{Z}_N^*$;
  4. Output-ul experimentului este 1 dacă $x^e = y \bmod N$ și 0 altfel.

Definiție

Spunem că problema RSA este dificilă cu privire la GenRSA dacă pentru orice algoritm PPT $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[RSA - inv_{\mathcal{A},GenRSA(n)} = 1] \leq negl(n)$$

GenRSA

- Prezumpția RSA este că există un algoritm GenRSA pentru care problema RSA este dificilă;
- Un algoritm GenRSA poate fi construit pe baza unui număr compus împreună cu factorizarea lui;

Algorithm 1 GenRSA

Input: n

Output: N, e, d

1: **genereaza** p și q prime pe n-biti; $N = p \cdot q$

2: $\phi(N) = (p-1)(q-1)$

3: **gasește** e a.î. $gcd(e, \phi(N)) = 1$

4: **calculează** $d := e^{-1} \bmod \phi(N)$

5: **return** N, e, d

GenRSA

- Valoarea lui e aleasa pare ca nu afecteaza dificultatea problemei RSA

GenRSA

- Valoarea lui e aleasa pare ca nu afecteaza dificultatea problemei RSA
- în practică se folosește $e = 3$ sau $e = 16$ pentru exponențiere eficientă
- Daca N este usor de factorizat, atunci problema RSA este usoara
- Pentru ca problema RSA să poată fie dificilă, trebuie ca N-ul ales în GenRSA să fie dificil de factorizat în produs de două numere prime;
- Nu se cunoaște nici o dovadă că nu există o altă metodă de a rezolva problema RSA care să nu implice calculul lui $\phi(N)$ sau al lui d.

Exemplu

- Presupunem $(N, p, q) = (143, 11, 13)$. Atunci $\phi(N) = 120$.
- Alegem e asa incat $gcd(e, \phi(N)) = 1$, fie $e = 7$.
- Calculăm $d = e^{-1} \bmod \phi(N)$ si obtinem $d = 103$. Deci output-ul algoritmului GenRSA este (143,7,103).

Textbook RSA

- Definim sistemul de criptare *Textbook RSA* pe baza problemei prezentată anterior;
  1. Se rulează GenRSA pentru a determina N, e, d.
     - Cheia publică este: $pk = (N, e)$;
     - Cheia privată este $sk = d$;
  2. **Enc**: dată o cheie publică (N, e) și un mesaj $m \in \mathbb{Z}_N$, întoarce $c = m^e \mod N$;
  3. **Dec**: dată o cheie secretă (N, d) și un mesaj criptat $c \in \mathbb{Z}_N$, întoarce $m = c^d \mod N$.
- Sistemul de criptare este corect pentru ca $\mathbf{Dec}_{sk}(\mathbf{Enc}_{pk}(m)) = m$ astfel: $(m^e)^d \bmod N = m^{ed \bmod \Phi(N)} \bmod N = m^1 \bmod N = m$

Securitate - Problema 1

Problema 1: **Determinismul**

- **Întrebare**: Este Textbook RSA CPA-sigur sau CCA-sigur?
- **Răspuns**: NU! Sistemul este determinist, deci nu poate rezista definițiilor de securitate!

Securitate - Problema 2

Problema 2: **Utilizarea multiplă a modulului**

- Cunoscând e, d, N cu $(e, \phi(N)) = 1$ se poate determina eficient factorizarea lui N;

Securitate - Problema 2

Problema 2: **Utilizarea multiplă a modulului**

- Cunoscând e, d, N cu $(e, \phi(N)) = 1$ se poate determina eficient factorizarea lui N;
- **Întrebare**: Este corect să se utilizeze mai multe perechi de chei care folosesc același modul?

Securitate - Problema 2

Problema 2: **Utilizarea multiplă a modulului**

- Cunoscând e, d, N cu $(e, \phi(N)) = 1$ se poate determina eficient factorizarea lui N;
- **Întrebare**: Este corect să se utilizeze mai multe perechi de chei care folosesc același modul?
- **Răspuns**: NU! Fie 2 perechi de chei:

$$pk_1 = (N, e_1);\ sk_1 = (N, d_1)$$
$$pk_2 = (N, e_2);\ sk_2 = (N, d_2)$$

- Posesorul perechii (pk_1, sk_1) factorizează N, apoi determină $d_2 = e_2^{-1} \mod \phi(N)$.

Important de reținut!

- RSA este cel mai cunoscut și mai utilizat algoritm cu cheie publică;
- Textbook RSA NU trebuie utilizat!

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 9.3 -
PKCS

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;
- Introducem în acest sens Padded RSA;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;
- Introducem în acest sens Padded RSA;
- Ideea este să se adauge un număr aleator (*pad*) la mesajul clar înainte de criptare;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;
- Introducem în acest sens Padded RSA;
- Ideea este să se adauge un număr aleator (*pad*) la mesajul clar înainte de criptare;
- Notăm în continuare cu n parametrul de securitate (conform GenRSA).

Padded RSA

1. Se rulează GenRSA pentru a determina N, e, d.
   - Cheia publică este: (N, e);
   - Cheia privată este (N, d);

2. **Enc**: dată o cheie publică (N, e) și un mesaj $m \in \{0,1\}^{l(n)}$, alege $r \xleftarrow{R} \{0,1\}^{|N|-l(n)-1}$, interpretează $r||m$ ca un element în $\mathbb{Z}_N$ și întoarce $c = (r||m)^e \mod N$;

3. **Dec**: dată o cheie secretă (N, d) și un mesaj criptat $c \in \mathbb{Z}_N$, calculează $c^d \mod N$ și întoarce ultimii $l(n)$ biți.

Padded RSA

- Pentru $l(n)$ foarte mare, atunci este posibil un atac prin forță brută care verifică toate valorile posibile pentru r;

Padded RSA

- Pentru $l(n)$ foarte mare, atunci este posibil un atac prin forță brută care verifică toate valorile posibile pentru r;
- Pentru $l(n)$ mic se obține securitate CPA:

Padded RSA

- Pentru $l(n)$ foarte mare, atunci este posibil un atac prin forță brută care verifică toate valorile posibile pentru r;
- Pentru $l(n)$ mic se obține securitate CPA:

Teoremă

Dacă problema RSA este dificilă, atunci Padded RSA cu $l(n) = O(\log n)$ este CPA-sigură.

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;
- PKCS = Public-Key Cryptography Standard;

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;
- PKCS = Public-Key Cryptography Standard;
- Folosește Padded RSA;

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;
- PKCS = Public-Key Cryptography Standard;
- Folosește Padded RSA;
- Utilizat în HTTPS, SSL/TLS, XML Encryption.

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;
- Mesajele m care se criptează se consideră multiplii de 8 biți, de maxim $k - 11$ bytes;

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;
- Mesajele m care se criptează se consideră multiplii de 8 biți, de maxim $k - 11$ bytes;
- Criptarea se realizează astfel:

$$(00000000||00000010||r||00000000||m)^e \mod N$$

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;
- Mesajele m care se criptează se consideră multiplii de 8 biți, de maxim $k - 11$ bytes;
- Criptarea se realizează astfel:

$$(00000000||00000010||r||00000000||m)^e \mod N$$

- r este ales aleator, pe $k - D - 3$ bytes nenuli, unde D este lungimea lui m în bytes;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt $\mathbf{02}$;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt $\mathbf{02}$;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt $\mathbf{02}$;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;
- Răspunsul serverului indică adversarului dacă c' este valid (i.e. începe cu $\mathbf{02}$);

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt $\mathbf{02}$;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;
- Răspunsul serverului indică adversarului dacă c' este valid (i.e. începe cu $\mathbf{02}$);
- Adversarul folosește răspunsul primit pentru a determina informații despre m;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;
- Răspunsul serverului indică adversarului dacă c' este valid (i.e. începe cu **02**);
- Adversarul folosește răspunsul primit pentru a determina informații despre m;
- Repetă atacul până determină mesajul m.

OAEP

- octombrie 1998 - Laboratoarele RSA introduc un nou standard PKCS demonstrat CCA-sigur...

OAEP

- octombrie 1998 - Laboratoarele RSA introduc un nou standard PKCS demonstrat CCA-sigur...
- ...în modelul $\mathcal{ROM}$ (Random Oracle Model);

OAEP

- octombrie 1998 - Laboratoarele RSA introduc un nou standard PKCS demonstrat CCA-sigur...
- ...în modelul $\mathcal{ROM}$ (Random Oracle Model);
- Este vorba despre PKCS $\#1$ v2.0 sau OAEP $=$ Optimal Asymmetric Encryption Standard;

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;
- Notăm $m' = OAEP(m, r)$, unde r este o secvență aleatoare (de lungime n);

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;
- Notăm $m' = OAEP(m, r)$, unde r este o secvență aleatoare (de lungime n);
- RSA-OAEP criptează $m \in \{0, 1\}^{n/2}$ folosind cheia publică (N, e) ca:

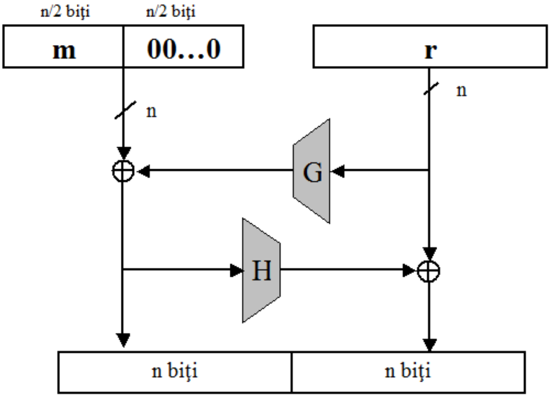
$$(OAEP(m, r))^e \mod N$$

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;
- Notăm $m' = OAEP(m, r)$, unde r este o secvență aleatoare (de lungime n);
- RSA-OAEP criptează $m \in \{0, 1\}^{n/2}$ folosind cheia publică (N, e) ca:
$$(OAEP(m, r))^e \mod N$$
- RSA-OEAP decriptează c folosind cheia secretă (N, d) ca:
$$(m, r) = OAEP^{-1}(c^d \mod N)$$

OAEP

- OAEP este definit astfel:



Notații

- $G, H =$ funcții hash
- $m \in \{0,1\}^{n/2}$ mesajul
- $r \leftarrow^{R} \{0,1\}^n$
- se obține $OAEP(m, r)$ pe $2n$ biți

Important de reținut!

- Utilizarea RSA în practică:
  PKCS #1 v1.5 și PKCS #1 v2.0 (OAEP)

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 10.1 -
PKCS

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Textbook RSA

- Definim sistemul de criptare *Textbook RSA* pe baza problemei prezentată anterior;
  1. Se rulează GenRSA pentru a determina N, e, d.
     - Cheia publică este: $pk = (N, e)$;
     - Cheia privată este $sk = d$;
  2. **Enc**: dată o cheie publică (N, e) și un mesaj $m \in \mathbb{Z}_N$, întoarce $c = m^e \mod N$;
  3. **Dec**: dată o cheie secretă (N, d) și un mesaj criptat $c \in \mathbb{Z}_N$, întoarce $m = c^d \mod N$.
- Sistemul de criptare este corect pentru ca $\mathbf{Dec}_{sk}(\mathbf{Enc}_{pk}(m)) = m$ astfel: $(m^e)^d \bmod N = m^{ed \bmod \Phi(N)} \bmod N = m^1 \bmod N = m$

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;
- Introducem în acest sens Padded RSA;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;
- Introducem în acest sens Padded RSA;
- Ideea este să se adauge un număr aleator (*pad*) la mesajul clar înainte de criptare;

Padded RSA

- Am văzut că Textbook RSA este nesigur;
- Eliminăm una dintre problemele principale, aceea este că sistemul este determinist;
- Introducem în acest sens Padded RSA;
- Ideea este să se adauge un număr aleator (*pad*) la mesajul clar înainte de criptare;
- Notăm în continuare cu n parametrul de securitate (conform GenRSA).

Padded RSA

1. Se rulează GenRSA pentru a determina N, e, d.
   - Cheia publică este: (N, e);
   - Cheia privată este (N, d);

2. **Enc**: dată o cheie publică (N, e) și un mesaj $m \in \{0,1\}^{l(n)}$, alege $r \xleftarrow{R} \{0,1\}^{|N|-l(n)-1}$, interpretează $r||m$ ca un element în $\mathbb{Z}_N$ și întoarce $c = (r||m)^e \mod N$;

3. **Dec**: dată o cheie secretă (N, d) și un mesaj criptat $c \in \mathbb{Z}_N$, calculează $c^d \mod N$ și întoarce ultimii $l(n)$ biți.

Padded RSA

- Pentru $l(n)$ foarte mare, atunci este posibil un atac prin forță brută care verifică toate valorile posibile pentru r;

Padded RSA

- Pentru $l(n)$ foarte mare, atunci este posibil un atac prin forță brută care verifică toate valorile posibile pentru r;
- Pentru $l(n)$ mic se obține securitate CPA:

Padded RSA

- Pentru $l(n)$ foarte mare, atunci este posibil un atac prin forță brută care verifică toate valorile posibile pentru r;
- Pentru $l(n)$ mic se obține securitate CPA:

Teoremă

Dacă problema RSA este dificilă, atunci Padded RSA cu $l(n) = O(\log n)$ este CPA-sigură.

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;
- PKCS = Public-Key Cryptography Standard;

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;
- PKCS = Public-Key Cryptography Standard;
- Folosește Padded RSA;

PKCS #1 v1.5

- martie 1998 - Laboratoarele RSA introduc PKCS #1 v1.5;
- PKCS = Public-Key Cryptography Standard;
- Folosește Padded RSA;
- Utilizat în HTTPS, SSL/TLS, XML Encryption.

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;
- Mesajele m care se criptează se consideră multiplii de 8 biți, de maxim $k - 11$ bytes;

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;
- Mesajele m care se criptează se consideră multiplii de 8 biți, de maxim $k - 11$ bytes;
- Criptarea se realizează astfel:

$$(00000000||00000010||r||00000000||m)^e \mod N$$

PKCS #1 v1.5

- Notăm k lungimea modulului N în bytes: $2^{8(k-1)} \leq N < 2^{8k}$;
- Mesajele m care se criptează se consideră multiplii de 8 biți, de maxim $k - 11$ bytes;
- Criptarea se realizează astfel:

$$(00000000||00000010||r||00000000||m)^e \mod N$$

- r este ales aleator, pe $k - D - 3$ bytes nenuli, unde D este lungimea lui m în bytes;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;
- Răspunsul serverului indică adversarului dacă c' este valid (i.e. începe cu **02**);

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;
- Răspunsul serverului indică adversarului dacă c' este valid (i.e. începe cu **02**);
- Adversarul folosește răspunsul primit pentru a determina informații despre m;

Securitatea PKCS #1 v1.5

- Se crede că este CPA-sigur, dar acest lucru nu este demonstrat;
- Cu siguranță însă nu este CCA-sigur;
- În 1998, D.Bleichenbacher publică un atac care bazându-se pe faptul că serverul web (HTTPS) întoarce eroare dacă primii 2 octeți nu sunt **02**;
- Scopul adversarului este să decripteze un text c;
- Adversarul transmite către server $c' = r^e \cdot c \mod N$;
- Răspunsul serverului indică adversarului dacă c' este valid (i.e. începe cu **02**);
- Adversarul folosește răspunsul primit pentru a determina informații despre m;
- Repetă atacul până determină mesajul m.

OAEP

- octombrie 1998 - Laboratoarele RSA introduc un nou standard PKCS demonstrat CCA-sigur...

OAEP

- octombrie 1998 - Laboratoarele RSA introduc un nou standard PKCS demonstrat CCA-sigur...
- ...în modelul $\mathcal{ROM}$ (Random Oracle Model);

OAEP

- octombrie 1998 - Laboratoarele RSA introduc un nou standard PKCS demonstrat CCA-sigur...
- ...în modelul $\mathcal{ROM}$ (Random Oracle Model);
- Este vorba despre PKCS #1 v2.0 sau OAEP = Optimal Asymmetric Encryption Standard;

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;
- Notăm $m' = OAEP(m, r)$, unde r este o secvență aleatoare (de lungime n);

OAEP

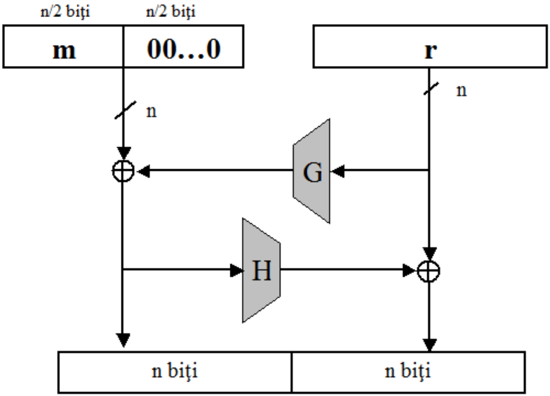
- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;
- Notăm $m' = OAEP(m, r)$, unde r este o secvență aleatoare (de lungime n);
- RSA-OAEP criptează $m \in \{0,1\}^{n/2}$ folosind cheia publică (N, e) ca:
$$(OAEP(m,r))^e \mod N$$

OAEP

- OAEP este de fapt o modalitate de padding;
- OAEP este o metodă **nedeterministă** și **inversabilă** care transformă un mesaj m de lungime $n/2$ într-o secvență m' de lungime $2n$;
- Notăm $m' = OAEP(m, r)$, unde r este o secvență aleatoare (de lungime n);
- RSA-OAEP criptează $m \in \{0, 1\}^{n/2}$ folosind cheia publică (N, e) ca:
$$(OAEP(m, r))^e \mod N$$
- RSA-OEAP decriptează c folosind cheia secretă (N, d) ca:
$$(m, r) = OAEP^{-1}(c^d \mod N)$$

OAEP

- OAEP este definit astfel:



Notații

- $G, H =$ funcții hash
- $m \in \{0,1\}^{n/2}$ mesajul
- $r \leftarrow^{R} \{0,1\}^{n}$
- se obține $OAEP(m, r)$ pe $2n$ biți

Important de reținut!

- Utilizarea RSA în practică:
  PKCS #1 v1.5 și PKCS #1 v2.0 (OAEP)

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 10.2 -
Problema logaritmului discret

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Reamintim PLD:

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Reamintim PLD:
- Fie $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este generatorul lui $\mathbb{G}$.

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Reamintim PLD:
- Fie $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este generatorul lui $\mathbb{G}$.
- Pentru fiecare $h \in \mathbb{G}$ există un unic $x \in \mathbb{Z}_q$ a.î. $g^x = h$.

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Reamintim PLD:
- Fie $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este generatorul lui $\mathbb{G}$.
- Pentru fiecare $h \in \mathbb{G}$ există un unic $x \in \mathbb{Z}_q$ a.î. $g^x = h$.
- PLD cere găsirea lui x știind $\mathbb{G}, q, g, h$; notăm $x = \log_g h$;

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Reamintim PLD:
- Fie $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q (cu $|q| = n$) iar g este generatorul lui $\mathbb{G}$.
- Pentru fiecare $h \in \mathbb{G}$ există un unic $x \in \mathbb{Z}_q$ a.î. $g^x = h$.
- PLD cere găsirea lui x știind $\mathbb{G}, q, g, h$; notăm $x = \log_g h$;
- Atenție! Atunci când $g^{x'} = h$ pentru un x' arbitrar (deci NU neapărat $x \in \mathbb{Z}_q$), notăm $log_g h = [x' \bmod q]$

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Problema PLD se poate rezolva, desigur, prin forță brută, calculând pe rând toate puterile x ale lui g până când se găsește una potrivită pentru care $g^x = h$;

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Problema PLD se poate rezolva, desigur, prin forță brută, calculând pe rând toate puterile x ale lui g până când se găsește una potrivită pentru care $g^x = h$;

- Complexitatea timp este $\mathcal{O}(q)$ iar complexitatea spațiu este $\mathcal{O}(1)$;

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Problema PLD se poate rezolva, desigur, prin forță brută, calculând pe rând toate puterile x ale lui g până când se găsește una potrivită pentru care $g^x = h$;
- Complexitatea timp este $\mathcal{O}(q)$ iar complexitatea spațiu este $\mathcal{O}(1)$;
- Dacă se precalculează toate valorile (x, g^x), căutarea se face în timp $\mathcal{O}(1)$ și spațiu $\mathcal{O}(q)$;

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Problema PLD se poate rezolva, desigur, prin forță brută, calculând pe rând toate puterile x ale lui g până când se găsește una potrivită pentru care $g^x = h$;
- Complexitatea timp este $\mathcal{O}(q)$ iar complexitatea spațiu este $\mathcal{O}(1)$;
- Dacă se precalculează toate valorile (x, g^x), căutarea se face în timp $\mathcal{O}(1)$ și spațiu $\mathcal{O}(q)$;
- Sunt de interes algoritmii care pot obține un timp mai bun la rulare decât forța brută, realizând un compromis spațiu-timp.

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Se cunosc mai mulți astfel de algoritmi împărțiți în două categorii:

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Se cunosc mai mulți astfel de algoritmi împărțiți în două categorii:
  - algoritmi *generici* care funcționează în grupuri arbitrare (i.e. orice grupuri ciclice);

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Se cunosc mai mulți astfel de algoritmi împărțiți în două categorii:
  - algoritmi *generici* care funcționează în grupuri arbitrare (i.e. orice grupuri ciclice);
  - algoritmi *non-generici* care lucrează în grupuri *specifice* - exploatează proprietăți speciale ale anumitor grupuri

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Se cunosc mai mulți astfel de algoritmi împărțiți în două categorii:
  - algoritmi *generici* care funcționează în grupuri arbitrare (i.e. orice grupuri ciclice);
  - algoritmi *non-generici* care lucrează în grupuri *specifice* - exploatează proprietăți speciale ale anumitor grupuri
- Dintre algoritmii generici enumerăm:

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Se cunosc mai mulți astfel de algoritmi împărțiți în două categorii:
  - algoritmi *generici* care funcționează în grupuri arbitrare (i.e. orice grupuri ciclice);
  - algoritmi *non-generici* care lucrează în grupuri *specifice* - exploatează proprietăți speciale ale anumitor grupuri

- Dintre algoritmii generici enumerăm:

- Metoda **Baby-step/giant-step**, datorată lui Shanks, calculează logaritmul discret într-un grup de ordin q în timp $\mathcal{O}(\sqrt{q} \cdot (\log q)^c)$;

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Se cunosc mai mulți astfel de algoritmi împărțiți în două categorii:
  - algoritmi *generici* care funcționează în grupuri arbitrare (i.e. orice grupuri ciclice);
  - algoritmi *non-generici* care lucrează în grupuri *specifice* - exploatează proprietăți speciale ale anumitor grupuri

- Dintre algoritmii generici enumerăm:

- Metoda **Baby-step/giant-step**, datorată lui Shanks, calculează logaritmul discret într-un grup de ordin q în timp $\mathcal{O}(\sqrt{q} \cdot (\log q)^c)$;

- pentru $g \in mathbbG$ generator, elementele lui $\mathbb{G}$ sunt

$$1 = g^0, g^1, g^2, ..., g^{q-1}, g^q = 1$$

Algoritmi pentru calculul logaritmului discret

- Se cunosc mai mulți astfel de algoritmi împărțiți în două categorii:
  - algoritmi *generici* care funcționează în grupuri arbitrare (i.e. orice grupuri ciclice);
  - algoritmi *non-generici* care lucrează în grupuri *specifice* - exploatează proprietăți speciale ale anumitor grupuri

- Dintre algoritmii generici enumerăm:

- Metoda **Baby-step/giant-step**, datorată lui Shanks, calculează logaritmul discret într-un grup de ordin q în timp $\mathcal{O}(\sqrt{q} \cdot (\log q)^c)$;

- pentru $g \in mathbbG$ generator, elementele lui $\mathbb{G}$ sunt

$$1 = g^0, g^1, g^2, ..., g^{q-1}, g^q = 1$$

- știm că $h = g^x$ se află între aceste valori

Metoda Baby-step/giant-step

Metoda Baby-step/giant-step

- marcam și memorăm anumite puncte din grup, aflate la distanța $t = \lfloor \sqrt{q} \rfloor$ (*giant-steps*)

$$g^0, g^t, g^{2t}, ..., g^{\lfloor q/t \rfloor \cdot t}$$

Metoda Baby-step/giant-step

- marcam și memorăm anumite puncte din grup, aflate la distanța $t = \lfloor \sqrt{q} \rfloor$ (*giant-steps*)

$$g^0, g^t, g^{2t}, ..., g^{\lfloor q/t \rfloor \cdot t}$$

- știm că $h = g^x$ se află în unul din aceste intervale

Metoda Baby-step/giant-step

- marcam și memorăm anumite puncte din grup, aflate la distanța $t = \lfloor \sqrt{q} \rfloor$ (*giant-steps*)

$$g^0, g^t, g^{2t}, ..., g^{\lfloor q/t \rfloor \cdot t}$$

- știm că $h = g^x$ se află în unul din aceste intervale

- calculand, cu *baby-steps*, valorile

$$h \cdot g^1, h \cdot g^2, ..., h \cdot g^t$$

Metoda Baby-step/giant-step

- marcam și memorăm anumite puncte din grup, aflate la distanța $t = \lfloor \sqrt{q} \rfloor$ (*giant-steps*)

$$g^0, g^t, g^{2t}, ..., g^{\lfloor q/t \rfloor \cdot t}$$

- știm că $h = g^x$ se află în unul din aceste intervale
- calculand, cu *baby-steps*, valorile

$$h \cdot g^1, h \cdot g^2, ..., h \cdot g^t$$

- una din ele va fi egala cu unul din punctele marcate i.e. $h \cdot g^i = g^{k \cdot t}$

Metoda Baby-step/giant-step

- marcam și memorăm anumite puncte din grup, aflate la distanța $t = \lfloor \sqrt{q} \rfloor$ (*giant-steps*)

$$g^0, g^t, g^{2t}, ..., g^{\lfloor q/t \rfloor \cdot t}$$

- știm că $h = g^x$ se află în unul din aceste intervale
- calculand, cu *baby-steps*, valorile

$$h \cdot g^1, h \cdot g^2, ..., h \cdot g^t$$

- una din ele va fi egala cu unul din punctele marcate i.e. $h \cdot g^i = g^{k \cdot t}$
- Complexitatea timp este $\mathcal{O}(\sqrt{q} \cdot polylog(q))$ iar complexitatea spațiu este $\mathcal{O}(\sqrt{q})$

Algoritmi generici pentru calculul logaritmului discret

- Metoda Baby-Step/Giant-Step este optimă ca timp de rulare, însă există alți algoritmi mai eficienți d.p.d.v. al complexității spațiu;

Algoritmi generici pentru calculul logaritmului discret

- Metoda Baby-Step/Giant-Step este optimă ca timp de rulare, însă există alți algoritmi mai eficienți d.p.d.v. al complexității spațiu;
- Algoritmul Pohlig-Hellman poate fi folosit atunci când se cunoaște factorizarea ordinului q al grupului iar timpul de rulare depinde de factorii primi ai lui q;

Algoritmi generici pentru calculul logaritmului discret

- Metoda Baby-Step/Giant-Step este optimă ca timp de rulare, însă există alți algoritmi mai eficienți d.p.d.v. al complexității spațiu;
- Algoritmul Pohlig-Hellman poate fi folosit atunci când se cunoaște factorizarea ordinului q al grupului iar timpul de rulare depinde de factorii primi ai lui q;
- Pentru ca algoritmul să nu fie eficient, trebuie ca cel mai mare factor prim al lui q să fie de ordinul 2^{160}.

