

1)

Domnul Ionescu pescuiește în iazul din spatele casei în care trăiesc 3 crapă și 7 carăși. El decide să pescuiască până când prinde 4 pești. Presupunând că fiecare din cei 10 pești are aceeași șansă să fie prins și că toți peștii sunt de greutate diferite, determinați probabilitatea evenimentelor următoare:

$A = \text{unul din cei patru pești prinși este un crap}$

$B = \text{cel puțin unul din cei patru pești prinși este un crap}$

$C = \text{primul pește prins este un crap}$

$D = \text{al doilea pește prins este un crap}$

$E = \text{primii doi pești prinși sunt crapă}$

$F = \text{cel puțin unul din primii doi pești prinși este crap}$

$G = \text{fiecare din ultimii trei pești prinși cântărește mai mult decât cel precedent}$

2)

Tabloul următor reprezintă legea cuplului  $(X, Y)$ : unde putem considera că  $X$  este numărul de copii dintr-o familie și  $Y$  este numărul de televizoare din acea familie (am considerat numai familii cu 1 – 3 copii și cu 1 – 3 televizoare).

| $X \backslash Y$ | 1    | 2    | 3    |
|------------------|------|------|------|
| 1                | 0.22 | 0.11 | 0.02 |
| 2                | 0.2  | 0.15 | 0.1  |
| 3                | 0.06 | 0.07 | 0.07 |

Determinați:

- Legile marginale ale lui  $X$  și respectiv  $Y$ .
- Media și varianța lui  $X$  și respectiv  $Y$ .
- Coeficientul de corelație dintre  $X$  și  $Y$ .
- Legea condiționată a lui  $X$  la  $Y = 2$  și respectiv legea condiționată a lui  $Y$  la  $X = 2$ .
- Media și varianța acestor legi condiționate

3)

Fie  $X \sim N(m, \sigma)$  astfel încât  $P(X < 22) = \frac{91}{100}$ ,  $P(X > 28) = \frac{6}{100}$ . Se cer  $m$  și  $\sigma$  știind că  $\Phi(1,35) = 0,91$ ,  $\Phi(1,56) = 0,94$ .

4)

Se consideră v.a.  $X$  cu densitatea de probabilitate

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 e^{-kx}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, k > 0.$$

- a) Să se determine constanta  $\alpha$ .
- b) Să se afle funcția de repartiție.
- c) Să se calculeze  $\mathbb{P}(0 < X < k^{-1})$ .

5)

Fie cuplul de v.a.  $(X, Y)$  cu densitatea de repartiție  $f_{(X,Y)} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , unde

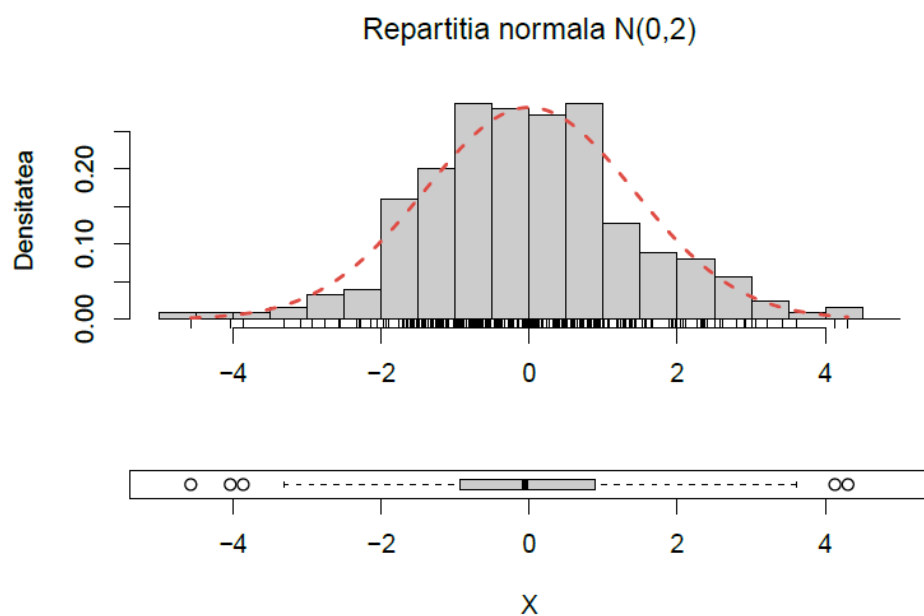
$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} k(x + y + 1), & x \in [0, 1], y \in [0, 2] \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}.$$

- a) Să se determine constanta  $k$ .
- b) Să se determine densitățile marginale.
- c) Să se verifice dacă  $X$  și  $Y$  sunt independente.
- d) Să se afle funcțiile de repartiție marginale și funcția de repartiție a vectorului  $(X, Y)$ .
- e) Să se determine densitățile v.a.  $X|Y = y$  și  $Y|X = x$ .

Programare R:

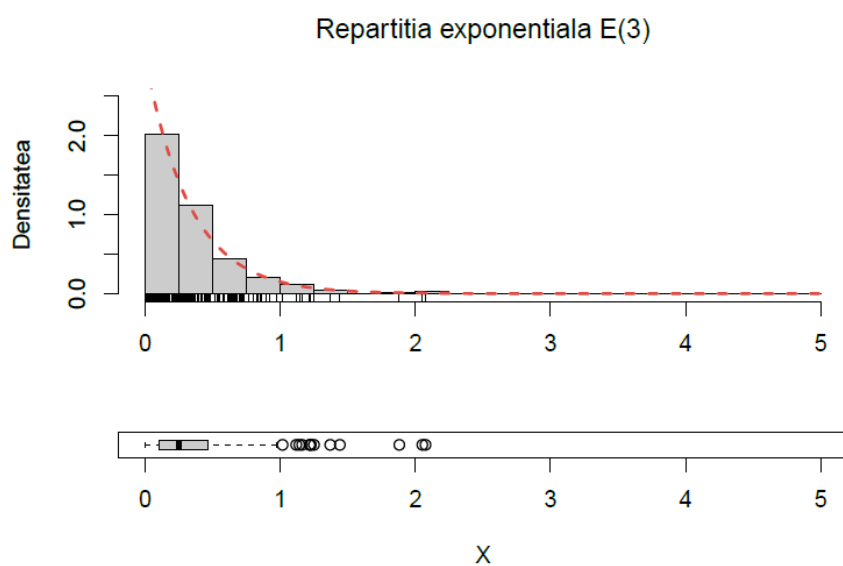
6)

Generați 250 de observații din repartiția  $\mathcal{N}(0, 2)$ , trasați histograma acestora și suprapuneți densitatea repartiției date (vezi figura de mai jos).



7)

Generați 250 de observații din repartiția  $\mathcal{E}(3)$ , trasați histograma acestora și suprapuneți densitatea repartiției date (vezi figura de mai jos).



8)

Generați 250 de observații din repartiția  $B(3,3)$ , trasați histograma acestora și suprapuneți densitatea repartiției date (vezi figura de mai jos).

Repartitia B(3,3)

