Systematics errors for $m_{t\bar{t}}$ analysis

Sébastien Brochet Stéphane Perries Viola Sordini

3 janvier 2013

1 $e + \mu$, 2 b-tag

On a $N = N_e + N_\mu$, avec

$$N_e = \sigma_Z \times \mathcal{L}_e \times \Pi_i \left\{\epsilon_i^e\right\} \times \epsilon_{sel}^{e,2b} \times (SF)_b^2 \quad (1)$$

$$N_\mu = \sigma_Z \times \mathcal{L}_\mu \times \Pi_i \left\{\epsilon_i^\mu\right\} \times \epsilon_{sel}^{\mu,2b} \times (SF)_b^2 \quad (2)$$

avec $\Pi_i \left\{\epsilon_i\right\}$ le produit de toutes les efficacités (trigger, isolation, ID, ...) excepté celle de selection, et SF_b le scale factor de b-tagging.

On rappelle que

$$\Delta N^2 = \sum_i \left|\frac{\partial N}{\partial a_i}\right|^2 \Delta\left(a_i\right)^2 \quad (3)$$

où la somme i porte sur toutes les variables ayant une incertitude associée.

Dans notre cas, on a

$$N = \sigma_Z \mathcal{L}_\mu (SF)_b^2 \left(\Pi_i \left\{\epsilon_i^e\right\} \times \epsilon_{sel}^{e,2b} + \Pi_i \left\{\epsilon_i^\mu\right\} \times \epsilon_{sel}^{\mu,2b}\right) \quad (4)$$

En posant

$$M = \Pi_i \left\{\epsilon_i^\mu\right\} \times \epsilon_{sel}^{\mu,2b} \qquad E = \Pi_i \left\{\epsilon_i^e\right\} \times \epsilon_{sel}^{e,2b} \quad (5)$$

on obtiens une équation de la forme

$$N = \sigma_Z \mathcal{L}_\mu (SF)_b^2 \left(M + E\right) \quad (6)$$

qui donne, en calculant l'incertitude

$$\delta N^2 = \delta\mathcal{L}^2 + 2\delta(SF)_b^2 + \frac{M^2 \delta M^2 + E^2 \delta E^2}{\left(M + E\right)^2} \quad (7)$$

en ayant posé $\delta A = \frac{\Delta A}{A}$.

2 $e + \mu$, 1 + 2 b-tag

On a $N = N_e^{1b} + N_\mu^{1b} + N_e^{2b} + M_\mu^{2b}$. En demandant un et uniquement un seul jet de b, on complique le calcul des incertitudes. En effet, en demande deux jets b-taggué ou plus, on a

$$\epsilon_{sel}^{raw} = \epsilon_{cut} \times \epsilon_b^2 \tag{8}$$

où ϵ_{sel} est l'efficacité de sélection que l'on mesure, ϵ_{cut} est l'efficacité des coupures, et ϵ_b l'efficacité de b-tagging. L'application des scale factors est trivial et donne

$$\begin{aligned} \epsilon_{sel} &= \epsilon_{cut} \times \epsilon_b^2 \times (SF)_b^2 &(9)\\ &= \epsilon_{sel}^{raw} \times (SF)_b^2 &(10) \end{aligned}$$

Pour un seul jet b-taggué, la factorsation est plus compliquée. On a en effet [1]

$$\epsilon_{sel}^{raw} = \epsilon_{cut} \times 2 \times \epsilon_b \times (1 - \epsilon_b) \tag{11}$$

En appliquant les scale factor, on obtient

$$\begin{aligned} \epsilon_{sel} &= \epsilon_{cut} \times 2 \times \epsilon_b (SF)_b \times (1 - \epsilon_b(SF)_b) &(12)\\ &= \epsilon_{cut} \times 2 \times \epsilon_b \times (1 - \epsilon_b) \times (SF)_b \frac{1 - \epsilon_b (SF)_b}{1 - \epsilon_b} &(13)\\ &= \epsilon_{sel}^{raw} \times (SF)_b \frac{1 - \epsilon_b (SF)_b}{1 - \epsilon_b} &(14) \end{aligned}$$

Finalement, on a, en posant $\phi = \epsilon_b$

$$\begin{aligned} N_e^{1b} &= \sigma_Z \times \mathcal{L}_e \times \Pi_i \left\{\epsilon_i^e\right\} \times \epsilon_{HLT}^{e,1b} \times \epsilon_{sel}^{e,1b} \times (SF)_b \frac{1 - \phi (SF)_b}{1 - \phi} &(15)\\ N_\mu^{1b} &= \sigma_Z \times \mathcal{L}_\mu \times \Pi_i \left\{\epsilon_i^\mu\right\} \times \epsilon_{HLT}^{\mu,1b} \times \epsilon_{sel}^{\mu,1b} \times (SF)_b \frac{1 - \phi (SF)_b}{1 - \phi} &(16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_e^{2b} &= \sigma_Z \times \mathcal{L}_e \times \Pi_i \left\{\epsilon_i^e\right\} \times \epsilon_{HLT}^{e,2b} \times \epsilon_{sel}^{e,2b} \times (SF)_b^2 &(17)\\ N_\mu^{2b} &= \sigma_Z \times \mathcal{L}_\mu \times \Pi_i \left\{\epsilon_i^\mu\right\} \times \epsilon_{HLT}^{\mu,2b} \times \epsilon_{sel}^{\mu,2b} \times (SF)_b^2 &(18) \end{aligned}$$

1. C'est la probabilité de tagguer un jet multipliée par la probabilité de ne pas tagguer l'autre jet)

On obtient une équation de la forme

$$N = \sigma_Z \times \mathcal{L}_\mu \times (M + E) \tag{19}$$

avec

$$M = \Pi_i \left\{\epsilon_i^\mu\right\}(a+b) \qquad E = \Pi_i \left\{\epsilon_i^e\right\}(c+d) \tag{20}$$

et avec, (21)

$$a = \epsilon_{HLT}^{\mu,2b} \times \epsilon_{sel}^{\mu,2b}(SF)_b^2 \qquad b = \epsilon_{HLT}^{\mu,1b} \times \epsilon_{sel}^{\mu,1b}(SF)_b \frac{1-\phi(SF)_b}{1-\phi} \tag{22}$$

À noter que c et d sont identique ($\mu \rightarrow e$)
On obtient au final

$$\delta N^2 = \delta\mathcal{L}_\mu^2 + \frac{M^2\delta M^2 + E^2\delta E^2}{(M+E)^2} \tag{23}$$

(24)

avec

$$\delta M^2 = \sum_i \delta\epsilon_i^{\mu 2} + \frac{a^2\delta a^2 + b^2\delta b^2}{(a+b)^2} \qquad \delta E^2 = \sum_i \delta\epsilon_i^{e2} + \frac{c^2\delta c^2 + d^2\delta d^2}{(c+d)^2} \tag{25}$$

(26)

et

$$\delta a^2 = \delta\left(\epsilon_{HLT}^{\mu,2b}\right)^2 \times \delta\left(\epsilon_{sel}^{\mu,2b}\right)^2 + 2\delta(SF)_b^2 \tag{27}$$

$$\delta b^2 = \delta\left(\epsilon_{HLT}^{\mu,1b}\right)^2 \times \delta\left(\epsilon_{sel}^{\mu,1b}\right)^2 + \left(\frac{1-2\phi(SF)_b}{1-\phi(SF)_b}\right)^2 \delta(SF)_b^2 \tag{28}$$

On obtiens δc^2 et δd^2 en effectuant la transformation $\mu \rightarrow e$