Algoritmi non-generici pentru calculul logaritmului discret

- Algoritmii non-generici sunt potențial mai puternici decât cei generici;

Algoritmi non-generici pentru calculul logaritmului discret

- Algoritmii non-generici sunt potențial mai puternici decât cei generici;
- Cel mai cunoscut algoritm pentru PLD în $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim este algoritmul GNFS (General Number Field Sieve) cu complexitate timp $2^{\mathcal{O}(n^{1/3}\cdot(\log n)^{2/3})}$ unde $|p| = \mathcal{O}(n)$;

Algoritmi non-generici pentru calculul logaritmului discret

- Algoritmii non-generici sunt potențial mai puternici decât cei generici;
- Cel mai cunoscut algoritm pentru PLD în $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim este algoritmul GNFS (General Number Field Sieve) cu complexitate timp $2^{\mathcal{O}(n^{1/3}\cdot(\log n)^{2/3})}$ unde $|p| = \mathcal{O}(n)$;
- Există și un alt algoritm non-generic numit *metoda de calcul a indicelui* care rezolvă DLP în grupuri ciclice $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim în timp sub-expoențial în lungimea lui p.

Algoritmi non-generici pentru calculul logaritmului discret

- Algoritmii non-generici sunt potențial mai puternici decât cei generici;
- Cel mai cunoscut algoritm pentru PLD în $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim este algoritmul GNFS (General Number Field Sieve) cu complexitate timp $2^{\mathcal{O}(n^{1/3} \cdot (\log n)^{2/3})}$ unde $|p| = \mathcal{O}(n)$;
- Există și un alt algoritm non-generic numit *metoda de calcul a indicelui* care rezolvă DLP în grupuri ciclice $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim în timp sub-expoențial în lungimea lui p.
- Această metodă seamănă cu algoritmul sitei pătratice pentru factorizare;

Important de reținut!

- Cel mai bun algoritm pentru DLP este sub-exponențial;
- Se pot construi funcții hash rezistente la coliziuni bazate pe dificultatea DLP;

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 10.3 -
Schimbul de chei Diffie-Hellman

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Primitive cu cheie publică

- Am văzut că bazele criptografiei cu cheie publică au fost puse de Diffie și Hellman în 1976 ...

Primitive cu cheie publică

- Am văzut că bazele criptografiei cu cheie publică au fost puse de Diffie și Hellman în 1976 ...
- ... când au introdus 3 primitive cu cheie publică diferite:
  1. **sisteme de criptare cu cheie publică**
  2. **semnături digitale**
  3. **schimb de chei**

Primitive cu cheie publică

- Am văzut că bazele criptografiei cu cheie publică au fost puse de Diffie și Hellman în 1976 ...
- ... când au introdus 3 primitive cu cheie publică diferite:
  1. **sisteme de criptare cu cheie publică**
  2. **semnături digitale**
  3. **schimb de chei**
- Deși au introdus 3 concepte diferite, Diffie și Hellman au introdus o singură construcție, pentru schimbul de chei.

Schimb de chei

- **Sistemele de criptare cu cheie publică** le-am studiat și le vom mai studia în detaliu;

Schimb de chei

- **Sistemele de criptare cu cheie publică** le-am studiat și le vom mai studia în detaliu;
- **Semnăturile digitale** sunt analogul MAC-urilor din criptografia simetrică (sau corespondentul digital unei semnături reale);

Schimb de chei

- **Sistemele de criptare cu cheie publică** le-am studiat și le vom mai studia în detaliu;
- **Semnăturile digitale** sunt analogul MAC-urilor din criptografia simetrică (sau corespondentul digital unei semnături reale);
- **Schimbul de chei** îl introducem pentru a facilita introducerea sistemelor de criptare bazate pe DLP.

Schimb de chei

- Un protocol de schimb de chei este un protocol prin care 2 persoane care nu partajează în prealabil nici un secret pot genera o cheie comună, secretă;

Schimb de chei

- Un protocol de schimb de chei este un protocol prin care 2 persoane care nu partajează în prealabil nici un secret pot genera o cheie comună, secretă;
- Comunicarea necesară pentru stabilirea cheii se realizează printr-un canal public!

Schimb de chei

- Un protocol de schimb de chei este un protocol prin care 2 persoane care nu partajează în prealabil nici un secret pot genera o cheie comună, secretă;
- Comunicarea necesară pentru stabilirea cheii se realizează printr-un canal public!
- Deci un adversar poate intercepta toate mesajele transmise pe canalul de comunicație, dar NU trebuie să afle nimic despre cheia secretă obținută în urma protocolului;

Schimb de chei

- Un protocol de schimb de chei este un protocol prin care 2 persoane care nu partajează în prealabil nici un secret pot genera o cheie comună, secretă;
- Comunicarea necesară pentru stabilirea cheii se realizează printr-un canal public!
- Deci un adversar poate intercepta toate mesajele transmise pe canalul de comunicație, dar NU trebuie să afle nimic despre cheia secretă obținută în urma protocolului;
- Protocoalele de schimb de chei reprezintă o primitivă fundamentală în criptografie;

Schimb de chei

- Un protocol de schimb de chei este un protocol prin care 2 persoane care nu partajează în prealabil nici un secret pot genera o cheie comună, secretă;
- Comunicarea necesară pentru stabilirea cheii se realizează printr-un canal public!
- Deci un adversar poate intercepta toate mesajele transmise pe canalul de comunicație, dar NU trebuie să afle nimic despre cheia secretă obținută în urma protocolului;
- Protocoalele de schimb de chei reprezintă o primitivă fundamentală în criptografie;
- În continuare, ne vom rezuma strict la schimbul de chei Diffie-Hellman.

Schimbul de chei Diffie-Hellman

Alice

Bob

$$\begin{array}{ccc}
\text{Alice} & & \text{Bob} \\
x \leftarrow \mathbb{Z}_q & \xrightarrow{\mathbb{G},\, q,\, g,\, h_1} & y \leftarrow \mathbb{Z}_q \\
h_1 := g^x & \xleftarrow{\quad h_2 \quad} & h_2 := g^y \\
k_A := h_2^x & & k_B := h_1^y
\end{array}$$

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \leftarrow^{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Bob alege $y \leftarrow^{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2 := g^y$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Bob alege $y \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2 := g^y$;
- Bob îi trimite h_2 lui Alice și întoarce cheia $k_B := h_1^y$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Bob alege $y \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2 := g^y$;
- Bob îi trimite h_2 lui Alice și întoarce cheia $k_B := h_1^y$;
- Alice primește h_2 și întoarce cheia $k_A = h_2^x$.

Schimbul de chei Diffie-Hellman

- Corectitudinea protocolului presupune ca $k_A = k_B$, ceea ce se verifică ușor:
- Bob calculează cheia

$$k_B = h_1^y = (g^x)^y = g^{xy}$$

- Alice calculează cheia

$$k_A = h_2^x = (g^y)^x = g^{xy}$$

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca DLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca DLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;
- Întrebare: Cum poate un adversar pasiv să determine cheia comună dacă poate sparge DLP?

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca DLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;
- Întrebare: Cum poate un adversar pasiv să determine cheia comună dacă poate sparge DLP?
- Răspuns: Ascultă mediul de comunicație și preia mesajele h_1 și h_2. Rezolvă *DLP* pentru h_1 și determină x, apoi calculează $k_A = k_B = h_2^x$.

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca DLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;
- Întrebare: Cum poate un adversar pasiv să determine cheia comună dacă poate sparge DLP?
- Răspuns: Ascultă mediul de comunicație și preia mesajele h_1 și h_2. Rezolvă *DLP* pentru h_1 și determină x, apoi calculează $k_A = k_B = h_2^x$.
- Aceasta nu este însă singura condiție necesară pentru a proteja protocolul de un atacator pasiv!

CDH (Computational Diffie-Hellman)

- O condiție mai potrivită ar fi că adversarul să nu poată determina cheia comună $k_A = k_B$, chiar dacă are acces la întreaga comunicație;

CDH (Computational Diffie-Hellman)

- O condiție mai potrivită ar fi că adversarul să nu poată determina cheia comună $k_A = k_B$, chiar dacă are acces la întreaga comunicație;
- Aceasta este problema de calculabilitate Diffie-Hellman (CDH): Fiind date grupul ciclic $\mathbb{G}$, un generator g al său și 2 elemente $h_1, h_2 \leftarrow^R \mathbb{G}$, să se determine:

$$CDH(h_1, h_2) = g^{log_g h_1 log_g h_2}$$

CDH (Computational Diffie-Hellman)

- O condiție mai potrivită ar fi că adversarul să nu poată determina cheia comună $k_A = k_B$, chiar dacă are acces la întreaga comunicație;
- Aceasta este problema de calculabilitate Diffie-Hellman (CDH): Fiind date grupul ciclic $\mathbb{G}$, un generator g al său și 2 elemente $h_1, h_2 \leftarrow^R \mathbb{G}$, să se determine:

$$CDH(h_1, h_2) = g^{log_g h_1 log_g h_2}$$

- Pentru schimbul de chei Diffie-Hellman, rezolvarea CDH înseamnă că adversarul determină $k_A = k_B = g^{xy}$ cunoscând $h_1, h_2, \mathbb{G}, g$ (toate disponibile pe mediul de transmisiune nesecurizat).

DDH (Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;

DDH (Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;
- O condiție și mai potrivită este ca pentru adversar, cheia $k_A = k_B$ să fie **indistinctibilă** față de o valoare aleatoare;

DDH (Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;
- O condiție și mai potrivită este ca pentru adversar, cheia $k_A = k_B$ să fie **indistinctibilă** față de o valoare aleatoare;
- Sau, altfel spus, să satisfacă problema de decidabilitate Diffie-Hellman (DDH):

DDH (Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;
- O condiție și mai potrivită este ca pentru adversar, cheia $k_A = k_B$ să fie **indistinctibilă** față de o valoare aleatoare;
- Sau, altfel spus, să satisfacă problema de decidabilitate Diffie-Hellman (DDH):

Definiție

Spunem că problema decizională Diffie-Hellman (DDH) este dificilă (relativ la $\mathbb{G}$), dacă pentru orice algoritm PPT $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl *așa încât:*
$|Pr[\mathcal{A}(\mathbb{G}, q, g, g^x, g^y, g^z) = 1] - Pr[\mathcal{A}(\mathbb{G}, q, g, g^x, g^y, g^{xy}) = 1]| \leq negl(n)$,
unde $x, y, z \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;
- Arătăm acum că schimbul de chei Diffie-Hellman este total nesigur pentru un adversar activ ...

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;
- Arătăm acum că schimbul de chei Diffie-Hellman este total nesigur pentru un adversar activ ...
- ... care are dreptul de a intercepta, modifica, elimina mesajele de pe calea de comunicație;

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;
- Arătăm acum că schimbul de chei Diffie-Hellman este total nesigur pentru un adversar activ ...
- ... care are dreptul de a intercepta, modifica, elimina mesajele de pe calea de comunicație;
- Un astfel de adversar se poate interpune între Alice și Bob, dând naștere unui atac de tip Man-in-the-Middle.

Atacul Man-in-the-Middle

$$
\begin{array}{ccccc}
x \leftarrow \mathbb{Z}_q & \xrightarrow{\mathbb{G},\, q,\, g,\, h_1} & a \leftarrow \mathbb{Z}_q & & \\
h_1 := g^x & \xleftarrow{\quad h_2' \quad} & h_2' := g^a & & \\
 & & b \leftarrow \mathbb{Z}_q & \xrightarrow{\mathbb{G},\, q,\, g,\, h_1'} & y \leftarrow \mathbb{Z}_q \\
k_A := {h_2'}^x & & h_1' := g^b & \xleftarrow{\quad h_2 \quad} & h_2 := g^y \\
 & & k_A := {h_1}^a;\ k_B := h_2^b & & k_B := {h_1'}^y
\end{array}
$$

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2' := g^a$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2' := g^a$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = g^{xa}$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2' := g^a$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = g^{xa}$;
- Oscar inițiază, în locul lui Alice, o nouă sesiune cu Bob: alege $b \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1' := g^b$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2' := g^a$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = g^{xa}$;
- Oscar inițiază, în locul lui Alice, o nouă sesiune cu Bob: alege $b \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1' := g^b$;
- Bob alege $y \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2 := g^y$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q cu $|q| = n$ și g un generator al grupului;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1 := g^x$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(\mathbb{G}, g, q, h_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2' := g^a$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = g^{xa}$;
- Oscar inițiază, în locul lui Alice, o nouă sesiune cu Bob: alege $b \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_1' := g^b$;
- Bob alege $y \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $h_2 := g^y$;
- Oscar și Bob dețin acum cheia comună $k_B = g^{yb}$.

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că Oscar poate **impersona** pe Alice și pe Bob;

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că Oscar poate **impersona** pe Alice și pe Bob;
- De fiecare dată când Alice va transmite un mesaj criptat către Bob, Oscar îl interceptează și îl previne să ajungă la Bob;

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că Oscar poate **impersona** pe Alice și pe Bob;
- De fiecare dată când Alice va transmite un mesaj criptat către Bob, Oscar îl interceptează și îl previne să ajungă la Bob;
- Oscar îl decriptează folosind k_A, apoi îl recriptează folosind k_B și îl transmite către Bob;

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că Oscar poate **impersona** pe Alice și pe Bob;
- De fiecare dată când Alice va transmite un mesaj criptat către Bob, Oscar îl interceptează și îl previne să ajungă la Bob;
- Oscar îl decriptează folosind k_A, apoi îl recriptează folosind k_B și îl transmite către Bob;
- Alice și Bob comunică fără să fie conștienți de existența lui Oscar.

Important de reținut!

- Schimbul de chei - o primitivă cripografică importantă
- Prezumții criptografice: CDH, DDH
- Schimbul de chei Diffie-Hellman nu rezistă la atacuri active

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 10.4 -
ElGamal

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Sistemul de criptare ElGamal

- 1976 - Diffie și Hellman definesc conceptul de criptografie asimetrică;

Sistemul de criptare ElGamal

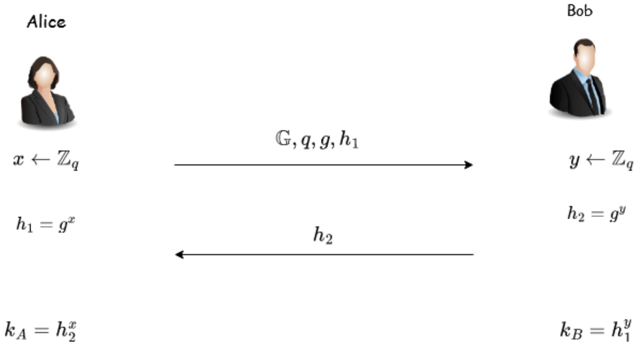
- 1976 - Diffie și Hellman definesc conceptul de criptografie asimetrică;
- 1977 - R.Rivest, A.Shamir și Leonard Adleman introduc sistemul RSA;

Sistemul de criptare ElGamal

- 1976 - Diffie și Hellman definesc conceptul de criptografie asimetrică;
- 1977 - R.Rivest, A.Shamir și Leonard Adleman introduc sistemul RSA;
- 1985 - T.ElGamal propune un nou sistem de criptare.

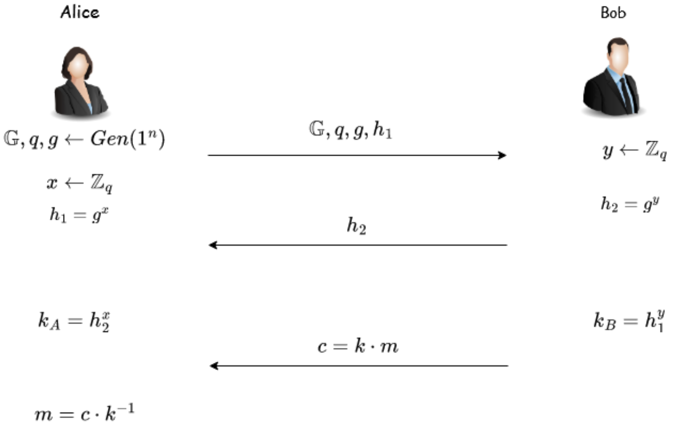
Sistemul de criptare ElGamal

- Reamintim schimbul de chei Diffie-Hellman



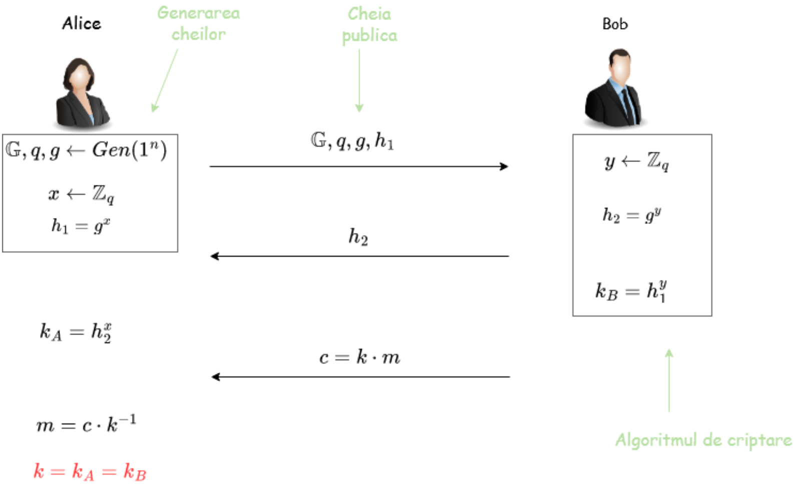
Sistemul de criptare ElGamal

- Il modificăm așa încât să permită criptare

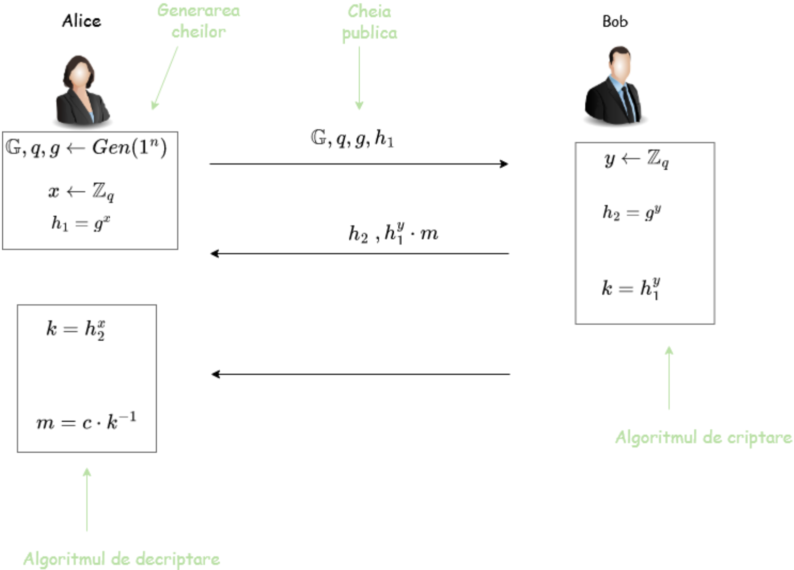


Sistemul de criptare ElGamal

- Acum poate fi văzut ca un sistem de criptare



Sistemul de criptare ElGamal



Sistemul de criptare ElGamal

- Definim sistemul de criptare *ElGamal* pe baza ideii prezentate anterior;
  1. Se generează $(\mathbb{G}, q, g)$, se alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și se calculează $h = g^x$;
     - Cheia publică este: $(\mathbb{G}, q, g, h)$;
     - Cheia privată este x;
  2. **Enc**: dată o cheie publică $(\mathbb{G}, q, g, h)$ și un mesaj $m \in \mathbb{G}$, alege $y \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și întoarce $c = (c_1, c_2) = (g^y, m \cdot h^y)$;
  3. **Dec**: dată o cheie secretă $(\mathbb{G}, q, g, x)$ și un mesaj criptat $c = (c_1, c_2)$, întoarce $m = c_2 \cdot c_1^{-x}$.

Securitate - Problema 1

Problema 1: Determinismul

- Întrebare: Este sistemul ElGamal determinist?

Securitate - Problema 1

Problema 1: Determinismul

- Întrebare: Este sistemul ElGamal determinist?
- Răspuns: NU! Sistemul este nedeterminist, datorită alegerii aleatoare a lui y la fiecare criptare.

Securitate - Problema 1

Problema 1: Determinismul

- Întrebare: Este sistemul ElGamal determinist?
- Răspuns: NU! Sistemul este nedeterminist, datorită alegerii aleatoare a lui y la fiecare criptare.
- Un același mesaj m se poate cripta diferit, pentru $y \neq y'$:

$$c = (c_1, c_2) = (g^y, m \cdot h^y)$$

$$c' = (c'_1, c'_2) = (g^{y'}, m \cdot h^{y'})$$

Securitate - Problema 1

Problema 1: Determinismul

- Întrebare: Este sistemul ElGamal determinist?
- Răspuns: NU! Sistemul este nedeterminist, datorită alegerii aleatoare a lui y la fiecare criptare.
- Un același mesaj m se poate cripta diferit, pentru $y \neq y'$:

$$c = (c_1, c_2) = (g^y, m \cdot h^y)$$

$$c' = (c'_1, c'_2) = (g^{y'}, m \cdot h^{y'})$$

Securitate - Problema 2

Problema 2: Dificultatea DLP

- Întrebare: Rămâne ElGamal sigur dacă problema DLP este simplă?

Securitate - Problema 2

Problema 2: Dificultatea DLP

- Întrebare: Rămâne ElGamal sigur dacă problema DLP este simplă?
- Răspuns: NU! Se determină x a.î. $h = g^x$, apoi se decriptează orice mesaj pentru că se cunoaște cheia secretă.

