Geometrie analitică euclidiană

Apl. Să se scrie ecuația planului determinat de punctele: $A(-1,2,3)$, $B(3,2,-1)$, $C(-1,-1,-3)$

Rez: $\vec{AB} = (4,0,-4)$

(V1) $\vec{AC} = (0,-3,-6)$

$$(ABC): \begin{vmatrix} x+1 & y-2 & z-3 \\ 4 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-12)(x+1) + 24(y-2) - 12(z-3) = 0 \mid :(-12)$$

$$x+1 - 2(y-2) + (z-3) = 0$$

$$\boxed{x - 2y + z + 2 = 0} \to \text{ec. carteziană generală a planului } (ABC)$$

(V2) $\begin{cases} x = -1 + 4s \\ y = 2 \quad\quad -3t \\ z = 3 - 4s - 6t \end{cases}$, $s,t \in \mathbb{R}$

ec. parametrice ale planului (ABC)

Apl. Să se scrie ec. planului știind că pct. $P(3,-5,2)$ este piciorul perpendicularei coborâte din origine pe acest plan

Rez: $\vec{OP} = (3,-5,2)$

$n_\pi = \vec{OP} \to$ normala la planul π

$\pi: 3x - 5y + 2z + d = 0$

$P(3,-5,2) \in \pi \Rightarrow 9 + 25 + 4 + d = 0 \Rightarrow d = -38$

$\pi: 3x - 5y + 2z - 38 = 0$

Apl. Să se scrie ec planului care trece prin pct. $A(1,2,-1)$ și este paralel cu direcțiile $\vec{v_1}(-1,2,1)$ și $\vec{v_2}(2,1,-3)$

Rez: $\pi: \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow (-7)(x-1) - 1\cdot(y-2) - 5(z+1) = 0 \quad |\cdot(-1)$

$7x - 7 + y - 2 + 5z + 5 = 0$

$\boxed{7x + y + 5z - 4 = 0}$

Apl. Să se scrie ec. carteziană a unui plan care trece prin pct. $A(1,-1,2)$ și are ca vectori directori $\vec{u}=(1,-1,0)$, $\vec{v}=(2,1,-1)$

Rez: $\pi: \begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow (x-1) + (y+1) + 3(z-2) = 0$

$\boxed{x + y + 3z - 6 = 0}$

Apl. Să se scrie ec. planului care trece prin pct. $A(1,-1,2)$ și este paralel cu planul yOz.

Rez: $\pi \parallel (yOz) \Rightarrow \vec{j}=(0,1,0)$ vectori directori ai planului.
$\vec{k}=(0,0,1)$

$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0$

Apl. Să se scrie ec. planului ce conține dreapta

$$d \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-2t \\ z = 2+3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

și este normal la vectorul $\vec{n} = (1,1,-1)$

Rez: $P_0(1,-1,2) \in d \subset \pi$

$n_\pi = (1,1,-1)$

$\pi : x+y-z+d=0$

$P_0 \in \pi \Rightarrow \cancel{1}-\cancel{1}-2+d=0 \Rightarrow \underline{d=2}$

$\pi : x+y-z+2=0$

Apl. Să se scrie ec. planului care conține dreapta

$d: \frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{4}$ și este paralel cu planul

$\pi : x+y-z+15=0$

Rez: $\pi' \parallel \pi \Rightarrow \pi' : x+y-z+d=0$

$P(-5,2,0) \in \pi' \Rightarrow -5+2+d=0 \Rightarrow d=3$

$\pi' : x+y-z+3=0$

Apl. Să se scrie ec. planului care trece prin pct. $M(1,2,-1)$ și este perpendicular pe dreapta:

$$(d) \begin{cases} 2x-y+3z-1=0 \\ 3x+y+z+2=0 \end{cases}$$

$\vec{n_1} = (2, -1, 3)$

$\vec{n_2} = (3, 1, 1)$ > vectori normali ai celor 2 plane ce definesc dr.d

Directia dr. d este dată de:

$$\vec{v} = \vec{n_1} \times \vec{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-4, +7, 5)$$

$\vec{v} = \vec{n_{\pi}} \Rightarrow \pi : -4x + 7y + 5z + d = 0$

$M(1, 2, -1) \in \pi \Rightarrow -4 + 14 - 5 + d = 0 \Rightarrow d = -5$

$\pi : -4x + 7y + 5z - 5 = 0$

$$\boxed{4x - 7y - 5z + 5 = 0}$$