Securitate - Problema 3

Problema 3: Proprietatea de homomorfism

- Fie m_1, m_2 2 texte clare și $c_1 = (c_{11}, c_{12}), c_2 = (c_{21}, c_{22})$ textele criptate corespunzătoare;

Securitate - Problema 3

Problema 3: Proprietatea de homomorfism

- Fie m_1, m_2 2 texte clare și $c_1 = (c_{11}, c_{12}), c_2 = (c_{21}, c_{22})$ textele criptate corespunzătoare;
- Atunci:
  $c_1 \cdot c_2 = (c_{11} \cdot c_{21}, c_{12} \cdot c_{22}) = (g^{y_1} \cdot g^{y_2}, m_1 h^{y_1} \cdot m_2 h^{y_2})$

Securitate - Problema 3

Problema 3: Proprietatea de homomorfism

- Fie m_1, m_2 2 texte clare și $c_1 = (c_{11}, c_{12}), c_2 = (c_{21}, c_{22})$ textele criptate corespunzătoare;
- Atunci:
  $c_1 \cdot c_2 = (c_{11} \cdot c_{21}, c_{12} \cdot c_{22}) = (g^{y_1} \cdot g^{y_2}, m_1 h^{y_1} \cdot m_2 h^{y_2})$
- Întrebare: Dacă un adversar cunoaște c_1 și c_2 criptările lui m_1, respectiv m_2, ce poate spune despre $c_1 \cdot c_2$?

Securitate - Problema 3

Problema 3: Proprietatea de homomorfism

- Fie m_1, m_2 2 texte clare și $c_1 = (c_{11}, c_{12}), c_2 = (c_{21}, c_{22})$ textele criptate corespunzătoare;
- Atunci:
  $c_1 \cdot c_2 = (c_{11} \cdot c_{21}, c_{12} \cdot c_{22}) = (g^{y_1} \cdot g^{y_2}, m_1 h^{y_1} \cdot m_2 h^{y_2})$
- Întrebare: Dacă un adversar cunoaște c_1 și c_2 criptările lui m_1, respectiv m_2, ce poate spune despre $c_1 \cdot c_2$?
- Răspuns: $c_1 \cdot c_2$ este criptarea lui $m_1 \cdot m_2$ folosind $y = y_1 + y_2$:
  $$c_1 \cdot c_2 = (g^{y_1+y_2}, m_1 m_2 h^{y_1+y_2})$$

Securitate - Problema 3

Problema 3: Proprietatea de homomorfism

- Fie m_1, m_2 2 texte clare și $c_1 = (c_{11}, c_{12}), c_2 = (c_{21}, c_{22})$ textele criptate corespunzătoare;
- Atunci:
  $c_1 \cdot c_2 = (c_{11} \cdot c_{21}, c_{12} \cdot c_{22}) = (g^{y_1} \cdot g^{y_2}, m_1 h^{y_1} \cdot m_2 h^{y_2})$
- Întrebare: Dacă un adversar cunoaște c_1 și c_2 criptările lui m_1, respectiv m_2, ce poate spune despre $c_1 \cdot c_2$?
- Răspuns: $c_1 \cdot c_2$ este criptarea lui $m_1 \cdot m_2$ folosind $y = y_1 + y_2$:
  $$c_1 \cdot c_2 = (g^{y_1+y_2}, m_1 m_2 h^{y_1+y_2})$$
- Un sistem de criptare care satisface $Dec_s k(c_1 \cdot c_2) = Dec_{sk}(c_1) \cdot Dec_{sk}(c_2)$ se numește sistem de criptare **homomorfic**.
  (homomorfismul este deseori o proprietate utilă în criptografie)

Securitate - Problema 4

Problema 4: Utilizarea multiplă a parametrilor publici

- Este comun în practică pentru un administrator să fixeze parametrii publici $(\mathbb{G}, q, g)$, apoi fiecare utilizator să își genereze doar cheia secretă x și să publice $h = g^x$;

Securitate - Problema 4

Problema 4: Utilizarea multiplă a parametrilor publici

- Este comun în practică pentru un administrator să fixeze parametrii publici $(\mathbb{G}, q, g)$, apoi fiecare utilizator să își genereze doar cheia secretă x și să publice $h = g^x$;
- Întrebare: Este corect să se utilizeze de mai multe ori aceiași parametrii publici $(\mathbb{G}, q, g)$?

Securitate - Problema 4

Problema 4: Utilizarea multiplă a parametrilor publici

- Este comun în practică pentru un administrator să fixeze parametrii publici $(\mathbb{G}, q, g)$, apoi fiecare utilizator să își genereze doar cheia secretă x și să publice $h = g^x$;
- Întrebare: Este corect să se utilizeze de mai multe ori aceiași parametrii publici $(\mathbb{G}, q, g)$?
- Răspuns: Se consideră că DA. Cunoașterea parametrilor publici pare să nu conducă la rezolvarea DDH.

Securitate - Problema 4

Problema 4: Utilizarea multiplă a parametrilor publici

- Este comun în practică pentru un administrator să fixeze parametrii publici $(\mathbb{G}, q, g)$, apoi fiecare utilizator să își genereze doar cheia secretă x și să publice $h = g^x$;
- Întrebare: Este corect să se utilizeze de mai multe ori aceiași parametrii publici $(\mathbb{G}, q, g)$?
- Răspuns: Se consideră că DA. Cunoașterea parametrilor publici pare să nu conducă la rezolvarea DDH.
- Atenție! Acest lucru nu se întâmpla și la RSA, unde modulul NU trebuie utilizat de mai multe ori.

Securitate - teoremă

Teoremă

Dacă problema decizională Diffie-Hellman (DDH) este dificilă în grupul $\mathbb{G}$, atunci schema de criptare ElGamal este CPA-sigură.

- Se poate vedea din securitatea schimbului de chei Diffie-Hellman

Securitate - teoremă

Teoremă

Dacă problema decizională Diffie-Hellman (DDH) este dificilă în grupul $\mathbb{G}$, atunci schema de criptare ElGamal este CPA-sigură.

- Se poate vedea din securitatea schimbului de chei Diffie-Hellman
- In forma aceasta, sistemul ElGamal nu este CCA-sigur...pentru ca este maleabil

Securitate - teoremă

Teoremă

Dacă problema decizională Diffie-Hellman (DDH) este dificilă în grupul $\mathbb{G}$, atunci schema de criptare ElGamal este CPA-sigură.

- Se poate vedea din securitatea schimbului de chei Diffie-Hellman
- In forma aceasta, sistemul ElGamal nu este CCA-sigur...pentru ca este maleabil
  Insă poate fi modificat așa încât să fie CCA-sigur

Important de reținut!

- Sistemul de criptare ElGamal
- Proprietatea de homomorfism

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 10.5 -
Criptografia bazată pe curbe eliptice

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Grupuri ciclice pentru uz criptografic

- În cursul precendent am discutat despre grupuri ciclice și am subliniat faptul că sunt de preferat, pentru criptografie, grupurile ciclice de ordin prim;

Grupuri ciclice pentru uz criptografic

- În cursul precendent am discutat despre grupuri ciclice și am subliniat faptul că sunt de preferat, pentru criptografie, grupurile ciclice de ordin prim;
- Am menționat că, de obicei, se lucrează în grupul $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim iar un subgrup de ordin prim al lui este format din mulțimea resturilor pătratice modulo p;

Grupuri ciclice pentru uz criptografic

- În cursul precendent am discutat despre grupuri ciclice și am subliniat faptul că sunt de preferat, pentru criptografie, grupurile ciclice de ordin prim;
- Am menționat că, de obicei, se lucrează în grupul $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim iar un subgrup de ordin prim al lui este format din mulțimea resturilor pătratice modulo p;
- În continuare introducem o altă clasă de grupuri care constă din punctele unei curbe eliptice;

Grupuri ciclice pentru uz criptografic

- În cursul precendent am discutat despre grupuri ciclice și am subliniat faptul că sunt de preferat, pentru criptografie, grupurile ciclice de ordin prim;
- Am menționat că, de obicei, se lucrează în grupul $\mathbb{Z}_p^*$ cu p prim iar un subgrup de ordin prim al lui este format din mulțimea resturilor pătratice modulo p;
- În continuare introducem o altă clasă de grupuri care constă din punctele unei curbe eliptice;
- Aceste grupuri sunt folosite în criptografie pentru că, spre deosebire de $\mathbb{Z}_p^*$, nu se cunoaște deocamdată nici un algoritm sub-exponențial pentru rezolvarea DLP în aceste grupuri.

Curbe eliptice

Definiție

O curbă eliptică peste $\mathbb{Z}_p$, $p > 3$ *prim, este mulțimea perechilor* (x, y) *cu* $x, y \in \mathbb{Z}_p$ *așa încât*

$$y^2 = x^3 + Ax + B \bmod p$$

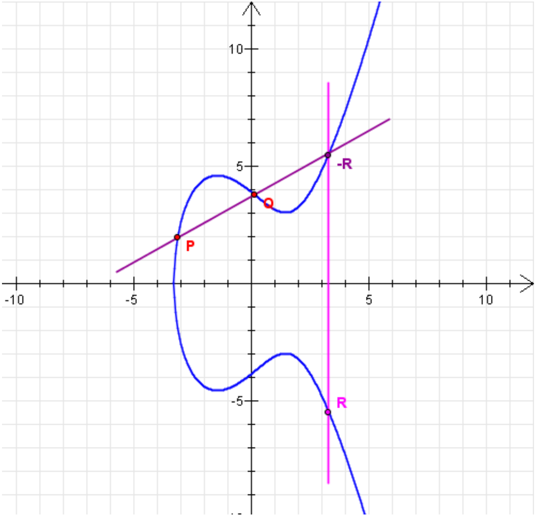
împreună cu punctul la infinit $\mathcal{O}$ *unde* $A, B \in \mathbb{Z}_p$ *sunt constante care respectă* $4A^3 + 27B^2 \neq 0 \bmod p$

- Vom nota cu $E(\mathbb{Z}_p)$ o curbă eliptică definită peste $\mathbb{Z}_p$

Curbe eliptice

O curbă eliptică peste spațiul numerelor reale $\mathbb{R}$

$E(\mathbb{R}) : y^2 = x^3 - x + 1$



Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Pentru a arăta că punctele de pe o curbă eliptică formează un grup ciclic, definim o operație de grup peste aceste puncte:

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Pentru a arăta că punctele de pe o curbă eliptică formează un grup ciclic, definim o operație de grup peste aceste puncte:
- Definim operația binară aditivă "$+$" astfel:

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Pentru a arăta că punctele de pe o curbă eliptică formează un grup ciclic, definim o operație de grup peste aceste puncte:
- Definim operația binară aditivă "+" astfel:
  - punctul la infinit $\mathcal{O}$ este element neutru: $\forall P \in E(\mathbb{Z}_p)$ definim

$$P + \mathcal{O} = \mathcal{O} + P = P.$$

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Pentru a arăta că punctele de pe o curbă eliptică formează un grup ciclic, definim o operație de grup peste aceste puncte:
- Definim operația binară aditivă "+" astfel:
  - punctul la infinit $\mathcal{O}$ este element neutru: $\forall P \in E(\mathbb{Z}_p)$ definim
    $$P + \mathcal{O} = \mathcal{O} + P = P.$$
  - fie $P = (x_1, y_1)$ și $Q = (x_2, y_2)$ două puncte de pe curbă; atunci:

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Pentru a arăta că punctele de pe o curbă eliptică formează un grup ciclic, definim o operație de grup peste aceste puncte:
- Definim operația binară aditivă "+" astfel:
  - punctul la infinit $\mathcal{O}$ este element neutru: $\forall P \in E(\mathbb{Z}_p)$ definim
  $$P + \mathcal{O} = \mathcal{O} + P = P.$$
  - fie $P = (x_1, y_1)$ și $Q = (x_2, y_2)$ două puncte de pe curbă; atunci:
  - dacă $x_1 = x_2$ și $y_2 = -y_1$, $P + Q = \mathcal{O}$

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- altfel, P + Q = R de coordonate (x_3, y_3) care se calculează astfel:

$$x_3 = [m^2 - x_1 - x_2 \bmod p]$$
$$y_3 = [m(x_1 - x_3) - y_1 \bmod p]$$

- iar m se calculează astfel:

$$m = \begin{cases} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bmod p & \text{dacă } P \neq Q \\ \\ \frac{3x_1^2 + A}{2y_1} \bmod p & \text{dacă } P = Q \end{cases}$$

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- altfel, P + Q = R de coordonate (x_3, y_3) care se calculează astfel:

$$x_3 = [m^2 - x_1 - x_2 \bmod p]$$
$$y_3 = [m(x_1 - x_3) - y_1 \bmod p]$$

- iar m se calculează astfel:

$$m = \begin{cases} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bmod p & \text{dacă } P \neq Q \\ \\ \frac{3x_1^2 + A}{2y_1} \bmod p & \text{dacă } P = Q \end{cases}$$

- dacă $P = Q$ si $y_1 = 0$, atunci $P + Q = 2P = \mathcal{O}$

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Geometric, suma a două puncte P si Q se obține trasând o linie prin cele două puncte și găsind cel de-al trelea punct R de intersecție al liniei cu E;

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Geometric, suma a două puncte P si Q se obține trasând o linie prin cele două puncte și găsind cel de-al trelea punct R de intersecție al liniei cu E;
- În această situație, *m* reprezintă panta dreptei care trece prin P și Q;

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Geometric, suma a două puncte P si Q se obține trasând o linie prin cele două puncte și găsind cel de-al trelea punct R de intersecție al liniei cu E;
- În această situație, *m* reprezintă panta dreptei care trece prin P și Q;
- Se poate arăta că mulțimea de puncte $E(\mathbb{Z}_p)$ împreună cu operația aditivă definită formează un grup abelian;

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- Geometric, suma a două puncte P si Q se obține trasând o linie prin cele două puncte și găsind cel de-al trelea punct R de intersecție al liniei cu E;
- În această situație, *m* reprezintă panta dreptei care trece prin P și Q;
- Se poate arăta că mulțimea de puncte $E(\mathbb{Z}_p)$ împreună cu operația aditivă definită formează un grup abelian;
- Există o teoremă de structură pentru $E(\mathbb{Z}_p)$ care exprimă condițiile în care grupul este ciclic.

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- In practică, sunt căutate acele curbe eliptice pentru care ordinul grupului ciclic generat este prim;

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- In practică, sunt căutate acele curbe eliptice pentru care ordinul grupului ciclic generat este prim;
- Pentru criptografie, sunt de interes curbe eliptice de ordin mare

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- In practică, sunt căutate acele curbe eliptice pentru care ordinul grupului ciclic generat este prim;
- Pentru criptografie, sunt de interes curbe eliptice de ordin mare
- O curbă eliptică definită peste $\mathbb{Z}_p$ are aproximativ p puncte. Mai precis [Teorema lui Hasse]:

$$p + 1 - 2\sqrt{p} \leq card(E(\mathbb{Z}_p)) \leq p + 1 + 2\sqrt{p}$$

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- In practică, sunt căutate acele curbe eliptice pentru care ordinul grupului ciclic generat este prim;

- Pentru criptografie, sunt de interes curbe eliptice de ordin mare

- O curbă eliptică definită peste $\mathbb{Z}_p$ are aproximativ p puncte. Mai precis [Teorema lui Hasse]:

$$p + 1 - 2\sqrt{p} \leq card(E(\mathbb{Z}_p)) \leq p + 1 + 2\sqrt{p}$$

- Există mai multe clase de curbe eliptice slabe d.p.d.v. criptografic, iar ele trebuiesc evitate.

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- In practică, sunt căutate acele curbe eliptice pentru care ordinul grupului ciclic generat este prim;

- Pentru criptografie, sunt de interes curbe eliptice de ordin mare

- O curbă eliptică definită peste $\mathbb{Z}_p$ are aproximativ p puncte. Mai precis [Teorema lui Hasse]:

$$p + 1 - 2\sqrt{p} \leq card(E(\mathbb{Z}_p)) \leq p + 1 + 2\sqrt{p}$$

- Există mai multe clase de curbe eliptice slabe d.p.d.v. criptografic, iar ele trebuiesc evitate.

- De pildă, curbe eliptice peste $\mathbb{Z}_p$ cu $card(E(\mathbb{Z}_p)) = p$

Grupul punctelor de pe o curba eliptică

- In practică, sunt căutate acele curbe eliptice pentru care ordinul grupului ciclic generat este prim;
- Pentru criptografie, sunt de interes curbe eliptice de ordin mare
- O curbă eliptică definită peste $\mathbb{Z}_p$ are aproximativ p puncte. Mai precis [Teorema lui Hasse]:

$$p + 1 - 2\sqrt{p} \leq card(E(\mathbb{Z}_p)) \leq p + 1 + 2\sqrt{p}$$

- Există mai multe clase de curbe eliptice slabe d.p.d.v. criptografic, iar ele trebuiesc evitate.
- De pildă, curbe eliptice peste $\mathbb{Z}_p$ cu $card(E(\mathbb{Z}_|)) = p$
- In practică, se folosesc curbe eliptice standardizate

Curbe eliptice folosite în practică

Curbe eliptice standardizate, folosite în practică, sigure și cu implementări eficiente:

- *curba eliptică* P-256 (sau $secp256r1$) este o curbă eliptică peste $\mathbb{Z}_p$ cu p pe 256 biți de forma $p = 2^{256} - 2^{224} + 2^{192} + 2^{96} - 1$. Această curbă are ecuația $y^2 = x^3 - 3x + B \mod p$ iar p-ul ales astfel permite o implementare eficientă. Curbele P-384 ($secp384r1$) și P-521 ($secp521r1$) sunt definite in mod analog

- *curba eliptică* 25519 este definită peste $\mathbb{Z}_p$ cu p pe 255 biți de forma $p = 2^{255} - 19$ și permite o implementare eficientă. Grupul acestei curbe eliptice nu are ordin prim dar se poate lucra într-un subgrup de ordin mare prim

Curbe eliptice folosite în practică

Curbe eliptice standardizate, folosite în practică, sigure și cu implementări eficiente:

- *secp256k1* este o curbă eliptică de ordin prim peste $\mathbb{Z}_p$ cu p pe 256 biți de forma $p = 2^{256} - 2^{232} - 2^{29} - 2^{28} - 2^{27} - 2^{26} - 2^{24} - 1$ și are ecuatia $y^2 = x^3 + 7 \mod p$. Aceasta curbă eliptică este folosită în Bitcoin.

ECDLP - Problema logaritmului discret pe curbe eliptice

- ECDLP = Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem

ECDLP - Problema logaritmului discret pe curbe eliptice

- ECDLP = Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem
- Putem defini acum DLP în grupul punctelor unei curbe eliptice (ECDLP):

ECDLP - Problema logaritmului discret pe curbe eliptice

- ECDLP = Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem
- Putem defini acum DLP în grupul punctelor unei curbe eliptice (ECDLP):
- Fie E o curbă eliptică peste $\mathbb{Z}_p$, un punct $P \in \mathbb{Z}_p$ de ordin n și Q un element din subgrupul ciclic generat de P:

$$Q \in [P] = \{sP \mid 1 \leq s \leq n-1\}$$

ECDLP - Problema logaritmului discret pe curbe eliptice

- ECDLP = Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem
- Putem defini acum DLP în grupul punctelor unei curbe eliptice (ECDLP):
- Fie E o curbă eliptică peste $\mathbb{Z}_p$, un punct $P \in \mathbb{Z}_p$ de ordin n și Q un element din subgrupul ciclic generat de P:

$$Q \in [P] = \{sP \mid 1 \leq s \leq n-1\}$$

- Problema ECDLP cere găsirea unui k așa încât $Q = kP$;

ECDLP - Problema logaritmului discret pe curbe eliptice

- ECDLP = Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem
- Putem defini acum DLP în grupul punctelor unei curbe eliptice (ECDLP):
- Fie E o curbă eliptică peste $\mathbb{Z}_p$, un punct $P \in \mathbb{Z}_p$ de ordin n și Q un element din subgrupul ciclic generat de P:

$$Q \in [P] = \{sP \mid 1 \leq s \leq n-1\}$$

- Problema ECDLP cere găsirea unui k așa încât $Q = kP$;
- Notație: $\underbrace{P + P + ... + P}_{s\ ori} = sP$.

ECDLP - Securitate

- Alegând cu grijă curbele eliptice, cel mai bun algoritm pentru rezolvarea ECDLP este considerabil mai slab decât cel mai bun algoritm pentru rezolvarea problemei DLP în $\mathbb{Z}_p^*$;

ECDLP - Securitate

- Alegând cu grijă curbele eliptice, cel mai bun algoritm pentru rezolvarea ECDLP este considerabil mai slab decât cel mai bun algoritm pentru rezolvarea problemei DLP în $\mathbb{Z}_p^*$;
- De exemplu, algoritmul de calcul al indicelui nu este deloc eficient pentru ECDLP;

ECDLP - Securitate

- Alegând cu grijă curbele eliptice, cel mai bun algoritm pentru rezolvarea ECDLP este considerabil mai slab decât cel mai bun algoritm pentru rezolvarea problemei DLP în $\mathbb{Z}_p^*$;
- De exemplu, algoritmul de calcul al indicelui nu este deloc eficient pentru ECDLP;
- Pentru anumite curbe eliptice, singurii algoritmi de rezolvare sunt algoritmii generici pentru DLP, adică metoda baby-step giant-step și metoda Pollard rho;

ECDLP - Securitate

- Alegând cu grijă curbele eliptice, cel mai bun algoritm pentru rezolvarea ECDLP este considerabil mai slab decât cel mai bun algoritm pentru rezolvarea problemei DLP în $\mathbb{Z}_p^*$;
- De exemplu, algoritmul de calcul al indicelui nu este deloc eficient pentru ECDLP;
- Pentru anumite curbe eliptice, singurii algoritmi de rezolvare sunt algoritmii generici pentru DLP, adică metoda baby-step giant-step și metoda Pollard rho;
- Cum numărul de pași necesari pentru un astfel de algoritm este de ordinul rădăcinii pătrate a cardinalului grupului, se recomandă folosirea unui grup de ordin cel puțin 2^{160}.

ECDLP - Securitate

- O consecință a teoremei lui Hasse este că dacă avem nevoie de o curbă eliptică cu 2^{160} elemente, trebuie să folosim un număr prim p pe aproximativ 160 biți;

ECDLP - Securitate

- O consecință a teoremei lui Hasse este că dacă avem nevoie de o curbă eliptică cu 2^{160} elemente, trebuie să folosim un număr prim p pe aproximativ 160 biți;
- Deci, dacă folosim o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_p)$ cu p pe 160 biți, un atac generic asupra ECDLP are 2^{80} complexitate timp;

ECDLP - Securitate

- O consecință a teoremei lui Hasse este că dacă avem nevoie de o curbă eliptică cu 2^{160} elemente, trebuie să folosim un număr prim p pe aproximativ 160 biți;
- Deci, dacă folosim o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_p)$ cu p pe 160 biți, un atac generic asupra ECDLP are 2^{80} complexitate timp;
- Un nivel de securitate de 80 biți oferă securitate pe termen mediu;

ECDLP - Securitate

- O consecință a teoremei lui Hasse este că dacă avem nevoie de o curbă eliptică cu 2^{160} elemente, trebuie să folosim un număr prim p pe aproximativ 160 biți;
- Deci, dacă folosim o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_p)$ cu p pe 160 biți, un atac generic asupra ECDLP are 2^{80} complexitate timp;
- Un nivel de securitate de 80 biți oferă securitate pe termen mediu;
- În practică, curbe eliptice peste $\mathbb{Z}_p$ cu p până la 256 biți sunt folosite, cu un nivel de securitate pe 128 biți.

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- A fost inventată independent în 1987 de Neal Koblitz și în 1986 de Victor Miller;

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- A fost inventată independent în 1987 de Neal Koblitz și în 1986 de Victor Miller;
- La începutul anilor 1990 se făceau foarte multe speculații despre securitatea și practicalitatea ECC, mai ales comparativ cu RSA;

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- A fost inventată independent în 1987 de Neal Koblitz și în 1986 de Victor Miller;
- La începutul anilor 1990 se făceau foarte multe speculații despre securitatea și practicalitatea ECC, mai ales comparativ cu RSA;
- După cercetări intensive, ECC pare foarte sigură, la fel de sigură precum RSA sau schemele bazate pe DLP;

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- A fost inventată independent în 1987 de Neal Koblitz și în 1986 de Victor Miller;
- La începutul anilor 1990 se făceau foarte multe speculații despre securitatea și practicalitatea ECC, mai ales comparativ cu RSA;
- După cercetări intensive, ECC pare foarte sigură, la fel de sigură precum RSA sau schemele bazate pe DLP;
- Încrederea a crescut după ce în 1999 și 2001 au fost standardizate, pentru domeniul bancar, semnături digitale și schimburi de chei bazate pe curbe eliptice.

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- Curbele eliptice sunt folosite pe larg și în standardele comerciale precum IPsec sau TLS;

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- Curbele eliptice sunt folosite pe larg și în standardele comerciale precum IPsec sau TLS;
- ECC este adesea preferată în fața criptografiei cu cheie publică pentru sistemele încorporate precum dispozitivele mobile...

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- Curbele eliptice sunt folosite pe larg și în standardele comerciale precum IPsec sau TLS;
- ECC este adesea preferată în fața criptografiei cu cheie publică pentru sistemele încorporate precum dispozitivele mobile...
- ...din motive de performanță;

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- Curbele eliptice sunt folosite pe larg și în standardele comerciale precum IPsec sau TLS;
- ECC este adesea preferată în fața criptografiei cu cheie publică pentru sistemele încorporate precum dispozitivele mobile...
- ...din motive de performanță;
- implementările pentru ECC sunt considerabil mai mici și mai rapide decât cele pentru RSA;

Criptografia pe curbe eliptice - ECC (Elliptic Curve Cryptography)

- Curbele eliptice sunt folosite pe larg și în standardele comerciale precum IPsec sau TLS;
- ECC este adesea preferată în fața criptografiei cu cheie publică pentru sistemele încorporate precum dispozitivele mobile...
- ...din motive de performanță;
- implementările pentru ECC sunt considerabil mai mici și mai rapide decât cele pentru RSA;
- ECC cu chei pe 160-250 biți oferă cam același nivel de securitate precum RSA sau sistemele bazate pe DLP cu chei pe 1024-3072 biți.

Comparație între ECC, criptografia simetrică și asimetrică

Algorithm Family	Cryptosystems	Security Level (bit)			
		80	128	192	256
Integer factorization	RSA	1024 bit	3072 bit	7680 bit	15360 bit
Discrete logarithm	DH, DSA, Elgamal	1024 bit	3072 bit	7680 bit	15360 bit
Elliptic curves	ECDH, ECDSA	160 bit	256 bit	384 bit	512 bit
Symmetric-key	AES, 3DES	80 bit	128 bit	192 bit	256 bit

Figure: [Understanding cryptography, Christoph Paar, Jan Pelzl, Springer 2010]

Comparație între ECC, criptografia simetrică și asimetrică

Algorithm Family	Cryptosystems	Security Level (bit)			
		80	128	192	256
Integer factorization	RSA	1024 bit	3072 bit	7680 bit	15360 bit
Discrete logarithm	DH, DSA, Elgamal	1024 bit	3072 bit	7680 bit	15360 bit
Elliptic curves	ECDH, ECDSA	160 bit	256 bit	384 bit	512 bit
Symmetric-key	AES, 3DES	80 bit	128 bit	192 bit	256 bit

Figure: [Understanding cryptography, Christoph Paar, Jan Pelzl, Springer 2010]

- Un algoritm are nivelul de securitate "security level" pe *n* biți dacă cel mai bun atac necesită 2^n pași.

Important de reținut!

- Curbele eliptice oferă un suport bun pentru criptografie;
- ECDLP este dificilă.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 10.6 -
Schimbul de chei Diffie-Hellman și ElGamal pe curbe eliptice

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Am studiat schimbul de chei Diffie-Hellman peste un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q;

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Am studiat schimbul de chei Diffie-Hellman peste un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q;
- Transpunem construcția pe curbe eliptice:

$$(\mathbb{G}, \cdot) \rightarrow (E(\mathbb{Z}_q), +)$$

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

 Alice		 Bob
	$\xrightarrow{\mathbb{G}, q, g, h_1}$	
$x \leftarrow \mathbb{Z}_q$		$y \leftarrow \mathbb{Z}_q$
$h_1 := g^x$	$\xleftarrow{h_2}$	$h_2 := g^y$
$k_A := h_2^x$		$k_B := h_1^y$

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, și P un punct pe curbă (generator);

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, și P un punct pe curbă (generator);
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, și P un punct pe curbă (generator);
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, și P un punct pe curbă (generator);
- Alice alege $x \leftarrow^{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Bob alege $y \leftarrow^{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2 := yP$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, și P un punct pe curbă (generator);
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Bob alege $y \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2 := yP$;
- Bob îi trimite H_2 lui Alice și întoarce cheia $k_B := yH_1$;

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Alice și Bob doresc să stabilească o cheie secretă comună;
- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, și P un punct pe curbă (generator);
- Alice alege $x \leftarrow^{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Bob alege $y \leftarrow^{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2 := yP$;
- Bob îi trimite H_2 lui Alice și întoarce cheia $k_B := yH_1$;
- Alice primește H_2 și întoarce cheia $k_A = xH_2$.

Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice

- Corectitudinea protocolului presupune ca $k_A = k_B$, ceea ce se verifică ușor:
- Bob calculează cheia

$$k_B = yH_1 = y(xP) = (xy)P$$

- Alice calculează cheia

$$k_A = xH_2 = x(yP) = (xy)P$$

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca ECDLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca ECDLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;
- Întrebare: Cum poate un adversar pasiv să determine cheia comună dacă poate sparge ECDLP?

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca ECDLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;
- Întrebare: Cum poate un adversar pasiv să determine cheia comună dacă poate sparge ECDLP?
- Răspuns: Ascultă mediul de comunicație și preia mesajele H_1 și H_2. Rezolvă *ECDLP* pentru H_1 și determină x, apoi calculează $k_A = k_B = xH_2$.

Securitate

- O condiție **minimală** pentru ca protocolul să fie sigur este ca ECDLP să fie dificilă în $\mathbb{G}$;
- Întrebare: Cum poate un adversar pasiv să determine cheia comună dacă poate sparge ECDLP?
- Răspuns: Ascultă mediul de comunicație și preia mesajele H_1 și H_2. Rezolvă *ECDLP* pentru H_1 și determină x, apoi calculează $k_A = k_B = xH_2$.
- Aceasta nu este însă singura condiție necesară pentru a proteja protocolul de un atacator pasiv!

ECCDH (Elliptic Curve Computational Diffie-Hellman)

- O condiție mai potrivită ar fi că adversarul să nu poată determina cheia comună $k_A = k_B$, chiar dacă are acces la întreaga comunicație;

ECCDH (Elliptic Curve Computational Diffie-Hellman)

- O condiție mai potrivită ar fi că adversarul să nu poată determina cheia comună $k_A = k_B$, chiar dacă are acces la întreaga comunicație;
- Aceasta este problema de calculabilitate Diffie-Hellman pe curbe eliptice (ECCDH): Fiind date curba eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, un punct P pe curbă și 2 alte puncte $H_1, H_2 \leftarrow^R E(\mathbb{Z}_q)$, să se determine:

$$ECCDH(H_1, H_2) = (ECDLP(P, H_1)ECDLP(P, H_2))P$$

ECCDH (Elliptic Curve Computational Diffie-Hellman)

- O condiție mai potrivită ar fi că adversarul să nu poată determina cheia comună $k_A = k_B$, chiar dacă are acces la întreaga comunicație;
- Aceasta este problema de calculabilitate Diffie-Hellman pe curbe eliptice (ECCDH): Fiind date curba eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$, un punct P pe curbă și 2 alte puncte $H_1, H_2 \leftarrow^R E(\mathbb{Z}_q)$, să se determine:

$$ECCDH(H_1, H_2) = (ECDLP(P, H_1)ECDLP(P, H_2))P$$

- Pentru schimbul de chei Diffie-Hellman, rezolvarea ECCDH înseamnă că adversarul determină $k_A = k_B = xyP$ cunoscând $H_1, H_2, E(\mathbb{Z}_q), P$ (toate disponibile pe mediul de transmisiune nesecurizat).

ECDDH (Elliptic Curve Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;

ECDDH (Elliptic Curve Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;
- O condiție și mai potrivită este ca pentru adversar, cheia $k_A = k_B$ să fie **indistinctibilă** față de o valoare aleatoare;

ECDDH (Elliptic Curve Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;
- O condiție și mai potrivită este ca pentru adversar, cheia $k_A = k_B$ să fie **indistinctibilă** față de o valoare aleatoare;
- Sau, altfel spus, să satisfacă problema de decidabilitate Diffie-Hellman pe curbe eliptice (ECDDH):

ECDDH (Elliptic Curve Decisional Diffie-Hellman)

- Nici această condiție nu este suficientă: chiar dacă adversarul nu poate determina cheia exactă, poate de exemplu să determine părți din ea;
- O condiție și mai potrivită este ca pentru adversar, cheia $k_A = k_B$ să fie **indistinctibilă** față de o valoare aleatoare;
- Sau, altfel spus, să satisfacă problema de decidabilitate Diffie-Hellman pe curbe eliptice (ECDDH):

Definiție

Spunem că problema decizională Diffie-Hellman (ECDDH) este dificilă (relativ la curba eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$), dacă pentru orice algoritm PPT $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl *așa încât:*
$|Pr[\mathcal{A}(E(\mathbb{Z}_q), P, xP, yP, zP) = 1]$ - $Pr[\mathcal{A}(E(\mathbb{Z}_q), P, xP, yP, xyP) = 1]|$
$\leq negl(n)$, *unde* $x, y, z \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;
- Arătăm acum că schimbul de chei Diffie-Hellman este total nesigur pentru un adversar activ ...

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;
- Arătăm acum că schimbul de chei Diffie-Hellman este total nesigur pentru un adversar activ ...
- ... care are dreptul de a intercepta, modifica, elimina mesajele de pe calea de comunicație;

Atacul Man-in-the-Middle

- Am analizat până acum securitatea față de atacatori pasivi;
- Arătăm acum că schimbul de chei Diffie-Hellman este total nesigur pentru un adversar activ ...
- ... care are dreptul de a intercepta, modifica, elimina mesajele de pe calea de comunicație;
- Un astfel de adversar se poate interpune între Alice și Bob, dând naștere unui atac de tip Man-in-the-Middle.

Atacul Man-in-the-Middle

Alice		Oscar		Bob
$x \leftarrow \mathbb{Z}_q$	$\xrightarrow{\mathbb{G}, q, g, h_1}$	$a \leftarrow \mathbb{Z}_q$		
$h_1 := g^x$	$\xleftarrow{h_2'}$	$h_2' := g^a$		
$k_A := {h_2'}^x$		$b \leftarrow \mathbb{Z}_q$	$\xrightarrow{\mathbb{G}, q, g, h_1'}$	$y \leftarrow \mathbb{Z}_q$
		$h_1' := g^b$	$\xleftarrow{h_2}$	$h_2 := g^y$
		$k_A := {h_1}^a; k_B := h_2^b$		$k_B := {h_1'}^y$

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2' := aP$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2' := aP$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = axP$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2' := aP$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = axP$;
- Oscar inițiază, în locul lui Alice, o nouă sesiune cu Bob: alege $b \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1' := bP$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2' := aP$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = axP$;
- Oscar inițiază, în locul lui Alice, o nouă sesiune cu Bob: alege $b \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1' := bP$;
- Bob alege $y \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2 := yP$;

Atacul Man-in-the-Middle

- Alice generează o curbă eliptică $E(\mathbb{Z}_q)$ și P un punct pe curbă;
- Alice alege $x \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1 := xP$;
- Alice îi trimite lui Bob mesajul $(E(\mathbb{Z}_q), P, H_1)$;
- Oscar interceptează mesajul și răspunde lui Alice în locul lui Bob: alege $a \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2' := aP$;
- Oscar și Alice dețin acum cheia comună $k_A = axP$;
- Oscar inițiază, în locul lui Alice, o nouă sesiune cu Bob: alege $b \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_1' := bP$;
- Bob alege $y \xleftarrow{R} \mathbb{Z}_q$ și calculează $H_2 := yP$;
- Oscar și Bob dețin acum cheia comună $k_B = ybP$.

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că poate **impersona** pe Alice și pe Bob;

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că poate **impersona** pe Alice și pe Bob;
- De fiecare dată când Alice va transmite un mesaj criptat către Bob, Oscar îl interceptează și îl previne să ajungă la Bob;

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că poate **impersona** pe Alice și pe Bob;
- De fiecare dată când Alice va transmite un mesaj criptat către Bob, Oscar îl interceptează și îl previne să ajungă la Bob;
- Oscar îl decriptează folosind k_A, apoi îl recriptează folosind k_B și îl transmite către Bob;

Atacul Man-in-the-Middle

- Atacul este posibil pentru că poate **impersona** pe Alice și pe Bob;
- De fiecare dată când Alice va transmite un mesaj criptat către Bob, Oscar îl interceptează și îl previne să ajungă la Bob;
- Oscar îl decriptează folosind k_A, apoi îl recriptează folosind k_B și îl transmite către Bob;
- Alice și Bob comunică fără să fie conștienți de existența lui Oscar.

Sistemul de criptare ElGamal pe curbe eliptice

- Am studiat sistemul de criptare ElGamal peste un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q;

Sistemul de criptare ElGamal pe curbe eliptice

- Am studiat sistemul de criptare ElGamal peste un grup ciclic $\mathbb{G}$, de ordin q;
- Transpunem construcția pe curbe eliptice:

$$(\mathbb{G}, \cdot) \rightarrow (E(\mathbb{Z}_q), +)$$

Sistemul de criptare ElGamal pe curbe eliptice

1. Se generează $E(\mathbb{Z}_q)$ o curbă eliptică și P un punct pe curbă (generator), se alege $z \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și se calculează $H = xP$;
   - Cheia publică este: $(E(\mathbb{Z}_q), P, H)$;
   - Cheia privată este $(E(\mathbb{Z}_q), P, x)$;

2. **Enc**: dată o cheie publică $(E(\mathbb{Z}_q), P, H)$ și un mesaj $M \in E(\mathbb{Z}_q)$, alege $y \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și întoarce $C = (C_1, C_2) = (yP, M + yH)$;

3. **Dec**: dată o cheie secretă $(E(\mathbb{Z}_q), P, x)$ și un mesaj criptat $C = (C_1, C_2)$, întoarce $M = C_2 + x(-C_1)$.

Securitate

- Sistemul transpus pe curbe eliptice păstează proprietățile sistemului inițial;
- Deci curba eliptică trebuie aleasă a.î. ECDLP și ECDDH să fie dificile...

Securitate

- Sistemul transpus pe curbe eliptice păstrează proprietățile sistemului inițial;
- Deci curba eliptică trebuie aleasă a.î. ECDLP și ECDDH să fie dificile...
- ... și sistemul rămâne nedeterminist și homomorfic.

Important de reținut!

- Modalitatea de trecere de la o construcție peste $(\mathbb{Z}_q, \cdot)$ la $(E(\mathbb{Z}_q), +)$
- Prezumții criptografice: ECCDH, ECDDH
- Schimbul de chei Diffie-Hellman pe curbe eliptice păstrează proprietățile schimbului de chei Diffie Hellman definit peste $\mathbb{G}$ grup ciclic de ordin q

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 11 -
Semnături digitale și PKI

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Scheme de semnătură digitală

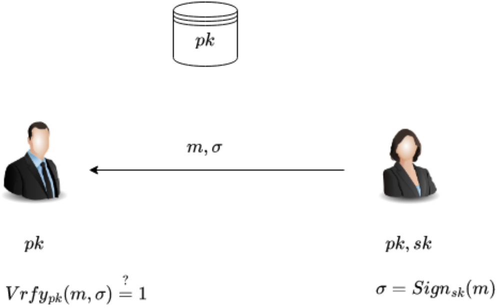
- Schemele de semnătură digitală reprezintă echivalentul MAC-urilor în criptografia cu cheie publică, deși există câteva diferențe importante între ele;

Scheme de semnătură digitală

- Schemele de semnătură digitală reprezintă echivalentul MAC-urilor în criptografia cu cheie publică, deși există câteva diferențe importante între ele;
- O schemă de semnătură digitală îi permite unui semnatar S care a stabilit o cheie publică *pk* să semneze un mesaj în așa fel încât oricine care cunoaște cheia *pk* poate verifica originea mesajului (ca fiind S) și integritatea lui;

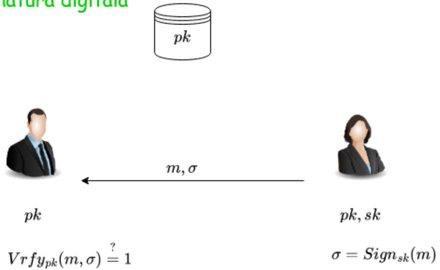
Scheme de semnătură digitală

- Schemele de semnătură digitală reprezintă echivalentul MAC-urilor în criptografia cu cheie publică, deși există câteva diferențe importante între ele;
- O schemă de semnătură digitală îi permite unui semnatar S care a stabilit o cheie publică *pk* să semneze un mesaj în așa fel încât oricine care cunoaște cheia *pk* poate verifica originea mesajului (ca fiind S) și integritatea lui;

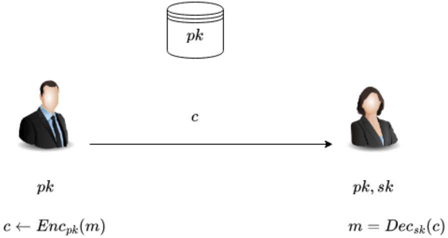


Semnătură digitală vs. criptare

Semnatura digitala



Criptare

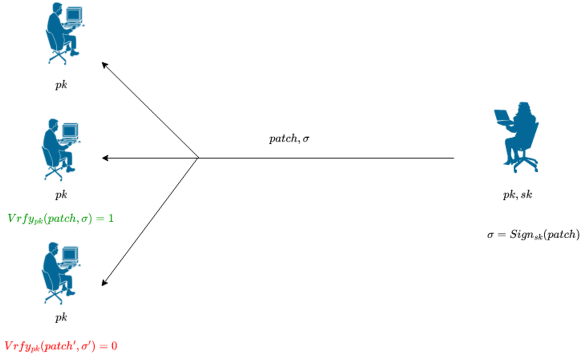


Aplicații ale semnăturilor digitale

- De pildă, o companie de software vrea să transmită patch-uri de software într-o manieră autentificată, așa încât orice client să poată recunoaște dacă un patch e autentic;

Aplicații ale semnăturilor digitale

- De pildă, o companie de software vrea să transmită patch-uri de software într-o manieră autentificată, așa încât orice client să poată recunoaște dacă un patch e autentic;
- În schimb, o persoană malițioasă nu poate păcăli un client să accepte un patch care a nu a fost realizat de compania respectivă.



Aplicații ale semnăturilor digitale

- Pentru aceasta, compania generează o cheie publică *pk* împreună cu o cheie secretă *sk* și distribuie cheia *pk* clienților săi, păstrând cheia secretă;

Aplicații ale semnăturilor digitale

- Pentru aceasta, compania generează o cheie publică *pk* împreună cu o cheie secretă *sk* și distribuie cheia *pk* clienților săi, păstrând cheia secretă;
- Atunci când lansează un patch de software *patch*, compania calculează o semnătură digitală σ pentru *patch* folosind cheia *sk* și trimite fiecărui client perechea $(patch, \sigma)$;

Aplicații ale semnăturilor digitale

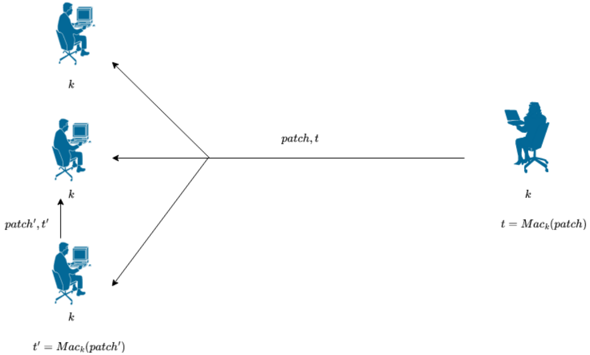
- Pentru aceasta, compania generează o cheie publică *pk* împreună cu o cheie secretă *sk* și distribuie cheia *pk* clienților săi, păstrând cheia secretă;
- Atunci când lansează un patch de software *patch*, compania calculează o semnătură digitală σ pentru *patch* folosind cheia *sk* și trimite fiecărui client perechea (patch, σ);
- Fiecare client stabilește autenticitatea lui *patch* verificând dacă σ este o semnătură legitimă pentru *patch* cu privire la cheia publică *pk*;

Aplicații ale semnăturilor digitale

- Pentru aceasta, compania generează o cheie publică *pk* împreună cu o cheie secretă *sk* și distribuie cheia *pk* clienților săi, păstrând cheia secretă;
- Atunci când lansează un patch de software *patch*, compania calculează o semnătură digitală σ pentru *patch* folosind cheia *sk* și trimite fiecărui client perechea $(patch, \sigma)$;
- Fiecare client stabilește autenticitatea lui *patch* verificând dacă σ este o semnătură legitimă pentru *patch* cu privire la cheia publică *pk*;
- Deci compania folosește aceeași cheie publică pentru toți clienții și calculează o singură semnătură pe care o trimite tuturor.

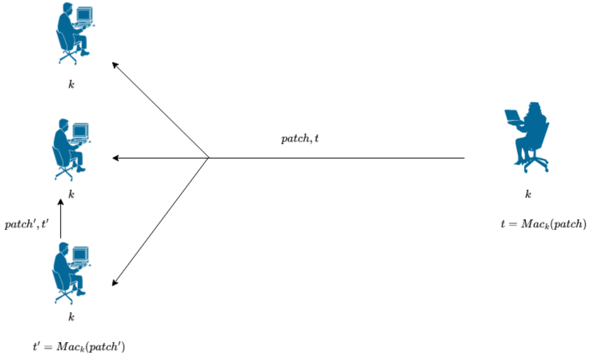
Aplicații ale semnăturilor digitale

- Putem înlocui semnătura digitală cu un MAC?



Aplicații ale semnăturilor digitale

- Putem înlocui semnătura digitală cu un MAC?



- In această situație, oricare dintre clienți poate emite un tag valid pentru un alt patch decât cel original și chiar îl poate trimite celorlalți clienți

Avantaje semnături digitale față de MAC-uri

- MAC-urile și schemele de semnătură digitală sunt folosite pentru asigurarea integrității (autenticității) mesajelor cu următoarele **diferențe**:

Avantaje semnături digitale față de MAC-uri

- MAC-urile și schemele de semnătură digitală sunt folosite pentru asigurarea integrității (autenticității) mesajelor cu următoarele **diferențe**:

- Schemele de semnătură digitală sunt *public verificabile*...

Avantaje semnături digitale față de MAC-uri

- MAC-urile și schemele de semnătură digitală sunt folosite pentru asigurarea integrității (autenticității) mesajelor cu următoarele **diferențe**:
- Schemele de semnătură digitală sunt *public verificabile*...
- ...ceea ce înseamnă că semnăturile digitale sunt *transferabile* - o terță parte poate verifica legitimitatea unei semnături și poate face o copie pentru a convinge pe altcineva că aceea este o semnătură validă pentru m;

Avantaje semnături digitale față de MAC-uri

- MAC-urile și schemele de semnătură digitală sunt folosite pentru asigurarea integrității (autenticității) mesajelor cu următoarele **diferențe**:
- Schemele de semnătură digitală sunt *public verificabile*...
- ...ceea ce înseamnă că semnăturile digitale sunt *transferabile* - o terță parte poate verifica legitimitatea unei semnături și poate face o copie pentru a convinge pe altcineva că aceea este o semnătură validă pentru *m*;
- Schemele de semnătură digitală au proprietatea de *non-repudiere* - un semnatar nu poate nega faptul că a semnat un mesaj;

Avantaje semnături digitale față de MAC-uri

- MAC-urile și schemele de semnătură digitală sunt folosite pentru asigurarea integrității (autenticității) mesajelor cu următoarele **diferențe**:
- Schemele de semnătură digitală sunt *public verificabile*...
- ...ceea ce înseamnă că semnăturile digitale sunt *transferabile* - o terță parte poate verifica legitimitatea unei semnături și poate face o copie pentru a convinge pe altcineva că aceea este o semnătură validă pentru m;
- Schemele de semnătură digitală au proprietatea de *non-repudiere* - un semnatar nu poate nega faptul că a semnat un mesaj;
- MAC-urile au avantajul că sunt cam de 2-3 ori mai eficiente (mai rapide) decât schemele de semnătură digitală.

Semnături digitale - Definiție

Definiție

O semnătură digitală definita peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{S})$ *este formată din trei algoritmi polinomiali* $(\mathrm{Gen}, \mathrm{Sign}, \mathrm{Vrfy})$ *unde:*

1. Gen*: este algoritmul de generare a perechii de cheie publică și cheie privată* (pk, sk)
2. $\mathrm{Sign} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \to \mathcal{S}$ *este algoritmul de generare a semnăturilor* $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(m)$*;*
3. $\mathrm{Vrfy} : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \times \mathcal{S} \to \{0, 1\}$
   este algoritmul de verificare ce întoarce un bit
   $b = \mathrm{Vrfy}_{pk}(m, \sigma)$ *cu semnificația că:*
   - $b = 1$ *înseamnă* valid
   - $b = 0$ *înseamnă* invalid

a.î : $\forall m \in \mathcal{M},\ k \in \mathcal{K},\ \mathrm{Vrfy}_{pk}(m, \mathrm{Sign}_{sk}(m)) = 1.$

Securitate semnatură digitală - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Sign}_{sk}(\cdot)$;

Securitate semnatură digitală - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Sign}_{sk}(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi o semnătură corespunzătoare $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(m)$;

Securitate semnatură digitală - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Sign}_{sk}(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi o semnătură corespunzătoare $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(m)$;
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul este capabil să producă un mesaj m împreună cu o semnătură σ așa încât:

Securitate semnatură digitală - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Sign}_{sk}(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi o semnătură corespunzătoare $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(m)$;
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul este capabil să producă un mesaj m împreună cu o semnătură σ așa încât:
    1. σ este o semnătură validă pentru mesajul m: $\mathrm{Vrfy}_{pk}(m, \sigma) = 1$;

Securitate semnatură digitală - formalizare

- Formal, îi dăm adversarului acces la un *oracol* $\mathrm{Sign}_{sk}(\cdot)$;
- Adversarul poate trimite orice mesaj m dorit către oracol și primește înapoi o semnătură corespunzătoare $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(m)$;
- Considerăm că securitatea este impactată dacă adversarul este capabil să producă un mesaj m împreună cu o semnătură σ așa încât:
  1. σ este o semnătură validă pentru mesajul m: $\mathrm{Vrfy}_{pk}(m, \sigma) = 1$;
  2. Adversarul nu a solicitat anterior (de la oracol) o semnătură pentru mesajul m.

Securitate semnatură digitală - formalizare

- Despre o semnătură care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificată printr-un atac cu mesaj ales*;

Securitate semnatură digitală - formalizare

- Despre o semnătură care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificată printr-un atac cu mesaj ales*;
- Aceasta înseamnă că un adversar nu este capabil să falsifice o semnătură validă pentru nici un mesaj ...

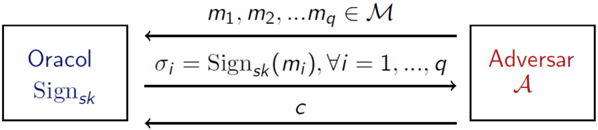
Securitate semnatură digitală - formalizare

- Despre o semnătură care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificată printr-un atac cu mesaj ales*;
- Aceasta înseamnă că un adversar nu este capabil să falsifice o semnătură validă pentru nici un mesaj ...
- ... deși poate obține semnături pentru orice mesaj ales de el, chiar *adaptiv* în timpul atacului.

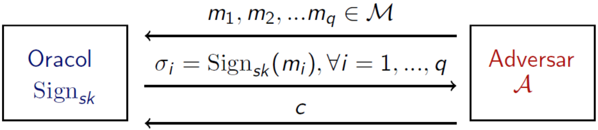
Securitate semnatură digitală - formalizare

- Despre o semnătură care satisface nivelul de securitate de mai sus spunem că *nu poate fi falsificată printr-un atac cu mesaj ales*;
- Aceasta înseamnă că un adversar nu este capabil să falsifice o semnătură validă pentru nici un mesaj ...
- ... deși poate obține semnături pentru orice mesaj ales de el, chiar *adaptiv* în timpul atacului.
- Pentru a da definiția formală, definim mai întâi un experiment pentru o semnătura $\pi = (\mathrm{Sign}, \mathrm{Vrfy})$, în care considerăm un adversar $\mathcal{A}$ și parametrul de securitate n;

Experimentul $\mathrm{Sign}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

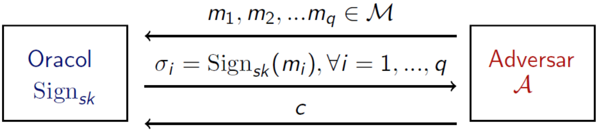


Experimentul $\mathrm{Sign}_{\mathcal{A},\pi}^{forge}(n)$



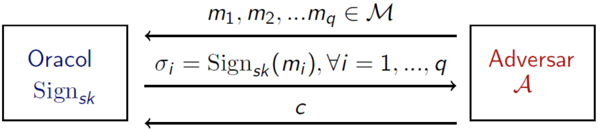
- Adversarul întoarce o pereche de mesaj, semnătură (m, σ)

Experimentul $\mathrm{Sign}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Adversarul întoarce o pereche de mesaj, semnătură (m, σ)
- Output-ul experimentului este 1 dacă și numai dacă: (1) $\mathrm{Vrfy}_{pk}(m, \sigma) = 1$ și (2) $m \notin \{m_1, ..., m_q\}$;

Experimentul $\mathrm{Sign}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Adversarul întoarce o pereche de mesaj, semnătură (m, σ)
- Output-ul experimentului este 1 dacă și numai dacă: (1) $\mathrm{Vrfy}_{pk}(m, \sigma) = 1$ și (2) $m \notin \{m_1, ..., m_q\}$;
- Dacă $\mathrm{Sign}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

Securitate semnaturi digitale

Definiție

O semnătură $\pi = (\mathrm{Gen}, \mathrm{Sign}, \mathrm{Vrfy})$ *este sigură (nu poate fi falsificată printr-un atac cu mesaj ales) dacă pentru orice adversar polinomial* $\mathcal{A}$ *există o funcție neglijabilă negl așa încât*

$$Pr[\mathrm{Sign}^{forge}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq negl(n).$$

Atacuri prin replicare

- Un atacator poate prelua o pereche de mesaj și semnătură digitală și o retrimite unui destinatar

Atacuri prin replicare

- Un atacator poate prelua o pereche de mesaj și semnătură digitală și o retrimite unui destinatar
- la fel ca în criptografia simetrică, definiția semnăturilor digitale nu protejează împotriva acestui tip de atac

Atacuri prin replicare

- Un atacator poate prelua o pereche de mesaj și semnătură digitală și o retrimite unui destinatar
- la fel ca în criptografia simetrică, definiția semnăturilor digitale nu protejează împotriva acestui tip de atac
- in contextul exemplului cu patch-ul de software, acest atac este problematic

Construcție scheme de semnătură digitală

Construcție scheme de semnătură digitală

- Paradigma "hash-and-sign" este sigură: înainte de semnare, mesajul trece printr-o funcție hash; varianta aceasta se folosește pe larg în practică;
  - $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(H(m))$; $\mathrm{Vrfy}_{\mathrm{pk}}(\mathrm{H(m)}, \sigma) \stackrel{?}{=} 1$

Construcție scheme de semnătură digitală

- Paradigma "hash-and-sign" este sigură: înainte de semnare, mesajul trece printr-o funcție hash; varianta aceasta se folosește pe larg în practică;
  - $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(H(m))$; $\mathrm{Vrfy}_{\mathrm{pk}}(\mathrm{H(m)}, \sigma) \stackrel{?}{=} 1$
- construcția este sigură atâta timp cât H este rezistentă la coliziuni

Construcție scheme de semnătură digitală

- Paradigma "hash-and-sign" este sigură: înainte de semnare, mesajul trece printr-o funcție hash; varianta aceasta se folosește pe larg în practică;
  - $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(H(m))$; $\mathrm{Vrfy}_{\mathrm{pk}}(\mathrm{H(m)}, \sigma) \stackrel{?}{=} 1$

- construcția este sigură atâta timp cât H este rezistentă la coliziuni

- este avantajoasă pentru că oferă funcționalitatea unei semnături digitale (criptografie cu cheie publică) la costul unei operații din criptografia cu cheie secretă

Construcție scheme de semnătură digitală

- Paradigma "hash-and-sign" este sigură: înainte de semnare, mesajul trece printr-o funcție hash; varianta aceasta se folosește pe larg în practică;
  - $\sigma \leftarrow \mathrm{Sign}_{sk}(H(m))$; $\mathrm{Vrfy}_{\mathrm{pk}}(\mathrm{H(m)}, \sigma) \stackrel{?}{=} 1$
- construcția este sigură atâta timp cât H este rezistentă la coliziuni
- este avantajoasă pentru că oferă funcționalitatea unei semnături digitale (criptografie cu cheie publică) la costul unei operații din criptografia cu cheie secretă
- folosită pe larg în practică

Prezumpția RSA - reamintire

- Se aleg două numere mari prime p și q

Prezumpția RSA - reamintire

- Se aleg două numere mari prime p și q
- Se calculează modulul $N = p \cdot q$

Prezumpția RSA - reamintire

- Se aleg două numere mari prime p și q
- Se calculează modulul $N = p \cdot q$
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;

Prezumpția RSA - reamintire

- Se aleg două numere mari prime p și q
- Se calculează modulul $N = p \cdot q$
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = (x^d)^e$

Prezumpția RSA - reamintire

- Se aleg două numere mari prime p și q
- Se calculează modulul $N = p \cdot q$
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = (x^d)^e$
- x^d se numeste rădăcina de ordin e a lui x modulo N

Prezumpția RSA - reamintire

- Se aleg două numere mari prime p și q
- Se calculează modulul $N = p \cdot q$
- Fie $\mathbb{Z}_N^*$ un grup de ordin $\phi(N) = (p-1)(q-1)$;
- Fixăm e cu $gcd(e, \phi(N)) = 1$. Atunci $(x^e)^d = x^{ed \bmod \phi(N)} = x \bmod N = (x^d)^e$
- x^d se numeste rădăcina de ordin e a lui x modulo N
- Prezumpția RSA: cunoscându-se doar N și e, este dificil să calculăm rădăcina de ordin e a unui mesaj $m \in \mathbb{Z}_N^*$

Semnatura digitală bazată pe RSA

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$

Semnatura digitală bazată pe RSA

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = m^d \bmod N$$

Semnatura digitală bazată pe RSA

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\text{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = m^d \bmod N$$

- $\text{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă

Semnatura digitală bazată pe RSA

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = m^d \bmod N$$

- $\mathrm{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă

$$m \stackrel{?}{=} \sigma^e \bmod N$$

Această variantă de semnătură nu este sigură, se cunosc mai multe atacuri pentru ea

Un atac asupra semnăturii bazate pe RSA

- scop adversar: falsificarea semnăturii mesajului $m \in \mathbb{Z}_N^*$ pentru $pk = (N, e)$

Un atac asupra semnăturii bazate pe RSA

- scop adversar: falsificarea semnăturii mesajului $m \in \mathbb{Z}_N^*$ pentru $pk = (N, e)$
- acțiune adversar: alege $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}_N^*$ a.i. $m = m_1 \cdot m_2 \bmod N$

Un atac asupra semnăturii bazate pe RSA

- scop adversar: falsificarea semnăturii mesajului $m \in \mathbb{Z}_N^*$ pentru $pk = (N, e)$
- acțiune adversar: alege $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}_N^*$ a.i. $m = m_1 \cdot m_2 \bmod N$
- obține semnăturile σ_1 și σ_2 pentru mesajele m_1, m_2

Un atac asupra semnăturii bazate pe RSA

- scop adversar: falsificarea semnăturii mesajului $m \in \mathbb{Z}_N^*$ pentru $pk = (N, e)$
- acțiune adversar: alege $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}_N^*$ a.i. $m = m_1 \cdot m_2 \bmod N$
- obține semnăturile σ_1 și σ_2 pentru mesajele m_1, m_2
- întoarce $\sigma = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \bmod N$ ca semnătură validă pentru m

Un atac asupra semnăturii bazate pe RSA

- scop adversar: falsificarea semnăturii mesajului $m \in \mathbb{Z}_N^*$ pentru $pk = (N, e)$
- acțiune adversar: alege $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}_N^*$ a.i. $m = m_1 \cdot m_2 \bmod N$
- obține semnăturile σ_1 și σ_2 pentru mesajele m_1, m_2
- întoarce $\sigma = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \bmod N$ ca semnătură validă pentru m
- aceasta este o semnătură validă pentru că

$$\sigma^e = (\sigma_1 \cdot \sigma_2)^e = (m_1^d \cdot m_2^d)^e = m_1^{ed} \cdot m_2^{ed} = m_1 \cdot m_2 = m \bmod N$$

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\text{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = H(m)^d \bmod N$$

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = H(m)^d \bmod N$$

- $\mathrm{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel
$$\sigma = H(m)^d \bmod N$$
- $\mathrm{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă
$$H(m) \stackrel{?}{=} \sigma^e \bmod N$$

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = H(m)^d \bmod N$$

- $\mathrm{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă

$$H(m) \stackrel{?}{=} \sigma^e \bmod N$$

- Se poate verifica ușor că atacul precedent nu funcționează: $H(m_1) \cdot H(m_1) = \sigma_1^e \cdot \sigma_2^e = (\sigma_1 \cdot \sigma_2)^e \neq H(m_1 \cdot m_2)$

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = H(m)^d \bmod N$$

- $\mathrm{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă

$$H(m) \stackrel{?}{=} \sigma^e \bmod N$$

- Se poate verifica ușor că atacul precedent nu funcționează:
  $H(m_1) \cdot H(m_1) = \sigma_1^e \cdot \sigma_2^e = (\sigma_1 \cdot \sigma_2)^e \neq H(m_1 \cdot m_2)$
  Această variantă de semnătură este sigură daca H îndeplinește două condiții:

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = H(m)^d \bmod N$$

- $\mathrm{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă

$$H(m) \stackrel{?}{=} \sigma^e \bmod N$$

- Se poate verifica ușor că atacul precedent nu funcționează: $H(m_1) \cdot H(m_1) = \sigma_1^e \cdot \sigma_2^e = (\sigma_1 \cdot \sigma_2)^e \neq H(m_1 \cdot m_2)$
  Această variantă de semnătură este sigură daca H îndeplinește două condiții:
  - H este rezistentă la coliziuni

Varianta RSA-FDH (full-domain hash)

- Gen: generează N, e, d și $pk = (N, e)$ iar $sk = d$
- $\mathrm{Sign}(sk, m)$: semnează mesajul m folosind cheia $sk = d$ astfel

$$\sigma = H(m)^d \bmod N$$

- $\mathrm{Vrfy}(pk, m, \sigma)$: semnătura este validă dacă și numai dacă

$$H(m) \stackrel{?}{=} \sigma^e \bmod N$$

- Se poate verifica ușor că atacul precedent nu funcționează: $H(m_1) \cdot H(m_1) = \sigma_1^e \cdot \sigma_2^e = (\sigma_1 \cdot \sigma_2)^e \neq H(m_1 \cdot m_2)$
  Această variantă de semnătură este sigură daca H îndeplinește două condiții:
  - H este rezistentă la coliziuni
  - $H : \{0,1\}^* \rightarrow \mathbb{Z}_N^*$

Scheme de identificare - identification schemes

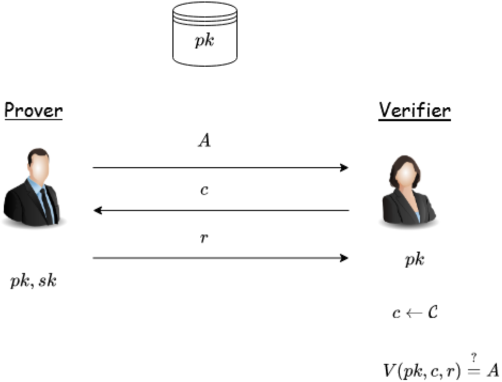
- sunt protocoale interactive care permit unei părți (Prover) să își demonstreze identitatea în fața unei alte părți (Verifier)

Scheme de identificare - identification schemes

- sunt protocoale interactive care permit unei părți (Prover) să își demonstreze identitatea în fața unei alte părți (Verifier)
- sunt foarte importante ca building block pentru semnături digitale (dar, în sine, au aplicabilitate limitată)

Scheme de identificare - identification schemes

- sunt protocoale interactive care permit unei părti (Prover) să își demonstreze identitatea în fața unei alte părti (Verifier)
- sunt foarte importante ca building block pentru semnături digitale (dar, în sine, au aplicabilitate limitată)
- în continuare, abordare informală



Scheme de identificare

- Securitate
  - față de adversarii *pasivi* - chiar dacă are acces la mesajele trimise în mai multe execuții ale protocolului, un adversar nu îl poate convinge pe Verifier să accepte

Scheme de identificare

- Securitate
  - față de adversarii *pasivi* - chiar dacă are acces la mesajele trimise în mai multe execuții ale protocolului, un adversar nu îl poate convinge pe Verifier să accepte
- Principala aplicație

Scheme de identificare

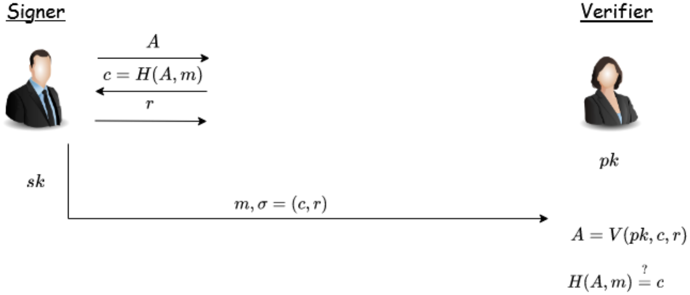
- Securitate
  - față de adversarii *pasivi* - chiar dacă are acces la mesajele trimise în mai multe execuții ale protocolului, un adversar nu îl poate convinge pe Verifier să accepte
- Principala aplicație
  - identificarea persoanelor prezente fizic; de pildă, deschiderea unei uși securizate pe baza unei cartele de acces

Scheme de identificare

- Securitate
  - față de adversarii *pasivi* - chiar dacă are acces la mesajele trimise în mai multe execuții ale protocolului, un adversar nu îl poate convinge pe Verifier să accepte
- Principala aplicație
  - identificarea persoanelor prezente fizic; de pildă, deschiderea unei uși securizate pe baza unei cartele de acces
  - nu este potrivită pentru autentificarea la distanță (pe internet)

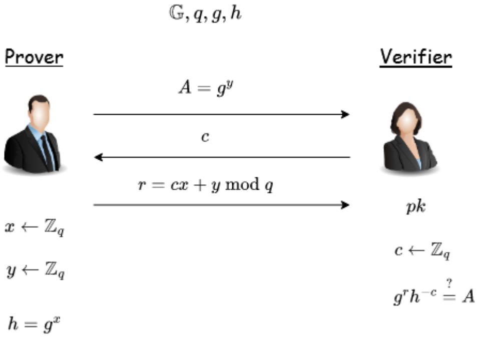
Transformarea schemelor de identificare in semnături digitale

- Pentru a semna, Prover-ul execută singur protocolul generând challenge-ul pe baza unei funcții hash - folosește *transformarea Fiat-Shamir*



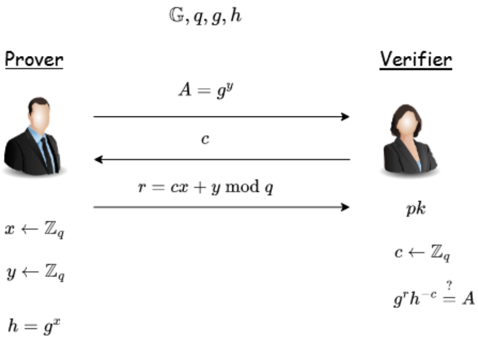
Schema de identificare Schnorr

- In schema de identificare de mai jos $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q și generator g, $sk = x$ și $pk = (\mathbb{G}, q, g, h)$ unde $h = g^x$.



Schema de identificare Schnorr

- In schema de identificare de mai jos $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q și generator g, $sk = x$ și $pk = (\mathbb{G}, q, g, h)$ unde $h = g^x$.



- Se poate verifica ușor ca $g^r h^{-c} = g^{cx+y} h^{-c} = (g^x)^c g^y h^{-c} = g^y = A$

Schema de identificare Schnorr - securitate

- Dacă problema logaritmului discret este dificilă, atunci schema de identificare Schnorr este sigura împotriva atacurilor pasive

Schema de identificare Schnorr - securitate

- Dacă problema logaritmului discret este dificilă, atunci schema de identificare Schnorr este sigura împotriva atacurilor pasive
- Dacă problema logaritmului discret este dificilă si H este modelata ca o funcție aleatoare, atunci semnătura Schnorr (obținută din schema de identificare Schnorr prezentată anterior, prin aplicarea transformării Fiat-Shamir) este sigură

Alte scheme de semnatură digitală

- Un alt exemplu folosit în practică este Digital Signature Algorithm (DSA) bazat pe problema logaritmului discret (a devenit standard US în 1994) dar și ECDSA (varianta DSA bazată pe curbe eliptice devenită standard în 1998), ambele fiind incluse în DSS (Digital Signature Standard).

Alte scheme de semnatură digitală

- Un alt exemplu folosit în practică este Digital Signature Algorithm (DSA) bazat pe problema logaritmului discret (a devenit standard US în 1994) dar și ECDSA (varianta DSA bazată pe curbe eliptice devenită standard în 1998), ambele fiind incluse în DSS (Digital Signature Standard).
- Atât DSA cât și ECDSA se bazează pe PLD în diferite clase de grupuri.

DSA/ECDSA

Sunt construite pe baza schemei de identificare de mai jos unde $\mathbb{G}$ este un grup ciclic de ordin q și generator g, $sk = x$ și $pk = (\mathbb{G}, q, g, y)$ unde $y = g^x$.

Alice

Bob

Alice: $k \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$, $I := g^k$

Alice $\to$ Bob: $\mathbb{G}, q, g, I$

Bob: $\alpha, r \leftarrow \mathbb{Z}_q$

Bob $\to$ Alice: α, r

Alice $\to$ Bob: $s := k^{-1} \cdot (\alpha + xr) \mod q$

Bob: acceptă dacă $s \neq 0$

și $g^{\alpha s^{-1}} \cdot y^{rs^{-1}} = I$

DSA/ECDSA

- Se poate verifica ușor că schema este corectă:
  $s = 0$ doar dacă $\alpha = -xr \mod q$ ceea ce se întâmplă cu probabilitate neglijabilă.
- Considerând $s \neq 0$, $s^{-1} \mod q$ există și

$$g^{\alpha s^{-1}} \cdot y^{rs^{-1}} = g^{\alpha s^{-1}} \cdot g^{xrs^{-1}} = g^{(\alpha + xr)s^{-1}} = g^{(\alpha+xr)\cdot k \cdot (\alpha+xr)^{-1}} = I$$

DSA/ECDSA

- Se poate verifica ușor că schema este corectă:
  $s = 0$ doar dacă $\alpha = -xr \mod q$ ceea ce se întâmplă cu probabilitate neglijabilă.
- Considerând $s \neq 0$, $s^{-1} \mod q$ există și

$$g^{\alpha s^{-1}} \cdot y^{rs^{-1}} = g^{\alpha s^{-1}} \cdot g^{xrs^{-1}} = g^{(\alpha+xr)s^{-1}} = g^{(\alpha+xr)\cdot k\cdot(\alpha+xr)^{-1}} = I$$

- Schema anterioară este sigură dacă PLD este dificilă în grupul $\mathbb{G}$.

DSA/ECDSA

- Se poate verifica ușor că schema este corectă:
  $s = 0$ doar dacă $\alpha = -xr \mod q$ ceea ce se întâmplă cu probabilitate neglijabilă.
- Considerând $s \neq 0$, $s^{-1} \mod q$ există și

$$g^{\alpha s^{-1}} \cdot y^{rs^{-1}} = g^{\alpha s^{-1}} \cdot g^{xrs^{-1}} = g^{(\alpha + xr)s^{-1}} = g^{(\alpha+xr)\cdot k \cdot (\alpha+xr)^{-1}} = I$$

- Schema anterioară este sigură dacă PLD este dificilă în grupul $\mathbb{G}$.
- Schemele de semnătură DSA/ECDSA se obțin prin transformarea schemei de sus într-una non-interactivă.

DSA/ECDSA

Modificările pentru a face schema non-interactivă sunt următoarele:

- notăm $\alpha = H(m)$ unde H este o funcție hash criptografică
- $r = F(I)$ pentru o funcție specifică $F : \mathbb{G} \rightarrow \mathbb{Z}_q$
- Varianta non-interactivă a schemei este mai jos
  - Gen: generează $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q și un generator g, alege uniform $x \in \mathbb{Z}_q$ și $y = g^x$. Cheia publică este $pk = (\mathbb{G}, q, g, y)$ iar cheia secretă este $sk = x$.
    Se aleg și functiile $H : \{0,1\}^* \rightarrow \mathbb{Z}_q$ și $F : \mathbb{G} \rightarrow \mathbb{Z}_q$.

DSA/ECDSA

Modificările pentru a face schema non-interactivă sunt următoarele:

- notăm $\alpha = H(m)$ unde H este o funcție hash criptografică
- $r = F(I)$ pentru o funcție specifică $F : \mathbb{G} \to \mathbb{Z}_q$
- Varianta non-interactivă a schemei este mai jos
  - Gen: generează $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q și un generator g, alege uniform $x \in \mathbb{Z}_q$ și $y = g^x$. Cheia publică este $pk = (\mathbb{G}, q, g, y)$ iar cheia secretă este $sk = x$.
    Se aleg și functiile $H : \{0,1\}^* \to \mathbb{Z}_q$ și $F : \mathbb{G} \to \mathbb{Z}_q$.

  - $\mathrm{Sign}(sk, m)$: alege uniform $k \in \mathbb{Z}_q^*$ și $r = F(g^k)$. Calculează $s := k^{-1} \cdot (H(m) + xr) \mod q$. Dacă $s = 0$ sau $r = 0$ se re-începe cu o nouă alegere a lui k.
    Semnătura rezultată este (r, s).

DSA/ECDSA

Modificările pentru a face schema non-interactivă sunt următoarele:

- notăm $\alpha = H(m)$ unde H este o funcție hash criptografică
- $r = F(I)$ pentru o funcție specifică $F : \mathbb{G} \to \mathbb{Z}_q$
- Varianta non-interactivă a schemei este mai jos
  - Gen: generează $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q și un generator g, alege uniform $x \in \mathbb{Z}_q$ și $y = g^x$. Cheia publică este $pk = (\mathbb{G}, q, g, y)$ iar cheia secretă este $sk = x$.
    Se aleg și functiile $H : \{0,1\}^* \to \mathbb{Z}_q$ și $F : \mathbb{G} \to \mathbb{Z}_q$.
  - $\mathrm{Sign}(sk, m)$: alege uniform $k \in \mathbb{Z}_q^*$ și $r = F(g^k)$. Calculează $s := k^{-1} \cdot (H(m) + xr) \mod q$. Dacă $s = 0$ sau $r = 0$ se re-începe cu o nouă alegere a lui k.
    Semnătura rezultată este (r, s).
  - $\mathrm{Vrfy}(pk, m, (r, s))$: semnătura este validă dacă și numai dacă

DSA/ECDSA

Modificările pentru a face schema non-interactivă sunt următoarele:

- notăm $\alpha = H(m)$ unde H este o funcție hash criptografică
- $r = F(I)$ pentru o funcție specifică $F : \mathbb{G} \to \mathbb{Z}_q$
- Varianta non-interactivă a schemei este mai jos
  - Gen: generează $\mathbb{G}$ un grup ciclic de ordin q și un generator g, alege uniform $x \in \mathbb{Z}_q$ și $y = g^x$. Cheia publică este $pk = (\mathbb{G}, q, g, y)$ iar cheia secretă este $sk = x$.
    Se aleg și functiile $H : \{0,1\}^* \to \mathbb{Z}_q$ și $F : \mathbb{G} \to \mathbb{Z}_q$.
  - $\mathrm{Sign}(sk, m)$: alege uniform $k \in \mathbb{Z}_q^*$ și $r = F(g^k)$. Calculează $s := k^{-1} \cdot (H(m) + xr) \mod q$. Dacă $s = 0$ sau $r = 0$ se re-începe cu o nouă alegere a lui k.
    Semnătura rezultată este (r, s).
  - $\mathrm{Vrfy}(pk, m, (r, s))$: semnătura este validă dacă și numai dacă

$$r \stackrel{?}{=} F(g^{H(m)\cdot s^{-1}} y^{r\cdot s^{-1}})$$

DSA/ECDSA - Securitate

- Securitatea semnăturii DSA/ECDSA se bazează pe problema logaritmului discret și pe faptul că F și G sunt alese corespunzător.

DSA/ECDSA - Securitate

- Securitatea semnăturii DSA/ECDSA se bazează pe problema logaritmului discret și pe faptul că F și G sunt alese corespunzător.
- Este foarte important ca la generarea semnăturii k să fie ales aleator, și deci sa nu fie predictibil. In caz contrar, cheia secretă x se poate afla (în ecuația $s = k^{-1} \cdot (H(m) + xr)$ mod q, singura necunoscută este x).

DSA/ECDSA - Securitate

- Securitatea semnăturii DSA/ECDSA se bazează pe problema logaritmului discret și pe faptul că F și G sunt alese corespunzător.
- Este foarte important ca la generarea semnăturii k să fie ales aleator, și deci sa nu fie predictibil. In caz contrar, cheia secretă x se poate afla (în ecuația $s = k^{-1} \cdot (H(m) + xr) \mod q$, singura necunoscută este x).
- De asemenea, folosirea aceluiași k pentru generarea a două semnături diferite duce la găsirea cheii secrete.

Certificate și PKI

- O problemă a criptografiei cu cheie publică o reprezintă distribuirea cheilor publice;

Certificate și PKI

- O problemă a criptografiei cu cheie publică o reprezintă distribuirea cheilor publice;
- Se rezolvă tot cu criptografia cu cheie publică: e suficient să distribuim o singură cheie publică în mod sigur...

Certificate și PKI

- O problemă a criptografiei cu cheie publică o reprezintă distribuirea cheilor publice;
- Se rezolvă tot cu criptografia cu cheie publică: e suficient să distribuim o singură cheie publică în mod sigur...
- Ulterior ea poate fi folosită pentru a distribui sigur oricât de multe chei publice;

Certificate și PKI

- O problemă a criptografiei cu cheie publică o reprezintă distribuirea cheilor publice;
- Se rezolvă tot cu criptografia cu cheie publică: e suficient să distribuim o singură cheie publică în mod sigur...
- Ulterior ea poate fi folosită pentru a distribui sigur oricât de multe chei publice;
- Ideea constă în folosirea unui *certificat digital* care este o semnătură care atașează unei entități o anume cheie publică;

Certificate și PKI

- De exemplu, dacă Charlie are cheia generată (pk_C, sk_C) iar Bob are cheia (pk_B, sk_B), iar Charlie cunoaște pk_B atunci el poate calcula semnătura de mai jos pe care i-o dă lui Bob:

$$\mathrm{cert}_{C \to B} = \mathrm{Sign}_{sk_C}(''\textit{Cheia lui Bob este } pk_B'')$$

Certificate și PKI

- De exemplu, dacă Charlie are cheia generată (pk_C, sk_C) iar Bob are cheia (pk_B, sk_B), iar Charlie cunoaște pk_B atunci el poate calcula semnătura de mai jos pe care i-o dă lui Bob:

$$\mathrm{cert}_{C \to B} = \mathrm{Sign}_{sk_C}(\text{''}\textit{Cheia lui Bob este } pk_B\text{''})$$

- Această semnătură este un *certificat* emis de Charlie pentru Bob;

Certificate și PKI

- De exemplu, dacă Charlie are cheia generată (pk_C, sk_C) iar Bob are cheia (pk_B, sk_B), iar Charlie cunoaște pk_B atunci el poate calcula semnătura de mai jos pe care i-o dă lui Bob:

$$\mathrm{cert}_{C \to B} = \mathrm{Sign}_{sk_C}(\text{"}\textit{Cheia lui Bob este } pk_B\text{"})$$

- Această semnătură este un *certificat* emis de Charlie pentru Bob;

- Atunci când Bob vrea să comunice cu Alice, îi trimite întâi cheia publică pk_B împreună cu certificatul $\mathrm{cert}_{C \to B}$ a cărui validitate în raport cu pk_C Alice o verifică;

Certificate și PKI

- Rămân câteva probleme: cum află Alice pk_C, cum poate fi Charlie sigur că pk_B este cheia publică a lui Bob, cum decide Alice dacă să aibă încredere în Charlie;

Certificate și PKI

- Rămân câteva probleme: cum află Alice pk_C, cum poate fi Charlie sigur că pk_B este cheia publică a lui Bob, cum decide Alice dacă să aibă încredere în Charlie;
- Toate acestea sunt specificate într-o *infrastructură cu chei publice* (PKI-public key infrastructure) care permite distribuirea la scară largă a cheilor publice;

Certificate și PKI

- Rămân câteva probleme: cum află Alice pk_C, cum poate fi Charlie sigur că pk_B este cheia publică a lui Bob, cum decide Alice dacă să aibă încredere în Charlie;
- Toate aceastea sunt specificate într-o *infrastructură cu chei publice* (PKI-public key infrastructure) care permite distribuirea la scară largă a cheilor publice;
- Există mai multe modele diferite de PKI, după cum vom vedea în continuare;

PKI cu o singură autoritate de certificare

- Aici există o singură autoritate de certificare (CA) în care toată lumea are încredere și care emite certificate pentru toate cheile publice;

PKI cu o singură autoritate de certificare

- Aici există o singură autoritate de certificare (CA) în care toată lumea are încredere și care emite certificate pentru toate cheile publice;
- CA este o companie, sau agenție guvernamentală sau un departament dintr-o organizație;

PKI cu o singură autoritate de certificare

- Aici există o singură autoritate de certificare (CA) în care toată lumea are încredere și care emite certificate pentru toate cheile publice;
- CA este o companie, sau agenție guvernamentală sau un departament dintr-o organizație;
- Oricine apelează la serviciile CA trebuie să obțină o copie legitimă a cheii ei publice pk_{CA};

PKI cu o singură autoritate de certificare

- Aici există o singură autoritate de certificare (CA) în care toată lumea are încredere și care emite certificate pentru toate cheile publice;
- CA este o companie, sau agenție guvernamentală sau un departament dintr-o organizație;
- Oricine apelează la serviciile CA trebuie să obțină o copie legitimă a cheii ei publice pk_{CA};
- Cheia pk_{CA} se obține chiar prin mijloace fizice; deși inconvenient, acest pas este efectuat o singură dată;

PKI cu mai multe autorități de certificare

- Modelul cu o singură CA nu este practic;

PKI cu mai multe autorități de certificare

- Modelul cu o singură CA nu este practic;
- In modelul cu multiple CA, dacă Bob dorește să obțină un certificat pentru cheia lui publică, poate apela la oricare CA dorește, iar Alice, care primește un certificat sau mai multe, poate alege în care CA să aibă încredere;

PKI cu mai multe autorități de certificare

- Modelul cu o singură CA nu este practic;
- In modelul cu multiple CA, dacă Bob dorește să obțină un certificat pentru cheia lui publică, poate apela la oricare CA dorește, iar Alice, care primește un certificat sau mai multe, poate alege în care CA să aibă încredere;
- De exemplu, browser-ele web vin preconfigurate cu un număr de chei publice ale unor CA stabilite ca toate fiind de încredere în mod egal (în configurația default a browser-ului);

PKI cu mai multe autorități de certificare

- Modelul cu o singură CA nu este practic;
- In modelul cu multiple CA, dacă Bob dorește să obțină un certificat pentru cheia lui publică, poate apela la oricare CA dorește, iar Alice, care primește un certificat sau mai multe, poate alege în care CA să aibă încredere;
- De exemplu, browser-ele web vin preconfigurate cu un număr de chei publice ale unor CA stabilite ca toate fiind de încredere în mod egal (în configurația default a browser-ului);
- Utilizatorul poate modifica această configurație așa încât să accepte doar certificate de la CA-uri în care el are încredere;

Delegare și lanțuri de certificate

- Charlie este un CA care emite certificate, inclusiv pentru Bob;

Delegare și lanțuri de certificate

- Charlie este un CA care emite certificate, inclusiv pentru Bob;
- Dacă pk_B este o cheie publică pentru semnătură, atunci Bob poate emite certificate pentru alte persoane; un certificat pentru Alice are forma

$$\mathrm{cert}_{B \to A} = \mathrm{Sign}_{sk_B}(\text{"}\textit{Cheia lui Alice este } pk_A\text{"})$$

Delegare și lanțuri de certificate

- Charlie este un CA care emite certificate, inclusiv pentru Bob;
- Dacă pk_B este o cheie publică pentru semnătură, atunci Bob poate emite certificate pentru alte persoane; un certificat pentru Alice are forma

$$\mathrm{cert}_{B\to A} = \mathrm{Sign}_{sk_B}(\text{"}\textit{Cheia lui Alice este } pk_A\text{"})$$

- Atunci când comunică cu Dan, Alice îi trimite

$$pk_A, \mathrm{cert}_{B\to A}, pk_B, \mathrm{cert}_{C\to B}$$

Delegare și lanțuri de certificate

- Charlie este un CA care emite certificate, inclusiv pentru Bob;
- Dacă pk_B este o cheie publică pentru semnătură, atunci Bob poate emite certificate pentru alte persoane; un certificat pentru Alice are forma

$$\mathrm{cert}_{B\to A} = \mathrm{Sign}_{sk_B}(\text{"}\textit{Cheia lui Alice este } pk_A\text{"})$$

- Atunci când comunică cu Dan, Alice îi trimite

$$pk_A, \mathrm{cert}_{B\to A}, pk_B, \mathrm{cert}_{C\to B}$$

- De fapt, $\mathrm{cert}_{C\to B}$ conține, în afară de pk_B și afirmația "Bob este de încredere pentru a emite certificate"; astfel, Charlie îl deleagă pe Bob să emită certificate;

Delegare și lanțuri de certificate

- Charlie este un CA care emite certificate, inclusiv pentru Bob;
- Dacă pk_B este o cheie publică pentru semnătură, atunci Bob poate emite certificate pentru alte persoane; un certificat pentru Alice are forma

$$\mathrm{cert}_{B\to A} = \mathrm{Sign}_{sk_B}(\text{"}\textit{Cheia lui Alice este } pk_A\text{"})$$

- Atunci când comunică cu Dan, Alice îi trimite

$$pk_A, \mathrm{cert}_{B\to A}, pk_B, \mathrm{cert}_{C\to B}$$

- De fapt, $\mathrm{cert}_{C\to B}$ conține, în afară de pk_B și afirmația "Bob este de încredere pentru a emite certificate"; astfel, Charlie îl deleagă pe Bob să emită certificate;
- Totul se poate organiza ca o ierarhie unde există un CA "rădăcină" pe primul nivel și n CA-uri pe al doilea nivel.

Modelul "web of trust"

- Aici oricine poate emite certificate pentru orice altcineva și fiecare utilizator decide cât de multă încredere poate acorda certificatelor emise de alți utilizatori;

Modelul "web of trust"

- Aici oricine poate emite certificate pentru orice altcineva și fiecare utilizator decide cât de multă încredere poate acorda certificatelor emise de alți utilizatori;
- De exemplu, dacă Alice are cheile publice pk_1, pk_2, pk_3 corespunzătoare lui C_1, C_2, C_3...

Modelul "web of trust"

- Aici oricine poate emite certificate pentru orice altcineva și fiecare utilizator decide cât de multă încredere poate acorda certificatelor emise de alți utilizatori;
- De exemplu, dacă Alice are cheile publice pk_1, pk_2, pk_3 corespunzătoare lui C_1, C_2, C_3...
- ...iar Bob, care vrea să comunice cu Alice, are certificatele $\mathrm{cert}_{C_1 \to B}$, $\mathrm{cert}_{C_3 \to B}$ și $\mathrm{cert}_{C_4 \to B}$ pe care i le trimite lui Alice;

Modelul "web of trust"

- Aici oricine poate emite certificate pentru orice altcineva și fiecare utilizator decide cât de multă încredere poate acorda certificatelor emise de alți utilizatori;
- De exemplu, dacă Alice are cheile publice pk_1, pk_2, pk_3 corespunzătoare lui C_1, C_2, C_3...
- ...iar Bob, care vrea să comunice cu Alice, are certificatele $\mathrm{cert}_{C_1 \to B}$, $\mathrm{cert}_{C_3 \to B}$ și $\mathrm{cert}_{C_4 \to B}$ pe care i le trimite lui Alice;
- Alice nu are pk_4 și nu poate verifica $\mathrm{cert}_{C_4 \to B}$; deci ca să accepte pk_B, Alice trebuie să decidă cât de multă încredere are în C_1 și C_3;

Modelul "web of trust"

- Aici oricine poate emite certificate pentru orice altcineva și fiecare utilizator decide cât de multă încredere poate acorda certificatelor emise de alți utilizatori;
- De exemplu, dacă Alice are cheile publice pk_1, pk_2, pk_3 corespunzătoare lui C_1, C_2, C_3...
- ...iar Bob, care vrea să comunice cu Alice, are certificatele $\mathrm{cert}_{C_1 \to B}$, $\mathrm{cert}_{C_3 \to B}$ și $\mathrm{cert}_{C_4 \to B}$ pe care i le trimite lui Alice;
- Alice nu are pk_4 și nu poate verifica $\mathrm{cert}_{C_4 \to B}$; deci ca să accepte pk_B, Alice trebuie să decidă cât de multă încredere are în C_1 și C_3;
- Modelul e atractiv pentru că nu necesită încredere într-o autoritate centrală;

Invalidarea certificatelor

- Atunci când un angajat părăsește o companie sau își pierde cheia secretă, certificatul lui trebuie invalidat;

Invalidarea certificatelor

- Atunci când un angajat părăsește o companie sau își pierde cheia secretă, certificatul lui trebuie invalidat;
- Există mai multe metode de invalidare între care:

Invalidarea certificatelor

- Atunci când un angajat părăsește o companie sau își pierde cheia secretă, certificatul lui trebuie invalidat;
- Există mai multe metode de invalidare între care:
- **Expirarea.** Se poate include data de expirare ca parte a unui certificat, care trebuie verificată împreună cu validitatea semnăturii;

Invalidarea certificatelor

- Atunci când un angajat părăsește o companie sau își pierde cheia secretă, certificatul lui trebuie invalidat;
- Există mai multe metode de invalidare între care:
- **Expirarea.** Se poate include data de expirare ca parte a unui certificat, care trebuie verificată împreună cu validitatea semnăturii;
- **Revocarea.** CA-ul poate, în mod explicit, revoca un certificat de îndată ce acesta nu mai poate fi folosit;

Invalidarea certificatelor

- Atunci când un angajat părăsește o companie sau își pierde cheia secretă, certificatul lui trebuie invalidat;
- Există mai multe metode de invalidare între care:
- **Expirarea.** Se poate include data de expirare ca parte a unui certificat, care trebuie verificată împreună cu validitatea semnăturii;
- **Revocarea.** CA-ul poate, în mod explicit, revoca un certificat de îndată ce acesta nu mai poate fi folosit;
- Aceasta se poate realiza prin includerea unui număr serial în certificat; la sfârșitul unei zile CA generează o listă de certificate revocate (care conține numerele seriale) pe care o distribuie sau publică.

Important de reținut!

- Semnături electronice
- Certificate digitale

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 12 -
Criptografia post-cuantică

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Criptografia post-cuantică

- In cadrul criptografiei de până acum am discutat despre un adversar PPT care rulează în timp polinomial pe un *calculator convențional (clasic)*. In evaluarea securității primitvelor criptografie am considerat numai *atacuri clasice*.

Criptografia post-cuantică

- In cadrul criptografiei de până acum am discutat despre un adversar PPT care rulează în timp polinomial pe un *calculator convențional (clasic)*. In evaluarea securității primitvelor criptografie am considerat numai *atacuri clasice*.

- Nu am avut in vedere *calculatoarele cuantice* - care se bazează pe principiile mecanicii cuantice și impactul lor asupra securității

Criptografia post-cuantică

- In cadrul criptografiei de până acum am discutat despre un adversar PPT care rulează în timp polinomial pe un *calculator convențional (clasic)*. In evaluarea securității primitvelor criptografie am considerat numai *atacuri clasice*.
- Nu am avut in vedere *calculatoarele cuantice* - care se bazează pe principiile mecanicii cuantice și impactul lor asupra securității
- Algoritmii cuantici pot fi, în anumite cazuri, mult mai rapizi decât cei clasici și pot avea un impact zdrobitor asupra securității primitivelor criptografice studiate.

Criptografia post-cuantică

- D.p.d.v. teoretic, impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei este recunoscut din anii 1990.

Criptografia post-cuantică

- D.p.d.v. teoretic, impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei este recunoscut din anii 1990.

- Practic, un calculator cuantic generic, pe scară largă nu există iar costurile pentru construcția lui ar fi uriașe

Criptografia post-cuantică

- D.p.d.v. teoretic, impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei este recunoscut din anii 1990.
- Practic, un calculator cuantic generic, pe scară largă nu există iar costurile pentru construcția lui ar fi uriașe
- Totusi, un calculator cuantic dedicat care să atace sistemele de criptare actuale ar putea apărea în decurs de câtiva ani sau zeci de ani.

Criptografia post-cuantică

- D.p.d.v. teoretic, impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei este recunoscut din anii 1990.
- Practic, un calculator cuantic generic, pe scară largă nu există iar costurile pentru construcția lui ar fi uriașe
- Totusi, un calculator cuantic dedicat care să atace sistemele de criptare actuale ar putea apărea în decurs de câtiva ani sau zeci de ani.
- Odată ce un astfel de calculator cuantic care să poate fi folosit în practică devine disponibil, toți algoritmii cu cheie publică folosiți în prezent dar și protocoalele asociate devin vulnerabile

Criptografia post-cuantică

- D.p.d.v. teoretic, impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei este recunoscut din anii 1990.
- Practic, un calculator cuantic generic, pe scară largă nu există iar costurile pentru construcția lui ar fi uriașe
- Totusi, un calculator cuantic dedicat care să atace sistemele de criptare actuale ar putea apărea în decurs de câtiva ani sau zeci de ani.
- Odată ce un astfel de calculator cuantic care să poate fi folosit în practică devine disponibil, toți algoritmii cu cheie publică folosiți în prezent dar și protocoalele asociate devin vulnerabile
- Aceasta înseamnă că toate email-urile, informațiile despre cardurile cu care facem plăți online, semnături digitale, tranzacții online, datele sensibile, informațiile clasificate ale agențiilor de securitate și cele guvernamentale vor fi în pericol

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Ca urmare, NIST a lansat în 2017 o competiție (încă în desfășurare) pentru evaluarea și standardizarea unor scheme (de criptare, de semnatura) cu cheie publică post-cuantice - care rămân sigure în fata unor algoritmi cuantici polinomiali. `https://csrc.nist.gov/projects/post-quantum-cryptography`.
- Competitia a fost lansată în 2017 și in prima runda au fost acceptate 69 de propuneri (din cele 82 primite) https://csrc.nist.gov/Projects/post-quantum-cryptography

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Ca urmare, NIST a lansat în 2017 o competiție (încă în desfășurare) pentru evaluarea și standardizarea unor scheme (de criptare, de semnatura) cu cheie publică post-cuantice - care rămân sigure în fata unor algoritmi cuantici polinomiali. `https://csrc.nist.gov/projects/post-quantum-cryptography`.
- Competitia a fost lansată în 2017 și in prima runda au fost acceptate 69 de propuneri (din cele 82 primite) https://csrc.nist.gov/Projects/post-quantum-cryptography
- La începutul lui 2019, au fost aleși 26 de candidați pentru runda a 2-a.

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Ca urmare, NIST a lansat în 2017 o competiție (încă în desfășurare) pentru evaluarea și standardizarea unor scheme (de criptare, de semnatura) cu cheie publică post-cuantice - care rămân sigure în fata unor algoritmi cuantici polinomiali. `https://csrc.nist.gov/projects/post-quantum-cryptography`.
- Competitia a fost lansată în 2017 și in prima runda au fost acceptate 69 de propuneri (din cele 82 primite) https://csrc.nist.gov/Projects/post-quantum-cryptography
- La începutul lui 2019, au fost aleși 26 de candidați pentru runda a 2-a.
- Iulie 2020 - anuntați pentru runda a 3-a: 7 finaliști și 8 candidati alternativi

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Iulie 2022 - NIST anunță primul grup de 4 finaliști

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Iulie 2022 - NIST anunță primul grup de 4 finaliști
  - **criptare**: CRYSTALS - Kyber - pentru chei mici de criptare și operații rapide

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Iulie 2022 - NIST anunță primul grup de 4 finaliști
  - **criptare**: CRYSTALS - Kyber - pentru chei mici de criptare și operații rapide
  - **semnături digitale**
    - CRYSTALS-Dilithium
    - FALCON
    - SPHINCS+
- Dilithium și Falcon sunt foarte eficienți, cel din urmă fiind recomandat atunci când sunt necesare semnături mai mici decât cele oferite de Dilithium

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Iulie 2022 - NIST anunță primul grup de 4 finaliști
  - **criptare**: CRYSTALS - Kyber - pentru chei mici de criptare și operații rapide
  - **semnături digitale**
    - CRYSTALS-Dilithium
    - FALCON
    - SPHINCS+
- Dilithium și Falcon sunt foarte eficienți, cel din urmă fiind recomandat atunci când sunt necesare semnături mai mici decât cele oferite de Dilithium
- Primii 3 algoritmi se bazează pe probleme matematice de latici, iar SPHINCS+ folosește funcții hash

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Iulie 2022 - NIST anunță primul grup de 4 finaliști
  - **criptare**: CRYSTALS - Kyber - pentru chei mici de criptare și operații rapide
  - **semnături digitale**
    - CRYSTALS-Dilithium
    - FALCON
    - SPHINCS+
- Dilithium și Falcon sunt foarte eficienți, cel din urmă fiind recomandat atunci când sunt necesare semnături mai mici decât cele oferite de Dilithium
- Primii 3 algoritmi se bazează pe probleme matematice de latici, iar SPHINCS+ folosește funcții hash
- Procesul de standardizare se va finaliza în anul 2024

Competiția NIST pentru standardizare post-cuantică

- Iulie 2022 - NIST anunță primul grup de 4 finaliști
  - **criptare**: CRYSTALS - Kyber - pentru chei mici de criptare și operații rapide
  - **semnături digitale**
    - CRYSTALS-Dilithium
    - FALCON
    - SPHINCS+
- Dilithium și Falcon sunt foarte eficienți, cel din urmă fiind recomandat atunci când sunt necesare semnături mai mici decât cele oferite de Dilithium
- Primii 3 algoritmi se bazează pe probleme matematice de latici, iar SPHINCS+ folosește funcții hash
- Procesul de standardizare se va finaliza în anul 2024
- Alți 4 algoritmi sunt considerați pentru standardizare

Criptografia post-cuantică vs. criptografia cuantică

Criptografia cuantică

- implementări folosind calculatoare cuantice, fenomene mecanice cuantice și canale de comunicare cuantice
- dificil de implementat la scara largă
- în unele cazuri este sigură necondiționat (nu se bazează pe ipoteze matematice)

Criptografia post-cuantică

- implementări folosind calculatoare clasice
- este sigură chiar și în fața unui adversar care are acces la un calculator cuantic
- se bazează pe probleme matematice dificile computațional chiar și pentru algoritmii cuantici

Criptografia simetrică post-cuantică

- Impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei simetrice este minor; ilustram pe scurt

Criptografia simetrică post-cuantică

- Impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei simetrice este minor; ilustram pe scurt
- Considerăm următoarea problema abstractă:

Criptografia simetrică post-cuantică

- Impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei simetrice este minor; ilustram pe scurt
- Considerăm următoarea problema abstractă:
  - Se dă: funcție $f : D \to \{0, 1\}$ cu acces de tip oracol (funcția poate fi interogată pe orice input și se primește output-ul corespunzător)

Criptografia simetrică post-cuantică

- Impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei simetrice este minor; ilustram pe scurt
- Considerăm următoarea problema abstractă:
  - Se dă: funcție $f : D \to \{0, 1\}$ cu acces de tip oracol (funcția poate fi interogată pe orice input și se primește output-ul corespunzător)
  - Se cere: să se găsească x a.î. $f(x) = 1$.

Criptografia simetrică post-cuantică

- Impactul calculatoarelor cuantice asupra criptografiei simetrice este minor; ilustram pe scurt

- Considerăm următoarea problema abstractă:
  - Se dă: funcție $f : D \to \{0, 1\}$ cu acces de tip oracol (funcția poate fi interogată pe orice input și se primește output-ul corespunzător)
  - Se cere: să se găsească x a.î. $f(x) = 1$.

- Dacă există un singur x cu $f(x) = 1$ atunci orice algoritm clasic necesită $\mathrm{O}(\|D\|)$ evaluări ale funcției f - corespunde unui atac prin forță brută

- 1996 - algoritmul cuantic al lui Grover: găsește x folosind $\mathrm{O}(\|D^{1/2}\|)$ evaluări ale funcției f. Algorimtul este optim, și nu poate fi îmbunătățit

Criptografia simetrică post-cuantică - sisteme bloc

- Trecem in revista impactul algoritmului asupra sistemelor de criptare simetrice

Criptografia simetrică post-cuantică - sisteme bloc

- Trecem in revista impactul algoritmului asupra sistemelor de criptare simetrice

- Considerăm cazul unui sistem de criptare bloc $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^l \to \{0,1\}^l$ cu cheia k pe n biți pentru care cel mai bun atac (de găsire a cheii) este forța brută.

Criptografia simetrică post-cuantică - sisteme bloc

- Trecem in revista impactul algoritmului asupra sistemelor de criptare simetrice
- Considerăm cazul unui sistem de criptare bloc $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^l \rightarrow \{0,1\}^l$ cu cheia k pe n biți pentru care cel mai bun atac (de găsire a cheii) este forța brută.
- Un astfel de atac clasic necesită timp 2^n

Criptografia simetrică post-cuantică - sisteme bloc

- Trecem in revista impactul algoritmului asupra sistemelor de criptare simetrice
- Considerăm cazul unui sistem de criptare bloc $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^l \rightarrow \{0,1\}^l$ cu cheia k pe n biți pentru care cel mai bun atac (de găsire a cheii) este forța brută.
- Un astfel de atac clasic necesită timp 2^n
- Pentru securitate, alegem cheia k de lungime n biti așa încât timpul pentru atac 2^n să nu fie practic

Criptografia simetrică post-cuantică - sisteme bloc

- Trecem in revista impactul algoritmului asupra sistemelor de criptare simetrice
- Considerăm cazul unui sistem de criptare bloc $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^l \rightarrow \{0,1\}^l$ cu cheia k pe n biți pentru care cel mai bun atac (de găsire a cheii) este forța brută.
- Un astfel de atac clasic necesită timp 2^n
- Pentru securitate, alegem cheia k de lungime n biti așa încât timpul pentru atac 2^n să nu fie practic
- Algoritmul lui Grover însă permite unui atacator să găsească cheia în timp $2^{n/2}$.

Criptografia simetrică post-cuantică - sisteme bloc

- Trecem in revista impactul algoritmului asupra sistemelor de criptare simetrice
- Considerăm cazul unui sistem de criptare bloc $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^l \rightarrow \{0,1\}^l$ cu cheia k pe n biți pentru care cel mai bun atac (de găsire a cheii) este forța brută.
- Un astfel de atac clasic necesită timp 2^n
- Pentru securitate, alegem cheia k de lungime n biti așa încât timpul pentru atac 2^n să nu fie practic
- Algoritmul lui Grover însă permite unui atacator să găsească cheia în timp $2^{n/2}$.
- Pentru același nivel de securitate (precum în cazul clasic), alegem cheia k de lungime **dublă** fața de cazul clasic.

Criptografia simetrică post-cuantică - funcții hash

- Considerăm problema găsirii de coliziuni pentru o funcție hash $H : \{0,1\}^m \to \{0,1\}^n$ cu $m > n$.

Criptografia simetrică post-cuantică - funcții hash

- Considerăm problema găsirii de coliziuni pentru o funcție hash $H : \{0, 1\}^m \rightarrow \{0, 1\}^n$ cu $m > n$.

- In cazul **clasic**, am văzut că "atacul nașterilor" necesită $O(2^{n/2})$ evaluări ale funcției H.

Criptografia simetrică post-cuantică - funcții hash

- Considerăm problema găsirii de coliziuni pentru o funcție hash $H : \{0,1\}^m \rightarrow \{0,1\}^n$ cu $m > n$.
- In cazul **clasic**, am văzut că "atacul nașterilor" necesită $O(2^{n/2})$ evaluări ale funcției H.
- Aceasta înseamnă că pentru a asigura rezistența la coliziuni fața de un atac în timp 2^t, trebuie să alegem funcții hash cu output-ul pe $2t$ biți.

Criptografia simetrică post-cuantică - funcții hash

- Considerăm problema găsirii de coliziuni pentru o funcție hash $H : \{0,1\}^m \rightarrow \{0,1\}^n$ cu $m > n$.
- In cazul **clasic**, am văzut că "atacul nașterilor" necesită $O(2^{n/2})$ evaluări ale funcției H.
- Aceasta înseamnă că pentru a asigura rezistența la coliziuni fața de un atac în timp 2^t, trebuie să alegem funcții hash cu output-ul pe $2t$ biți.
- Insă în cazul **cuantic**, un atac pentru găsirea coliziunilor necesită $O(2^{n/3})$ evaluări ale funcției H.

Criptografia simetrică post-cuantică - funcții hash

- Considerăm problema găsirii de coliziuni pentru o funcție hash $H : \{0,1\}^m \to \{0,1\}^n$ cu $m > n$.
- In cazul **clasic**, am văzut că "atacul nașterilor" necesită $O(2^{n/2})$ evaluări ale funcției H.
- Aceasta înseamnă că pentru a asigura rezistența la coliziuni fața de un atac în timp 2^t, trebuie să alegem funcții hash cu output-ul pe $2t$ biți.
- Insă în cazul **cuantic**, un atac pentru găsirea coliziunilor necesită $O(2^{n/3})$ evaluări ale funcției H.
- Deci, pentru a asigura rezistența la coliziuni față de un atac în timp 2^t, trebuie să alegem funcții hash cu output-ul pe $3t$ biți.

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra criptografiei asimetrice

- Până acum am văzut algoritmi cuantici care oferă o îmbunătățire de *ordin polinomial* în comparație cu cei mai buni algoritmi clasici pentru aceeași problemă.

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra criptografiei asimetrice

- Până acum am văzut algoritmi cuantici care oferă o îmbunătățire de *ordin polinomial* în comparație cu cei mai buni algoritmi clasici pentru aceeași problemă.
- Aceștia impun doar creșterea dimensiunilor cheilor fără a necesita alte schimbari majore

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra criptografiei asimetrice

- Până acum am văzut algoritmi cuantici care oferă o îmbunătățire de *ordin polinomial* în comparație cu cei mai buni algoritmi clasici pentru aceeași problemă.
- Aceștia impun doar creșterea dimensiunilor cheilor fără a necesita alte schimbari majore
- In continuare vom vedea un algoritm care oferă o îmbunătățire de *ordin exponențial* - **algoritmi cuantici polinomiali pentru problema factorizarii și problema logaritmului discret**

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra criptografiei asimetrice

- Incepem cu o problemă abstractă:
  - Se dă: o funcție $f : \mathbb{G} \rightarrow R$, cu $\mathbb{G}$ un grup comutativ.
  - Presupunem f *periodică*: există $\alpha \in \mathbb{G}$ - *perioadă*- cu $f(x) = f(x + \alpha)$
  - Se cere: găsirea unei perioade având acces de tip oracol la funcția f

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra criptografiei asimetrice

- Incepem cu o problemă abstractă:
  - Se dă: o funcție $f : \mathbb{G} \to R$, cu $\mathbb{G}$ un grup comutativ.
  - Presupunem f *periodică*: există $\alpha \in \mathbb{G}$ - *perioadă*- cu $f(x) = f(x + \alpha)$
  - Se cere: găsirea unei perioade având acces de tip oracol la funcția f
- Nu se cunosc algoritmi clasici eficienți pentru rezolvarea acestei probleme.

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra criptografiei asimetrice

- 1994 - Shor - rezultat uimitor: *algoritm cuantic polinomial* care rezolvă problema pentru anumite grupuri $\mathbb{G}$.
- Este un instrument puternic care poate fi folosit pentru a factoriza și a calcula logaritmi discreti.
- Trebuie doar aleasă cu grijă funcția a cărei perioadă ne dă soluția pe care o căutăm

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra factorizarii

- Considerăm problema factorizarii: fie N un produs de două numere prime. Pentru orice $x \in \mathbb{Z}_N^*$, definim funcția $f_{x,N} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_N^*$

$$f_{x,N}(r) = x^r \bmod N$$

- Principala observație este că funcția are perioada $\phi(N)$ deoarece

$$f_{x,N}(r+\phi(N)) = x^{r+\phi(N)} \bmod N = x^r \cdot x^{\phi(N)} \bmod N = x^r \bmod N$$

- Pentru orice x ales de noi, putem calcula, in timp polinomial, cu algoritmul lui Shor, o perioadă a funcției $f_{x,N}$ adică un $k \neq 0$ cu $x^k = 1 \bmod N$. Aceasta imediat permite factorizarea lui N în timp polinomial.

Algoritmul lui Shor și impactul lui asupra criptografiei asimetrice

- Algoritmul lui Shor poate fi folosit și pentru rezolvarea problemei logaritmului discret în timp polinomial
- Având în vedere că toate sistemele de criptare cu cheie publică se bazează pe problema factorizării sau problema logaritmului discret, concluzionăm că

  Toate sistemele de criptare cu cheie publică prezentate la curs pot fi atacate în timp polinomial cu ajutorul unui calculator cuantic

Sisteme de criptare cu cheie publică post-cuantice

- Problema factorizării și problema logaritmului discret devin "ușoare" pentru un calculator cuantic.

Sisteme de criptare cu cheie publică post-cuantice

- Problema factorizării și problema logaritmului discret devin "ușoare" pentru un calculator cuantic.
- Avem nevoie de probleme matematice dificile computațional chiar și pentru calculatoarele cuantice, dar care rulează pe calculatoare clasice

Sisteme de criptare cu cheie publică post-cuantice

- Problema factorizării și problema logaritmului discret devin "ușoare" pentru un calculator cuantic.
- Avem nevoie de probleme matematice dificile computațional chiar și pentru calculatoarele cuantice, dar care rulează pe calculatoare clasice
- Diferenta față de cazul clasic este că problemele considerate pentru criptografia post-cuantică sunt mai recente și nu au fost studiate la fel de mult ca problema factorizării sau problema logaritmului discret

Sisteme de criptare cu cheie publică post-cuantice

- Problema factorizării și problema logaritmului discret devin "ușoare" pentru un calculator cuantic.
- Avem nevoie de probleme matematice dificile computațional chiar și pentru calculatoarele cuantice, dar care rulează pe calculatoare clasice
- Diferenta față de cazul clasic este că problemele considerate pentru criptografia post-cuantică sunt mai recente și nu au fost studiate la fel de mult ca problema factorizării sau problema logaritmului discret
- In continuare vom prezenta o problemă care a primit multa atenție și care este considerată dificilă chiar și pentru calculatoarele cuantice. Aratam apoi cum se poate construi un sistem de criptare cu cheie publica bazat pe dificultatea acelei probleme.

Problema LWE - Learning With Errors

- A fost introdusa in 2005 de Oded Regev

Problema LWE - Learning With Errors

- A fost introdusa in 2005 de Oded Regev
- Preliminarii:
  - q număr prim. Vom nota cu $\mathbb{Z}_q$ mulțimea $\{-\lfloor(q-1)/2\rfloor, ..., 0, ..., \lfloor q/2\rfloor\}$ (spre deosebire de $\{0, ..., q\}$) unde $\lfloor x\rfloor$ este cel mai mare intreg mai mic sau egal cu x.
  - spunem că un element al lui $\mathbb{Z}_q$ este "mic" dacă este "aproape" de 0.

Problema LWE - Learning With Errors

- A fost introdusa in 2005 de Oded Regev
- Preliminarii:
  - q număr prim. Vom nota cu $\mathbb{Z}_q$ mulțimea $\{-\lfloor (q-1)/2 \rfloor, ..., 0, ..., \lfloor q/2 \rfloor\}$ (spre deosebire de $\{0, ..., q\}$) unde $\lfloor x \rfloor$ este cel mai mare intreg mai mic sau egal cu x.
  - spunem că un element al lui $\mathbb{Z}_q$ este "mic" dacă este "aproape" de 0.
- Problema cere găsirea lui $\mathbf{s} \in \mathbb{Z}_q^n$ fiind dată o secvență de ecuații liniare "aproximative" în $\mathbf{s}$.

Problema LWE - Learning With Errors

- A fost introdusa in 2005 de Oded Regev
- Preliminarii:
  - q număr prim. Vom nota cu $\mathbb{Z}_q$ mulțimea $\{-\lfloor (q-1)/2 \rfloor, ..., 0, ..., \lfloor q/2 \rfloor\}$ (spre deosebire de $\{0, ..., q\}$) unde $\lfloor x \rfloor$ este cel mai mare intreg mai mic sau egal cu x.
  - spunem că un element al lui $\mathbb{Z}_q$ este "mic" dacă este "aproape" de 0.
- Problema cere găsirea lui $\mathbf{s} \in \mathbb{Z}_q^n$ fiind dată o secvență de ecuații liniare "aproximative" în $\mathbf{s}$.
- Exemplu:

$$\begin{aligned} 12s_1 + 10s_2 + 5s_3 + 2s_4 &\approx 8 \text{ mod } 17 \\ 3s_1 + 7s_2 + 9s_3 + s_4 &\approx 4 \text{ mod } 17 \\ 16s_1 + 2s_2 + 8s_3 + 7s_4 &\approx 3 \text{ mod } 17 \end{aligned}$$

Problema LWE - Learning With Errors

- Exemplul

$$
\begin{aligned}
12s_1 + 10s_2 + 5s_3 + 2s_4 + 1 &= 8 \bmod 17 \\
3s_1 + 7s_2 + 9s_3 + s_4 - 1 &= 4 \bmod 17 \\
16s_1 + 2s_2 + 8s_3 + 7s_4 + 2 &= 3 \bmod 17
\end{aligned}
$$

sub forma matriciala

$$
\begin{bmatrix} 12 & 10 & 5 & 2 \\ 3 & 7 & 9 & 1 \\ 16 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}
$$

sau, notand matricile corespunzator (unde $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$), ecuația matricială devine

$$\mathbf{As} + \mathbf{e} = \mathbf{b} \bmod q$$

Problema LWE - Learning With Errors

$$\begin{pmatrix} 12 & 10 & 5 & 2 \\ 3 & 7 & 9 & 1 \\ 16 & 2 & 8 & 7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- vectorul $\mathbf{e} = (1, -1, 2)$ este format din elemente "mici" din $\mathbb{Z}$ numite *noise* sau *error*.

Problema LWE - Learning With Errors

$$\begin{bmatrix} 12 & 10 & 5 & 2 \\ 3 & 7 & 9 & 1 \\ 16 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

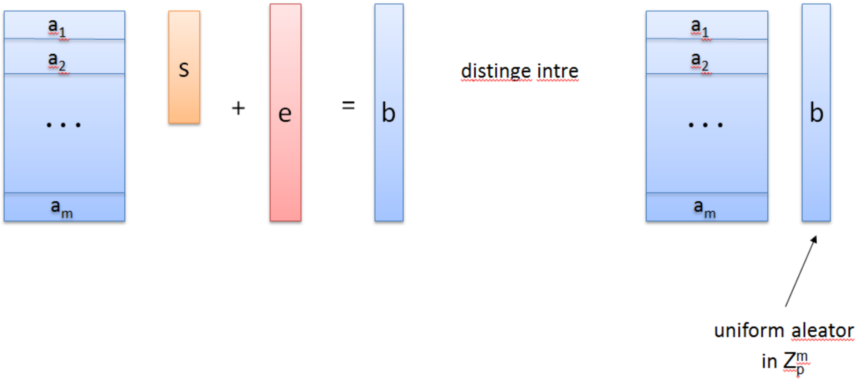
- vectorul $\mathbf{e} = (1, -1, 2)$ este format din elemente "mici" din $\mathbb{Z}$ numite *noise* sau *error*.
- In lipsa lui $\mathbf{e}$, ecuația $\mathbf{As} = \mathbf{b}$ devine usor de rezolvat cu tehnici clasice de algebra liniară

Problema LWE - Learning With Errors

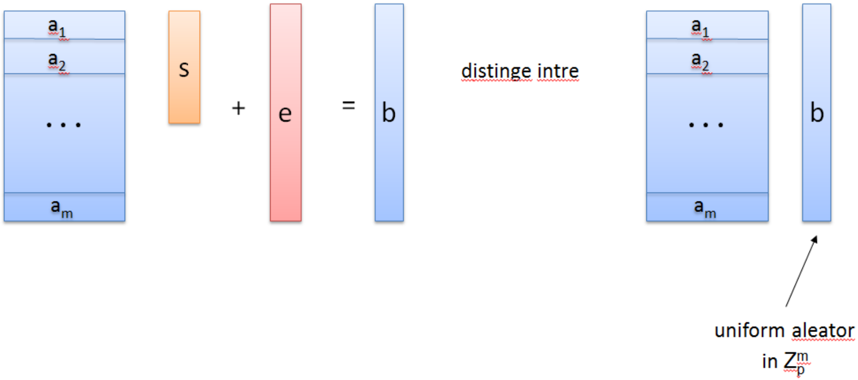
$$\begin{bmatrix} 12 & 10 & 5 & 2 \\ 3 & 7 & 9 & 1 \\ 16 & 2 & 8 & 7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- vectorul $\mathbf{e} = (1, -1, 2)$ este format din elemente "mici" din $\mathbb{Z}$ numite *noise* sau *error*.
- In lipsa lui **e**, ecuația $\mathbf{As} = \mathbf{b}$ devine usor de rezolvat cu tehnici clasice de algebra liniară
- Cand matricea **A** are suficient de multe linii și parametrii sunt aleși corespunzător, problema devine dificilă.

Problema decizională LWE



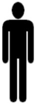
Problema decizională LWE



- Problema decizională cere să se distingă între un **b** generat ca mai sus (stânga) și un **b** generat uniform aleator în $\mathbb{Z}_q^m$.

Sistem de criptare bazat pe LWE

Descriem mai întâi un schimb de chei (nesigur) care poate fi văzut ca o versiune algebric liniară a schimbului de chei Diffie-Hellman. Fixează parametrii $n, q, \chi, m > n$

 Alice		 Bob
$\mathbf{A} \leftarrow \mathbb{Z}_q^{m\times n}, \mathbf{s} \leftarrow \chi^n$	$\xrightarrow{\mathbf{A},\, t_A}$	$\bar{\mathbf{s}} \leftarrow \chi^m$
$t_A := \mathbf{A} \cdot \mathbf{s} \bmod q$	$\xleftarrow{t_B^T}$	$t_B^T := \bar{\mathbf{s}}^T \cdot \mathbf{A} \bmod q$
$k_A := t_B^T \cdot \mathbf{s} \bmod q$		$k_B := \bar{\mathbf{s}}^T \cdot t_A \bmod q$

- Verificăm ușor că Alice și Bob partajează aceeași cheie $k_A := t_B^T \cdot \mathbf{s} = \bar{\mathbf{s}}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{s} = \bar{\mathbf{s}}^T \cdot t_A = k_B$

Sistem de criptare bazat pe LWE

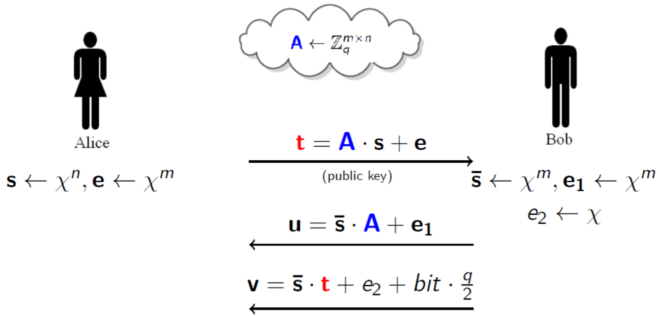
- Protocolul de mai sus nu este sigur pentru că un atacator poate calcula $\bar{\mathbf{s}}$ sau $\mathbf{s}$ cu noțiuni de algebră liniară și poate afla și cheia.

Sistem de criptare bazat pe LWE

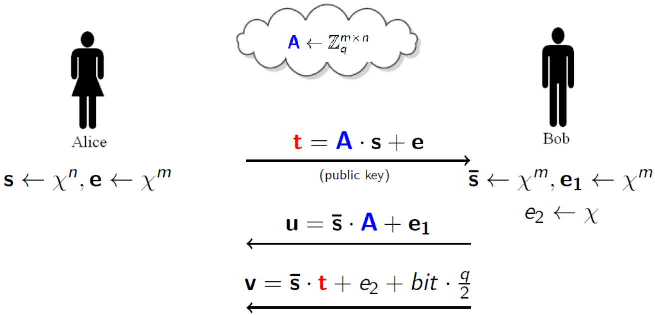
- Protocolul de mai sus nu este sigur pentru că un atacator poate calcula $\bar{\mathbf{s}}$ sau $\mathbf{s}$ cu noțiuni de algebră liniară și poate afla și cheia.
- Insă el poate fi transformat într-un protocol sigur și adaptat ca un sistem de criptare adăugând "noise", sub ipoteza problemei decizionale LWE.

Sistem de criptare bazat pe LWE

- Protocolul de mai sus nu este sigur pentru că un atacator poate calcula $\bar{\mathbf{s}}$ sau $\mathbf{s}$ cu noțiuni de algebră liniară și poate afla și cheia.
- Insă el poate fi transformat într-un protocol sigur și adaptat ca un sistem de criptare adăugând "noise", sub ipoteza problemei decizionale LWE.

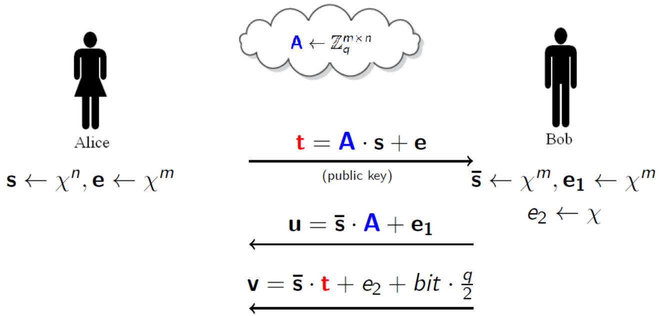


Sistem de criptare bazat pe LWE



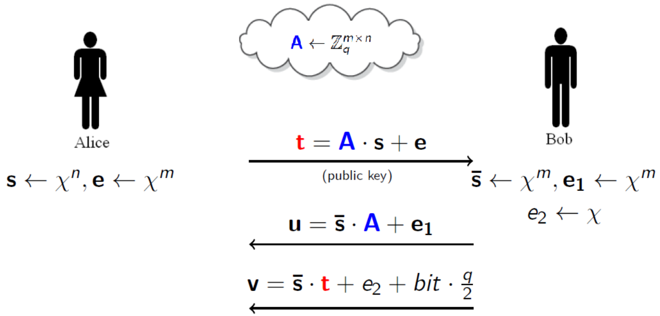
- Schema de mai sus criptează un bit iar decriptarea se face calculând $x = \mathbf{v} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{s}$.

Sistem de criptare bazat pe LWE



- Schema de mai sus criptează un bit iar decriptarea se face calculând $x = \mathbf{v} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{s}$.
- Rezultatul va fi 1 dacă x este mai aproape de $\frac{q}{2}$ decât de 0.

Sistem de criptare bazat pe LWE



- Schema de mai sus criptează un bit iar decriptarea se face calculând $x = \mathbf{v} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{s}$.
- Rezultatul va fi 1 dacă x este mai aproape de $\frac{q}{2}$ decât de 0.
- Apropierea lui x de $\frac{q}{2}$ este verificată calculând valoarea absolută a lui $x - \frac{q}{2} \bmod q$

Sistem de criptare bazat pe LWE - securitate

- Decriptarea funcționeaza corect atâta timp cât $|\bar{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{e} + e_2 - \mathbf{e_1} \cdot \mathbf{s}| < (q-1)/4$

Sistem de criptare bazat pe LWE - securitate

- Decriptarea funcționeaza corect atâta timp cât $|\bar{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{e} + e_2 - \mathbf{e_1} \cdot \mathbf{s}| < (q-1)/4$
- Această condiție este îndeplinită dacă distribuția χ a valorilor $\mathbf{s}, \bar{\mathbf{s}}, \mathbf{e}, \mathbf{e_1}, e_2$ este aleasă corect și produce numere întregi suficient de mici.

Sistem de criptare bazat pe LWE - securitate

- Decriptarea funcționeaza corect atâta timp cât $|\bar{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{e} + e_2 - \mathbf{e_1} \cdot \mathbf{s}| < (q-1)/4$
- Această condiție este îndeplinită dacă distribuția χ a valorilor $\mathbf{s}, \bar{\mathbf{s}}, \mathbf{e}, \mathbf{e_1}, e_2$ este aleasă corect și produce numere întregi suficient de mici.
- Sistemul de criptare este CPA-sigur (chiar și pentru adversari cuantici) dacă problema decizională LWE este dificilă.

Exerciții

Fie El Gamal cu $pk = (g, h = g^a)$ și $sk = (g, a)$ în $\mathbb{G}$.

- **Enc**: dată o cheie publică $(\mathbb{G}, q, g, h)$ și un mesaj $m \in \mathbb{G}$, alege $y \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și întoarce $c = (c_1, c_2) = (g^y, m \cdot h^y)$;
- **Dec**: dată o cheie secretă $(\mathbb{G}, q, g, a)$ și un mesaj criptat $c = (c_1, c_2)$, întoarce $m = c_2 \cdot c_1^{-a}$.

Vrem să distribuim cheia secretă la două persoane așa încât numai cele două persoane împreună pot decripta. O modalitate simplă de a rezolva această problemă este să alegem două numere aleatoare $a_1, a_2 \in \mathbb{Z}_n$ așa încât $a_1 + a_2 = a$. O persoană primește a_1 iar cealaltă primește a_2. Pentru decriptarea (c_1, c_2), trimitem c_1 ambelor persoane.

Ce valori trebuie să calculeze cele două persoane și să ne trimită înapoi așa încât să putem decripta textul criptat trimis?

Exerciții

Fie El Gamal cu $pk = (g, h = g^a)$ și $sk = (g, a)$ în $\mathbb{G}$.

- **Enc**: dată o cheie publică $(\mathbb{G}, q, g, h)$ și un mesaj $m \in \mathbb{G}$, alege $y \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ și întoarce $c = (c_1, c_2) = (g^y, m \cdot h^y)$;
- **Dec**: dată o cheie secretă $(\mathbb{G}, q, g, a)$ și un mesaj criptat $c = (c_1, c_2)$, întoarce $m = c_2 \cdot c_1^{-a}$.

Vrem să distribuim cheia secretă la două persoane așa încât numai cele două persoane împreună pot decripta. O modalitate simplă de a rezolva această problemă este să alegem două numere aleatoare $a_1, a_2 \in \mathbb{Z}_n$ așa încât $a_1 + a_2 = a$. O persoană primește a_1 iar cealaltă primește a_2. Pentru decriptarea (c_1, c_2), trimitem c_1 ambelor persoane.

Ce valori trebuie să calculeze cele două persoane și să ne trimită înapoi așa încât să putem decripta textul criptat trimis?

Solution

Persoana 1 trimite $u_1 = c_1^{a_1}$ iar persoana 2 trimite $u_2 = c_1^{a_2}$. Produsul $u_1 \cdot u_2 = c_1^{a_1+a_2} = c_1^a$ împreună cu c_2 poate fi folosit la decriptare.

Se consideră $H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$ o funcție hash rezistentă la a doua preimagine și rezistentă la coliziuni. Se definește o funcție $H^* : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^{n+1}$ astfel:

$$H'(x) = \begin{cases} x||1 & \text{dacă } x \in \{0,1\}^n \\ H(x)||0 & \text{altfel} \end{cases}$$

Argumentați că H' este rezistentă la coliziuni.

Se consideră $H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$ o funcție hash rezistentă la a doua preimagine și rezistentă la coliziuni. Se definește o funcție $H^* : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^{n+1}$ astfel:

$$H'(x) = \begin{cases} x||1 & \text{dacă } x \in \{0,1\}^n \\ H(x)||0 & \text{altfel} \end{cases}$$

Argumentați că H' este rezistentă la coliziuni.

Solution

Fie $H'(x_1) = H'(x_2)$ cu $x_1 \neq x_2$. Dacă $H'(x_1) = x||1$ rezultă $x_1 = x_2$, contradicție. Dacă $H'(x_1) = H(x_1)||0 = H(x_2)||0$ atunci se determină o coliziune pentru H, contradicție.

Fie (Mac, Vrfy) un MAC sigur definit peste (K,M,T) unde $M = \{0,1\}^n$ și $T = \{0,1\}^{128}$. Este MAC-ul de mai jos sigur? Argumentați răspunsul.

$$Mac'(k,m) = Mac(k,m)$$
$$Vrfy'(k,m,t) = \begin{cases} Vrfy(k,m,t), & \text{dacă } \ m \neq 0^n \\ 1, & \text{altfel} \end{cases}$$

Fie (Mac, Vrfy) un MAC sigur definit peste (K,M,T) unde $M = \{0,1\}^n$ și $T = \{0,1\}^{128}$. Este MAC-ul de mai jos sigur? Argumentați răspunsul.

$$Mac'(k,m) = Mac(k,m)$$
$$Vrfy'(k,m,t) = \begin{cases} Vrfy(k,m,t), & \text{dacă } m \neq 0^n \\ 1, & \text{altfel} \end{cases}$$

Solution

MAC-ul nu este sigur pentru ca un adversar poate sa intoarca perechea validă $(0^n, 0^s)$.

Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 13 -
TLS

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București
Anul universitar 2022-2023, semestrul I

TLS - Transport Layer Security

- Este un protocol folosit de browser-ul web de fiecare data cand ne conectam la un browser folosind `https`

TLS - Transport Layer Security

- Este un protocol folosit de browser-ul web de fiecare data cand ne conectam la un browser folosind `https`
- primele versiuni se numeau SSL - Secure Sockets Layer - dezvoltat de Netscape (1995) - SSL 3.0, cea mai cunoscută versiune
- TLS 1.0 apare în 1999, TLS 1.1 în 2006, TLS 1.2 în 2008 și versiunea actuală, sigura și eficientă TLS 1.3 în 2018

TLS - Transport Layer Security

- Este un protocol folosit de browser-ul web de fiecare data cand ne conectam la un browser folosind `https`
- primele versiuni se numeau SSL - Secure Sockets Layer - dezvoltat de Netscape (1995) - SSL 3.0, cea mai cunoscută versiune
- TLS 1.0 apare în 1999, TLS 1.1 în 2006, TLS 1.2 în 2008 și versiunea actuală, sigura și eficientă TLS 1.3 în 2018
- folosirea lui SSL 3.0, TLS 1.0 și TLS 1.1 trebuie evitată, toate trei prezintă probleme de securitate
- se recomandă folosirea minim a lui TLS 1.2

TLS - Transport Layer Security

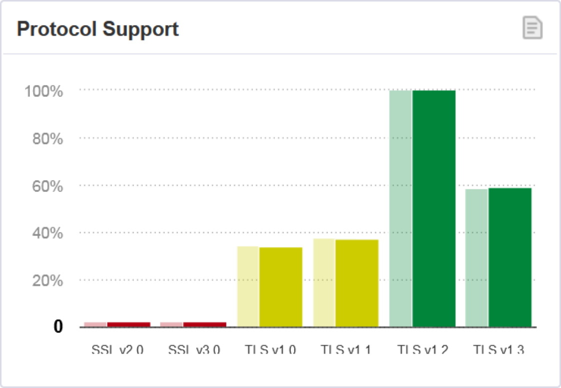
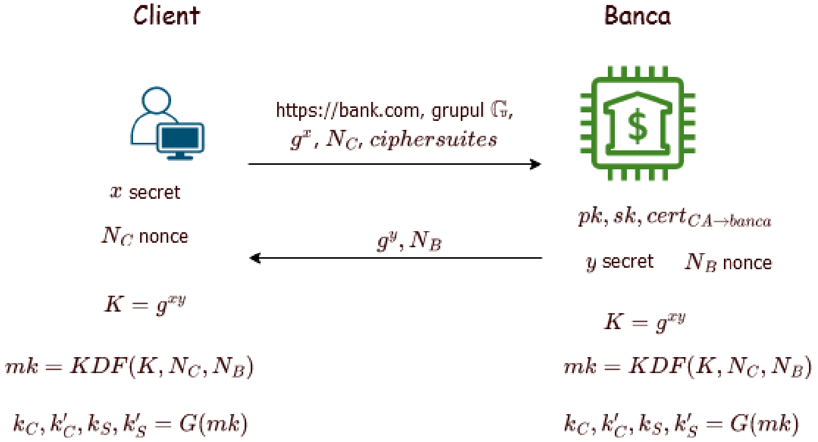


Figure: Acoperirea versiunilor de TLS conform SSL Pulse (decembrie 2022)

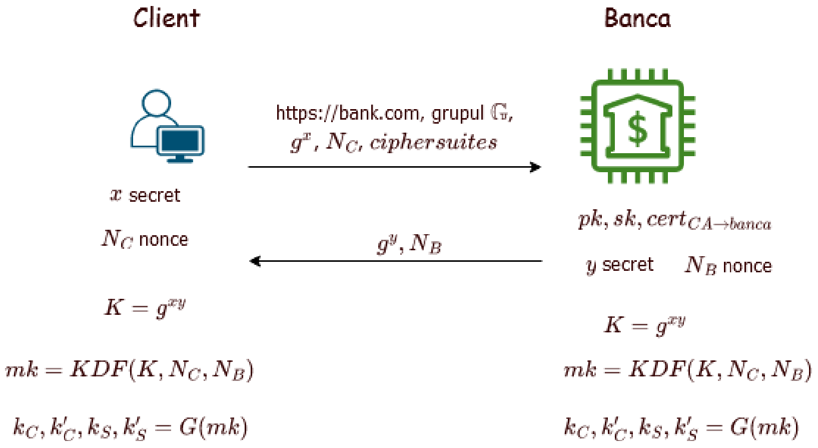
TLS - Transport Layer Security

- Protocolul TLS permite unui client (de ex. browser web) și unui server (de ex. website) să se pună de acord asupra unui set de chei pe care să le folosească ulterior pentru comunicare criptată si autentificare
- Protocolul TLS constă din 2 părți:
  1. *protocolul handshake* - realizează schimbul de chei care stabilește un set de chei comune
  2. *protocolul record-layer* - folosește cheile stabilite pentru criptare/autentificare ulterioară
- In continuare vom prezenta protocolul handshake din versiunea curentă TLS 1.3

Handshake protocol (TLS 1.3)...

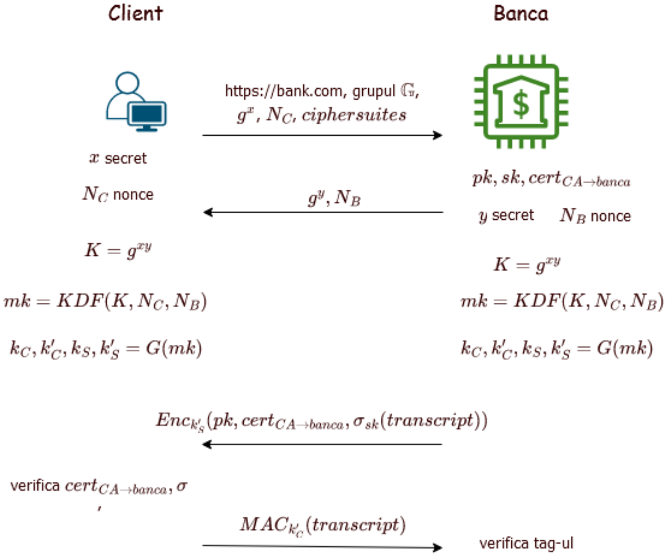


Handshake protocol (TLS 1.3)...

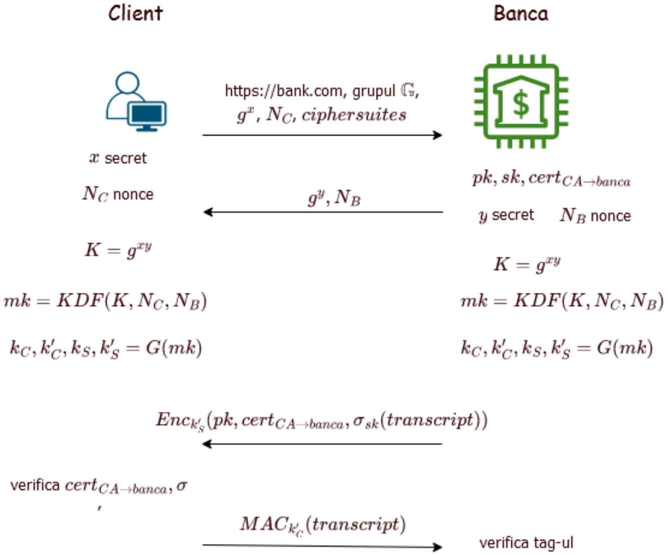


- KDF = key derivation function - algoritm criptografic pentru derivarea de chei, pe baza unui PRF
- G = generator de numere pseudo-aleatoare (PRG)

...Handshake protocol...



...Handshake protocol...



...Handshake protocol

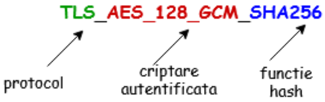
- *ciphersuites* - colecție de algoritmi criptografici

...Handshake protocol

- *ciphersuites* - colecție de algoritmi criptografici
- TLS 1.3 suportă 5 ciphersuites:

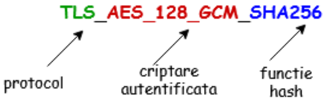
...Handshake protocol

- *ciphersuites* - colecție de algoritmi criptografici
- TLS 1.3 suportă 5 ciphersuites:
  - TLS_AES_128_GCM_SHA256
  - TLS_AES_256_GCM_SHA384
  - TLS_CHACHA20_POLY1305_SHA256
  - TLS_AES_128_CCM_SHA256
  - TLS_AES_128_CCM_8_SHA256



...Handshake protocol

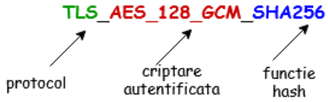
- *ciphersuites* - colecție de algoritmi criptografici
- TLS 1.3 suportă 5 ciphersuites:
  - TLS_AES_128_GCM_SHA256
  - TLS_AES_256_GCM_SHA384
  - TLS_CHACHA20_POLY1305_SHA256
  - TLS_AES_128_CCM_SHA256
  - TLS_AES_128_CCM_8_SHA256



- *transcript* - reprezintă mesajele trimise în cadrul protocolului până la momentul curent

...Handshake protocol

- *ciphersuites* - colecție de algoritmi criptografici
- TLS 1.3 suportă 5 ciphersuites:
  - TLS_AES_128_GCM_SHA256
  - TLS_AES_256_GCM_SHA384
  - TLS_CHACHA20_POLY1305_SHA256
  - TLS_AES_128_CCM_SHA256
  - TLS_AES_128_CCM_8_SHA256



- *transcript* - reprezintă mesajele trimise în cadrul protocolului până la momentul curent
- cheile k'_S și k'_C sunt folosite doar în handshake

TLS 1.3

- clientul și serverul, partajează, la finalul protocolului, cheile k_S și k_C, pe care le folosesc ulterior pentru criptare și autentificare

TLS 1.3

- clientul și serverul, partajează, la finalul protocolului, cheile k_S și k_C, pe care le folosesc ulterior pentru criptare și autentificare
- în plus, clientul are garanția că la final a partajat cheile cu server-ul legitim și că acestea nu au fost interceptate sau modificate de o terță parte

TLS 1.3

- clientul și serverul, partajează, la finalul protocolului, cheile k_S și k_C, pe care le folosesc ulterior pentru criptare și autentificare
- în plus, clientul are garanția că la final a partajat cheile cu server-ul legitim și că acestea nu au fost interceptate sau modificate de o terță parte de ce?

TLS 1.3

- clientul și serverul, partajează, la finalul protocolului, cheile k_S și k_C, pe care le folosesc ulterior pentru criptare și autentificare
- în plus, clientul are garanția că la final a partajat cheile cu server-ul legitim și că acestea nu au fost interceptate sau modificate de o terță parte de ce?
- în handshake-ul din TLS 1.2, clientul și server-ul foloseau o schemă de criptare cu cheie publică în locul schimbului de chei Diffie-Hellman

TLS 1.3

- clientul și serverul, partajează, la finalul protocolului, cheile k_S și k_C, pe care le folosesc ulterior pentru criptare și autentificare
- în plus, clientul are garanția că la final a partajat cheile cu server-ul legitim și că acestea nu au fost interceptate sau modificate de o terță parte de ce?
- în handshake-ul din TLS 1.2, clientul și server-ul foloseau o schemă de criptare cu cheie publică în locul schimbului de chei Diffie-Hellman
- clientul doar alegea o cheie K pe care o trimitea serverului criptată cu cheia lui publică

TLS 1.3

- aceasta a fost eliminată în TLS 1.3 pentru că nu asigură proprietatea de *forward secrecy* - care presupune că, în cazul compromiterii server-ului, cheile de sesiune anterioare nu sunt compromise

TLS 1.3

- aceasta a fost eliminată în TLS 1.3 pentru că nu asigură proprietatea de *forward secrecy* - care presupune că, în cazul compromiterii server-ului, cheile de sesiune anterioare nu sunt compromise
- în TLS 1.3, în ceea ce priveste server-ul, cheia K este calculata pe baza secretului y in fiecare sesiune, secret care este unul nou de fiecare data si care nu trebuie mentinut intre sesiuni; deci compomiterea server-ului (aflarea cheii lui secrete) nu duce la aflarea cheii K

TLS 1.3

- aceasta a fost eliminată în TLS 1.3 pentru că nu asigură proprietatea de *forward secrecy* - care presupune că, în cazul compromiterii server-ului, cheile de sesiune anterioare nu sunt compromise

- în TLS 1.3, în ceea ce priveste server-ul, cheia K este calculata pe baza secretului y in fiecare sesiune, secret care este unul nou de fiecare data si care nu trebuie mentinut intre sesiuni; deci compomiterea server-ului (aflarea cheii lui secrete) nu duce la aflarea cheii K

- în TLS 1.2, cheia secretă K ii este trimisa server-ului criptata cu cheia lui publica; compromiterea cheii secrete server-ului duce la compromiterea cheilor de sesiune din toate sesiunile

TLS 1.3

- aceasta a fost eliminată în TLS 1.3 pentru că nu asigură proprietatea de *forward secrecy* - care presupune că, în cazul compromiterii server-ului, cheile de sesiune anterioare nu sunt compromise
- în TLS 1.3, în ceea ce priveste server-ul, cheia K este calculata pe baza secretului y in fiecare sesiune, secret care este unul nou de fiecare data si care nu trebuie mentinut intre sesiuni; deci compomiterea server-ului (aflarea cheii lui secrete) nu duce la aflarea cheii K
- în TLS 1.2, cheia secretă K ii este trimisa server-ului criptata cu cheia lui publica; compromiterea cheii secrete server-ului duce la compromiterea cheilor de sesiune din toate sesiunile
- în protocolul *record*, clientul și server-ul comunică în mod confidențial și autentificat folosind o schemă de criptare autentificată

TLS 1.3 vs. TLS 1.2

- număr redus de runde

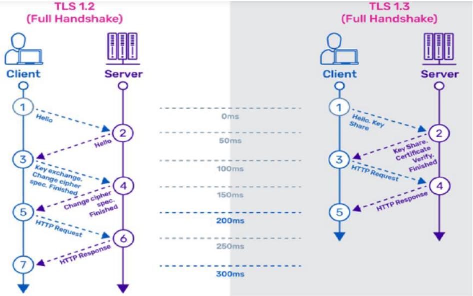


Figure: Sursa: www.a10networks.com

TLS 1.3 vs. TLS 1.2

- număr redus de runde

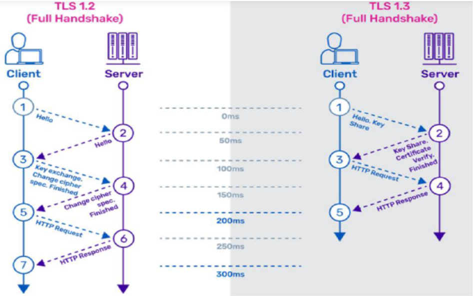


Figure: Sursa: www.a10networks.com

- eliminarea algoritmilor criptografici vulnerabili precum SHA-1, RC4, DES, 3DES, AES-CBC, MD5

TLS 1.3 vs. TLS 1.2

- număr redus de runde

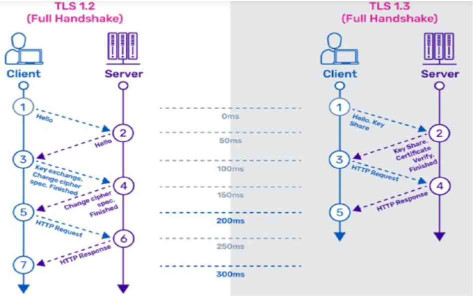


Figure: Sursa: www.a10networks.com

- eliminarea algoritmilor criptografici vulnerabili precum SHA-1, RC4, DES, 3DES, AES-CBC, MD5

- 0-RTT (zero round-trip) – reluarea unei sesiuni mai vechi cu un website e mult mai rapida